論　説

民営化と最適差別化補助金

―― 補助金に歪みのある混合複占市場 ――

濱　田　弘　潤*

概要

本論文は，補助金に歪みのある混合複占市場における最適差別化補助金政策を考察し，公企業が民営化する前と後の社会厚生について比較を行う．混合複占市場で数量競争を行う公企業と私企業に対し，政府が異なる水準の補助金を与えることのできる状況を考え，以下の結論を提示する．第一に，民営化前の混合複占市場において，公企業に補助金は全く与えられないが，民営化後の純粋複占市場では，両企業に補助金が与えられる．第二に，第一の結果を踏まえて，民営化前の社会厚生は民営化後よりも常に大きいことが示される．民営化により社会厚生が小さくなるという結果は，公企業と私企業が同時手番のクールノー競争を行うか，逐次手番のシュタッケルベルク競争を行うかに依存せず成立する．

Keywords: 民営化，最適差別化補助金，混合複占市場，補助金の歪み

JEL classifications: H21, H25, L13, L33

* 住所：〒 950-2181 新潟市西区五十嵐 2 の町 8050 新潟大学経済科学部
Tel. and Fax: 025-262-6538
Email: khamada@econ.niigata-u.ac.jp

1　はじめに

本論文は，補助金に歪みのある混合複占市場における最適差別化補助金政策を考察し，公企業が民営化する前と後の社会厚生について比較を行う．民営化に関する寡占理論の先行研究では，「民営化中立性定理」(privatization neutrality theorem) が良く知られている．この定理は，混合寡占市場において，政府が公企業と私企業の双方に適切な補助金政策を実施することができるならば，民営化の前後で社会厚生は全く同じであることを主張する．既存研究の多くは，様々な経済環境の下で，この社会厚生中立性が成立し続けることを明らかにしてきた．一方で，民営化中立性定理が成立しない経済状況も存在する．とりわけ近年，Matsumura and Tomaru (2013) は，課税もしくは補助金に歪みが存在する状況を扱い，中立性定理が成立しないことを分析している．

本論文では，Matsumura and Tomaru (2013) と同様の設定で，補助金に政策上の歪みが存在する状況における混合複占市場の下での民営化の問題を再検討する．ほとんどの既存研究では，政府が公企業と私企業に対して一律の補助金 (uniform subsidy) を与える状況のみを分析してきた．本研究では，政府が各企業に最適な差別化補助金 (discriminatory subsidy) 政策を実施できる状況を考察し，民営化前後で社会厚生の大きさがどのように変化するかについて比較する．新潟大学経済論集掲載の先行論文，濱田 (2019a) では，混合寡占市場において補助金政策に歪みのある状況を考察し，最適差別化補助金が端点解になる結論を示した．また濱田 (2019b) では，費用格差のある純粋複占市場において補助金に歪みのある状況での最適差別化補助金を導出し，その性質について検討を行った．本論文はこれまでの研究結果を統合し，民営化前後，すなわち混合複占市場と純粋複占市場の社会厚生を比較する．これにより，補助金に歪みのある差別化補助金政策の下で，民営化が望ましいか否かについて理論的観点から結論を導出する．

はじめに，本研究と関係する先行研究について紹介する．寡占理論に基づき混合寡占市場と民営化を扱った研究の中で，White (1996) が最初に民営化中立性定理について導出を行った．それ以来，数多くの研究がこの中立性定理の成立する経済環境について調査している．いくつか代表的な研究を挙げると，Poyago-Theotoky (2001) は White (1996) のクールノー競争の設定をシュタッケルベルク競争の設定へと拡張し，民営化前に公企業がシュタッケルベルク・リーダーとして行動する時でも，社会厚生の中立性は成立し続けることを示した．Myles (2002) は，先行研究のオリジナルの設定が線形需要関数，2 次の費用関数であったのを，需要関数と費用関数を共に一般化した設定に拡張し，中立性定理を証明した．Tomaru and Saito (2010) は，公企業と私企業が生産量決定のタイミングを内生的に決める状況を考察し，結果として生じるシュタッケルベルク競争の下で，社会厚生が民営化前後で変わらないことを示した．Tomaru (2006) では，公企業が部分民営化している状況に分析を拡張し，部分民営化の下でも民営化中立性定理は成立することを証明した．さらに Kato and Tomaru (2007) では，この定理がより一般的な状況でも成立することを示すために，私企業が利潤最大化以外の目的を持つ状況を考察した．Hashimzade, Khodavaisi, and Myles (2007) は，これまでの同質財競争の分析から，製品差別化財競争へと分析枠組みを拡張した．いずれの論文も，社会厚生の中立性が保たれることを示している．

上述した先行研究の結論に対して，中立性定理が成立しない経済環境を明らかにする研究も存在する．公企業が私企業とは異なる費用関数を持つ，あるいは私企業とは異なる生産量決定のタイミングを持つ時に，民営化はもはや厚生中立的ではない．Fjell and Heywood (2004) は，公企業が民営化前後でシュタッケルベルク・リーダーとして行動する時には，この定理が成立しないことを示した．[1] 実際のところ，公企業と私企業間の異質性 (heterogeneity) が，社会厚生の中立性を妨げる障壁となり得る．一例を挙げれば，Cato and Matsumura (2013) は，私企業のみが自由に市場に参入できる自由参入市場を考察した．Zikos (2007a) と Gil-Moltó, Poyago-Theotoky, and Zikos (2011) は，生産量決定モデルに研究開発投資を新たに導入し，公企業と私企業が異なる投資水準を選択する状況を考察した．こうした企業の異質性の存在は，中立性定理の成立を突き崩すことが知られている．この他には，Matsumura and Tomaru (2012) が示したように，外国私企業が存在する時にも社会厚生の中立性は成立しない．他方で，公企業と私企業の異質性以外に中立性定理を成立させない他の状況として，課税または補助金の歪み (tax/subsidy distortion) の存在 (Matsumura and Tomaru, 2013)，政府が社会厚生以外の目的を持つ状況 (Kato, 2008) が挙げられる．

しかしながら，民営化中立性定理を分析する既存研究の多くは，企業への政府の補助金政策を単純化して考察を行っている．White (1996) の論文以来，後に続く研究はほとんど全て，政府が公企業と私企業に一律補助金 (uniform subsidy) を与えることを仮定してきた．一律補助金は分析を単純化し過ぎるという問題がある．既存研究の設定では，政府は両企業に関して完備情報を持つので，公企業と私企業の違いを正しく認識し，社会厚生を最大化する最適な補助金の水準を企業ごとに設定することができるはずである．企業の違いを認識し政策に反映させるのが可能であるにもかかわらず，そうしないのは若干不自然であり過度の単純化と言える．従って，政府が各企業に対して差別化補助金 (discriminatory subsidy) を提示すると考えるのが，自然な仮定である．

こうした理由から，民営化中立性定理を分析する際，差別化補助金政策を前提とした分析が，近年増加している．Zikos (2007b) は，政府が差別化補助金を設定できるならば，公企業が民営化前後でシュタッケルベルク・リーダーであるとしても，中立性が成立することを示した．Hamada (2016a, 2016b) は，費用や生産決定のタイミングに関して公企業と私企業間で異質性が存在するとしても，差別化補助金政策の導入により，社会厚生の中立性が成立することを証明している．さらに，Hamada (2018) では，公企業が社会厚生以外の目的関数を持つ時でさえも，多くの経済状況において，差別化補助金政策が社会厚生の中立性を復活させることを明らかにしている．それゆえに，差別化補助金政策を考察することで，従来考えられているよりも幅広い経済環境において，中立性定理が成立する可能性がある．

他方で，摩擦のない理想的な世界とは異なり，現実的な徴税プロセスにおいては，課税の歪み (tax distortion) が存在することが知られている．課税の歪みをもたらす代表的な原因としては，徴税による社会厚生上の損失 (deadweight loss)，徴税執行上の業務費用 (administrative costs)，課税回避や脱税 (tax evasion) 等が挙げられる．補助金の原資が税金で賄われることから，こうした課税

[1] さらにこれに対して，Matsumura and Okumura (2013) は，Fjell and Heywood (2004) と同様の設定で，もし生産量に上限規制 (ceiling control) を導入すれば，社会厚生の中立性が復活することを明らかにしている．

の歪みは補助金の歪みにつながる．また課税の歪みに留まらず，補助金分配自体も非効率性を生み出す．[2] こうした課税の歪みの存在を踏まえて，Matsumura and Tomaru (2013) は，課税の超過負担により補助金に歪みが生じる状況で，混合複占市場の下での最適補助金政策を考察し，民営化前後の社会厚生を調査した．彼らの結論は，補助金の歪みが存在する時には厚生中立性はもはや成立しないというものである．

本研究では，こうした補助金の歪みのある状況と，最適差別化補助金政策とを組み合わせることにより，民営化により社会厚生の変化を考察することを目的とする．Matsumura and Tomaru (2013) は，一律補助金政策に分析の焦点を当てており，差別化補助金政策は分析していない．既に述べたように，政府（税務当局）が公企業と私企業を正しく認識できる完備情報の状況では，企業ごとに異なる補助金の水準を適切に設定し提示できるはずである．とりわけ補助金に歪みが存在する時には，政府は可能な限り企業への補助金支払いを抑えることを望むはずであり，一律補助金の採用にこだわる何ら特別な理由はない．また純粋理論的な関心に加えて，実際の産業政策の現場でも差別化補助金政策は実施されている．近年の国際的な例を一つ挙げると，中国政府が鉄鋼産業で国営企業を優遇し，民営企業と比べて多額の補助金を国営企業に与えている事例がある．こうした差別的補助金を通じた国営企業への優遇措置政策は，国営企業の過剰設備投資とそれに伴う過剰供給を招き，鉄鋼の国際価格下落を引き起こしているとして，他国政府から批判の対象となっている．[3] 理論的関心及び実際の産業政策の議論を踏まえ，本研究では補助金の歪みが存在する状況で政府が差別化補助金政策を採用する状況を考察する．民営化前後の社会厚生を比較することにより，政府が最適な差別化補助金を各企業に提示する時，民営化中立性定理が成立するか否か，成立しない場合，民営化前後でどちらの社会厚生が大きいかについて調査を行う．

本研究の主な結論は以下の通りである．第一に，民営化前の混合複占市場において，公企業に補助金は全く与えられないが，民営化後の純粋複占市場では，両企業に補助金が与えられる．一律補助金政策に議論が限られる時，政府は両企業に補助金を与えるか否かの選択しかできず，一方の企業に補助金を与えない状況は考察できなかった．本論文では，差別化補助金政策を議論することで，補助金に歪みがある場合，公企業に補助金を与えないことで厚生損失を削減する状況を考察することが可能となっている．第二に，第一の結果を踏まえて，民営化前の社会厚生は民営化後よりも常に大きいことを示す．民営化により社会厚生が小さくなるという結果は，公企業と私企業が同時手番のクールノー競争を行うか，逐次手番のシュタッケルベルク競争を行うかに依存せず成立する．第二の結論は，補助金の歪みから生じる厚生損失の削減という点で第一の結論と関係する．最適差別化補助金の下では，公企業に補助金を与えないことで厚生損失を減らすことのプラス効果は，市場の競争形態にかかわらず常に，民営化による市場競争に伴う社会厚生へのプラス効果を上回る．

---

[2] 政府支出をファイナンスするための追加的な収入増加に起因する経済損失は，公的資金の限界費用 (marginal cost of public funds) と呼ばれる．このトピックに関する膨大な研究蓄積は，Dahlby (2008) 及びその参考文献に引用されている文献が参考になる．

[3] 鉄鋼産業の過剰供給に関する最近の動向については，G20 Ministerial Report (2018) で詳しく説明されている．

本論文の構成は以下の通りである．第2節では，公企業と私企業が民営化前後で数量競争に従事する複占モデルを描写する．第1段階で政府が最適な複占市場の2企業に差別化補助金を提示し，第2段階で両企業が数量競争に従事する2段階ゲームのモデルである．第3節では，両企業がクールノー競争もしくはシュタッケルベルク競争を行う民営化前の複占均衡を導出する．第4節では，民営化後のクールノー複占均衡を導出する．第5節では，民営化前後の均衡を比較し，最適差別化補助金と均衡生産量，社会厚生の大きさに関する比較結果を提示する．第6節では，関数形を特定化して数値計算結果を提示する．第7節は，まとめと今後の課題を述べる．証明は全て，付録にて示される．

2 モデル

公企業と私企業の2社が同質財市場で競争する混合複占市場を考える．各企業を企業 $i = \{0,1\}$ で表し，企業0は公企業，企業1は私企業であるとする．公企業は民営化前に社会厚生最大化を目的とし，民営化後は私企業となり自社利潤最大化を目的とする．簡単化のため，完全民営化のみを考察する．私企業は自社利潤最大化を目的とする．企業 i の生産量を q_i とし，総生産量を $Q \equiv q_0 + q_1$ と置く．同質財価格を p として，以下では分析の簡単化のため，逆需要関数が線形であるとする．逆需要関数は $p = p(Q) = a - Q, a > 0$ である．費用関数は公企業と私企業とで同一であり，混合寡占市場の分析で通常仮定されるように，2次関数であるとする．企業 i の費用関数は，$C_i(q_i) = (k/2)q_i^2, k > 0$ である．固定費用は存在しない．公企業の費用関数は民営化前後で変化しない．

政府（または税務当局）は，社会厚生最大化を目的とする．政府は企業の費用構造について完備情報を持ち，政府と企業の間に情報の非対称性はない．公企業と私企業（及びその目的関数の違い）を正しく認識している．また既存研究の設定とは異なり，政府は公企業と私企業に異なる水準の補助金を与える差別化補助金政策を実施できるものとする．$s_i \geq 0$ を，政府が企業 i に与える生産量1単位当り従量差別化補助金とする．

企業への補助金給付には，非効率な徴税業務などに伴う社会厚生上の損失が発生する．$\lambda > 0$ を，補助金の歪みの程度を表すパラメータとして，政府が企業に補助金を1円支払うごとに，追加的に λ 円の厚生損失が発生するものとする．例えば，補助金1円分のために必要な資金を税金で調達する際，$(1+\lambda)$ 円の資金が必要となることを意味する．すなわち，s 単位の補助金は λs 単位の厚生損失を生む．注意すべき点として，補助金は負の値をとらないものとする．言い換えれば，政府が企業に従量税を課すことはしない．補助金に歪みが存在する状況で仮に課税を実施する場合 $(s_i < 0)$，企業からの1単位の徴税が $(1+\lambda)$ 単位分追加的に社会厚生を増加させるという，奇妙な現象が起こってしまう．こうしたおかしな現象を分析から排除するため，分析上，補助金に非負制

約を課す ($s_i \geq 0$).[4] また，均衡でいずれかの企業が正の補助金を得る状況を分析するために，λ には 1 より小さい上限があると仮定する．具体的には例えば，$\lambda < 1/(k+3)$ が成立すると仮定する．これは第 4 節で示すように，民営化後の最適補助金水準が正であることを保証する条件である．この仮定は，補助金の歪みが大き過ぎて均衡では両企業の補助金が常にゼロとなるような，分析上面白くないケースを排除する．

企業 i の利潤は $\pi_i = (a - Q + s_i)q_i - (k/2)q_i^2$ である．消費者余剰は $CS \equiv \int_0^Q p(x)dx - p(Q)Q = (1/2)Q^2$，生産者余剰は $PS \equiv \pi_0 + \pi_1 = p(Q)Q - (k/2)(q_0^2 + q_1^2) + s_0q_0 + s_1q_1$ である．$(1+\lambda)(s_0q_0 + s_1q_1)$ は，補助金支払いに必要な税金とその徴税プロセスにより追加的に発生する費用で，課税（補助金）の歪みによって必要となる税金総額である．社会厚生は消費者余剰と生産者余剰の合計から税金総額を引いたもので，次式を満たす．

$$W \equiv CS + PS - (1+\lambda)(s_0q_0 + s_1q_1) = aQ - \frac{1}{2}Q^2 - \frac{k}{2}(q_0^2 + q_1^2) - \lambda(s_0q_0 + s_1q_1). \tag{2.1}$$

補助金の歪みが存在しない時 ($\lambda = 0$) を除き，補助金 (s_0, s_1) の大きさは社会厚生に直接影響を及ぼす．(2.1) より，他の条件を一定とすれば，補助金が少なければ少ないほど，社会厚生上望ましいと言える．政府は社会厚生を最大化するために，差別化補助金政策を実施し企業が適切な生産をするよう誘導する．両企業の生産量自体を政府が直接コントロールすることはできない．

以下の均衡導出で，民営化前後の均衡諸変数をそれぞれ，上付き文字 B (before) と A (after) によって区別する．さらに，クールノー競争，公企業がリーダーの時のシュタッケルベルク競争，公企業がフォロワーの時のシュタッケルベルク競争の均衡諸変数をそれぞれ，下付き文字 C (Cournot), L (leader), F (follower) によって区別する．

補助金に歪みがある民営化前の混合複占市場または民営化後の純粋複占市場で，政府が差別化補助金政策を実施する時の，2 段階ゲーム (two-stage game) のタイミングを述べる．第 1 段階で，政府が両企業にそれぞれ，社会厚生を最大化する最適な差別化従量補助金 (s_0^*, s_1^*) を提示する．第 1 段階で提示された両企業の最適差別化補助金の水準を観察した後，第 2 段階で，両企業は非協力的に複占数量競争を行い，生産量 (q_0, q_1) を決定する．民営化前に公企業と私企業が競争する状況で，生産量決定のタイミングに関して次の 3 つの競争形態を考察する．(i) 同時手番のクールノー競争，(ii) 公企業がリーダーとなるシュタッケルベルク競争，(iii) 公企業がフォロワーとなる（従って私企業がリーダーとなる）シュタッケルベルク競争，である．民営化後に両企業は同質的なの

[4] 本論文の補助金の歪みの設定は，Matsumura and Tomaru (2013) のモデルの設定とは異なる．彼らのモデルでは，補助金は当初公企業の利潤によってファンドされ，公企業利潤が補助金よりも少なく原資が足りない場合のみ，徴税を行い課税の非効率性が生じる．本論文のモデルでは，公企業が正の利潤を得ているかどうかにかかわらず，政府が企業に補助金を与える状況を仮定している．異なるモデルを採用した理由は，本論文のモデルの方が分析が簡単であるからであるが，考察対象とする経済状況の違いを反映していると解釈することもできる．正の利潤を得ている公企業に補助金を与える時，その補助金給付に歪みが発生するか否かについての状況の違いである．もし補助金原資に公企業の利潤を充てるので，歪みが生じないと考えるならば Matsumura and Tomaru (2013) の設定が適切であり，たとえ補助金原資に公企業の利潤を充てるとしても，補助金を受け取る側の公企業と与える側の政府は異なる経済主体であり，行政上の非効率性が存在すると考えるのであれば，本論文のモデルが適切であると思われる．いずれにせよ，本論文で得られる基本的な結果は，補助金の歪みのモデル化の違いに依存せずに成立すると予想される．

で，私企業 2 社はクールノー競争に従事すると仮定する．2 段階ゲームの解概念はサブゲーム完全均衡 (subgame perfect Nash equilibrium: SPNE) であり，均衡は後ろ向き推論 (backward induction) に従い，第 2 段階から解いて求める．

次節第3節では，民営化前の SPNE を導出する．3.1節，3.2節，3.3節はそれぞれ，(i) クールノー競争，(ii) 公企業がリーダーのシュタッケルベルク競争，(iii) 公企業がフォロワーのシュタッケルベルク競争における SPNE を導出する．民営化後の SPNE は第 4節で導出される．

3 民営化前

3.1 クールノー競争

3.1.1 第 2 段階

後ろ向き推論により，最初に第 2 段階の均衡生産量を導出する．公企業は，(2.1) の社会厚生を最大化するように生産量 q_0 を決定し，私企業は，自社利潤を最大化するように生産量 q_1 を決定する．公企業と私企業の最大化の 1 階条件はそれぞれ，次式の通りである．[5]

$$\frac{\partial W}{\partial q_0} = a - Q - kq_0 - \lambda s_0 = 0 \;\Leftrightarrow\; q_0 = r_0(q_1) \equiv \frac{a - \lambda s_0 - q_1}{k+1}, \tag{3.1}$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = a - Q + s_1 - q_1 - kq_1 = 0 \;\Leftrightarrow\; q_1 = r(q_0) \equiv \frac{a + s_1 - q_0}{k+2}. \tag{3.2}$$

公企業の反応関数 $q_0 = r_0(q_1)$ は，補助金に歪みがない場合 ($\lambda = 0$) を除き，補助金水準 s_0 に依存する．私企業の反応関数 $q_1 = r(q_0)$ は，補助金に歪みがあるかどうかにかかわらず，常に補助金水準 s_1 に依存する．

連立方程式 (3.1) と (3.2) を生産量について解き，均衡生産量 (q_{0C}^B, q_{1C}^B) が得られる．生産量を含む均衡諸変数は，表 1にまとめられている．[6] 注目する点として，公企業の補助金 s_0 の増加は，公企業の生産量 q_{0C}^B を減少させる．

3.1.2 第 1 段階

第 1 段階では，公企業と私企業間で生じる複占競争の第 2 段階の結果を正しく予想して，政府は社会厚生 W_C^B を最大化するために，両企業への差別化補助金の水準 s_0 と s_1 を決定する．しかしながら，社会厚生 W_C^B は，厚生最大化の 2 階条件を満たさないので，最適差別化補助金の水準に関して次の補題が成立する．

[5] モデルの仮定から，利潤最大化の 2 階条件は常に満たされる．
[6] 論文を通じて，均衡生産量が内点解であると仮定する．

公企業の生産量	q_{0C}^B	$\frac{(k+1)a-(k+2)\lambda s_0-s_1}{k^2+3k+1}$
私企業の生産量	q_{1C}^B	$\frac{ka+\lambda s_0+(k+1)s_1}{k^2+3k+1}$
総生産量	Q_C^B	$\frac{(2k+1)a-(k+1)\lambda s_0+ks_1}{k^2+3k+1}$
公企業の利潤	π_{0C}^B	$\frac{\mathbf{B}(s_0,s_1)[(k+1)a-(k+2)\lambda s_0-s_1]}{2(k^2+3k+1)^2}$
私企業の利潤	π_{1C}^B	$\frac{(k+2)[ka+\lambda s_0+(k+1)s_1]^2}{2(k^2+3k+1)^2}$
社会厚生	W_C^B	$\frac{1}{2}\left(Q_C^B\right)^2+\pi_{0C}^B+\pi_{1C}^B-(1+\lambda)\left(s_0q_{0C}^B+s_1q_{1C}^B\right)$

$\mathbf{B}(s_0,s_1)\equiv k(k+1)a+[2(k^2+3k+1)+(k^2+4k+2)\lambda]s_0-ks_1$

表 1: 民営化前のクールノー均衡

補題 1. 最適差別化補助金の水準は，次の端点解 (*corner solution*) となる．

$$(s_{0C}^{B*},s_{1C}^{B*})=\left(0,\frac{k\left[k+1-(k^2+3k+1)\lambda\right]a}{(k+1)\left[k(k+2)+2(k^2+3k+1)\lambda\right]}\right). \tag{3.3}$$

すなわち，私企業のみが政府から補助金を与えられる．

補題 1の主張は，最適差別化補助金の水準は端点解で与えられ，政府は公企業に全く補助金を与えないというものである．私企業のみが政府からの補助金を受ける差別的な補助金政策となっている．換言すれば，補助金に非効率性が存在する時，政府は補助金の歪みからの厚生損失を削減するために，公企業にはいかなる補助も与えないということである．なぜ補題 1が成立するかの理由は，簡単に説明できる．補助金の歪みが存在する時，政府はいかにして補助金支払いを削減するかを考慮に入れて，社会厚生最大化に近づけるため企業に適切な生産量の水準を誘導する．公企業の目的は政府と同じ社会厚生最大化であるので，公企業は補助金給付なしでも自発的に，適切な生産量水準を選択できる．これに対して，私企業は政府とは異なる目的関数を持つので，政府は私企業に適切な生産量選択を誘導するために，私企業には補助金を支払わなければならない．結果として，政府が差別化補助金政策を実施する時には，私企業のみに補助金を与えることで，補助金の歪みが引き起こす厚生損失を少なくすることができる．この結果，両企業に同じ補助金率を支払う一律補助金よりも，高い社会厚生が実現する．

最適差別化補助金の水準 $(s_{0C}^{B*},s_{1C}^{B*})$ を表 1のクールノー均衡諸変数に代入して，民営化前のクールノー競争の SPNE を得る．均衡諸変数は表 2にまとめられる．

3.2 公企業がリーダーのシュッタッケルベルク競争

3.2.1 第 2 段階

次に，公企業がリーダーのシュタッケルベルク均衡生産量を導出する．シュタッケルベルク・リーダーとして公企業は，続いて生産するフォロワーの私企業の反応関数 $q_1=r_1(q_0)$ を考慮に入

公企業の生産量	q_{0C}^{B*}	$\frac{[k(k+1)+(k+2)(2k+1)\lambda]a}{(k+1)[k(k+2)+2(k^2+3k+1)\lambda]}$
私企業の生産量	q_{1C}^{B*}	$\frac{k(1+\lambda)a}{k(k+2)+2(k^2+3k+1)\lambda}$
総生産量	Q_C^{B*}	$\frac{[2k(k+1)+(3k^2+6k+2)\lambda]a}{(k+1)[k(k+2)+2(k^2+3k+1)\lambda]}$
公企業の利潤	π_{0C}^{B*}	$\frac{k[k(k+1)+(k+2)(2k+1)\lambda]^2a^2}{2(k+1)^2[k(k+2)+2(k^2+3k+1)\lambda]^2}$
私企業の利潤	π_{1C}^{B*}	$\frac{k^2(k+2)(1+\lambda)^2a^2}{2[k(k+2)+2(k^2+3k+1)\lambda]^2}$
社会厚生	W_C^{B*}	$\frac{[2k(k+1)+2(k+1)(2k+1)\lambda+k^2\lambda^2]a^2}{2(k+1)[k(k+2)+2(k^2+3k+1)\lambda]}$

表 2: 民営化前のクールノー競争の SPNE

れて，社会厚生を最大にする生産量 q_0 を選択する．私企業の反応関数は (3.2) で導出したものである．最大化の 1 階条件から，公企業のシュタッケルベルク均衡生産量は次式を満たす．

$$\begin{aligned}\frac{\partial W}{\partial q_0} &= (a-Q)(1+r_1')-kq_0-kq_1r_1'-\lambda(s_0+s_1r_1')=0\\ &\Leftrightarrow q_{0L}^B=\frac{(k^2+3k+1)a-(k+2)^2\lambda s_0-\left[1-(k+2)\lambda\right]s_1}{k^3+5k^2+7k+1}.\end{aligned} \tag{3.4}$$

(3.4) で求めた公企業の生産量を，私企業の反応関数 (3.2) に代入して，私企業の生産量を以下の通り得る．

$$q_{1L}^B=\frac{k(k+2)a+(k+2)\lambda s_0+(k^2+3k+1-\lambda)s_1}{k^3+5k^2+7k+1}. \tag{3.5}$$

シュタッケルベルク均衡諸変数は表3にまとめられる．公企業への補助金 s_0 の増加は，公企業の生産量 q_{0L}^B を減少させ，私企業の生産量 q_{1L}^B を増加させる．一方，私企業への補助金 s_1 の増加が，公企業と私企業の生産量 q_{0L}^B と q_{1L}^B を増加させるか否かは，補助金の歪みのパラメータ λ の値に依存する．

公企業の生産量	q_{0L}^B	$\frac{(k^2+3k+1)a-(k+2)^2\lambda s_0-[1-(k+2)\lambda]s_1}{k^3+5k^2+7k+1}$
私企業の生産量	q_{1L}^B	$\frac{k(k+2)a+(k+2)\lambda s_0+(k^2+3k+1-\lambda)s_1}{k^3+5k^2+7k+1}$
総生産量	Q_L^B	$\frac{(2k^2+5k+1)a-(k+1)(k+2)\lambda s_0+[k(k+3)+(k+1)\lambda]s_1}{k^3+5k^2+7k+1}$
公企業の利潤	π_{0L}^B	$\frac{\mathbf{L}(s_0,s_1)\{(k^2+3k+1)a-(k+2)^2\lambda s_0-[1-(k+2)\lambda]s_1\}}{2(k^3+5k^2+7k+1)^2}$
私企業の利潤	π_{1L}^B	$\frac{(k+2)[k(k+2)a+(k+2)\lambda s_0+(k^2+3k+1-\lambda)s_1]^2}{2(k^3+5k^2+7k+1)^2}$
社会厚生	W_L^B	$\frac{1}{2}\left(Q_L^B\right)^2+\pi_{0L}^B+\pi_{1L}^B-(1+\lambda)\left(s_0q_{0L}^B+s_1q_{1L}^B\right).$

$\mathbf{L}(s_0,s_1)\equiv k(k^2+3k+3)a+[2(k^3+5k^2+7k+1)+(k+2)(k^2+4k+2)\lambda]s_0-[k(2k+5)+(k^2+4k+2)\lambda]s_1$

表 3: 民営化前に公企業がリーダーの時のシュタッケルベルク均衡

3.2.2 第 1 段階

第 1 段階で，3.2.1節で示された均衡生産量 (q_{0L}^B, q_{1L}^B) を考慮に入れて，政府は社会厚生 W_L^B を最大化する差別化補助金 s_0 と s_1 の水準を選択する．社会厚生 W_L^B は最大化の 2 階条件を満たさないので，次の補題が成立する．

補題 2. 最適差別化補助金の水準は，次の端点解となる．

$$(s_{0L}^{B*}, s_{1L}^{B*}) = \left(0,\ \frac{k[1-(k+2)\lambda]a}{k(k+2)+2(k^2+3k+1)\lambda-\lambda^2}\right). \tag{3.6}$$

すなわち，私企業のみが政府から補助金を与えられる．

クールノー競争の時の補題 1と同様に，補題 2の主張は，最適差別化補助金政策の下で，政府は公企業に全く補助金を与えず，私企業のみが補助金の提供を受けるというものである．この補題が成立する直感的理由も，補題 1と同様である．補助金に非効率性が存在する時に，政府は補助金の歪みから生じる厚生損失を削減するために，公企業に補助金を与えないというものである．

表3の諸変数に最適差別化補助金 $(s_{0L}^{B*}, s_{1L}^{B*})$ を代入して，民営化前のシュタッケルベルク競争に関する SPNE を得る．表 4にまとめられる．

公企業の生産量	q_{0L}^{B*}	$\frac{[k+2(k+1)\lambda-\lambda^2]a}{k(k+2)+2(k^2+3k+1)\lambda-\lambda^2}$
私企業の生産量	q_{1L}^{B*}	$\frac{k(1+\lambda)a}{k(k+2)+2(k^2+3k+1)\lambda-\lambda^2}$
総生産量	Q_L^{B*}	$\frac{[2k+(3k+2)\lambda-\lambda^2]a}{k(k+2)+2(k^2+3k+1)\lambda-\lambda^2}$
公企業の利潤	π_{0L}^{B*}	$\frac{k[k+2(k+2)\lambda+\lambda^2][k+2(k+1)\lambda-\lambda^2]a^2}{2[k(k+2)+2(k^2+3k+1)\lambda-\lambda^2]^2}$
私企業の利潤	π_{1L}^{B*}	$\frac{k^2(k+2)(1+\lambda)^2a^2}{2[k(k+2)+2(k^2+3k+1)\lambda-\lambda^2]^2}$
社会厚生	W_L^{B*}	$\frac{[2k+2(2k+1)\lambda+(k-1)\lambda^2]a^2}{2[k(k+2)+2(k^2+3k+1)\lambda-\lambda^2]}$

表 4: 民営化前に公企業がリーダーのシュタッケルベルク競争の SPNE

3.3 公企業がフォロワーのシュタッケルベルク競争

3.3.1 第 2 段階

続いて，公企業がフォロワーの時のシュタッケルベルク均衡生産量を導出する．シュタッケルベルク・リーダーとして私企業は，続いて生産するフォロワーの公企業の反応関数 $q_0 = r_0(q_1)$ を考慮に入れて，自社利潤を最大にする q_1 を選択する．公企業の反応関数は (3.1) で導出したものである．最大化の 1 階条件から，私企業のシュタッケルベルク均衡生産量は次式を満たす．

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = a - Q + s_1 - (1+r_0')q_1 - kq_1 = 0 \Leftrightarrow q_{1F}^B = \frac{ka+\lambda s_0+(k+1)s_1}{k^2+3k+1-\lambda}. \tag{3.7}$$

(3.7) で求めた私企業の生産量を，公企業の反応関数 (3.1) に代入して，公企業の生産量を以下の通り得る．

$$q_{0F}^{B} = \frac{\left[(k+1)^2-\lambda\right]a-\left[(k+1)(k+2)-\lambda\right]\lambda s_0-(k+1)s_1}{(k+1)(k^2+3k+1-\lambda)}. \tag{3.8}$$

シュタッケルベルク均衡諸変数は表5にまとめられる．公企業への補助金 s_0 の増加は，公企業の生産量 q_{0F}^{B} を減少させ，私企業の生産量 q_{1F}^{B} を増加させる．同様に，私企業の生産量 s_1 の増加も，公企業の生産量 q_{0F}^{B} を減少させ，私企業の生産量 q_{1F}^{B} を増加させる．

公企業の生産量	q_{0F}^{B}	$\frac{[(k+1)^2-\lambda]a-[(k+1)(k+2)-\lambda]\lambda s_0-(k+1)s_1}{(k+1)(k^2+3k+1-\lambda)}$
私企業の生産量	q_{1F}^{B}	$\frac{ka+\lambda s_0+(k+1)s_1}{k^2+3k+1-\lambda}$
総生産量	Q_F^{B}	$\frac{[(k+1)(2k+1)-\lambda]a-[(k+1)^2-\lambda]\lambda s_0+k(k+1)s_1}{(k+1)(k^2+3k+1-\lambda)}$
公企業の利潤	π_{0F}^{B}	$\frac{\mathbf{F}(s_0,s_1)\{[(k+1)^2-\lambda]a-[(k+1)(k+2)-\lambda]\lambda s_0-(k+1)s_1\}}{2(k+1)^2(k^2+3k+1-\lambda)^2}$
私企業の利潤	π_{1F}^{B}	$\frac{[(k+1)(k+2)-2\lambda][ka+\lambda s_0+(k+1)s_1]^2}{2(k+1)(k^2+3k+1-\lambda)^2}$
社会厚生	W_F^{B}	$\frac{1}{2}\left(Q_F^{B}\right)^2+\pi_{0F}^{B}+\pi_{1F}^{B}-(1+\lambda)\left(s_0q_{0F}^{B}+s_1q_{1F}^{B}\right)$

$\mathbf{F}(s_0,s_1) \equiv k[(k+1)^2-\lambda]a+[2(k+1)(k^2+3k+1)+k(k+1)(k+4)\lambda-(k+2)\lambda^2]s_0-k(k+1)s_1$

表 5: 民営化前に公企業がフォロワーの時のシュタッケルベルク均衡

3.3.2 第 1 段階

第 1 段階で，3.3.1節で示された均衡生産量 (q_{0F}^{B}, q_{1F}^{B}) を考慮に入れて，政府は社会厚生 W_F^{B} を最大化する差別化補助金 s_0 と s_1 の水準を選択する．社会厚生 W_F^{B} は最大化の 2 階条件を満たさず，次の補題が成立する．

補題 3. 最適差別化補助金の水準は，次の端点解となる．

$$(s_{0F}^{B*}, s_{1F}^{B*}) = \left(0,\ \frac{k[k+1-(k+1)(k+2)\lambda+\lambda^2]a}{(k+1)[k(k+2)+2(k^2+3k+1)\lambda-2\lambda^2]}\right). \tag{3.9}$$

補題 1や補題 2と同様に，補題3の主張も，最適差別化補助金政策の下で，政府は公企業に全く補助金を与えず，私企業のみに与えるというものである．この補題が成立する直感的理由も，補題 1や補題 2と同様である．補助金の歪みが存在する時，政府は公企業に補助金を与えないことで歪みから生じる厚生損失を削減するというものである．

表5の諸変数に最適差別化補助金 $(s_{0F}^{B*}, s_{1F}^{B*})$ を代入して，民営化前のシュタッケルベルク競争に関する SPNE を得る．表6にまとめられる．

公企業の生産量	q_{0F}^{B*}	$\frac{[k(k+1)+(k+2)(2k+1)\lambda-2\lambda^2]a}{(k+1)[k(k+2)+2(k^2+3k+1)\lambda-2\lambda^2]}$
私企業の生産量	q_{1F}^{B*}	$\frac{k(1+\lambda)a}{k(k+2)+2(k^2+3k+1)\lambda-2\lambda^2}$
総生産量	Q_F^{B*}	$\frac{[2k(k+1)+(3k^2+6k+2)\lambda-2\lambda^2]a}{(k+1)[k(k+2)+2(k^2+3k+1)\lambda-2\lambda^2]}$
公企業の利潤	π_{0F}^{B*}	$\frac{k[k(k+1)+(k+2)(2k+1)\lambda-2\lambda^2]^2a^2}{2(k+1)^2[k(k+2)+2(k^2+3k+1)\lambda-2\lambda^2]^2}$
私企業の利潤	π_{1F}^{B*}	$\frac{k^2(1+\lambda)^2[(k+1)(k+2)-2\lambda]a^2}{2(k+1)[k(k+2)+2(k^2+3k+1)\lambda-2\lambda^2]^2}$
社会厚生	W_F^{B*}	$\frac{[2k(k+1)+2(k+1)(2k+1)\lambda+(k^2-2)\lambda^2]a^2}{2(k+1)[k(k+2)+2(k^2+3k+1)\lambda-2\lambda^2]}$

表 6: 民営化前に公企業がフォロワーのシュタッケルベルク競争の SPNE

3.4 異なるタイミングの SPNE の比較

民営化後の SPNE を導出する前に，民営化前において異なるタイミングの 3 種類の SPNE を比較する．民営化前の企業の競争が同時手番か逐次手番かに応じて，クールノー競争とシュタッケルベルク競争のケースをそれぞれ，3.1節から3.3節で導出した．民営化前の 3 種類の SPNE の均衡諸変数を比較した結果を，次の命題にまとめる．

命題 1. 民営化前の混合複占市場を考える．
(i) 公企業の最適補助金はゼロ ($s_{0C}^{B*}=s_{0L}^{B*}=s_{0F}^{B*}=0$)．私企業の最適補助金は，クールノー，公企業フォロワーのシュタッケルベルク，公企業リーダーのシュタッケルベルクの順に大きい ($s_{1C}^{B*}>s_{1F}^{B*}>s_{1L}^{B*}$).
(ii) 公企業の生産量は，クールノー，公企業フォロワーのシュタッケルベルク，公企業リーダーのシュタッケルベルク，私企業の生産量は，公企業フォロワーのシュタッケルベルク，公企業リーダーのシュタッケルベルク，クールノーの順に大きい ($q_{0C}^{B*}>q_{0F}^{B*}>q_{0L}^{B*}$, $q_{1F}^{B*}>q_{1L}^{B*}>q_{1C}^{B*}$)．総生産量の大きさは，公企業フォロワーのシュタッケルベルク，クールノー，公企業リーダーのシュタッケルベルクの順である ($Q_F^{B*}>Q_C^{B*}>Q_L^{B*}$).
(iii) 私企業への補助金支払いは，公企業フォロワーのシュタッケルベルクまたはクールノーが，公企業リーダーのシュタッケルベルクよりも大きい ($s_{1F}^{B*}q_{1F}^{B*}>s_{1L}^{B*}q_{1L}^{B*}$, $s_{1C}^{B*}q_{1C}^{B*}>s_{1L}^{B*}q_{1L}^{B*}$).
(iv) 公企業の利潤の大きさは，公企業リーダーのシュタッケルベルク，クールノー，公企業フォロワーのシュタッケルベルクの順である ($\pi_{0L}^{B*}>\pi_{0C}^{B*}>\pi_{0F}^{B*}$).
(v) 社会厚生の大きさは，公企業フォロワーのシュタッケルベルク，公企業リーダーのシュタッケルベルク，クールノーの順である ($W_F^{B*}>W_L^{B*}>W_C^{B*}$).

命題 1(i) で公企業の最適補助金がゼロというのは，補題 1から3で示した通りである．政府が最適差別化補助金を設定する時，民営化前の公企業には決して補助金が与えられない．命題 1(i) の後半部分は，民営化前の私企業の最適補助金の比較である．クールノー競争下で最も多く，シュタッケルベルク・フォロワー，シュタッケルベルク・リーダーの順となる．政府はクールノ競争下で，私企業に対し生産を増やすために最も大きいインセンティブを与えることを意味する．反対に公企業がリーダーの時は，私企業に与えるインセンティブが最も小さい．

命題 1(ii) は公企業と私企業の生産量の比較である．公企業はクールノーで生産量が最も大きく，

次がフォロワーの時であり，リーダーの時は生産量が小さい．私企業については，自分がリーダーの時に生産量が最も大きく，次が自分がフォロワーの時で，クールノーの時に生産量が小さい．総生産量は，公企業がフォロワーの時が最大，続いてクールノー，公企業リーダーの時が最小である．このことから，総生産量の2乗の半分として表される消費者余剰は，公企業がフォロワーの時最大となる ($CS_F^{B*} > CS_C^{B*} > CS_L^{B*}$)．消費者にとって，公企業がフォロワーのシュタッケルベルク競争が最も望ましい．さらに $Q_F^{B*} > Q_C^{B*} > Q_L^{B*}$ は，$q_{1F}^{B*} - q_{1C}^{B*} > q_{0C}^{B*} - q_{0F}^{B*} > 0$ と $q_{0C}^{B*} - q_{0L}^{B*} > q_{1L}^{B*} - q_{1C}^{B*} > 0$ と書き換えられる．これらはそれぞれ，私企業がクールノーからシュタッケルベルク・リーダーになる時の私企業生産量の増加が，公企業生産量の減少を上回ることと，公企業がクールノーからリーダーになる時の公企業生産量の減少が，私企業生産量の増加を上回ることを意味する．

命題1(iii) は，政府による補助金支払いの金額が，公企業リーダーの下で最小になることを述べている．しかし，クールノーと公企業フォロワーのどちらの補助金支払いが小さいかについては，明確な結果が得られない．どちらが大きいかは，費用と補助金の歪みのパラメータ（k と λ）に依存する．公企業リーダーのシュタッケルベルクは，消費者にとっては最も好まれないが，税金を支払う主体にとっては，補助金支払いを最小にできる点で最も好まれる．このことは，公企業と私企業との間でどの競争形態が望ましいかについて，経済主体間で利害の不一致が存在することを示唆する．

命題1(iv) は，公企業がリーダーの時に公企業の利潤最大，続いてクールノー競争の時，フォロワーの時に利潤最小となることを示している．一方，私企業の利潤の大小関係は，費用と補助金の歪みのパラメータ（k と λ）に依存し，不確定である．

最後に命題1(v) は，公企業フォロワーの時に社会厚生が最大，続いてリーダーの時，最後にクールノー競争の時に社会厚生が最小となると述べている．社会厚生の大小関係は一意に決まり，公企業フォロワーのシュタッケルベルク競争が社会厚生の観点から最も望ましい．この結論の得られる背後のロジックは，次の通りである．社会厚生最大化を目指す政府は，生産量増加と補助金削減をバランスさせる必要がある．公企業フォロワーのシュタッケルベルク競争は，適度な補助金水準の下で最も多く生産できるので，総生産量が3つの均衡の中で最大で，補助金支払いが引き起こす過剰な厚生損失なしで消費者余剰が最大になる．これに対し，公企業リーダーのシュタッケルベルク競争では，総生産量は最小だが補助金支払いがもたらす厚生損失を少なくできる．これがこのケースで，社会厚生の大きさが2番目に大きいという結果につながる．クールノー競争下では，総生産量は3つの均衡の中で中間の値をとり，補助金支払いは最小にはならず，最も小さい社会厚生をもたらす．総生産量と補助金支払いがいずれも最小にならないことが，社会厚生を小さくする理由は，社会厚生が総生産量の厳密に増加する2次関数であり，私企業の生産量に関して厳密に凹関数である点と，利潤最大化の1階条件から，企業の生産量が補助金水準の線形関数である点から言える．表7は，上記の説明を踏まえて社会厚生の大小関係と他の変数との大小関係について要約したものである．

	W^B	$\frac{1}{2}(Q^B)^2$	π_0^B	π_1^B	$(1+\lambda)s_1^B q_1^B$
C	小	中	中	—	—
L	中	小	大	—	小
F	大	大	小	—	—

表 7: 民営化前の社会厚生の大小関係

C, L, F はそれぞれ，クールノー競争，公企業リーダーのシュタッケルベルク競争，公企業フォロワーのシュタッケルベルク競争を意味し，— は，大小関係が不確定であることを意味する．

4 民営化後

4.1 第 2 段階

第 2 段階で，公企業は完全民営化後に私企業となり，元々存在していた私企業と同様に，生産量 q_0 に関して自社利潤を最大化する．民営化後は同時手番クールノー競争を行う．[7] 公企業は民営化後に次の 1 階条件を解いて，生産量を決定する．

$$\frac{\partial \pi_0}{\partial q_0} = (a - Q + s_0) - q_0 - kq_0 = 0 \Leftrightarrow q_0 = r_0(q_1) = \frac{a + s_0 - q_1}{k+2}. \tag{4.1}$$

私企業の 1 階条件は民営化前後で変わらないので，私企業の反応関数は (3.2) を満たす．両企業の反応関数，$q_0 = r_0(q_1)$ と $q_1 = r(q_0)$ は両企業の補助金水準 s_0 と s_1 に依存している．連立方程式 (4.1) と (3.2) を生産量に関して解き，民営化後のクールノー均衡生産量 (q_{0C}^A, q_{1C}^A) を得る．均衡諸変数は表8にまとめられる．

公企業の生産量	q_{0C}^A	$\frac{(k+1)a+(k+2)s_0-s_1}{(k+1)(k+3)}$
私企業の生産量	q_{1C}^A	$\frac{(k+1)a-s_0+(k+2)s_1}{(k+1)(k+3)}$
総生産量	Q_C^A	$\frac{2a+s_0+s_1}{k+3}$
公企業の利潤	π_{0C}^A	$\frac{(k+2)[(k+1)a+(k+2)s_0-s_1]^2}{2(k+1)^2(k+3)^2}$
私企業の利潤	π_{1C}^A	$\frac{(k+2)[(k+1)a-s_0+(k+2)s_1]^2}{2(k+1)^2(k+3)^2}$
社会厚生	W_C^A	$\frac{1}{2}\left(Q_C^A\right)^2 + \pi_{0C}^A + \pi_{1C}^A - (1+\lambda)\left(s_0 q_{0C}^A + s_1 q_{1C}^A\right)$

表 8: 民営化後のクールノー均衡

[7] 本研究の元となる論文では，民営化後も公企業と私企業が意思決定のタイミングの違いを残す状況も考察している．民営化前後の比較から得られる結果は，本研究の結果と同様となるため紙幅の関係から本論文では省略する．

4.2 第 1 段階

第 1 段階で，政府は社会厚生 W_C^A を最大化するように，両企業への差別化補助金 s_0 と s_1 を決定する．社会厚生最大化の 2 階条件は満たされる．s_0 と s_1 に関する 1 階条件は，次式の通り．

$$\frac{\partial W_C^A}{\partial s_0} = 0 \Leftrightarrow s_0 = \frac{(k+1)\left[k+1-(k+1)(k+3)\lambda\right]a+\left[k^2+2k-1+2(k+1)(k+3)\lambda\right]s_1}{k^3+5k^2+7k+1+2(k+1)(k+2)(k+3)\lambda}, \tag{4.2}$$

$$\frac{\partial W_C^A}{\partial s_1} = 0 \Leftrightarrow s_1 = \frac{(k+1)\left[k+1-(k+1)(k+3)\lambda\right]a+\left[k^2+2k-1+2(k+1)(k+3)\lambda\right]s_0}{k^3+5k^2+7k+1+2(k+1)(k+2)(k+3)\lambda}. \tag{4.3}$$

連立方程式 (4.2) と (4.3) を s_0 と s_1 に関して解き，最適差別化補助金を得る．補助金水準が非負の仮定の下で，次の補題を得る．

補題 4. 民営化後の最適差別化補助金の水準は，次の内点解 (*interior solution*) である．

$$(s_{0C}^{A*}, s_{1C}^{A*}) = \left(\frac{\left[1-(k+3)\lambda\right]a}{k+2+2(k+3)\lambda}, \frac{\left[1-(k+3)\lambda\right]a}{k+2+2(k+3)\lambda}\right). \tag{4.4}$$

民営化後に，公企業は私企業と同一になるので，結果としては差別化補助金政策の下でも，両企業に同じ補助金水準が与えられる．得られた補助金水準は，Matsumura and Tomaru (2013) の Lemmas 2 and 3 と同じである．補題 4は，民営化前のケースで最適差別化補助金が端点解であるのと対照的に，民営化後は内点解であることを述べている．

最適差別化補助金 $(s_{0C}^{A*}, s_{1C}^{A*})$ を表8の均衡諸変数に代入して得られる，民営化後の SPNE の諸変数は表9にまとめられる．

公企業の生産量	q_{0C}^{A*}	$\frac{(1+\lambda)a}{k+2+2(k+3)\lambda}$
私企業の生産量	q_{1C}^{A*}	$\frac{(1+\lambda)a}{k+2+2(k+3)\lambda}$
総生産量	Q_C^{A*}	$\frac{2(1+\lambda)a}{k+2+2(k+3)\lambda}$
公企業の利潤	π_{0C}^{A*}	$\frac{(k+2)(1+\lambda)^2a^2}{2(k+2+2(k+3)\lambda)^2}$
私企業の利潤	π_{1C}^{A*}	$\frac{(k+2)(1+\lambda)^2a^2}{2(k+2+2(k+3)\lambda)^2}$
社会厚生	W_C^{A*}	$\frac{(1+\lambda)^2a^2}{k+2+2(k+3)\lambda}$

表 9: 民営化後の SPNE

5　民営化前と民営化後の均衡比較

5.1　民営化前クールノー競争

最初に，民営化前にクールノー競争の時の SPNE を民営化後と比較する．最適差別化補助金 $(s_{0C}^{B*}, s_{1C}^{B*})$ と $(s_{0C}^{A*}, s_{1C}^{A*})$ や，表2と表9に提示された他の均衡諸変数を民営化前後で比較して，次の命題を得る．

命題 **2.**
(i) 民営化後に公企業への補助金は増加する $(s_{0C}^{B*} < s_{0C}^{A*})$.
(ii) 民営化後に公企業の生産量は減少，私企業の生産量は増加，総生産量は減少する
$(q_{0C}^{B*} > q_{0C}^{A*},\ q_{1C}^{B*} < q_{1C}^{A*},\ Q_C^{B*} > Q_C^{A*})$.
(iii) 民営化後に公企業の利潤も私企業の利潤も増加する $(\pi_{0C}^{B*} < \pi_{0C}^{A*},\ \pi_{1C}^{B*} < \pi_{1C}^{A*})$.
(iv) 民営化後に社会厚生は減少する $(W_C^{B*} > W_C^{A*})$.

命題 2(i) は，民営化前は公企業に全く補助金が与えられず，民営化後に私企業になり正の補助金が与えられるので，自明な結論である．一方，民営化後に私企業に高い補助金が与えられるかどうかは，状況に依存して不確定である．s_{1C}^{B*} と s_{1C}^{A*} の大小関係は，企業の費用パラメータ k と補助金の歪みパラメータ λ の値に依存する．例えば，k が 0.48 より大きければ，λ の大きさにかかわらず $s_{1C}^{B*} > s_{1C}^{A*}$ が成立し，k が 0.48 より小さければ，λ が大きい時，$s_{1C}^{B*} > s_{1C}^{A*}$ が成立し易くなる．命題 2(ii) は，民営化前の公企業は民営化後よりもたくさん生産するが，民営化前の私企業は民営化後に生産を減らすことを述べている．しかしながら，民営化後に公企業の生産量減少分が，私企業の生産量増加分を上回るので，総生産量は民営化後に減少する．総生産量の減少は消費者余剰の減少を意味するので，民営化は消費者余剰の観点からは望ましくない．また補助金支払いの比較，$s_{1C}^{B*}q_{1C}^{B*}$ と $2s_{0C}^{A*}q_{0C}^{A*}$ については，明示的な大小関係は得られない．補助金支払いのどちらが大きいかは，パラメータ k と λ に依存する．k が相対的に大きくなれば，たとえ民営化前に公企業に補助金が支払われないとしても，民営化前の補助金支払いが民営化後よりも多くなる傾向にある．これは私企業 1 社に与える補助金支払いが増加するからである．補助金支払いが民営化前の方が大きくなれば，民営化は補助金の歪みによる厚生損失も削減できるので，民営化は社会厚生上望ましくなる．

命題 2(iii) は，民営化は両企業の利潤を増加させるという結論である．大雑把に言えば，民営化後の総生産量減少は，企業間の市場競争が緩和されることを意味する．民営化後のこうした競争圧力の緩和は，補助金の増加と共に企業利潤を押し上げる．最後に命題 2(iv) では，民営化後に社会厚生が減少し，民営化が望ましくないという既存研究の結果が，差別化補助金政策の下でも成立することを示している．本論文の設定では，民営化後に両企業が同質的となるため，差別化補助金政策の下でも最適補助金水準は両企業で同一となる．従って，最適差別化補助金政策の下での社会厚生は常に，最適一律補助金政策の下での社会厚生以上になるので，民営化は一律補助金よりも差別化補助金政策の下で，社会厚生のさらなる減少を招く．

5.2 民営化前公企業リーダーのシュタッケルベルク競争

続いて，民営化前に公企業がリーダーの時のシュタッケルベルク競争の SPNE と，民営化後の SPNE とを比較する．最適差別化補助金 $(s_{0L}^{B*}, s_{1L}^{B*})$ と $(s_{0C}^{A*}, s_{1C}^{A*})$ や，表 4と表9に提示された他の均衡諸変数を民営化前後で比較して，次の命題を得る．

命題 3.
(i) 民営化後に公企業への補助金は増加する $(s_{0L}^{B*} < s_{0C}^{A*})$.
(ii) 民営化後に公企業の生産量は減少，私企業の生産量は増加，総生産量は減少する
$(q_{0L}^{B*} > q_{0C}^{A*},\ q_{1L}^{B*} < q_{1C}^{A*},\ Q_L^{B*} > Q_C^{A*})$.
(iii) 民営化後に私企業の利潤は増加する $(\pi_{1L}^{B*} < \pi_{1C}^{A*})$.
(iv) 民営化後に社会厚生は減少する $(W_L^{B*} > W_C^{A*})$.

命題3は，命題 2と同様の結果である．命題3(i) は，民営化前公企業に補助金がなく，民営化後のみ与えられるので自明である．私企業の補助金については，民営化前後の大小関係は不確定である．命題3(ii) より，民営化後に公企業は生産量が減り，反対に私企業は生産量が増えるが，総生産量は減少する．このことは，民営化は消費者余剰を減少させることを意味すると共に，民営化後の公企業の生産量減少が私企業の生産量増加を上回ることを意味する．民営化前後の補助金支払い，$s_{1L}^{B*}q_{1L}^{B*}$ と $2s_{0C}^{A*}q_{0C}^{A*}$ の大小関係については，明示的な結果は得られない．

命題3(iii) は，民営化が私企業利潤を増加させると述べている．民営化後の企業間の競争圧力の緩和は，総生産量を減らし高い価格と高い利潤へを導く．しかしクールノー競争のケースとは異なり，民営化前後の公企業の利潤の大小関係については，パラメータに依存して不確定である．最後に命題3(iv) は，民営化により社会厚生が減少するという結論である．消費者余剰の減少と補助金の歪みによる厚生損失という社会厚生への負の効果は，企業利潤の増加という正の効果を常に上回る．この社会厚生の比較の結果は，命題 1(v) と命題 2(iv) を組み合わせると，$W_L^{B*} > W_C^{B*} > W_C^{A*}$ が成立することから直ちに得られる．命題3(iv) は，Matsumura and Tomaru (2013) の Proposition 3(i) の結論，補助金政策の違いにかかわらず民営化は社会厚生を減少させる，に対応している．

5.3 民営化前公企業フォロワーのシュタッケルベルク競争

最後に，民営化前に公企業がフォロワーの時のシュタッケルベルク競争の SPNE と，民営化後の SPNE とを比較する．最適差別化補助金 $(s_{0F}^{B*}, s_{1F}^{B*})$ と $(s_{0C}^{A*}, s_{1C}^{A*})$ や，表6と表9に提示された他の均衡諸変数を民営化前後で比較して，次の命題を得る．

命題 4.
(i) 民営化後に公企業への補助金は増加する $(s_{0F}^{B*} < s_{0C}^{A*})$.
(ii) 民営化後に公企業の生産量は減少，私企業の生産量は増加，総生産量は減少する
$(q_{0F}^{B*} > q_{0C}^{A*},\ q_{1F}^{B*} < q_{1C}^{A*},\ Q_F^{B*} > Q_C^{A*})$.

(*iii*) 民営化後に両企業の利潤は増加する ($\pi_{0F}^{B*} < \pi_{0C}^{A*}$, $\pi_{1F}^{B*} < \pi_{1C}^{A*}$).
(*iv*) 民営化後に社会厚生は減少する ($W_F^{B*} > W_C^{A*}$).

命題 4も命題 2や命題3と同様の均衡比較の結果である．命題 4(i) は，民営化前の公企業に補助金がないことから明らかで，私企業の補助金の民営化前後の大小関係は不確定である．命題 4(ii) は，民営化後に公企業は生産量を減らし私企業は増やすが，総生産量が減少する結果，民営化は消費者余剰を減らす．補助金支払いの民営化前後の大小関係は不確定である．命題 4(iii) からは，両企業の利潤が民営化後に増加することが言える．最後に命題 4(iv) では，民営化により社会厚生が減少することを述べている．命題が成立する基本的ロジックは，上述の 2 つの命題と同様で，消費者余剰の減少と補助金の歪みによる厚生損失の負の効果が，企業利潤増加の正の効果を常に上回るからである．

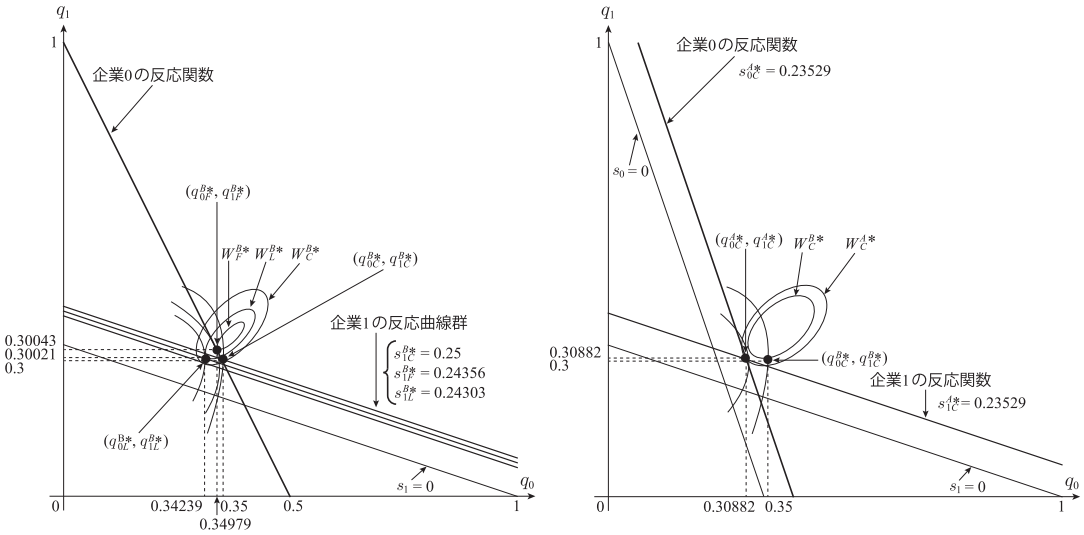
Matsumura and Tomaru (2013) は，彼らの Proposition 3 で社会厚生の大きさの順序に関する結論を導出した．線形の需要関数，2 次の費用関数の下で，民営化前の社会厚生は公企業がシュタッケルベルク・フォロワーの時最大，リーダーの時 2 番目に大きく，クールノー競争の時最小となる．民営化後の社会厚生は民営化前よりも小さくなる．本論文では，一律補助金ではなく差別化補助金政策を導入したが，社会厚生の大きさの順序について同じ結論を得た．すなわち，命題 1，2(iv)，3(iv)，4(iv) を組み合わせて，$W_F^{B*} > W_L^{B*} > W_C^{B*} > W_C^{A*}$ を得た．社会厚生の順序に関する結論が生じる基本的なロジックは，先行研究と同様である．さらに，政府は一律補助金政策よりも差別化補助金政策の下で，高い社会厚生を実現できる．その理由は，顕示選好の原理から明らかである．

6　数値計算の例

本節では，関数のパラメータの値を特定化することで，均衡諸変数の比較に関する数値計算の例を提示する．需要，費用，補助金の歪みのパラメータをそれぞれ，$a = 1$，$k = 1$，$\lambda = 0.05$ とする．民営化前後で，最適差別化補助金，各企業の生産量，総生産量，補助金支払い，社会厚生を導出し，補助金の歪みが増加するにつれて，これらの均衡諸変数がどう変化するかについて，数値計算結果を提示する．

最初に，図 1に，民営化前後における両企業の反応関数と均衡生産量を図示する．民営化前に，$s_{0C}^{B*} = s_{0L}^{B*} = s_{0F}^{B*} = 0$ かつ $s_{1C}^{B*} = 0.25 > s_{1F}^{B*} = 0.24356 > s_{1L}^{B*} = 0.24303$ であるので，私企業の反応関数だけが，従量補助金分，右上方に平行移動する．民営化後は $(s_{0C}^{A*}, s_{1C}^{A*}) = (0.23529, 0.23529)$ であるので，両企業の反応関数が補助金により右上方に平行移動する．民営化前の均衡生産量は，3 種類の SPNE でそれぞれ，$(q_{0C}^{B*}, q_{1C}^{B*}) = (0.35, 0.3)$，$(q_{0L}^{B*}, q_{1L}^{B*}) = (0.34239, 0.30021)$，$(q_{0F}^{B*}, q_{1F}^{B*}) = (0.34979, 0.30043)$ である．$q_{0C}^{B*} > q_{0F}^{B*} > q_{0L}^{B*}$ かつ $q_{1F}^{B*} > q_{1L}^{B*} > q_{1C}^{B*}$ が満たされる（命題 1(ii) に対応）．民営化後の均衡生産量は $(q_{0C}^{A*}, q_{1C}^{A*}) = (0.30882, 0.30882)$ となり，民営化後に公企業の生産量が減少する一方，私企業の生産量が増加することが確認できる（命題 2(ii)，3(ii)，4(ii) に対応）．この数値計算では，図 1の等利潤曲線群で示されるように，私企業の利潤の大きさは次の順序を

満たす．$\pi_{1C}^{A*} = 0.14306 > \pi_{1L}^{B*} = 0.13519 > \pi_{1C}^{B*} = 0.135 > \pi_{1F}^{B*} = 0.13313$.[8] すなわち，民営化後の私企業は民営化前より高い利潤を得ている．他方，社会厚生の大小関係は次の順序を満たす．$W_F^{B*} = 0.32886 > W_L^{B*} = 0.32881 > W_C^{B*} = 0.32875 > W_C^{A*} = 0.32426$．社会厚生の大きさの順序は，命題 1(v)，2(iv)，3(iv)，4(iv) の結果と対応し，民営化は社会厚生を減少させる．図 1では，等社会厚生曲線は楕円形の曲線群で描かれている．社会厚生最大化の点は，楕円形の曲線群の中心に位置する．[9] 民営化前に $(q_{0C}^{B*}, q_{1C}^{B*})$ を通る等社会厚生曲線は，他の 2 つの曲線と比べて中心から最も離れた場所に位置する一方，$(q_{0F}^{B*}, q_{1F}^{B*})$ を通る等社会厚生曲線は中心に最も近い場所に位置する．一方，民営化後に $(q_{0C}^{A*}, q_{1C}^{A*})$ を通る等社会厚生曲線は，民営化前のそれぞれの等社会厚生曲線の中心より，さらに離れた場所に位置する．



(i) 民営化前　　(ii) 民営化後

図 1: 民営化前後の均衡生産量

次に，補助金の歪みパラメータ λ の増加が総生産量，補助金支払い，社会厚生に与える影響について調査する．消費者余剰の大きさは，総生産量の大きさと一対一に対応している．パラメー

[8] しかしながら，図 1の注意点として，それぞれのケースで補助金の水準が異なるため，図 1の等利潤曲線の位置関係から，企業 1 の利潤の大小関係を直接比較することはできない．

[9] 脚注8と同様の注意点として，図 1ではそれぞれのケースで補助金の水準が異なるため，それぞれのタイミングに対応する等社会厚生曲線は同心円状ではない．社会厚生最大化の点が異なるため，等社会厚生曲線の位置関係から，社会厚生の大小関係を直接比較することはできない．

タが $a=1$ と $k=1$ の時，総生産量 Q，補助金支払い SP，社会厚生 W は次式を満たす．

$$Q_C^{B*}=\frac{4+11\lambda}{2(3+10\lambda)},\ Q_L^{B*}=\frac{2+5\lambda-\lambda^2}{3+10\lambda-\lambda^2},\ Q_F^{B*}=\frac{4+11\lambda-2\lambda^2}{2(3+10\lambda-2\lambda^2)},\ Q_C^{A*}=\frac{2(1+\lambda)}{3+8\lambda}, \tag{6.1}$$

$$SP_C^{B*}=\frac{(1+\lambda)(2-5\lambda)}{2(3+10\lambda)^2},\ SP_L^{B*}=\frac{(1+\lambda)(1-3\lambda)}{(3+10\lambda-\lambda^2)^2},\ SP_F^{B*}=\frac{(1+\lambda)(2-6\lambda+\lambda^2)}{2(3+10\lambda-2\lambda^2)^2},$$

$$SP_C^{A*}=\frac{2(1+\lambda)(1-4\lambda)}{(3+8\lambda)^2}, \tag{6.2}$$

$$W_C^{B*}=\frac{4+12\lambda+\lambda^2}{4(3+10\lambda)},\ W_L^{B*}=\frac{1+3\lambda}{3+10\lambda-\lambda^2},\ W_F^{B*}=\frac{4+12\lambda-\lambda^2}{4(3+10\lambda-2\lambda^2)},\ W_C^{A*}=\frac{(1+\lambda)^2}{3+8\lambda}. \tag{6.3}$$

予想されるように，補助金の歪みパラメータの増加は，総生産量，補助金支払い，社会厚生を厳密に減少させる．上記3つの値は全て，λ に関する厳密に凹の減少関数である．総生産量の大小関係は図2で示される．$Q_F^{B*}>Q_C^{B*}>Q_L^{B*}>Q_C^{A*}$ が成立している（命題1(ii)，2(ii)，3(ii)，4(ii) に対応）．従って，消費者余剰の大きさの順序も，民営化前の公企業フォロワーの下で最も大きく，民営化後に最も小さくなる．さらに λ が増加するにつれて，民営化前後の総生産量の差も拡大する．次に補助金支払いについてだが，5節で述べたように補助金支払いの大きさについて明確な比較ができなかった．パラメータを特定化した数値計算上の補助金支払いの大小関係は，$SP_C^{A*}>SP_C^{B*}>SP_F^{B*}>SP_L^{B*}$ となる（図3参照）．政府は民営化後に両企業に補助金を与えなければならないこともあり，民営化後の補助金支払いが最も多い．興味深いことに，民営化前後の補助金支払いの差は，λ の増加と共に減少する．理由は，補助金の歪みが大きくなるにつれて，政府が企業への補助金支払い額を削減し，徐々に補助金支払いがゼロに近づくからである．最後に，社会厚生の大きさの順序については，図4に示されるように $W_F^{B*}>W_L^{B*}>W_C^{B*}>W_C^{A*}$ （命題1(v)，2(iv)，3(iv)，4(iv) に対応）．注意すべき点として，図4で見られるように，補助金の歪みの増加と共に，社会厚生の民営化前後の差は急激に縮小する．この理由は，民営化前と違って民営化後には，政府が私企業となった両企業の生産量をコントロールするために補助金を与えねばならないので，補助金支払いからの歪みによる厚生損失が拡大するためと考えられる．

7　結論と今後の課題

本論文では，補助金に歪みが存在する混合複占市場での最適差別化補助金政策について考察し，民営化前後の均衡を導出すると共に均衡比較を行った．民営化前の混合複占市場で，政府は公企業に補助金を全く支払わないこと，また公企業と私企業の間の競争が同時手番クールノー競争か逐次手番シュタッケルベルクかにかかわらず，民営化前の社会厚生が民営化後よりも大きいことを示した．最適差別化補助金政策の下で，補助金に歪みが存在しなければ民営化中立定理が成立するというのが，これまでに得られている結論である．こうした既存の結論とは異なり，本論文では，補助金に歪みが存在するならば民営化中立性はもはや成立せず，社会厚生の観点から民営

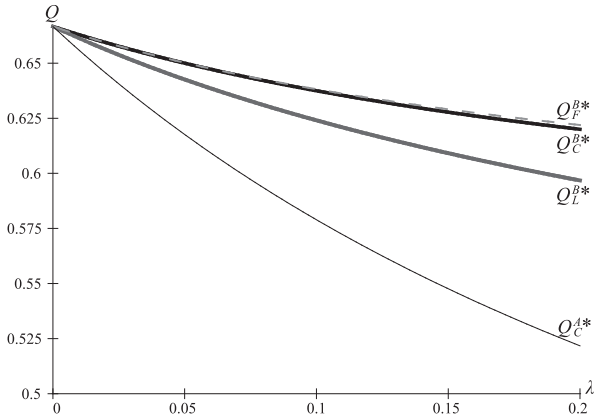


図 2: 補助金の歪みと総生産量の関係

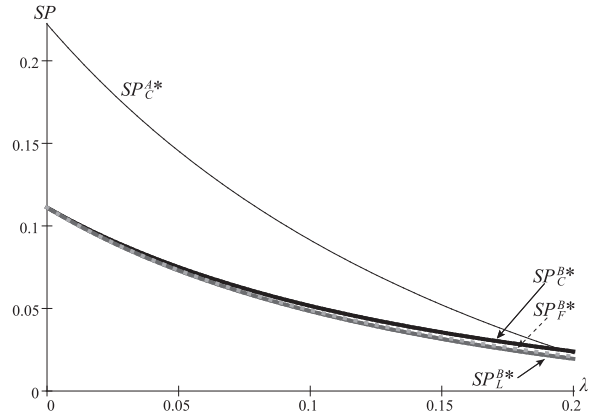


図 3: 補助金の歪みと補助金支払いの関係

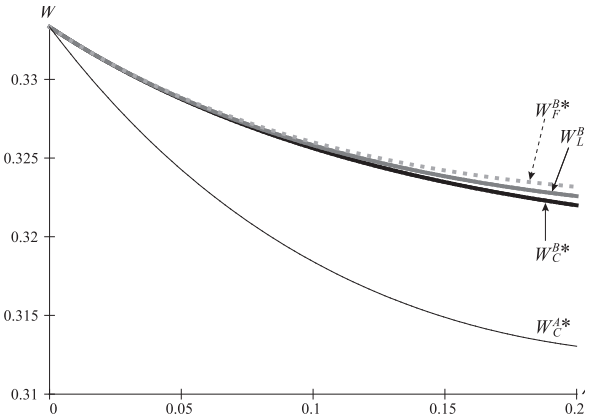


図 4: 補助金の歪みと社会厚生の関係

化は望ましくないことを示した．加えて，本研究の結論は Matsumura and Tomaru (2013) の一律補助金政策での結論を補強するものである．民営化前の社会厚生の大きさは，差別化補助金政策を導入することにより一律補助金政策の時よりも増加する．一方で，民営化前の社会厚生の大きさの順序は，補助金政策が一様か差別化かにかかわらず成立し続ける．このため，補助金政策の実施に非効率性が存在する現実的な状況では，補助金政策が社会厚生を改善する有効性が部分的に失われることが示唆される．政府は民営化後に両企業に補助金を支払わねばならず，民営化しない時と比べると民営化の方が厚生損失が大きいことになる．

筆を擱くにあたり，さらなる研究に向けた将来の方向性について論じる．第一に，本論文では分析の簡単化のために，線形の需要関数，2 次の費用関数，従量補助金により単純化した特定のモデルで分析を行った．従って，モデルの一般化により同様の結果が再現できるかどうかは，今後の分析課題の一つである．しかしながら，本研究の結果の基本的メッセージは，たとえ需要関数や費用関数を一般化し，他の補助金スキームを政府が採用したとしても，依然として成立し続けると予想される．一方で，モデルの一般化は間違いなく分析を複雑にする．[10] 第二に，本論文では，補助金の歪みが外生的に所与である状況を考察した．しかしながら，現実的に補助金政策を実施する際に，補助金の歪みが内生的に生み出される可能性がある．例えば，補助金行政の非効率性や補助金獲得を巡るレントシーキング活動により，補助金の歪みの大きさが経済主体の内生的な意思決定と関係する状況である．本研究のもう一つの拡張可能性は，補助金もしくは課税の歪みの発生を内生的にモデルに取り入れることにより，民営化前後で補助金の歪みの大きさがどう変化し，社会厚生にどう影響するかを検討することである．

謝辞

本論文を完成させるにあたり，本論文の元となる論文である Hamada (2019) について，匿名の査読者 2 名より大変有益なコメント及び改善点についてのご指摘を頂いた．ここに記して感謝の意を表する．本研究は，JSPS 科研費基盤研究 (B) No. 16H03612 及び基盤研究 (C) No. 16K03615, No. 20K01629 の研究助成を受けている．本論文に有り得べき誤謬は全て筆者に帰する．

[10] とりわけ非常に困難な点は，需要関数と費用関数を一般化した際には，社会厚生最大化の 2 階条件が成立するかどうかを確認するのが難しい点である．これが，本論文でモデルを一般化して分析できなかった理由の一つである．

付録

A.1 補題1の証明[11]

社会厚生の差別化補助金に関する 2 階偏微分及び交差偏微分は，次式を満たす．

$$\frac{\partial^2 W_C^B}{\partial s_0^2} = (\frac{\partial Q_C^B}{\partial s_0})^2 + \frac{\partial^2 \pi_{0C}^B}{\partial s_0^2} + \frac{\partial^2 \pi_{1C}^B}{\partial s_0^2} - 2(1+\lambda)\frac{\partial q_{0C}^B}{\partial s_0} = \frac{(k+3)(k+1)^2\lambda^2}{(k^2+3k+1)^2} > 0, \tag{A.1}$$

$$\frac{\partial^2 W_C^B}{\partial s_1^2} = (\frac{\partial Q_C^B}{\partial s_1})^2 + \frac{\partial^2 \pi_{0C}^B}{\partial s_1^2} + \frac{\partial^2 \pi_{1C}^B}{\partial s_1^2} - 2(1+\lambda)\frac{\partial q_{1C}^B}{\partial s_1} = -\frac{(k+1)\left[k(k+2)+2(k^2+3k+1)\lambda\right]}{(k^2+3k+1)^2} < 0, \tag{A.2}$$

$$\frac{\partial^2 W_C^B}{\partial s_0 \partial s_1} = \frac{\partial Q_C^B}{\partial s_0}\frac{\partial Q_C^B}{\partial s_1} + \frac{\partial^2 \pi_{0C}^B}{\partial s_0 \partial s_1} + \frac{\partial^2 \pi_{1C}^B}{\partial s_0 \partial s_1} - (1+\lambda)(\frac{\partial q_{0C}^B}{\partial s_1} + \frac{\partial q_{1C}^B}{\partial s_0}) = \frac{\left[k+1-(k^2+3k+1)\lambda\right]\lambda}{(k^2+3k+1)^2} > 0. \tag{A.3}$$

(A.1) と (A.2) から，$\partial^2 W_C^B/\partial s_0^2 > 0$ かつ $\partial^2 W_C^B/\partial s_1^2 < 0$ なので，$(\partial^2 W_C^B/\partial s_0^2)(\partial^2 W_C^B/\partial s_1^2) - (\partial^2 W_C^B/\partial s_0 \partial s_1)^2 < 0$ が成立する．従って，2 階条件は満たされず，1 階条件を満たす補助金の組は最大化解ではなく鞍点となる．

非負制約の生産量の下で企業の反応関数の交点を求めると，差別化補助金が非負のケースで ($(s_0, s_1) \in \mathbb{R}_+^2$) クールノー均衡は次式を満たす．

$$(q_{0C}^B, q_{1C}^B) = \begin{cases} (q_0^a, q_1^a) = \left(\frac{(k+1)a-(k+2)\lambda s_0 - s_1}{k^2+3k+1}, \frac{ka+\lambda s_0+(k+1)s_1}{k^2+3k+1}\right) \\ (q_0^b, q_1^b) = \left(0, \frac{a+s_1}{k+2}\right) \end{cases} \text{ if } s_1 \begin{Bmatrix} \leq \\ > \end{Bmatrix} \bar{s}_1 \equiv (k+1)a - (k+2)\lambda s_0. \tag{A.4}$$

社会厚生を両企業の生産量と補助金の関数として，$W(q_0, q_1; s_0, s_1)$ で表し，$W^a(s_0, s_1) \equiv W(q_0^a, q_1^a; s_0, s_1)$ と $W^b(s_0, s_1) \equiv W(q_0^b, q_1^b; s_0, s_1)$ を定義する．計算により，社会厚生最大化の 1 階条件は次のように導出できる．

$$\frac{\partial W^a}{\partial s_1} = 0 \Leftrightarrow s_1 = s_1^a \equiv \frac{[k+1-(k^2+3k+1)\lambda](ka+\lambda s_0)}{(k+1)[k(k+2)+2(k^2+3k+1)\lambda]}, \tag{A.5}$$

$$\frac{\partial W^b}{\partial s_1} = 0 \Leftrightarrow s_1 = s_1^b \equiv \frac{[1-(k+2)\lambda]a}{k+1+2(k+2)\lambda}. \tag{A.6}$$

$\partial^2 W^a/\partial s_1^2 < 0$ かつ $\partial^2 W^b/\partial s_1^2 < 0$ なので 2 階条件は成立し，また $\partial W^b/\partial s_0 = 0$ である．(A.5) と (A.6) の s_1^a と s_1^b の定義により，次式が成立する．

$$\frac{\partial W^a}{\partial s_1} > 0 \quad \text{if} \quad (s_0, s_1) \in \{(s_0, s_1) | s_1 \leq \bar{s}_1\}, \tag{A.7}$$

$$\frac{\partial W^b}{\partial s_1} < 0 \quad \text{if} \quad (s_0, s_1) \in \{(s_0, s_1) | s_1 > \bar{s}_1\}. \tag{A.8}$$

上記の状況を踏まえて，起こり得る最適補助金の水準 (s_0, s_1) を図示したものが，図 A-1である．$s_1 = \bar{s}_1$ と $s_1 = s_1^a$ の交点における s_0 の値は $\tilde{s}_0 \equiv \frac{[k(k+1)+(k+2)(2k+1)\lambda]a}{[(k+1)^2+(2k^2+6k+3)\lambda]\lambda}$，$s_1 = \bar{s}_1$ と $s_1 = s_1^b$ の交点における s_0 の値は $\bar{s}_0 \equiv \frac{[k+(2k+3)\lambda]a}{[k+1+2(k+2)\lambda]\lambda}$ である．$s_0 \in [\tilde{s}_0, \bar{s}_0]$ の範囲にある s_0 に対する s_1 の最適補助金は，図 A-1において線分 BC で表される．さらに，点 C から始まる $s_1 = s_1^b$ 上のいかなる点においても，公企業が退出し私企業 1 による独占市場となるので，同じ社会厚生水準を生み出す．従って，図において社会厚生最大化となる (s_0, s_1) の組の候補は点 A, 点 B, 点 C の 3 点のみである．しかしながら，$W^a(s_0, \bar{s}_1)$ は $s_0 \in [\tilde{s}_0, \bar{s}_0]$ の範囲で s_0 の単調増加関数なので，点 B は社会厚生最大化の候補からは除外される．従って，点 A と点 C の社会厚生を比較する．点 A では公企業に補助金は与えられず，点 C では公企業が生産しない．2 つの点の諸変数を表 A-1にまとめる．

[11] この補題の証明について，元となる論文の匿名の査読者から証明プロセスについて詳細なコメントを頂いたことに感謝する．

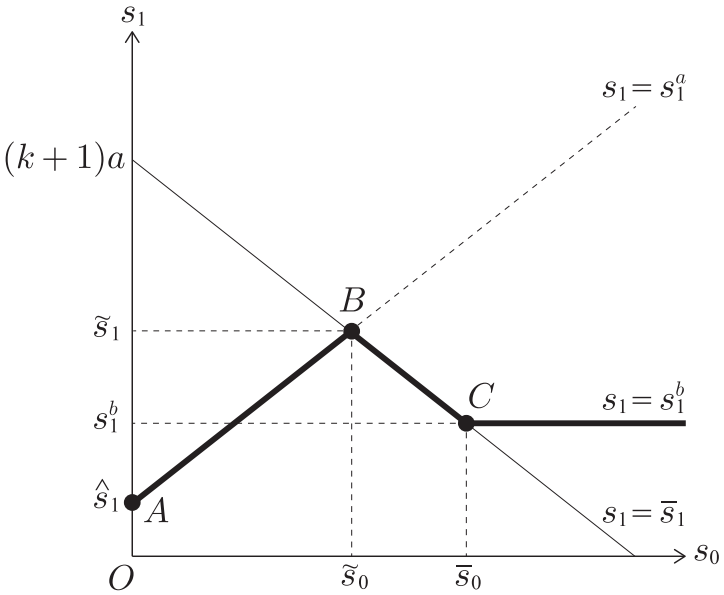


図 A-1: 私企業の差別化補助金 s_1 の最適な値

		点 A	点 C
公企業への補助金	s_0	$\widehat{s}_0 \equiv 0$	$\overline{s}_0 \equiv \frac{[k+(2k+3)\lambda]a}{[k+1+2(k+2)\lambda]\lambda}$
私企業への補助金	s_1	$\widehat{s}_1 \equiv \frac{k[k+1-(k^2+3k+1)\lambda]a}{(k+1)[k(k+2)+2(k^2+3k+1)\lambda]}$	$s_1^b \equiv \frac{[1-(k+2)\lambda]a}{k+1+2(k+2)\lambda}$
公企業の生産量	q_0	$\frac{[k(k+1)+(k+2)(2k+1)\lambda]a}{(k+1)[k(k+2)+2(k^2+3k+1)\lambda]}$	0
私企業の生産量	q_1	$\frac{k(1+\lambda)a}{k(k+2)+2(k^2+3k+1)\lambda}$	$\frac{(1+\lambda)a}{k+1+2(k+2)\lambda}$
総生産量	Q	$\frac{[2k(k+1)+(3k^2+6k+2)\lambda]a}{(k+1)[k(k+2)+2(k^2+3k+1)\lambda]}$	$\frac{(1+\lambda)a}{k+1+2(k+2)\lambda}$
公企業の利潤	π_0	$\frac{k[k(k+1)+(k+2)(2k+1)\lambda]^2a^2}{2(k+1)^2[k(k+2)+2(k^2+3k+1)\lambda]^2}$	0
私企業の利潤	π_1	$\frac{k^2(k+2)(1+\lambda)^2a^2}{2[k(k+2)+2(k^2+3k+1)\lambda]^2}$	$\frac{(k+2)(1+\lambda)^2a^2}{2[k+1+2(k+2)\lambda]^2}$
社会厚生	W	$\frac{[2k(k+1)+2(k+1)(2k+1)\lambda+k^2\lambda^2]a^2}{2(k+1)[k(k+2)+2(k^2+3k+1)\lambda]}$	$\frac{(1+\lambda)^2a^2}{2[k+1+2(k+2)\lambda]}$

表 A-1: クールノー均衡の点 A と点 C

点 A と点 C の社会厚生を直接計算すると，$W^A > W^C \Leftrightarrow (k+1)[k(1+2\lambda)+2\lambda][k(1+2\lambda)+2\lambda(1-\lambda)]+2\lambda^3 > 0$ である．$\lambda \in (0, \frac{k+1}{k^2+3k+1})$ のいかなる値に対しても上記の不等式は成立するので，点 A の方が常に高い社会厚生を実現する．従って，最適な端点解は $(s_{0C}^{B*}, s_{1C}^{B*}) = (0, \frac{k[k+1-(k^2+3k+1)\lambda]a}{(k+1)[k(k+2)+2(k^2+3k+1)\lambda]})$ であることが示された． □

A.2 補題 2と補題3の証明

補題 2と補題3の証明手続きは，A.1節で述べた補題 1と同様なので省略する．証明の詳細は Hamada (2019) で示されている（著者より入手可能）．

A.3 命題 1の証明

(i) $s_{0C}^{B*} = s_{0L}^{B*} = s_{0F}^{B*} = 0$ は明らか．$s_{1C}^{B*} > s_{1F}^{B*} \Leftrightarrow k\lambda(k+2)(1+\lambda) > 0$. $s_{1F}^{B*} > s_{1L}^{B*} \Leftrightarrow (1+\lambda)(k^2+3k+1-\lambda) > 0$.
(ii) $q_{0C}^{B*} > q_{0F}^{B*} \Leftrightarrow 2k\lambda^2(1+\lambda) > 0$. $q_{0F}^{B*} > q_{0L}^{B*} \Leftrightarrow f_{\Delta q_0}^{FL}(\lambda) \equiv k(k+2)+(3k^2+8k+1)\lambda+(2k^2+6k-1)\lambda^2-2\lambda^3 > 0$. $f_{\Delta q_0}^{FL}(\lambda) > 0\ \forall\lambda \in (0, \frac{1}{\lambda+3})$. また導出された式から，$q_{1F}^{B*} > q_{1L}^{B*} > q_{1C}^{B*}$ は明らか．$Q_F^{B*} > Q_C^{B*} \Leftrightarrow 2k^2\lambda^2(1+\lambda) > 0$. $Q_C^{B*} > Q_L^{B*} \Leftrightarrow k\lambda(k+2)(1+\lambda)[k+(2k+1)\lambda] > 0$.
(iii) $s_{1F}^{B*} > s_{1L}^{B*}$ かつ $q_{0F}^{B*} > q_{0L}^{B*}$ より $s_{1F}^{B*}q_{1F}^{B*} > s_{1L}^{B*}q_{1L}^{B*}$. $s_{1C}^{B*}q_{1C}^{B*} > s_{1L}^{B*}q_{1L}^{B*} \Leftrightarrow f_{\Delta s_1 q_1}^{CL}(\lambda) \equiv k^2(k+2)^2+2k(k+2)(2k^2+5k+1)\lambda+6k(k+2)(k^2+3k+1)\lambda^2+(4k^4+24k^3+44k^2+25k+5)\lambda^3-(k^2+3k+1)\lambda^4 > 0$. $f_{\Delta s_1 q_1}^{CL}(\lambda) > 0\ \forall\lambda \in (0, \frac{1}{\lambda+3})$.
(iv) $\pi_{0L}^{B*} > \pi_{0C}^{B*} \Leftrightarrow f_{\Delta\pi_0}^{LC}(\lambda) > 0$. $f_{\Delta\pi_0}^{LC}(\lambda)$ は λ の 2 次関数で，$f_{\Delta\pi_0}^{LC}(\lambda) > 0\ \forall\lambda \in (0, \frac{1}{\lambda+3})$. $\pi_{0C}^{B*} > \pi_{0F}^{B*} \Leftrightarrow 2k\lambda^2(1+\lambda) > 0$.
(v) $W_F^{B*} > W_L^{B*} \Leftrightarrow k^2\lambda^2(1+\lambda)^2 > 0$. $W_L^{B*} > W_C^{B*} \Leftrightarrow k^2\lambda^2(1+\lambda)^2 > 0$. □

A.4 補題 4の証明

社会厚生の差別化補助金に関する 2 階偏微分及び交差偏微分は，次式を満たす．

$$\frac{\partial^2 W_C^A}{\partial s_0^2} = (\frac{\partial Q_C^A}{\partial s_0})^2 + \frac{\partial^2 \pi_{0C}^A}{\partial s_0^2} + \frac{\partial^2 \pi_{1C}^A}{\partial s_0^2} - 2(1+\lambda)\frac{\partial q_{0C}^A}{\partial s_0} = -\frac{k^3+5k^2+7k+1+2(k+1)(k+2)(k+3)\lambda}{(k+1)^2(k+3)^2} < 0, \tag{A.9}$$

$$\frac{\partial^2 W_C^A}{\partial s_1^2} = (\frac{\partial Q_C^A}{\partial s_1})^2 + \frac{\partial^2 \pi_{0C}^A}{\partial s_1^2} + \frac{\partial^2 \pi_{1C}^A}{\partial s_1^2} - 2(1+\lambda)\frac{\partial q_{1C}^A}{\partial s_1} = -\frac{k^3+5k^2+7k+1+2(k+1)(k+2)(k+3)\lambda}{(k+1)^2(k+3)^2} < 0, \tag{A.10}$$

$$\frac{\partial^2 W_C^A}{\partial s_0 \partial s_1} = \frac{\partial Q_C^A}{\partial s_0}\frac{\partial Q_C^A}{\partial s_1} + \frac{\partial^2 \pi_{0C}^A}{\partial s_0 \partial s_1} + \frac{\partial^2 \pi_{1C}^A}{\partial s_0 \partial s_1} - (1+\lambda)(\frac{\partial q_{0C}^A}{\partial s_1} + \frac{\partial q_{1C}^A}{\partial s_0}) = \frac{k^2+2k-1+2(k+1)(k+3)\lambda}{(k+1)^2(k+3)^2} > 0. \tag{A.11}$$

(A.9)，(A.10)，(A.11) を用いた計算により，$(\partial^2 W_C^A/\partial s_0^2)(\partial^2 W_C^A/\partial s_1^2) - (\partial^2 W_C^A/\partial s_0 \partial s_1)^2 > 0$ を得るので 2 階条件は成立し，(4.4) が最適解となる． □

A.5 命題 2の証明

(i) $s_{0C}^{B*} = 0$ かつ $s_{0C}^{A*} > 0$ より $s_{0C}^{B*} < s_{0C}^{A*}$ は明らか．$s_{1C}^{B*} \gtreqless s_{1C}^{A*} \Leftrightarrow k^3+4k^2+2k-2+2(k+3)(k^2+3k+1)\lambda \gtreqless 0$. この不等式の符号は k と λ に依存して不確定である．
(ii) $q_{0C}^{B*} > q_{0C}^{A*} \Leftrightarrow k^3+6k^2+8k+2+2(k^3+7k^2+13k+5)\lambda > 0$. $q_{1C}^{A*} - q_{1C}^{B*} = \frac{2\lambda(1+\lambda)a}{[k+2+2(k+3)\lambda][k(k+2)+2(k^2+3k+1)\lambda]} > 0$. $Q_C^{B*} > Q_C^{A*} \Leftrightarrow k(k^2+6k+6)+2(k+2)(k^2+5k+2)\lambda > 0$.
(iii) $\pi_{0C}^{B*} < \pi_{0C}^{A*} \Leftrightarrow X_C^{\pi_0}(k,\lambda) \equiv z_0 + z_1(k)\lambda + z_2(k)\lambda^2 > 0$. ここで，$z_0 \equiv (\sqrt{k+2}-\sqrt{k})k(k+1)(k+2) > 0$, $z_1(k) \equiv \sqrt{k+2}(k+1)(3k^2+8k+2)-\sqrt{k}(4k^3+17k^2+18k+4)$, $z_2(k) \equiv 2[\sqrt{k+2}(k+1)(k^2+3k+1)-\sqrt{k}(k+2)(k+3)(2k+1)]$ である．$z_2(k) \geq 0$ の時，$X_C^{\pi_0}(k,0) = z_0 > 0$ かつ $z_1(k) > 0$ が成立するので，$z_2(k) \geq 0$ の時，$X_C^{\pi_0}(k,\lambda) > 0$ である．

反対に $z_2(k)<0$ の時，$X_C^{\pi_0}(k,\lambda)$ は λ に関する厳密に凹の2次関数であり，$X_C^{\pi_0}(k,0)>0$ かつ $X_C^{\pi_0}(k,\frac{1}{k+3})>0$ なので，$X_C^{\pi_0}(k,\lambda)>0\ \forall\lambda\in(0,\frac{1}{k+3})$. 民営化前後で $\pi_{1C}^*=(k+2)(q_{1C}^*)^2/2$ より，$q_{1C}^{B*}<q_{1C}^{A*}\Leftrightarrow\pi_{1C}^{B*}<\pi_{1C}^{A*}$.
(iv) $W_C^{B*}>W_C^{A*}\Leftrightarrow X_C^{W_{B>A}}(k,\lambda)\equiv 2k(k+1)-(k^3-4k-4)\lambda-2(k^3+5k^2+8k+2)\lambda^2>0$. $X_C^{W_{B>A}}(k,\lambda)$ は λ に関する厳密に凹の2次関数であり，$X_C^{W_{B>A}}(k,0)>0$ かつ $X_C^{W_{B>A}}(k,\frac{1}{k+3})>0$ なので，$X_C^{W_{B>A}}(k,\lambda)>0\ \forall\lambda\in(0,\frac{1}{k+3})$. □

A.6　命題3の証明

(i) $s_{0L}^{B*}=0$ かつ $s_{0C}^{A*}>0$ より $s_{0L}^{B*}<s_{0C}^{A*}$ は明らか．$s_{1L}^{B*}\gtrless s_{1C}^{A*}\Leftrightarrow k^2+2k-2+(2k^2+8k+7)\lambda-(k+3)\lambda^2\gtrless 0$. この不等式の符号は k と λ に依存して不確定である．
(ii) $q_{0L}^{B*}>q_{0C}^{A*}\Leftrightarrow k^2+4k+2+(k+3)(2k+3)\lambda-(2k+5)\lambda^2>0\ \forall\lambda\in(0,\frac{1}{k+3})$. $q_{1L}^{B*}<q_{1C}^{A*}\Leftrightarrow\lambda(2-\lambda)>0$. $Q_L^{B*}>Q_C^{A*}\Leftrightarrow k(k+4)+(2k^2+9k+8)\lambda-2(k+2)\lambda^2>0\ \forall\lambda\in(0,\frac{1}{k+3})$.
(iii) $(\pi_{0C}^{A*}-\pi_{0L}^{B*})$ の符号は，それぞれ k と λ の5次と6次の多項式に依存し，π_{0L}^{B*} と π_{0C}^{A*} の大小関係は不確定である．一方，$\pi_{1L}^{B*}=(k+2)(q_{1L}^{B*})^2/2$ かつ $\pi_{1C}^{A*}=(k+2)(q_{1C}^{A*})^2/2$ なので，$q_{1L}^{B*}<q_{1C}^{A*}\Leftrightarrow\pi_{1L}^{B*}<\pi_{1C}^{A*}$.
(iv) 命題1(v)と命題2(iv)を組み合わせることで，$W_L^{B*}>W_C^{B*}>W_C^{A*}$ が得られる．□

A.7　命題4の証明

(i) $s_{0F}^{B*}=0$ かつ $s_{0C}^{A*}>0$ より $s_{0F}^{B*}<s_{0C}^{A*}$ は明らか．$s_{1F}^{B*}\gtrless s_{1C}^{A*}\Leftrightarrow(k+1)(k^2+2k-2)+(k+2)(2k^2+7k+4)\lambda-2(k+3)\lambda^2\gtrless 0$. この式の符号は k と λ に依存して不確定である．
(ii) 命題1(ii)と命題3(ii)より，$q_{0F}^{B*}>q_{0C}^{B*}>q_{0C}^{A*}$ と $Q_F^{B*}>Q_L^{B*}>Q_C^{A*}$ を得る．$q_{1F}^{B*}<q_{1C}^{A*}\Leftrightarrow\lambda(1-\lambda)>0$.
(iii) 命題1(iv)と命題2(iii)より，$\pi_{0C}^{A*}>\pi_{0C}^{B*}>\pi_{0F}^{B*}$ を得る．$\pi_{1F}^{B*}<\pi_{1C}^{A*}\Leftrightarrow X_{FC}^{\pi_{1B<A}}(k,\lambda)\equiv 2k(k+2)^2(3k+2)+4(k+2)(3k^3+11k^2+5k+1)\lambda-8(3k^2+9k+2)\lambda^2+4(k+1)(k+2)\lambda^3>0$. この式は $\lambda\in(0,\frac{1}{k+3})$ に関する厳密な増加凸関数である．$X_{FC}^{\pi_{1B<A}}(k,0)>0$ より，$X_{FC}^{\pi_{1B<A}}(k,\lambda)>0\ \forall\lambda\in(0,\frac{1}{k+3})$.
(iv) 命題1(v)と命題2(iv)を組み合わせて，$W_F^{B*}>W_C^{B*}>W_C^{A*}$ を得る．□

参考文献

[1] 濱田 弘潤 (2019a) 「補助金政策に歪みのある混合寡占市場での最適差別化補助金」,『新潟大学経済論集』, 第 106 号 2018-II, 1–17.

[2] 濱田 弘潤 (2019b) 「費用格差のある複占企業への最適差別化補助金：補助金政策に歪みのある場合」,『新潟大学経済論集』, 第 107 号 2019-I, 23-36.

[3] Cato, Susumu and Matsumura, Toshihiro (2013) Long-run Effects of Tax Policies in a Mixed Market, *FinanzArchiv: Public Finance Analysis*, 69(2): 215–240.

[4] Dahlby, Bev (2008) *The Marginal Cost of Public Funds: Theory and Applications*, Cambridge, Massachusetts: MIT Press.

[5] Fjell, Kenneth and Heywood, John S. (2004) Mixed Oligopoly, Subsidization and the Order of Firm's Moves: The Relevance of Privatization, *Economics Letters*, 83(3): 411–416.

[6] G20 Ministerial Report (2018) *Global Forum on Steel Excess Capacity*, http://www.g20.utoronto.ca/2018/global-forum-on-steel-excess-capacity-180920.pdf (Accessed 25 March 2020).

[7] Gil-Moltó, Maria José, Poyago-Theotoky, Joanna, and Zikos, Vasileios (2011) R&D Subsidies, Spillovers, and Privatization in Mixed Markets, *Southern Economic Journal*, 78(1): 233–255.

[8] Hamada, Kojun (2016a) Privatization Neutrality Theorem and Discriminatory Subsidy Policy, In von Mouche, Pierre and Quartieri, Federico (eds.), *Equilibrium Theory for Cournot Oligopolies and Related Games: Essays in Honour of Koji Okuguchi*, New York: Springer, 127–146.

[9] Hamada, Kojun (2016b) Privatization Neutrality Theorem in a Mixed Oligopoly with Firm Asymmetry, *Economics Bulletin*, 36(1): 395–400.

[10] Hamada, Kojun (2018) Privatization Neutrality Theorem: When a Public Firm Pursues General Objectives, *Japanese Economic Review*, 69(1): 59–68.

[11] Hamada, Kojun (2019) Privatization and the Optimal Discriminatory Subsidy in a Mixed Duopoly with Subsidy Distortion, *mimeograph*.

[12] Hashimzade, Nigar, Khodavaisi, Hassan, and Myles, Gareth D. (2007) An Irrelevance Result with Differentiated Goods, *Economics Bulletin*, 8(2): 1–7.

[13] Kato, Hideya (2008) Privatization and Government Preference, *Economics Bulletin*, 12(40): 1–7.

[14] Kato, Kazuhiko and Tomaru, Yoshihiro (2007) Mixed Oligopoly, Privatization, Subsidization, and the Order of Firms' Moves: Several Types of Objectives, *Economics Letters*, 96(2): 287–292.

[15] Matsumura, Toshihiro and Okumura, Yasunori (2013) Privatization Neutrality Theorem Revisited, *Economics Letters*, 118(2): 324–326.

[16] Matsumura, Toshihiro and Tomaru, Yoshihiro (2012) Market Structure and Privatization Policy under International Competition, *Japanese Economic Review*, 63(2): 244–258.

[17] Matsumura, Toshihiro and Tomaru, Yoshihiro (2013) Mixed Duopoly, Privatization, and Subsidization with Excess Burden of Taxation, *Canadian Journal of Economics*, 46(2): 526–554.

[18] Myles, Gareth D. (2002) Mixed Oligopoly, Subsidization and the Order of Firms' Moves: An Irrelevance Result for the General Case, *Economics Bulletin*, 12(1): 1–6.

[19] Poyago-Theotoky, Joanna (2001) Mixed Oligopoly, Subsidization and the Order of Firms' Moves: An Irrelevance Result, *Economics Bulletin*, 12(3): 1–5.

[20] Tomaru, Yoshihiro (2006) Mixed Oligopoly, Partial Privatization and Subsidization, *Economics Bulletin*, 12(5): 1–6.

[21] Tomaru, Yoshihiro and Saito, Masayuki (2010) Mixed Duopoly, Privatization and Subsidization in an Endogenous Timing Framework, *Manchester School*, 78(1): 41–59.

[22] White, Mark D. (1996) Mixed Oligopoly, Privatization and Subsidization, *Economics Letters*, 53(2): 189–195.

[23] Zikos, Vasileios (2007a) A Reappraisal of the Irrelevance Result in Mixed Duopoly: A Note on R&D Competition, *Economics Bulletin*, 12(8): 1–6.

[24] Zikos, Vasileios (2007b) Stackelberg Mixed Oligopoly with Asymmetric Subsidies, *Economics Bulletin*, 12(13): 1–5.