

スーパーレゾリューション法を用いた導体球の散乱中心推定

正 員 山田 寛喜[†] 正 員 小川 恭孝^{††} 正 員 伊藤 精彦^{††}

Scattering Center Estimation of a Conductive Sphere Using a Superresolution Technique

Hiroyoshi YAMADA[†], Yasutaka OGAWA^{††} and Kiyohiko ITOH^{††}, Members

あらまし 高周波帯での電磁波散乱現象を理解するとき、局所的な散乱波の位置（散乱中心）を特定することが重要となる。実用面においてもレーダターゲットの識別に、この手法は不可欠である。ネットワークアナライザ等で測定された周波数データにおいてもフーリエ変換法を用いることにより、散乱中心の検出が可能である。しかし、その分解能は測定周波数帯域幅により制限されるため、実用上、適用が困難となる場合がある。本論文では、フーリエ変換法に比べ高分解能性を有する MUSIC アルゴリズムを電磁波散乱の時間領域推定法として用いることを提案している。ここでは、一例として導体球の後方散乱測定での散乱中心検出に関して検討し、アルゴリズムに大きな変更を加えることなく適用可能であることを明らかにしている。また、スーパーレゾリューション法の多くは、多数のスナップショットを要するが、ゲーティングによる雑音抑圧前処理がスナップショットの軽減に有効であることを計算機シミュレーションにより明らかにし、その際の MUSIC アルゴリズムの入射信号（散乱中心）数の設定について検討した。更に、実験により、これらの考察結果を検証し、本手法の高分解能性を実証している。

キーワード MUSIC アルゴリズム、空間スムージング法、電磁波散乱、散乱中心、スーパーレゾリューション

1. ま え が き

幾何光学的回折理論 (GTD)⁽¹⁾等での研究により明らかにされているように、高周波帯での電磁波散乱現象では、全散乱界は、いくつかの散乱中心から発せられた散乱波の和として表すことが可能となる。これらの局所的な散乱波は、散乱体の局所的な形状に応じて特徴的な周波数依存性を有することが知られており、散乱中心およびその散乱波の周波数特性を得ることは、レーダターゲット等の形状推定における重要な手掛りとなる。また、実験による種々の形状での散乱現象の解明は、幾何光学的近似手法の更なる発展に寄与するものと期待される。

電磁波散乱測定、特にレーダ断面積 (RCS) 測定は、古くから研究されている分野である。時間領域での電磁波散乱の解析および実験は、Kennaugh⁽²⁾, Bennett⁽³⁾らによるパルス応答に関する研究など数多く報告され

ている。このような時間応答解析は、散乱中心の特定に有効である。

広い帯域にわたる周波数領域データ（各周波数における振幅、位相）が得られている場合には、その逆フーリエ変換から、上記同様の時間応答の観測が可能となる^{(4),(5)}。タイムドメイン機能を有するベクトルネットワークアナライザでは、高速かつ高精度な RCS 測定を実現しており、容易に時間応答の観測を可能としている^{(6),(7)}。フーリエ変換に基づく時間領域手法では、時間領域レスポンス分解能、すなわち散乱中心検出性能は、掃引周波数帯域幅に依存する。従って、高分解能性を得るためには広帯域な測定系が必要となる。実際には、エリアジング (aliasing) 現象を避けるようなサンプリング周波数間隔の設定が必要であり、また、測定ポイント数も機器により制約されるため、広範囲に存在する散乱現象に対する高分解能性の実現が困難となることがある。このような測定系の制約だけでなく、レーダターゲットの識別の際には使用できる周波数帯域に規制があるため、より狭帯域なデータで高分解能性を有する手法が望まれている。

本論文では、高分解能散乱中心推定法としてスーパーレゾリューション法の適用を提案する。その中でも、

[†] 新潟大学工学部情報工学科, 新潟市
Faculty of Engineering, Niigata University, Niigata-shi, 950-21
Japan

^{††} 北海道大学工学部電子工学科, 札幌市
Faculty of Engineering, Hokkaido University, Sapporo-shi, 060
Japan

ネットワークアナライザを用いた電磁波回路測定⁽⁸⁾およびアンテナ利得測定⁽⁹⁾に対する有効性が明らかにされている MUSIC アルゴリズム⁽¹⁰⁾の適用に関する検討を行っている。散乱中心の高分解能推定について Hurst らは Prony 法の適用を検討している⁽¹¹⁾。それは、同種の周波数特性を有する局所的散乱波のみからなるデータに対する適用に限定されており、また、数値計算結果であるため、雑音に対する分解能特性の検討がなされていない。ここでは、議論を明確化するため、特に厳密解の既知である導体球の後方散乱を取り上げる。本散乱体の局所的散乱波は、各々異なる周波数特性を有するため、文献(11)のような簡易な周波数特性の補正は不可能である。しかしながら、MUSIC アルゴリズムでは大きな修正を施すことなく、十分な精度での散乱中心推定が可能となることを明らかにする。また、データ校正時のゲーティングなどの影響を含めたシミュレーションを行い、低 SNR、少スナップショットデータに対する MUSIC アルゴリズム適用の際の入射信号(散乱中心)数の設定法を明らかにした。更にネットワークアナライザ(HP8510B)を用いて構成した RCS 測定系での実験を行い、本手法の高分解能性を示した。

2. 導体球の後方散乱データ

図1に示すような、原点に存在する半径 a の導体球に $-z$ 方向から平面波 (E_i, H_i) が入射するときの後方散乱を考える。よく知られているように、この遠方散乱界は解析的に導出可能であり、以下のように表される⁽¹²⁾。

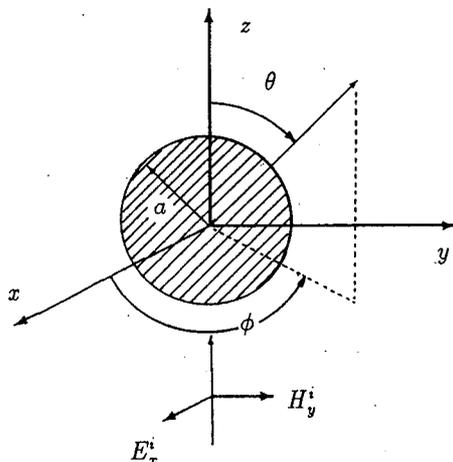


図1 導体球の散乱(座標系)

Fig. 1. Scattering by a conductive sphere (Geometry and coordinate system).

$$E_\theta^s = \frac{jE_i}{kr} e^{-jkr} \cos \phi \sum_{n=1}^{\infty} j^n \left[b_n \sin \theta P_n'(\cos \theta) - c_n \frac{P_n'(\cos \theta)}{\sin \theta} \right] \quad (1)$$

ここで、 E_i は入射電界、 k は波数、 $P_n'(\cdot)$ は第1種ルジャンドル陪関数であり、 $'$ は $\cos \theta$ に関する微分を表す。また、境界条件により決定される展開係数 b_n, c_n は次式で与えられる。

$$b_n = -\frac{j^{-n}(2n+1)}{n(n+1)} \cdot \frac{\hat{J}_n'(ka)}{\hat{H}_n^{(2)'}(ka)}$$

$$c_n = -\frac{j^{-n}(2n+1)}{n(n+1)} \cdot \frac{\hat{J}_n(ka)}{\hat{H}_n^{(2)}(ka)}$$

$\hat{J}_n(\cdot), \hat{H}_n(\cdot)$ は球ベッセル関数であり、ここで $'$ は kr に関する微分を表す。以下、後方散乱界に限定して議論する。すなわち、

$$E_\theta^s = E_\theta^s|_{\theta=\pi, \phi=\pi} \quad (2)$$

とする。

通常、RCS 測定では、特性の既知な他の散乱体の理論値と測定値を用いた校正を施し、散乱データが測定システムの周波数特性、入射電界 (E_0) および距離 (r) に依存しないような規格化を行う^{(4),(7)}。よって、以下の考察では導体球の中心を時刻の基準 ($t=0$) とし、散乱界は規格化されているものとする。

高周波になるに従い、散乱体が波長に比べ大きくなり、ある程度の大きさ以上の領域では、これらの電磁波散乱に対する高周波近似が可能となる。本論文では、そのような高周波散乱の解析を目的としている。式(1)を積分変換留数表示⁽¹⁾することにより、幾何光学解が得られる。導体球の後方散乱の場合、球の表面において反射された幾何光学波および球の表面上を沿う経路をたどり回折するクリーピング波と呼ばれる局所的な散乱成分から構成されるものであると解釈できる。クリーピング波は球の周囲を複数回、回転しながら伝搬するものもあり、無数に存在する。しかしながら伝搬経路の長い高次のクリーピング波は急速に減衰するため、本論文では、幾何光学波およびクリーピング波の中で最も主要な信号である伝搬経路が最短であるもののみを取り扱う。すなわち、導体球は複数回、回転するクリーピング波が、無視できる程度の大きさを有しているものと仮定する。図2は、それらの様子を模式的に表したものである。上記二つの主要な散乱波に着目すると、式(1)、(2)で表される後方散乱界は、幾何光学的な変換を経て近似的に次式のように表される。

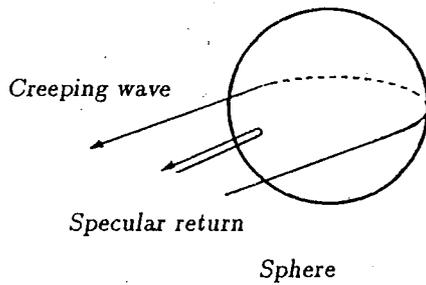


図2 導体球の後方散乱における局所的散乱波
Fig. 2 Local scattering signals in a monostatic RCS measurement of a sphere.

$$r(f) = s_1 e^{-j2\pi f t_1} + s_2 e^{-\alpha f} e^{-j2\pi f t_2} \quad (3)$$

ここで $s_1, s_2 e^{-\alpha f}$ は、幾何光学波の反射係数、クリーピング波の回折係数である。厳密にはクリーピング波の回折係数の位相も周波数特性を有するが MUSIC アルゴリズムの定式化においては、位相の周波数特性は考慮しないことにする。つまり、 α を正の実定数とみなして検討を進める。これにより MUSIC アルゴリズムの推定結果には誤差が含まれることになるが、その影響および対策を考えることは幾何光学波とクリーピング波を狭帯域な周波数領域データで分離することを目的とした本論文の範囲を超えるものである。

式(3)は文献(8)、(9)で論じているデータモデルと類似の形式を有していることがわかる。次節では、このデータモデルに対する MUSIC アルゴリズムの適用を考える。以後の検討においては、データには式(3)で与えられる信号成分に雑音を加算されているものとする。特に混乱の恐れはないので、これを改めて $r(f)$ と表す。

3. MUSIC アルゴリズムの適用

周波数 $f_1 \sim f_L$ において等間隔 Δf でサンプリングされたデータを要素とするデータベクトル \mathbf{r} を考える。

$$\mathbf{r} = [r(f_1), r(f_2), \dots, r(f_L)]^T$$

$$f_i = f_1 + (i-1)\Delta f; \quad i=1, 2, \dots, L \quad (4)$$

ここで T は転置を表す。式(3)、(4)より、データベクトル \mathbf{r} は、

$$\mathbf{r} = \mathbf{A}'\mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (5)$$

ここで、

$$\mathbf{A}' = [\mathbf{a}'_1, \mathbf{a}'_2] \quad (6a)$$

$$\mathbf{a}'_1 = [e^{-j2\pi f_1 t_1}, e^{-j2\pi f_2 t_1}, \dots, e^{-j2\pi f_L t_1}]^T \quad (6b)$$

$$\mathbf{a}'_2 = [e^{-(\alpha + j2\pi t_2) f_1}, e^{-(\alpha + j2\pi t_2) f_2}, \dots, e^{-(\alpha + j2\pi t_2) f_L}]^T \quad (6c)$$

$$\mathbf{s} = [s_1, s_2]^T \quad (6d)$$

であり、 \mathbf{n} は測定に伴う雑音成分を表すベクトル、

$$\mathbf{n} = [n(f_1), n(f_2), \dots, n(f_L)]^T \quad (6e)$$

である。式(5)~(6e)より雑音と局所的な散乱波が無相関ならば、MUSIC法の適用が可能となることが予想される。雑音に関する検討は、後のシミュレーションで行う。

周波数データへの MUSIC 法の適用では、信号相関抑圧処理が必要となる⁽⁸⁾。サブアレー化されたデータベクトルの処理のみで相関抑圧を可能とする空間スムージング法⁽¹³⁾による前処理 (Spatial Smoothing Preprocessing, SSP) は、周波数データの処理においても簡易で有効な手法である。式(4)への SSP の適用を考える。データベクトル \mathbf{r} から次のような M 個のサブアレーを作る。

$$\mathbf{r}_m = [r(f_m), r(f_{m+1}), \dots, r(f_{m+N-1})]^T$$

$$m=1, 2, \dots, M \quad (7)$$

サブアレー内の測定点数 (N) は $L-M+1$ である。ここで、式(5)より、

$$\mathbf{r}_m = \mathbf{A} \mathbf{D}^{m-1} \mathbf{s} + \mathbf{n}_m \quad (8)$$

但し \mathbf{D} は 2 行 2 列の対角行列であり、

$$\mathbf{D} = \text{diag}\{e^{-j2\pi \Delta f t_1}, e^{-(\alpha + j2\pi t_2) \Delta f}\} \quad (9a)$$

である。但し、 \mathbf{A} 、 \mathbf{n}_m はそれぞれ以下に表されているように $N \times 2$ 行列、 N 次元ベクトルである。

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2] \quad (9b)$$

$$\mathbf{a}_1 = [e^{-j2\pi f_1 t_1}, e^{-j2\pi f_2 t_1}, \dots, e^{-j2\pi f_N t_1}]^T \quad (9c)$$

$$\mathbf{a}_2 = [e^{-(\alpha + j2\pi t_2) f_1}, e^{-(\alpha + j2\pi t_2) f_2}, \dots, e^{-(\alpha + j2\pi t_2) f_N}]^T \quad (9d)$$

$$\mathbf{n}_m = [n(f_m), n(f_{m+1}), \dots, n(f_{m+N-1})]^T \quad (9e)$$

式(8)のデータベクトル \mathbf{r}_m から、次のような相関行列 \mathbf{R}_{SSP} を作る。

$$\mathbf{R}_{SSP} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M E[\mathbf{r}_m \mathbf{r}_m^H] \quad (10)$$

ここで $E[\cdot]$ はアンサンブル平均、 H は複素共役転置を表す。SSPによる相関抑圧では、サブアレー数が入射信号数(ここでは2個)以上である場合には信号相関が抑圧(相関係数が1未満)され、MUSIC法の適用が可能となる。

MUSIC アルゴリズムは、相関行列 \mathbf{R}_{SSP} の固有値解析結果を用いた手法である。今、雑音と各散乱波が無相関であり、雑音は以下の性質を有するものと仮定する。

$$E[n(f_i) n(f_j)^*] = \begin{cases} \sigma^2 & i=j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (11)$$

ここで $*$ は複素共役、 σ^2 は雑音電力を表している。こ

の場合、 R_{SSP} の固有値 ($\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$) およびそれらの固有値に対応する固有ベクトル (e_1, e_2, \dots, e_N) には、以下の性質が成立する。

(1) 入射信号数に等しい個数 (d 個; 先の定式化では 2) の大きな固有値が現れ、他の固有値の大きさは雑音電力に等しい。すなわち、固有値は次のような分布を示す。

$$\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_d > \lambda_{d+1} = \lambda_{d+2} = \dots = \lambda_N (= \sigma^2) \quad (12)$$

(2) 各々の信号の散乱中心 (遅延時間) 情報を有する行列 A の列ベクトル (それらは信号部分空間を張る) と、雑音電力に等しい固有値に対応する固有ベクトル (これらは雑音部分空間を張る) は、互いに直交する。すなわち、

$$\{a_1, a_2, \dots, a_d\} \perp \{e_{d+1}, e_{d+2}, \dots, e_N\} \quad (13)$$

上式の直交関係を用いて、各々の散乱波の散乱中心 (遅延時間) t_i ($i=1 \sim d$) を推定する。各々の入射信号が周波数特性をもたない場合には、一般に次の関数のピークに対応する時刻より検出される。

$$P_{music}(t) = \frac{a(t)^H a(t)}{a(t)^H E_N E_N^H a(t)} \quad (14)$$

ここで、

$$E_N = [e_{d+1}, e_{d+2}, \dots, e_N] \quad (15 a)$$

$$a(t) = [e^{-j2\pi f_1 t}, e^{-j2\pi f_2 t}, \dots, e^{-j2\pi f_N t}]^T \quad (15 b)$$

本問題では、 a_2 に減衰に関与する項が含まれるため、式 (15 b) により a_2 を表すことができない。減衰も考慮した次式、

$$P_{music}(\alpha, t) = \frac{a(\alpha, t)^H a(\alpha, t)}{a(\alpha, t)^H E_N E_N^H a(\alpha, t)} \quad (16 a)$$

$$a(\alpha, t) = [e^{-(\alpha+j2\pi t)f_1}, e^{-(\alpha+j2\pi t)f_2}, \dots, e^{-(\alpha+j2\pi t)f_N}]^T \quad (16 b)$$

あるいは、上式のような (α, t) に関する 2 次元掃引の代わりに Prony 法, Kumaresan-Tufts 法 (KT 法)⁽¹⁴⁾, Root-MUSIC 法⁽¹⁵⁾ などのように高次方程式の根として (α, t) を求める手法の適用により、正確な散乱中心の検出が可能となる。

このような SSP 法により前処理された MUSIC アルゴリズム (MUSIC-SSP 法) は、任意の係数 b_k ($k=1 \sim d$) により、

$$r(f_n) = - \sum_{k=1}^d b_k r(f_{n-k}) \quad (17)$$

と表すことの可能な周波数系列 (AR モデル) に対して適用可能である。指数関数的に減衰する信号 (周波数特性をもたない場合も含む) からなる散乱データは上式を満足する。本論文では取り上げていないエッジ回折波、コーナ回折波を含む散乱データでは、式 (17) は

厳密には成立しないので誤差が増加するが、周波数に対する変化率が少ないため、本手法が近似的な散乱中心推定法として適用可能となることが予想される。

4. シミュレーションによる分解能特性評価

半径 5 cm の導体球の 5~6 GHz 付近の後方散乱シミュレーションデータを用いて、MUSIC-SSP 法の分解能性の検討を行う。光線経路から予想される散乱中心は、幾何光学波、クリッピング波、それぞれ、-0.333 ns, 0.524 ns である。シミュレーションデータは式 (1), (2) に基づき計算された厳密解を規格化し、ガウス雑音を付加したものである。以下、SNR は次式の定義からわかるように、雑音電力に対する幾何光学波電力の比を表している。

$$(\text{SNR of data}) = 10 \log \frac{\pi a^2}{\sigma^2} \quad (\text{dB})$$

散乱測定では、SNR の低いデータを処理しなければならない場合が多い。図 3 (a), (b) は SNR が、それ

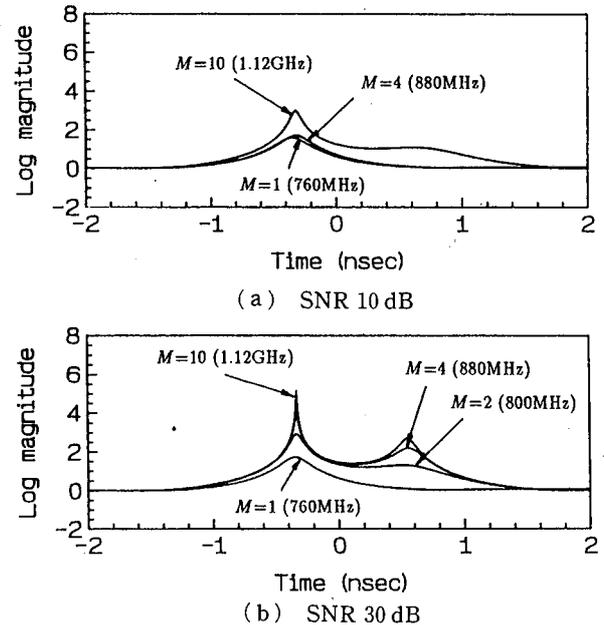


図 3 MUSIC-SSP 法による導体球の後方散乱時間領域推定シミュレーション結果 (1)。ターゲット球の直径は 100 mm, $f_1=5.0$ GHz, $\Delta f=40$ MHz, $N=20$, $\hat{d}=2$, 50 スナップショット, () 内の数値は使用した周波数帯域幅。

Fig. 3 Simulation results of time-domain estimation of back-scattered signals from a conductive sphere using the MUSIC-SSP (1). Diameter of a sphere is 100 mm. $f_1=5.0$ GHz, $\Delta f=40$ MHz, $N=20$, $\hat{d}=2$, 50 snapshots. The value in the parenthesis denotes the required frequency bandwidth.

ぞれ、10, 30 dB 時のデータに対して MUSIC-SSP 法を適用し、式(14)による1次元掃引による推定を行った結果である。ここでは、50 スナップショットのデータから相関行列 (R_m) を推定し、 $f_1=5$ GHz, $\Delta f=40$ MHz, $N=20$ として解析を行った。図中の ' M ' はサブアレー数、括弧内の数値は使用した全周波数帯域幅である。また \hat{d} は入射信号数 d の推定値である。従って、式(15 a)で与えられる E_N は $N-\hat{d}$ の列要素を有する。主要な散乱波が2波であることは先に述べたが、図3(a) (SNR=10 dB) では $M=10$ のときであっても2, 3番目間の固有値のレベル差が小さく(2~3 dB程度)、固有値からの信号数同定は困難であった。また、クリーピング波に対応するピークもほとんど検出されていない。SNRが30 dBである図3(b)の ' $M=10$ ' では、このレベル差が約19 dBとなり、クリーピング波に対応するピークも明りょうに確認することができた。推定された散乱中心は幾何光学波、クリーピング波それぞれ、 -0.331 ns, 0.547 nsであった。これらの推定値はSNRが無限大の場合とほぼ一致していた。球の表面での回折伝搬により、クリーピング波の散乱中心が光線経路長に比べ後ろに表れる様子が推定されている。また、同図からわかるように、周波数特性を有するクリーピング波のピークは幾何光学波のそれに比べ鈍る。これは、前章で論じたように掃引ベクトル ($\mathbf{a}(t)$) とクリーピング波のモードベクトル (\mathbf{a}_2) が一致しないためである。但し、スナップショットの有限性により幾何光学波に対応するピークも発散してはいない。KT法を用いて同様に幾何光学波、クリーピング波の遅延時間推定を行ったが、これらの推定値は先に示した MUSIC-SSP 法による推定値と誤差1 ps以下で一致しており、本問題では1次元掃引による散乱中心推定は、十分な精度を有していることを確認した。相関抑圧の程度 (M の変化) による推定結果の表示が簡易であるため、以下、すべて式(14)による1次元掃引を用いる。

実際の散乱データでは、ターゲットが存在する場合、存在しない場合の差をとり、送受信アンテナ間の結合、電波無響室壁面等の不要散乱波の影響を軽減する。一般にこの処理のみでは十分なダイナミックレンジを確保することが困難であり、タイムドメイン機能を有する測定系では、更に時間領域においてゲーティング機能を用いて主要な散乱成分のみを取り出し、再び周波数領域に変換することにより、高精度な測定を実現している。すなわち、ターゲットとある程度離れた遅延

時間を有する不要散乱波等は、ゲーティングにより低減される。校正用散乱体に対しても同様な測定を行い、それらを用いて測定系の周波数特性の校正を行う。更に校正後のデータに対してタイムドメイン機能を適用し、残存している誤差成分の更なる抑圧を行い、校正された散乱データが得られる⁽⁴⁾。このようにゲーティングが用いられるため、先のシミュレーションは必ずしも実験データには対応していない。また、MUSIC-SSP法の適用の際には、数多くのスナップショットの取得は測定に要する時間、データ容量の点からも好ましくなく、少ないスナップショットでの適用が望まれる。

そこで、先に用いたデータ(周波数帯域4.5~6.5 GHzの理論値)から1スナップショット取り出し、IFFTにより時間領域応答を求め、ゲーティング処理により主要散乱波(幾何光学波、クリーピング波)を抽出した周波数領域データを作成した。このシミュレーションデータは実験データをより現実的に模擬したことになる。時間領域でのゲーティングの様子を図4に示した。同図より、ゲート外に存在する不規則な雑音の応答が抑圧されている様子がわかる。このようなゲーティングによる時間領域フィルタリングは、周波数領域データのSNRを改善し、そのため MUSIC アルゴリズム適用時のスナップショット数の軽減を図ることが可能となる⁽¹⁷⁾。

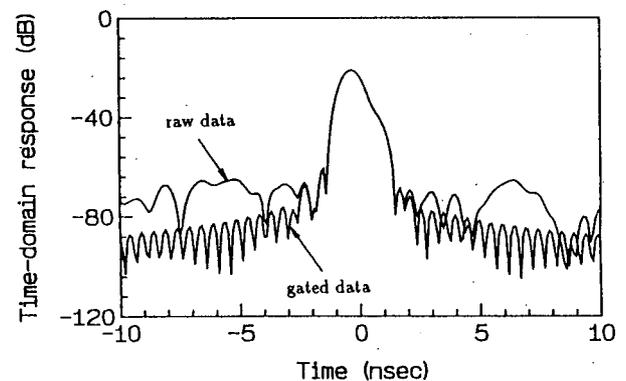


図4 ゲーティングを用いた雑音抑圧。4.5~6.5 GHzの周波数領域データ使用、SNR=30 dB、ゲートの中心、幅はそれぞれ0.0 ns、5.0 ns(ゲートの形状はネットワークアナライザ HP8510BのNORMALを用いた)

Fig. 4 Noise suppression by gating. Frequency-domain data from 4.5 GHz to 6.5 GHz are used for the IFFT. SNR=30 dB. Gate center and span are 0.0 ns and 5.0 ns, respectively. The gate shape "NORMAL" is employed in the network analyzer.

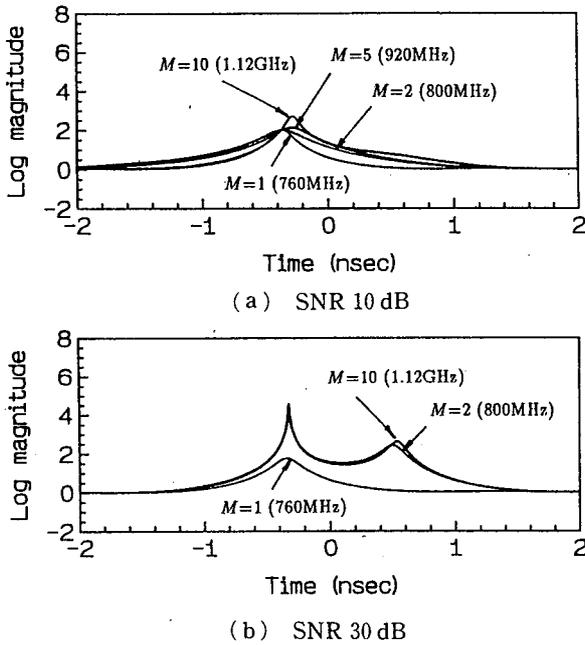


図 5 MUSIC-SSP 法による導体球の後方散乱時間領域推定シミュレーション結果(2)。ターゲット球の直径は 100 mm, $f_1=5.0$ GHz, $\Delta f=40$ MHz, $N=20$, $\bar{d}=2$, ゲーティング処理された 1 スナップショットデータ使用。()内の数値は使用した周波数帯域幅。

Fig. 5 Simulation results of time-domain estimation of back-scattered signals from a conductive sphere using the MUSIC-SSP (2). Diameter of a sphere is 100 mm. $f_1=5.0$ GHz, $\Delta f=40$ MHz, $N=20$, $\bar{d}=2$. Single snapshot data preprocessed by gating are used. The value in the parenthesis denotes the required frequency bandwidth.

上記のようなゲーティングを施したデータの解析結果を図 5 (a), (b) に示した。スナップショット数が 1 である以外、解析パラメータ ($N, M, \Delta f$) はすべて図 3 (a), (b) と共通である。図 5 (b) において顕著に表れているように、スナップショット数が減少したにもかかわらず SNR の改善により、更に狭帯域データでの分離検出が実現されている ($M=2$)。図 5 (b) の ' $M=10$ ' での散乱中心推定値は、それぞれ、 -0.326 ns, 0.530 ns であった。1 スナップショットのため式 (11) は評価できず、更にゲートによって雑音の白色性も満たされなくなるため、先の結果と比較して散乱中心の推定値には若干の誤差が生じていることがわかる。

このように極端に少ないスナップショットデータに対する MUSIC 法の適用の場合における固有値は式 (12) とは異なる分布を示す。今スナップショット数を P とし、 p 番目のスナップショットの第 m サブアレー

の雑音ベクトルを $\mathbf{n}_m^{(p)}$ とすると、相関行列 \mathbf{R}_{SSP} は以下のように表される。

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{SSP} &= \frac{1}{MP} \sum_{m=1}^M \sum_{p=1}^P \{ \mathbf{A} \mathbf{D}^{m-1} \mathbf{s} + \mathbf{n}_m^{(p)} \} \{ \mathbf{A} \mathbf{D}^{m-1} \mathbf{s} + \mathbf{n}_m^{(p)} \}^H \\ &= \mathbf{A} \mathbf{S}_{SSP} \mathbf{A}^H + 2 \operatorname{Re} \left[\frac{1}{P} \frac{1}{M} \sum_{p=1}^P \sum_{m=1}^M \mathbf{A} \mathbf{D}^{m-1} \mathbf{s} \mathbf{n}_m^{(p)H} \right] \\ &\quad + \frac{1}{P} \frac{1}{M} \sum_{p=1}^P \sum_{m=1}^M \mathbf{n}_m^{(p)} \mathbf{n}_m^{(p)H} \end{aligned} \quad (18a)$$

但し、

$$\mathbf{S}_{SSP} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \mathbf{D}^{m-1} \mathbf{s} \mathbf{s}^H (\mathbf{D}^*)^{m-1} \quad (18b)$$

式(18 a)より、 MP が小さな場合には、信号と雑音の相関項の残存を無視できないことがわかる。上式から $MP < N$ において、 \mathbf{R}_{SSP} のランクは、

$$\operatorname{rank}[\mathbf{R}_{SSP}] = \max(d, MP) \quad (19)$$

となる。従って、 $MP+1 \sim N$ 番目の固有値の大きさはゼロとなり、信号間の相関抑圧が十分になされた場合の固有値分布は次のようになる。

$$\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_d \gg \lambda_{d+1} \geq \dots \geq \lambda_{MP} > \lambda_{MP+1} = \dots = \lambda_N (=0) \quad (20)$$

信号と雑音の相関が残存していることから $\lambda_{d+1} \sim \lambda_{MP}$ の固有値にも信号電力に関与する成分が混入している。よって、これらに対応する固有ベクトル ($\mathbf{e}_{d+1} \sim \mathbf{e}_{MP}$) は信号部分空間との結合を有しており、式(15 a)の \mathbf{E}_N に含むことは適当でなく、信号数を MP とみなし ($\bar{d}=MP$)、 \mathbf{E}_N を新たに次のように定義することが妥当である。

$$\mathbf{E}_N = [\mathbf{e}_{MP+1}, \mathbf{e}_{MP+2}, \dots, \mathbf{e}_N] \quad (21)$$

式(18 a)からわかるように固有ベクトル $\mathbf{e}_{MP+1}, \mathbf{e}_{MP+2}, \dots, \mathbf{e}_N$ はベクトル $\mathbf{A} \mathbf{D}^{m-1} \mathbf{s} + \mathbf{n}_m$ ($m=1, 2, \dots, M$; $p=1, 2, \dots, P$) に直交している。これらの固有ベクトルは雑音の影響のため $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$ によって張られる信号部分空間 ($\mathbf{A} \mathbf{D}^{m-1} \mathbf{s}$, $m=1, 2, \dots, M$ によって張られる部分空間に一致する) に厳密には直交しないが、ゲーティング処理によって雑音が十分抑圧されているならば、近似的に直交性が成立し、式(14)の掃引によって信号の時間応答推定が可能となる。 $\bar{d}=MP|_{p=1}$ として図 5 (a), (b) で用いたデータを処理した結果を図 6 (a), (b) に示す。図 6 (a) において顕著に表れているように、図 5 (a) では検出不可能であったパラメータでの散乱中心の検出が可能となっており、明らかな分解能特性の改善が認められる。また、図 6 (b), ' $M=10$ ' での散乱中心推定値はそれぞれ、 -0.330 ns, 0.538 ns となり、図 5 (b) の $M=10$ の結果に比べ、50 スナップショットを用いた結果 (図 3 (b), $M=10$)

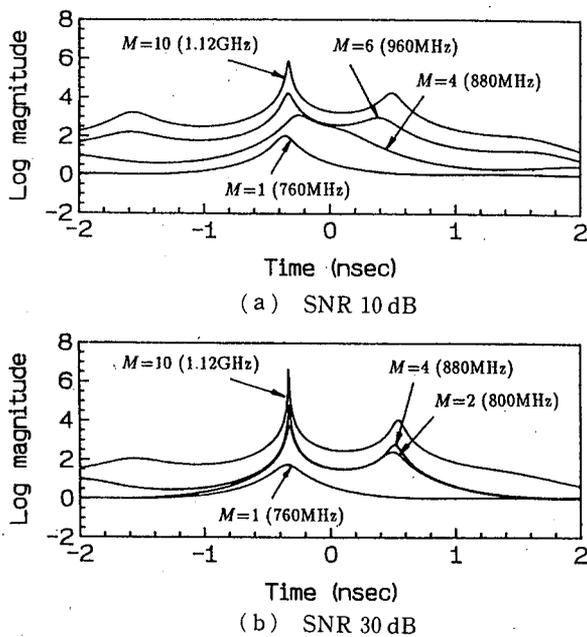


図 6 MUSIC-SSP 法による導体球の後方散乱時間領域推定シミュレーション結果(3)。ターゲット球の直径は 100 mm, $f_1=5.0$ GHz, $\Delta f=40$ MHz, $N=20$, $\hat{d}=M$, ゲーティング処理された 1 スナップショットデータ使用。()内の数値は使用した周波数帯域幅。

Fig. 6 Simulation results of time-domain estimation of back-scattered signals from a conductive sphere using the MUSIC-SSP (3). Diameter of a sphere is 100 mm. $f_1=5.0$ GHz, $\Delta f=40$ MHz, $N=20$, $\hat{d}=M$, Single snapshot data preprocessed by gating are used. The value in the parenthesis denotes the required frequency bandwidth.

に、より近い値となっている。同図には主要 2 波以外のピークも見られるが、SNR の向上に伴いピーク値が減少することからゲーティングによって取り除かれなかった雑音成分の影響であると考えられる。これらのピークが有為なものであるかの判断は、最終的な信号パラメータ (s_i) の推定値 (振幅) から推定可能である。

5. 実験結果

前章のシミュレーションにより、ゲーティングを用いた校正を施した散乱周波数データに対する MUSIC-SSP 法の有効性が示された。本章では、実験によりシミュレーション結果を検証すると共に、本手法がフーリエ変換法を超える分解能を有することを示す。

実験はネットワークアナライザ (HP8510B) および周波数コンバータ (HP8511A) により構成された quasi-MONOSTATIC RCS 測定系により行われた。送信/受信アンテナは、ともに EMCO model 3115

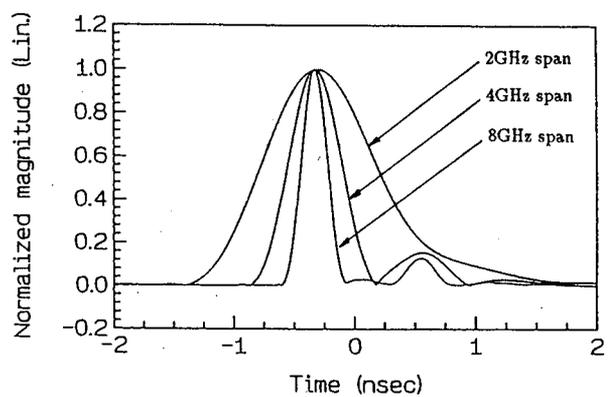


図 7 IFFT 法による導体球の後方散乱時間領域推定実験結果, 2 GHz span: 測定周波数帯域 4.5~6.5 GHz, 4 GHz span: 測定周波数帯域 3.0~7.0 GHz, 8 GHz span: 測定周波数帯域 2.0~10.0 GHz.

Fig. 7 Experimental results of time-domain estimation of back-scattered signals from a conductive sphere using the IFFT. 2 GHz span: The measurement frequency band is from 4.5-6.5 GHz. 4 GHz span: The measurement frequency band is from 3.0-7.0 GHz. 8 GHz span: The measurement frequency band is from 2.0-10.0 GHz.

(operating frequency 1~18 GHz) である。本実験では、散乱ターゲットを 101.6 mmφ の導体球とし、校正標準として 85 mmφ の導体球を用い、引き算およびゲーティングを用いた校正処理⁽⁴⁾を施した。測定は電波無響室内で行っており、アンテナ、ターゲット間の距離はおよそ 3.7 m である。

図 7 に 2, 4, 8 GHz の周波数帯域幅のデータによる IFFT 時間領域波形を示す。同図より、8 GHz 程度の帯域幅を有する測定系では、IFFT 法による局所的な散乱波の明りょうな分離検出が可能であるが、帯域幅が 2 GHz 以下である比較的狭帯域な系ではクリーピング波の存在を確認することができないことがわかる。

MUSIC-SSP 法による散乱中心推定では、この 2 GHz の帯域幅の校正データ (1 スナップショット、ゲート中心 0.0 ns, ゲート幅 5.0 ns, ゲートの形状はネットワークアナライザ HP8510B の NORMAL) を用いた。図 8 (a), (b) に推定結果を示す。図 8 (a) は入射信号数を 2 波 ($\hat{d}=2$), 図 8 (b) は M 波 ($\hat{d}=M$) とみなして、時間領域掃引を行った結果である。これらの図より、入射信号数を SSP により分離可能な最大信号数 (M) にすることにより、本手法のピーク検出能力が改善されることが確認できる。このように本測定データでは、MUSIC-SSP 法により 1 GHz 程度の帯域幅 (但し、ゲーティングによる校正には 2 GHz の周波

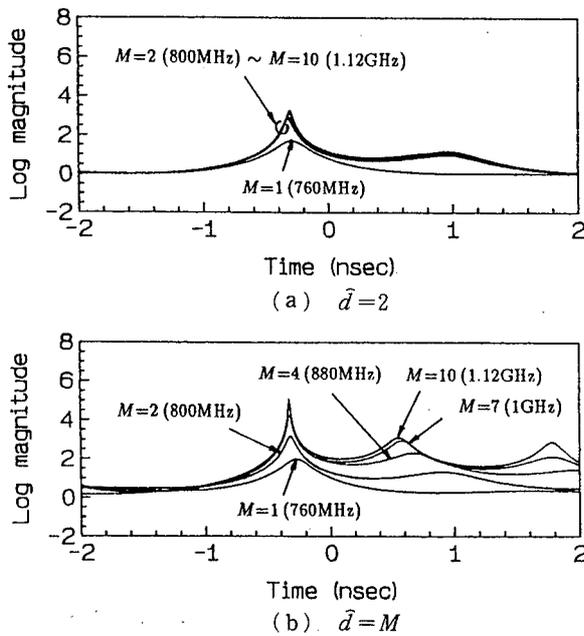


図 8 MUSIC-SSP 法による導体球の後方散乱時間領域推定実験結果。ターゲット球の直径は 101.6 mm, $f_1 = 5.0$ GHz, $\Delta f = 40$ MHz, $N = 20$, ゲーティング処理された 1 スナップショットデータ使用。() 内の数値は使用した周波数帯域幅。

Fig. 8 Experimental results of time-domain estimation of back-scattered signals from a conductive sphere using the MUSIC-SSP. Diameter of a sphere is 101.6 mm, $f_1 = 5.0$ GHz, $\Delta f = 40$ MHz, $N = 20$. Single snapshot data preprocessed by gating are used. The value in the parenthesis denotes the required frequency bandwidth.

数帯域幅を使用) での分離検出が実現されている。但し、図 8 (b) での $M = 7, 10$ では、 $t = 1.8$ ns 付近に他の散乱波の存在が検出されているが、これは、後述するようにターゲット近傍に存在している物体(ターゲットのマウント等)の影響が校正により完全に取除かれなかったことなどによるものであると考えられる。

以上より、本手法が、幾何光学波、クリーピング波を含むような散乱データに対しても、IFFT 法に比べ優れた散乱中心検出能力を有することが明らかとなった。これらの推定結果の M 値による波形の変化は、シミュレーションで示された SNR が 30 dB 時の結果とほぼ同様な傾向を示している。測定系のダイナミックレンジ (70 dB 程度) から予想される SNR との差異は、校正誤差によりゲート内部に残存した散乱波(ターゲットマウント)などの影響によるものであると考えられる。図 9 に 8 GHz の周波数帯域幅 (2~10 GHz) を用いた場合の IFFT による時間領域推定結果を示した。これはゲーティングによる雑音抑圧処理を施された波形であり、 $t < -0.7$ ns, $t > 2.0$ ns では、雑音お

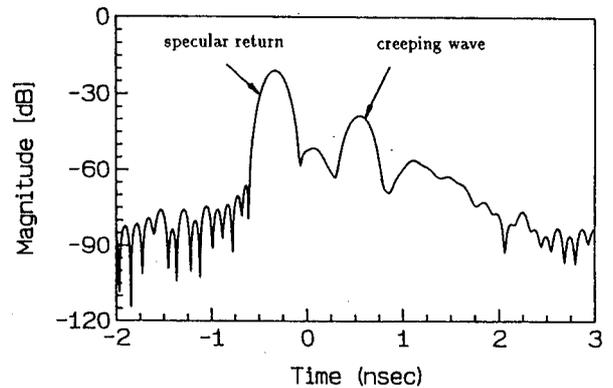


図 9 実験に用いた球の近傍に存在する散乱成分の応答。2~10 GHz の周波数領域データを用いた IFFT の結果

Fig. 9 Scattered signals around the sphere used for the experiments. The IFFT results using the frequency-domain data from 2 GHz through 10 GHz.

よび周囲の不要な応答が抑圧されていることがわかる。このデータは 8 GHz の帯域幅を用いた校正データのため、ゲート幅を 4.0 ns としており、MUSIC-SSP 法適用データとは異なる。図 9 において見られるゲーティングにより完全に除去することのできなかった $t = 0.0$ ns 付近のターゲットのマウントおよび $t = 1.2$ ns 付近以降に現れている不要な応答(電波無響室壁面からのクラッタ状の不要散乱波)は、MUSIC-SSP 法を適用した 2 GHz の帯域幅の校正データのゲート内部にも存在しているものと考えられるが、図 8 (b) ではそれが認められない。また、図 8 (b) においては、 $t = 1.8$ ns 付近にピークが現れているが ($M = 7, 10$)、図 9 には、それに対応する明りょうな信号は認められない。従って、 $t = 1.8$ ns の応答は実際の信号に対応していないピーク(スプリアスピーク)と言える。ここで MUSIC-SSP 法が主要な散乱波以外の応答を正しく検出できなかった理由を考察する。MUSIC-SSP 法が正しく動作するためには、①散乱中心(その周波数特性は著しくないとする)が時間領域において離散的に存在していること(推定モデルが式(5)で定式化されること)、②それらの総数がサブアレーの大きさ (N) より小さいこと、③各散乱波がある程度高い SN 比を有していることが必要である。同じ SN 比を有する散乱波であっても近傍にはるかに大きな散乱波が存在する場合には、その分離検出が困難となることがある。このように MUSIC-SSP 法には散乱波推定の限界が存在している。図 9 の $t = 1.2$ ns 以降の応答は、散乱波が連続的に存在しているか、若しくは、微弱な離散的散

乱波が多数存在しているものと考えられる。従って、上述の①, または, ②の条件が満たされていないと言える。これにより, $t=1.2$ ns 付近にはピークが認められないと共に, 1.8 ns 付近にスプリアスピークが生じたものと考えられる。また, $t=0$ ns 付近のマウントの応答は, 時間領域で 30 dB も大きな反射波がその近傍に存在するため, 狭帯域なデータを用いた MUSIC-SSP 法では検出できなかったものと思われる。

先に述べたように, $t=1.2$ ns 以降の不要散乱波は, クラッタ状に無数の不要散乱成分が存在しているものと考えられる。1 スナップショットのみでの適用では, それらの電力レベルを推定することは困難であるが, シミュレーションとの比較から, 本実験における不要散乱波の影響は, 先に示した SNR=30 dB 時の 1 スナップショットデータのゲート内部に残存した誤差成分とほぼ等価であったと考えられる。

6. むすび

本論文では, 導体球の後方散乱を取り上げ, 電磁波散乱問題における MUSIC アルゴリズムの有効性をシミュレーション, 実験を通して明らかにした。周波数特性を有する散乱波(クリーピング波)が存在する場合においても, 従来の 1 次元の掃引関数による散乱中心の検出精度は十分と考えられる。更に, 少ないスナップショットデータに対し本手法を適用した際の固有値分布から入射信号数の設定条件を考察した。特に, ゲーティングを施されている 1 スナップショットの散乱データでのシミュレーションで示したように, 入射信号数を主要散乱中心数より大きく設定することが, MUSIC アルゴリズムの分解能向上に効果的であることを明らかにした。これは, 電磁波回路, アンテナ測定などの他の問題に対しても有効である。

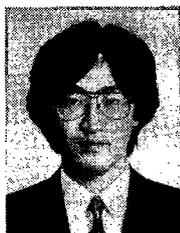
実験結果が明らかにしているように, 本手法は IFFT 法に比べ優れたレスポンス分解能を有するため, 従来法の限界を超えた散乱中心の分離検出を可能とするものである。本論文では取り上げなかったエッジ回折波, コーナ回折波に関しても, 周波数特性が緩やかなため, 本手法による推定が有効であると予想される。反射/回折係数の推定には, 本手法で得られた散乱中心をもとに文献(16)等の手法の利用が考えられる。種々の散乱波に対する適用および回折係数の推定精度を明らかにすることは, 今後の検討課題として残されている。

文 献

- (1) James G. L.: "Geometrical Theory of Diffraction for Electromagnetic Waves", Peter Peregrinus, UK, 2nd edition (1981).
- (2) Kennaugh E. M.: "The scattering of short electromagnetic pulses by a conducting sphere", Proc. IRE (correspondence), **49**, 1, pp. 380 (Jan. 1961).
- (3) Bennett C. L. and Ross G. F.: "Time-domain electromagnetics and its applications", Proc. IEEE, **66**, 3, pp. 299-318 (March 1978).
- (4) Walton E. K. and Young J. D.: "The Ohio State University compact radar cross-section measurement range", IEEE Trans. Antennas and Propagat., **AP-32**, 11, pp. 1218-1223 (Nov. 1984).
- (5) Dominek A. K., Peters L., Jr, and Burnside W. D.: "A time domain technique for mechanism extraction", IEEE Trans. Antennas and Propagat., **AP-35**, 3, pp. 305-312 (March 1987).
- (6) Dybdal R. B.: "Radar cross section measurements", Proc. IEEE, **75**, 4, pp. 498-516 (April 1987).
- (7) Dybdal R. B.: "Radar cross-section measurements with the HP8510 network analyzer", Hewlett-Packard Tech. Note 8510-2 (April 1985).
- (8) Yamada H., Ohmiya M., Ogawa Y. and Itoh K.: "Superresolution techniques for time-domain measurements with a network analyzer", IEEE Trans. Antennas and Propagat., **39**, 2, pp. 177-183 (Feb. 1991).
- (9) Yamada, H., Ogawa Y. and Itoh K.: "Antenna gain measurements in the presence of unwanted multipath signals using a superresolution technique", IEICE Trans. Commun., **E76-B**, 6, pp. 694-702 (June 1993).
- (10) Schmidt R. O.: "Multiple emitter location and signal parameter estimation", IEEE Trans. Antennas and Propagat., **AP-34**, 3, pp. 276-280 (March 1986).
- (11) Hurst M. P. and Mittra R.: "Scattering center analysis via Prony's method", IEEE Trans. Antennas and Propagat., **AP-35**, 8, pp. 986-988 (Aug. 1987).
- (12) Harrington R. F.: "Time-Harmonic Electromagnetic Fields", McGraw-Hill, New York (1961).
- (13) Shan T. J., Paulraj A. and Kailath T.: "On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals", IEEE Trans. Acoust., Speech and Signal Processing, **ASSP-33**, 4, pp. 806-811 (Aug. 1985).
- (14) Tufts D. W. and Kumaresan R.: "Estimation of frequencies of multiple linear prediction perform like maximum likelihood", Proc. IEEE, **70**, 9, pp. 975-989 (Sept. 1982).
- (15) Rao B. D. and Hari K. V. S.: "Performance analysis of Root-MUSIC", IEEE Trans. Acoust., Speech and Signal Processing, **37**, 12, pp. 1939-1949 (Dec. 1989).
- (16) Ksienski D. A.: "A method of resolving data into two maximally smooth components", Proc. IEEE, **73**, 1, pp. 166-168 (Jan. 1985).
- (17) Ogawa Y., Nakajima T., Yamada H. and Itoh K.: "A superresolution technique for antenna pattern measure-

ments", IEICE Trans. Commun., E76-B, 12, pp. 1532-1537 (Dec. 1993).

(平成5年7月12日受付, 10月12日再受付)



山田 寛喜

昭63 北大・工・電子卒, 平5 同大大学院博士課程了。同年新潟大・工・助手, 現在に至る。この間, 高分解能時間領域測定法を用いた電磁波回路, アンテナ, 散乱測定に関する研究に従事。IEEE 会員, 工博。



小川 恭孝

昭48 北大・工・電子卒, 昭53 同大大学院博士課程了, 昭54 北大・工・電子講師, 昭55 同助教授, 現在に至る。この間, アダプティブアレーアンテナ, 高分解能時間領域測定法, 放送衛星による時刻と周波数の精密比較, デジタル通信システムに関する研究に従事。昭53 年度丹波記念賞, 昭56 年度本会学術奨励賞各受賞。平4~5 米国オハイオ州立大にて高分解能時間領域測定法に関する研究に従事。IEEE 会員, 工博。



伊藤 精彦

昭38 北大・工・電気卒, 昭40 同大大学院修士課程了。同年北大・工・電子講師, 昭41 同助教授, 昭54 同教授, 現在に至る。この間, 電磁波, アンテナ, 情報伝送, 放送衛星による時刻と周波数の精密比較, スーパーレゾリューション法を用いた電磁波測定, 太陽発電衛星等の研究に従事。昭43 年度米沢賞, 平3 SPS 91 論文賞各受賞。昭45~46 米国シラキュース大にてアンテナシステムに関する研究に従事。IEEE, テレビジョン学会各会員, 工博。