論 文

EM-MODE法を用いた不等間隔アレーによる高分解能到来方向推定

中澤 達也[†] 山田 寛喜[†] 山口 芳雄[†]

EM-MODE in High Resolution DOA Estimation for Nonuniform Array

Tatsuya NAKAZAWA[†], Hiroyoshi YAMADA[†], and Yoshio YAMAGUCHI[†]

あらまし 近年，移動通信や各種無線通信のための電波伝搬環境の高分解能推定手法としてスーパレゾリューション法が注目されている．また，到来方向推定問題で用いられるアレー形状に関しても，等間隔アレーに限定せず，様々なアレー配置に対する検討が試みられている．Weissらにより，不等間隔に並べられたアレーに対してEM法とIQML法を適用し，仮想的な等間隔アレーを実現する手法が提案されているが，本論文では，このアルゴリズムに基づいたEM-MODE法を用いて，不等間隔アレーによるコヒーレント波の到来方向推定，及び改善処理の提案を行っている．そして，従来のEM-MODE法では推定が困難な場合に対して，改善処理を適用することにより，推定成功確率の向上が可能となることを示している．また，本手法を適用した場合の到来方向推定誤差について検討を行い，実在素子を等間隔に配置した場合と比較して，優れた特性を有することを示している．

キーワード スーパレゾリューション法，到来方向推定，MODE法，EM法，不等間隔アレー

1. まえがき

近年，移動通信や各種無線通信のための電波伝搬環境の推定手法が数多く検討されている．そのなかでも高分解能性を有するスーパレゾリューション法が注目されている[1]．MODE法[2]，IQML法[3]などのスーパレゾリューション法は最ゆう法に基づいており，MUSIC法[4]，ESPRIT法[5]とは異なり，SSP法[6]などの相関抑圧前処理を用いることなく，直接コヒーレント波を分離できるという特徴を有する[7]．したがって，サブアレー化の必要がないため，アレー長を有効に活用した到来方向（DOA: Direction-of-Arrival）推定が実現できる．

一般に，いかなるスーパレゾリューション法を用いた場合であっても，雑音及びスナップショット数が有限であるため，完全なデータ共分散行列の推定は不可能であり，その分解能・推定精度はアレー長に依存する．また，実際のシステム構築においては，素子数の決定が重要な問題であり，到来が予想される信号数を分離できる最小のアレー素子数で実現することが好ましい．一方，一般にコヒーレント波を取り扱うスーパレゾリューション法はいずれもアレー素子は等間隔でなければならず，加えてすべての角度で正しく到来方向推定を行うためにはアンビギュイティが生じないよう配置する必要がある．

したがって，高精度な到来方向推定を実現するには，以上の条件を考慮し，限られた素子数で到来方向推定精度をどのように改善するかが問題となる．Weissらは不等間隔に並べたアレー対して，EM-IQML法を用いた到来方向推定法について報告している[8]．ここでの“不等間隔”は，各素子がある基本間隔（例えば半波長）の整数倍の位置に並べられたアレーという意味で使われている（すなわちsub-lattice array）．したがって，基本的には半波長で並べられているが，いくつかの素子を省略し，アレー長を長くしたアンテナアレーにおけるDOA推定法である．この手法では，省略された素子のデータをEM法[9]により内挿することにより，等価的に等間隔リニアアレーを実現し，スーパレゾリューション法の適用を可能にしている．したがって，実在素子数により構成しうる等間隔リニアアレーよりも長いアレー長の仮想アレーによるDOA推定が実現される[10]．この手法では信号モデルに基づく内挿を用いるため，Friedlanderらによる Interpolated（Virtual）array [11] のような補間に伴う誤差が存在しないという特徴を有する．Weissらの手法は，到来波に関する初期値を必要とする反復手法である．一般

[†] 新潟大学工学部情報工学科，新潟市
Department of Information Engineering, Faculty of Engineering, Niigata University, Niigata-shi, 950–2181 Japan

にこの種の手法の最適解への収束確率は，初期値の選択に大きく依存する．したがって，初期値に対する最適解への収束特性を明らかにすることが重要である．しかしながら，その点に関する議論はほとんどなされていない．不等間隔時のビームフォーミングの結果を利用した初期値の決定法 [8] も一手法であるが，各入射波の到来方向，信号電力によっては，全く情報を得ることのできない場合が多い．また，IQML 法は，正確な推定値に収束するとは保証されていない [2]．これに対して MODE 法は，IQML 法に比べて少ない回数で収束し，また良好な推定が可能であることが報告されている [2]．

本論文では，Weiss らの手法の到来方向推定部分（IQML 法）に，相関抑圧処理の必要なくコヒーレント波の推定が可能な点を保持しつつも，より優れた特性を有する MODE 法を適用し（以下，EM-MODE 法と呼ぶ），到来方向推定を行う．そして，不等間隔アレーにおけるコヒーレント波の推定に関して，様々な初期値に対する収束特性を計算機シミュレーションにより明らかにしている．更に推定成功確率の非常に悪い状況における改善手法を提案している．**2.** で取り扱う到来波モデルを示し，**3.** で EM-MODE 法を概説する．**4.** では EM-MODE 法の様々な初期値に対する収束特性を明らかにし，**5.** で推定困難なデータを取り扱う際の改善手法を提案する．**6.** では正しく収束した際の DOA 誤差特性を示し，アレー長を長くすることによる改善効果が得られることを確認する．

2. 問題の定式化

ここでは，受信データを L 素子のリニアアレーアンテナにおいて，単一周波数 f での測定により得られるデータとする．いま，このアレーアンテナに d 個の狭帯域信号が入射している場合，位置 x_l のアンテナ素子において測定される受信データ $r(x_l)$ は次式で表現される．

$$r(x_l) = \sum_{k=1}^{d} s_k e^{j2\pi(x_l/\lambda)\sin\theta_k} + n(x_l) \quad (l = 1, \cdots, L) \tag{1}$$

ここで，s_k，θ_k は，それぞれ k 番目の信号の複素振幅，到来方向である．また λ は波長，$n(x_l)$ は平均 0，分散 σ^2 の雑音項である．

アレー出力全体では，次式のベクトル形式で表現することができる．

$$\boldsymbol{r}_a = \boldsymbol{A}_a \boldsymbol{s} + \boldsymbol{n}_a \tag{2}$$

$$\boldsymbol{r}_a = [r(x_1), r(x_2), \cdots, r(x_L)]^T \tag{3}$$

$$\boldsymbol{A}_a = [\boldsymbol{a}(\theta_1), \boldsymbol{a}(\theta_2), \cdots, \boldsymbol{a}(\theta_d)] \tag{4}$$

$$\boldsymbol{a}(\theta_i) = [e^{j2\pi(x_1/\lambda)\sin\theta_i}, \cdots, e^{j2\pi(x_L/\lambda)\sin\theta_i}]^T \tag{5}$$

$$\boldsymbol{s} = [s_1, s_2, \cdots, s_d]^T \tag{6}$$

$$\boldsymbol{n}_a = [n(x_1), n(x_2), \cdots, n(x_L)]^T \tag{7}$$

ここで，添字 T は転置を表す．次に，式 (2) よりデータ相関行列を求める．

$$\boldsymbol{R} = E[\boldsymbol{r}_a \boldsymbol{r}_a^H] = \boldsymbol{A}_a \boldsymbol{S} \boldsymbol{A}_a^H + \sigma^2 \boldsymbol{I} \tag{8}$$

$$\boldsymbol{S} = E[\boldsymbol{s}\boldsymbol{s}^H] \tag{9}$$

ここで，$E[\cdot]$，添字 H は，それぞれアンサンブル平均，複素共役転置を表し，$\boldsymbol{I}$ は単位行列である．本論文で用いる MODE 法 [2] も，他のスーパレゾリューション法と同様に，式 (8) の相関行列に対して，固有値解析を行い，固有値・固有ベクトルを利用する手法である．

3. EM-MODE 法

ここで，MODE 法と併用する EM 法とは，得られるデータが不完全なデータであると仮定し，この不完全データから完全データを推定する手法である．EM 法は，二つの step から構成され，それぞれ E-step（Expectation-step），M-step（Maximization-step）と呼ばれる．この二つの step の反復計算により，最適解を求めようとする．本論文では，M-step に MODE 法を組み込み，到来方向推定を行う．MODE 法は，入射波がコヒーレントであっても適用可能である [2], [7]．以下に EM-MODE 法の処理手順を述べる．なお，初回及び反復時の E-step に関しては，文献 [8] で報告されている方法を利用する．

[Step 0 (E-step)]　初期化

この step では，ある適当な初期値を与えて，受信データから等間隔アレーアンテナの受信データを推定する．例として，アンテナ素子の有無をそれぞれ 1,0 とした場合，[1011] の配列になるアレーアンテナを考えることとする．このとき，受信データ $\boldsymbol{r}_a$ と等間隔に変換後のデータ $\boldsymbol{r}_c$ の関係は次式で表される．

$$\boldsymbol{G}\boldsymbol{r}_c = \boldsymbol{r}_a \tag{10}$$

$$\boldsymbol{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{11}$$

式 (10) より，単に $\boldsymbol{G}^H \boldsymbol{r}_a$ とするだけでは，ベクトル空間を拡張したにすぎない．したがって，空間拡張により生じる要素に何らかの値を入れ，暫定的に等間隔アレーを構成する．ここでは，$\boldsymbol{G}$ 及び初期値 $[\theta_1^{(p)}, \cdots, \theta_d^{(p)}]$ を用いて，信号モデルに基づく構成法を行い，$\boldsymbol{r}_c^{(p)}$ を推定する．ただし，p は反復回数を表し，初回として $p=0$ とする．

$$\boldsymbol{A}_c = [\boldsymbol{a}(\theta_1^{(0)}), \cdots, \boldsymbol{a}(\theta_d^{(0)})] \tag{12}$$

$$\boldsymbol{A}_a = \boldsymbol{G}\boldsymbol{A}_c \tag{13}$$

$$\boldsymbol{r}_c^{(0)} = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{G}^H\boldsymbol{G})\boldsymbol{A}_c(\boldsymbol{A}_a^H\boldsymbol{A}_a)^{-1}\boldsymbol{A}_a^H\boldsymbol{r}_a + \boldsymbol{G}^H\boldsymbol{r}_a \tag{14}$$

式 (11) における $\boldsymbol{G}$ で明らかなように，ここでは，EM 法を内挿処理として用いている．EM 法を外挿処理に用いる報告 [12] も行われているが，本論文では内挿に限定し，議論を進めることにする．

[Step 1 (M-step)]　DOA 推定

E-step において推定された $\boldsymbol{r}_c^{(p)}$ からデータ相関行列の計算，及び固有値解析を行い，MODE 法を適用する．MODE 法は，最ゆう法に基づいた手法であり，次式の評価関数を最小とするベクトル $\boldsymbol{b}$ を求める．

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{b}) = \| \boldsymbol{W}^{1/2}(\boldsymbol{B}^H\boldsymbol{E}_S)(\boldsymbol{\Lambda}_S - \sigma^2\boldsymbol{I})^{1/2} \|^2 \tag{15}$$

$$\boldsymbol{W} = (\boldsymbol{B}^H\boldsymbol{B})^{-1} \tag{16a}$$

$$\boldsymbol{b} = [b_0, b_1, \cdots, b_d]^T \tag{16b}$$

$$\boldsymbol{B}^H = \begin{bmatrix} b_d & b_{d-1} & \cdots & b_0 & & \boldsymbol{0} \\ & b_d & b_{d-1} & \cdots & b_0 & \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{0} & \cdots & b_d & b_{d-1} & \cdots & b_0 \end{bmatrix} \tag{16c}$$

ここで，$\| \cdot \|$ はユークリッドノルムであり，$\boldsymbol{\Lambda}_S$，$\boldsymbol{E}_S$，はそれぞれ固有値解析から得られる信号成分に対応する固有値を要素とする対角行列，及びその固有値に対応する固有ベクトルを列にもつ行列である．次に，式 (15) から $\boldsymbol{b}$ の要素を係数にもつ d 次多項式を構成し，根を求める．

$$b_0 z^d + b_1 z^{d-1} + \cdots + b_d = b_0 \prod_{k=1}^{d} (z - e^{j\phi_k}) \tag{17a}$$

$$\phi_k = \frac{2\pi\Delta x}{\lambda} \sin\theta_k^{(p+1)} \tag{17b}$$

式 (17b) より，多項式の根の位相項から，入射波の到来方向が求められる．

[Step 2 (E-step)]　補間アレーデータ推定

ここでは，M-step で求められる $\boldsymbol{B}^H$ を用いて，$\boldsymbol{r}_c^{(p+1)}$ を次式に従って再推定する．

$$\boldsymbol{r}_c^{(p+1)} = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{G}^H\boldsymbol{G})(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{B}(\boldsymbol{B}^H\boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{B}^H)\boldsymbol{r}_c^{(p)} + \boldsymbol{G}^H\boldsymbol{r}_a \tag{18}$$

[Step 3]　収束判定

本手法は，反復手法であるため，処理の終了条件が必要である．文献 [8] では，$\boldsymbol{r}_c^{(p)}$ の収束に関して評価している．しかし，収束したときの推定値が必ず最適解であるとは限らず，単にデータベクトルの変化のみに注目していたのでは，その識別が不可能である．そこで本論文では，次式で表される判定式を用いて評価を行う．

$$\beta^{(p+1)} = \frac{\| \hat{\boldsymbol{A}}_c(\hat{\boldsymbol{A}}_c^H\hat{\boldsymbol{A}}_c)^{-1}\hat{\boldsymbol{A}}_c^H\boldsymbol{r}_c^{(p+1)} - \boldsymbol{r}_c^{(p)} \|}{\| \boldsymbol{r}_c^{(p)} \|} < \varepsilon_1 \tag{19a}$$

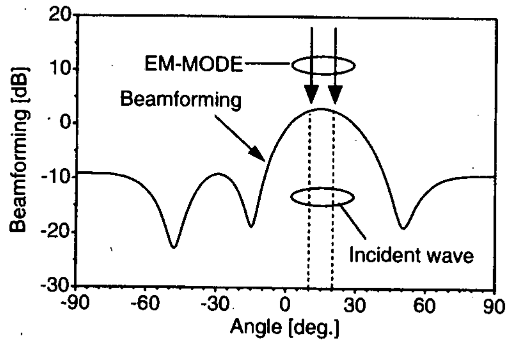
$$| \beta^{(p+1)} - \beta^{(p)} | < \varepsilon_2 \tag{19b}$$

ここで，$\hat{\boldsymbol{A}}_c$ は，Step 1 で求められる推定角度から構成される信号部分空間を張る行列である．この判定により，式 (19a)，(19b) の両者の条件を満たさない場合には，再度データ $\boldsymbol{r}_c^{(p+1)}$ を Step 1 に引き渡し，$p = p+1$ として処理を継続させる．

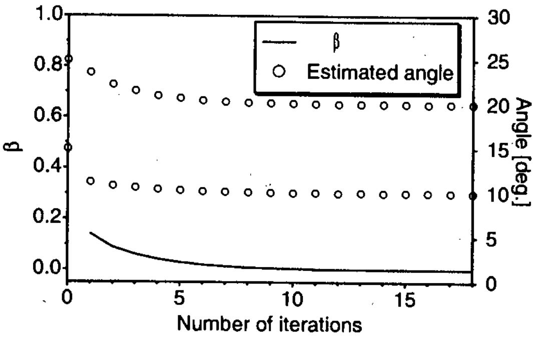
4. EM-MODE 法の収束特性

4.1 到来方向推定

ここで想定するアレーアンテナは，最小素子間隔を半波長とし，素子の存在の有無をそれぞれ 1，0 で表現した場合，[1111001] となるように配置された 5 素子アレーである．このアレーアンテナに対して，10°，20° の角度で入射する 2 波のコヒーレント波の到来方向推定を考える．ここで，すべての入射波がコヒーレント波ならば，信号固有値は一つしか現れず，固有値解析結果から信号数を決定することは不可能である．したがって，実際には文献 [7] で示されているように信号数を過剰推定し，信号根とスプリアス根の識別を行う，あるいは過剰推定で得られた θ_i から各信号の電力 ($|s_i|^2$) を推定し，スプリアス根を識別する等の手法が必要となる．しかし，本論文では，あくまで



(a) DOA estimation by EM-MODE method and Beamforming



(b) Behavior of β and estimated angles in each iteration

図 1　EM-MODE 法による DOA 推定例（5 素子アレー（素子配置 [1111001]），$(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}) = (15°, 25°)$，$(\theta_1, \theta_2) = (10°, 20°)$）

Fig. 1　A DOA estimation result by EM-MODE method (5-element array of element position [1111001], $(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}) = (15°, 25°)$, $(\theta_1, \theta_2) = (10°, 20°)$).

EM-MODE 法本来の特性を検討するため，以下，信号数は既知とし，また簡単のため，以下のシミュレーションでは，複素振幅を $s_1 = s_2 = 1$ として解析を行う．信号数の過剰推定時の特性に関する検討等は今後の課題である．

図 1(a) に初期値を（15°, 25°）として解析を行った場合の到来方向推定結果を示す．参考のため，ビームフォーミング法による推定結果も併記した．また，(b) に，各反復回数において，式 (19a) で求められる β の値と推定角度を示す．ただし，今回は $\varepsilon_1 = 0.09$，$\varepsilon_2 = 1 \times 10^{-4}$ として収束判定を行っている．

図 1(a) より，ビームフォーミング法では，十分なアレー長が確保されていないため，2 波の信号の分離が不可能であるが，EM-MODE 法では，ほぼ正確な推定が行われていることがわかる．また (b) より，反復計算を繰り返し行うに従い，β の値が減少し，15 回程度で推定角度も実際の到来方向にほぼ収束していることがわかる．

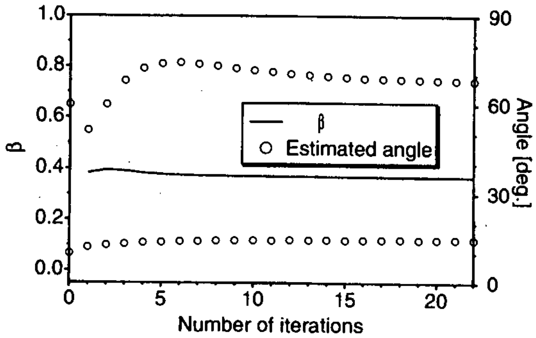


図 2　$(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}) = (10°, 60°)$ における β と推定角度の変化の様子（5 素子アレー（素子配置 [1111001]），$(\theta_1, \theta_2) = (10°, 20°)$）

Fig. 2　Behavior of β and estimated angles in each iter- ation (5-element array of element position [1111001], $(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}) = (10°, 60°)$, $(\theta_1, \theta_2) = (10°, 20°)$).

ここで，Step 0 で設定する初期値によっては，正確な到来方向推定が困難な場合がある．これは，局所解に収束した場合である．例として図 2 に，初期値を（10°, 60°）として解析を行った場合の β 及び推定角度の変化の様子を示す．図 1(b)，図 2 の結果より，推定が困難な場合には，β の値が推定成功時に比べて大きな値に収束することがわかる．よって，式 (19a)，(19b) において適切な ε_1，ε_2 を設定することにより，ほぼ正しく収束判定を行うことができる．この傾向は，素子配置，到来方向等のパラメータを変化させても，確認された．したがって，ある初期値において推定された角度が，最適解あるいは局所解であるかの判定は可能であり，式 (19a)，(19b) が，有効であるといえる．

本論文では，M-step に MODE 法を適用したが，MODE 法に代わり，MUSIC 法等のその他の高分解手法の適用も可能である．しかし，図 1 とすべて同条件のパラメータのもと，M-step に相関抑圧処理 [6] を施した MUSIC 法を適用した手法（以下 EM-MUSIC 法）で到来方向推定を行った場合，良好な推定結果は得られなかった．これは，相関抑圧処理におけるサブアレーの平均化により，E-step において得られた（誤差を含む）素子データの影響が他の素子データに及んだためと考えられる．もちろん，アレー全体に対して実在素子数の占める割合の高い場合には，EM-MUSIC 法での推定も可能であると予想される．

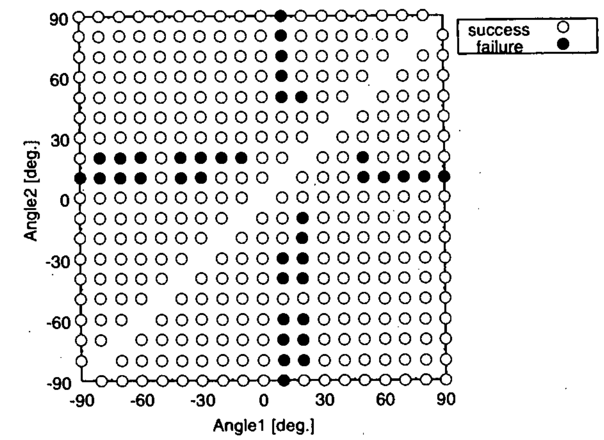
4.2　初期値選択による推定成功確率への影響

前節では，局所解への収束に対しては，判定式から求められた β の収束値により判別が可能であること

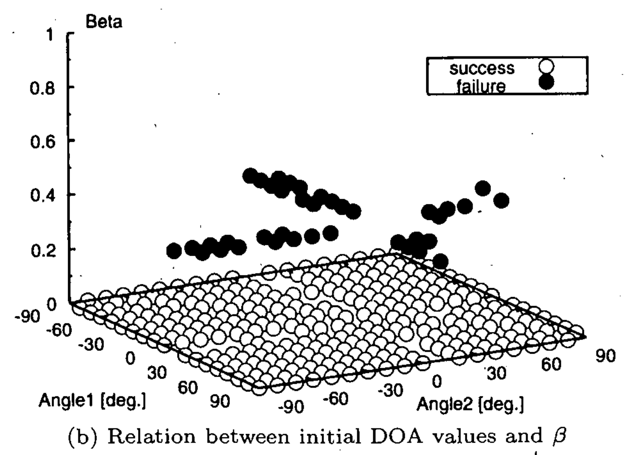
を示した．しかしながら，この結果は，ある1組の初期値における推定結果である．ビームフォーミング法等で，ある程度初期値に関する情報が得られる場合は，それを用いればよいが，近接している場合や，信号レベル差の大きな場合では，メインローブ，サイドローブの影響により，初期値設定のための情報を得ることが困難となる．そこで，ここでは，選択される初期値による推定への影響を検討する．設定条件は図1と同じとし，初期値 $(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)})$ の組を −90〜90° の範囲に対して，それぞれ 10° ごとに選択し，到来方向推定を行った．図3(a)に初期値の組合せによる推定成功可否の様子を示す．なお，推定成功というのは，2波ともに正しく推定された場合のみに限定している．また，(b)に式(19a)，(19b)で表現される反復計算を行った後の最終的な収束値 β と初期値の組の関係を示す．(a)より，比較的任意に初期値を選択した場合でも，正確な推定が行われていることがわかる．この例では，任意に二つの到来方向を選択した場合であっても約89%の確率で最適解，つまり真の到来方向に収束するといえる．また(b)から，β の値により，推定される到来方向の値が最適解であるかの判定が可能であり，もし，ある程度反復計算を行っても，β の値が条件を満たさなければ，再度初期値を選択し，推定を行えばよい．

ここで，図3と同条件での EM-IQML 法の解析結果を図4に示す．ただし，収束判定に関しては，EM-MODE 法と同様に，式(19a)，(19b)を用いた．図3，図4より，EM-MODE 法の結果とはわずかに異なるものの，EM-IQML 法においても良好な推定が行われていることが確認できる．しかし，EM-IQML 法，EM-MODE 法の両者が，success の結果に収束するまでの平均反復回数 $\bar{p}_s$ に注目した場合，前者が $\bar{p}_s = 37.6$，一方，後者は $\bar{p}_s = 20.2$ となり，有意な差が見受けられた．これは M-step において，IQML 法と MODE 法との不完全な等間隔受信データに対する収束特性差が関係しているものと考えられる．

いうまでもなく推定成功確率は，アンテナ素子配置，入射信号数，到来方向に依存する．例として，前述の入射信号パラメータと同じ状況で，素子配置のみを [1010111] とした5素子の不等間隔アレーに対する EM-MODE 法を考える．図5に各初期値の組におけ



(a) Relation between initial DOA values and DOA estimation



(b) Relation between initial DOA values and β

図3　到来方向初期値の組 $(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)})$ による到来方向推定特性 (5素子アレー (素子配置 [1111001]), $(\theta_1, \theta_2) = (10°, 20°)$)

Fig. 3　DOA estimation property of selected initial DOA values $(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)})$ (5-element array of element position [1111001], $(\theta_1, \theta_2) = (10°, 20°)$).

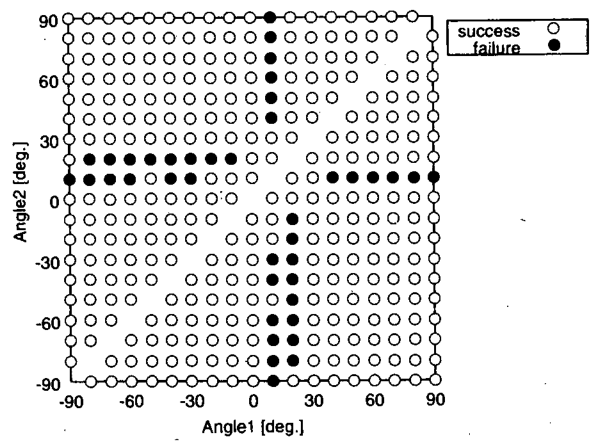


図4　EM-IQML 法適用時の選択される初期値の組と推定可否の関係

Fig. 4　Relation between initial DOA values and DOA estimation by using EM-IQML method (5-element array of element position [1111001], $(\theta_1, \theta_2) = (10°, 20°)$).

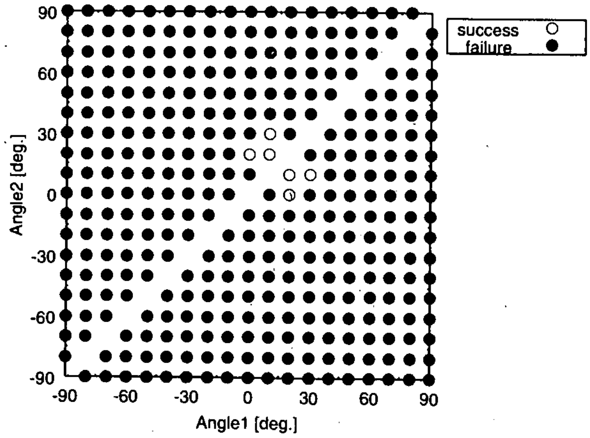


図 5　推定が困難な場合の初期値の組 $(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)})$ と推定可否の関係（5 素子アレー（素子配置 [1010111]), $(\theta_1, \theta_2) = (10°, 20°)$）

Fig. 5　Relation between initial DOA values $(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)})$ and DOA estimation property in the hard estimation case (5-element array of element position [1010111], $(\theta_1, \theta_2) = (10°, 20°)$).

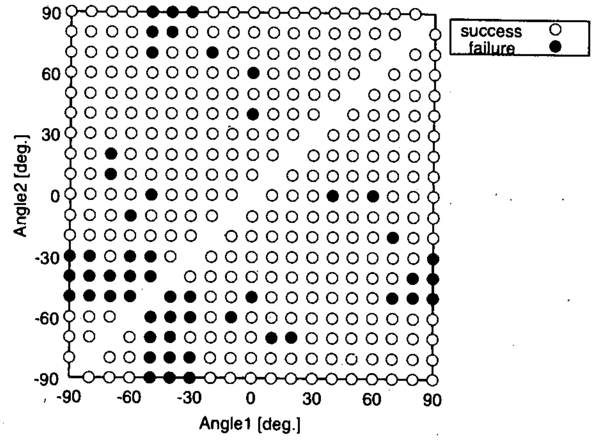


図 6　改善処理を行った場合の初期値の組 $(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)})$ と推定可否の関係（5 素子アレー（素子配置 [1010111]), $(\theta_1, \theta_2) = (10°, 20°)$）

Fig. 6　Relation between initial DOA values $(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)})$ and DOA estimation property by the modified method (5-element array of element position [1010111], $(\theta_1, \theta_2) = (10°, 20°)$).

る推定結果を示す．図より，実際の到来波に非常に近い初期値を選択しなければ推定が困難であることがわかる．次章では，この推定成功確率の改善方法について検討する．

5. 改善処理の適用

ここでは，最適解への収束確率を高めるための改善処理として受信データ $\boldsymbol{r}_a$ を次式のように取り扱い，解析を行うことを提案する．

$$\tilde{\boldsymbol{r}}_a = \boldsymbol{J}_1 \boldsymbol{r}_a^* \tag{20}$$

ここで，* は複素共役，$\boldsymbol{J}_1$ は以下に示す $L \times L$ の行列である．

$$\boldsymbol{J}_1 = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & & 1 \\ & \cdot^{\cdot^{\cdot}} & \\ 1 & & \boldsymbol{0} \end{bmatrix} \tag{21}$$

$\tilde{\boldsymbol{r}}_a$ は backward array [13] に対応し，この変換において入射波の到来方向は不変である．式 (20) により得られた $\tilde{\boldsymbol{r}}_a$ に対して，EM-MODE 法を適用するのだが，式 (20) の処理により，データ $\boldsymbol{r}_a$ の要素は $\tilde{\boldsymbol{r}}_a$ 内において，（複素共役は付加されてはいるものの）逆順に格納されていることに注意されたい．したがって，**2.** の各式で用いている素子の位置を示す行列 $\boldsymbol{G}$ も変換され，改善処理を施した EM-MODE 法（以下，改善法と呼ぶ）では，$\tilde{\boldsymbol{G}}(= \boldsymbol{J}_1 \boldsymbol{G} \boldsymbol{J}_2)$ と表現されることになる（付録参照）．ここで，$\boldsymbol{J}_2$ は，式 (21) の $\boldsymbol{J}_1$ と構造が等しい（等間隔時の素子数）×（等間隔時の素子数）となる行列である．つまり，改善法では，**2.** の各式に対して，$\boldsymbol{r}_a$ を $\tilde{\boldsymbol{r}}_a$ に，$\boldsymbol{G}$ を $\tilde{\boldsymbol{G}}$ に置き換えて推定を行う方法となる．この改善処理は，E-step のみに施されるものであるため，EM-IQML 法 [8] に対しても有効なものと予想される．

図 5 の設定状況での受信データに対して，改善法を適用して解析を行った結果を図 6 に示す．図 5 の結果と比較して，推定成功確率が格段に向上していることが確認できる．これにより，従来法で最適解への収束確率が悪い場合であっても，改善法により推定可能になることがわかる．従来法と改善法の結果が異なるのは，本質的には同一の問題を取り扱っているが，式 (20) の処理を行うことにより，処理後のデータは，個々の信号の複素振幅に到来方向に関した位相回転項を与える [13] ことから，異なる結果が得られたものと考えられる．ここで，いくつかの素子配置に関して，従来法及び改善法を適用した場合の推定成功確率を表 1 に示す．表をより，従来法で確率が高いものに対しては，改善法による向上はもたらされていない．しかし，その場合は，従来法において初期値を変え，処理を数回繰り返すことで推定可能なものといえる．一方，素子配置により効果の大小は異なるが，従来法での確率が低い場合に対しては，改善法を適用することで，推定成功確率を高めることが可能となっている．また，左右対称のアレー配置のデータに対する改善処理では，

あまり変化が見られない．この原因解明は今後の課題である．

以上の結果より，従来法，及びここで述べた改善法の両者を組み合わせた推定方法により，入射波の到来方向に関する事前情報が少ない場合においても，最適解への収束確率の高い手法が実現されるといえる．つまり，初めは従来法による推定を行い，ある程度初期値を選択し直しても推定が困難な場合には，式(20)の改善処理を行い，推定を継続する推定方法である．図7に，従来法と改善法を組み合わせたEM-MODE法の推定処理手順について示す．

表1 各素子配置による従来法と改善法の到来方向推定結果 $(\theta_1, \theta_2) = (10°, 20°)$

Table 1 DOA estimation property in several arrays position by the conventional method and modified method $(\theta_1, \theta_2) = (10°, 20°)$.

	推定成功確率 (%)	
素子配置	従来法	改善法
[1111001]	88.9	48.5
[1110011]	100.0	11.1
[1100111]	1.8	36.8
[1011011]	48.0	91.2
[1010111]	1.8	84.8
[1001111]	0.6	91.8
[1011101]	15.8	26.9
[1101011]	2.9	4.1

p:反復回数，q:再度 Step 0 を行った回数
X:従来法を行う回数
$p = q = 0$

Step 0: 初期値を用いて r_a から $r_c^{(0)}$ を構成
Step 1: DOA 推定 (MODE)
Step 2: 補間アレーデータ $r_c^{(p+1)}$ 推定
Step 3: 収束判定．
最適解：処理終了
収束過程：$p = p + 1 \rightarrow$ Step 1
局所解：if $q < X - 1$ then $p = 0, q = q + 1$ $\rightarrow$ Step 0
if $q = X - 1$ then $p = 0$ $\rightarrow$ Step 0a
Step 0a: r_a に改善処理を施す．
その後，初期値を用いて $\tilde{r}_a$ から $r_c^{(0)}$ を構成
Step 1a: DOA 推定 (MODE)
Step 2a: 補間アレーデータ $r_c^{(p+1)}$ 推定
Step 3a: 収束判定．
最適解：処理終了
収束過程：$p = p + 1 \rightarrow$Step 1a
局所解：$p = 0 \rightarrow$Step 0a

図7 従来法と改善法を組み合わせたEM-MODE法の処理手順

Fig. 7 Procedure of the conventional EM-MODE method with some modifications.

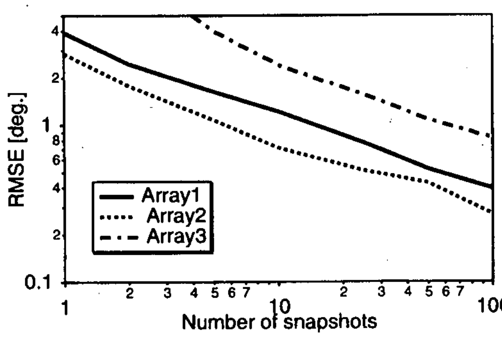
6. 推定誤差に関する検討

ここでは，不等間隔配置にしてEM-MODE法を適用することにより，推定誤差が等間隔時と比較してどの様な特性を示すのかを検討する．そこで，以下のような三つのアレーアンテナの推定誤差を比較する．

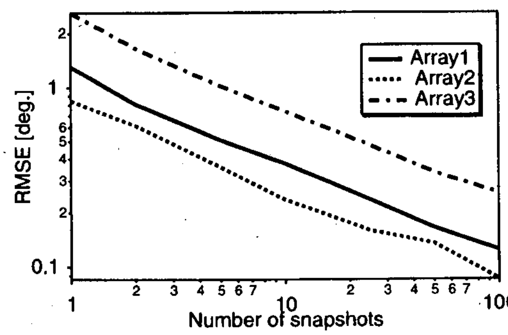
array1：素子配置が [1111001] である5素子アレー
array2：7素子等間隔アレー ([1111111])
array3：5素子等間隔アレー ([11111])

また，各アレーアンテナの素子間隔（array1は最小素子間隔）は，半波長とする．適用手法は，array1には，図6で示されるEM-MODE法を適用し，array2, array3は，等間隔アレーであるので，通常のMODE法を適用する．なお，推定誤差評価方法としては，100回の試行におけるRMSEを用いることとする．ここでRMSEは次式により導出している．

$$\mathrm{RMSE}_i = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}(\hat{\theta}_{i(k)} - \theta_i)^2} \tag{22}$$



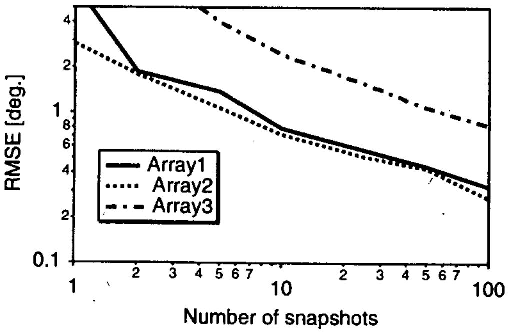
(a) RMSE in case of SNR=20 dB



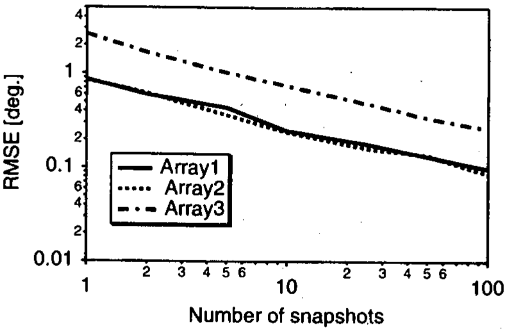
(b) RMSE in case of SNR=30 dB.

図8 各アレーにおける推定誤差 (array1 = [1111001], array2 = [1111111], array3 = [11111], $(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}) = (15°, 25°)$, $(\theta_1, \theta_2) = (10°, 20°)$)

Fig. 8 DOA estimation errors with each array (array1 = [1111001], array2 = [1111111], array3 = [11111], $(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}) = (15°, 25°)$, $(\theta_1, \theta_2) = (10°, 20°)$).



(a) RMSE in case of SNR=20 dB.



(b) RMSE in case of SNR=30 dB.

図9 各アレーにおけるの推定誤差 (array1 = [1011011], array2 = [1111111], array3 = [11111], $(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}) = (15°, 25°)$, $(\theta_1, \theta_2) = (10°, 20°)$)

Fig. 9 DOA estimation errors with each array (array1 = [1011011], array2 = [1111111], array3 = [11111], $(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}) = (15°, 25°)$, $(\theta_1, \theta_2) = (10°, 20°)$).

N, $\hat{\theta}_{i(k)}$, θ_i は，それぞれ試行回数，k 番目の試行における i 波目の到来方向推定値，設定値である．図8(a)に雑音20 dB，入射角度10°，20° の2波入射の状況において，初期値を (15°, 25°) として推定を行った場合のsnapshotとRMSEの関係を示す．また，(b)に雑音30 dBにおける解析結果を示す．これらは，いずれも1波目（10°）のRMSEである．1波目，2波目とも同じSNRとしたため，2波目のRMSEもほぼ同じであった．図より，本手法を適用することで，等間隔5素子アレーの推定誤差よりも低い値をもつことがわかる．これはEM-MODE法が，5素子の出力データから7素子の等間隔データを構成し，それに対して推定を行っているためである．つまり，事実上，実在素子数以上のアレー長を有する等間隔アレーによる推定を行うのであるから，推定誤差の減少がもたらされたと考えられる．ここで，図8(a)，(b)と同条件でarray1の素子配置のみが[1011011]とした場合のRMSEの結果を図9(a)，(b)に示す．図9(a)，(b)のように，素子配置によっては，7素子等間隔アレーの推定誤差に匹敵する値をもつことが確認できる．

以上の結果より，不等間隔アレーに対して本手法を用いることで，実在素子数を等間隔に配置したアレーよりもアレー長が大きくなる（素子数が増加する）ため，誤差の小さい推定結果を得られることがわかる．

7. むすび

本論文では，不等間隔アレーによるコヒーレント波の到来方向推定について検討を行った．そして，MODE法にEM法を併用することにより，相関抑圧処理の必要なく推定が可能であることを確認した．また，本手法を適用するにあたり，推定が困難な場合に対しては，改善処理を施したEM-MODE法を提案し，推定成功確率の向上が可能であることを示した．そして，推定誤差評価について検討を行い，実在素子数を等間隔に配置した場合の推定誤差よりも良好な結果が得られることを確認した．

実際問題として，推定成功確率，推定精度は，信号の入射角度，そしてアレー素子配置に影響を受ける．今回，到来方向，ε_1，ε_2 等を固定し，推定成功確率，改善処理の効果，推定誤差等に焦点をあて検討を行ったが，実際の適用に向けては，様々な到来方向における検討，$\varepsilon_1, \varepsilon_2$ の決定方法等の検討があげられる．また本論文では，到来方向推定に関して考察したが，MODE法は2次元に拡張することも容易である[14]．これらの検討が今後の課題である．

文　献

[1] L.C. Godara, “Application of antenna arrays to mobile communications, Part-II: Beam-forming and direction-of-arrival considerations,” Proc. IEEE, vol.85, no.8, pp.1195–1245, Aug. 1997.

[2] P. Stoica and K.C. Sharman, “Novel eigenanalysis method for direction estimation,” IEE Proc., vol.137, Pt.F, no.1, pp.19–26, Feb. 1990.

[3] Y. Bresler and A. Macovski, “Exact maximum likelihood parameter estimation of superimposed exponential signals in noise,” IEEE Trans. Acoust., Speech & Signal Processing, vol.ASSP-34, pp.1081–1089, Oct. 1986.

[4] R.O. Schmidt, “Multiple emitter location and signal parameter estimation,” IEEE Trans. Antennas & Propagat., vol.AP-34, no.3,, pp.276–280, March 1986.

[5] R. Roy and T. Kailath, “ESPRIT–Estimation of signal parameters via rotational invariance techniques,” IEEE Trans. Acoust., Speech & Signal Processing, vol.37, no.7, pp.984–995, July 1989.

[6] T.J. Shan, M. Wax, and T. Kailath, “On spatial

smoothing for direction–of–arrival estimation of coherent signals," IEEE Trans. Acoust., Speech & Signal Processing, vol.ASSP-33, no.4, pp.806–811, Aug. 1985.

[7] 山田寛喜，板羽直人，山口芳雄，"MODE 法を用いたコヒーレント波の伝搬遅延時間推定，" 信学技報，A·P98-20, pp.23–29, June 1998.

[8] A.J. Weiss, A.S. Willsky, and B.C. Levy, "Nonuniform array processing via the polynomial approach," IEEE Trans. Aerosp. & Electronic Syst., vol.AES-15, no.1, pp.48–55, Jan. 1989.

[9] 宮川雅巳，"EM アルゴリズムとその周辺，" 応用統計学，vol.16, no.1, pp.1–19, Jan. 1989.

[10] 中澤達也，山田寛喜，山口芳雄，"MODE 法を用いた不等間隔アレーによる到来方向推定，" 信学技報，A·P99-123, no.10, pp.127–133, Oct. 1999.

[11] B. Friedlander and A.J. Weiss, "Direction finding using spatial smoothing with interpolated arrays," IEEE Trans. Aerosp. & Electronic Syst., vol.28, no.2, pp.574–587, April 1992.

[12] M.P. Clark, "Using the EM algorithm to increase the number of signals estimable by 2-D parametric techniques," IEEE Trans. Signal Processing, vol.44, no.9, pp.2365–2368, Sept. 1996.

[13] R.T. Williams, S. Prasad, A.K. Mahalanabis, and L.H. Sibul, "An improved spatial smoothing technique for bearing estimation in a multipath environment," IEEE Trans. Acounst., Speech & Signal Processing, vol.ASSP-36, no.4, pp.425–432, April 1988.

[14] M.P. Clark and L.L. Schart, "Two-dimensional modal analysis based on maximum likelihood," IEEE Trans. Signal Processing, vol.42, no.6, pp.1443–1451, June 1994.

付　　録

ここでは，本文 **5.** で紹介した $\boldsymbol{G}$ と $\tilde{\boldsymbol{G}}$，$\boldsymbol{J}_1$ 及び $\boldsymbol{J}_2$ の関係について示す．

例として，素子配置を [1011]，$\boldsymbol{r}_a = [r_1, r_3, r_4]^T$，$\boldsymbol{r}_c = [r_1, r_2, r_3, r_4]^T$ とする．式 (10) に関して，右辺を式 (20) の右辺と等しくするために，$\boldsymbol{J}_1$，及び複素共役を両辺に掛ける．

$$\boldsymbol{J}_1\boldsymbol{G}\boldsymbol{r}_c^* = \boldsymbol{J}_1\boldsymbol{r}_a^* \tag{A·1a}$$

$$\boldsymbol{J}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{A·1b}$$

ここで，$\boldsymbol{J}_1\boldsymbol{G}$ について，以下のように整理する．

$$\begin{aligned} \boldsymbol{J}_1\boldsymbol{G} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &= \tilde{\boldsymbol{G}}\boldsymbol{J}_2 \end{aligned} \tag{A·2}$$

したがって，$\boldsymbol{J}_2\boldsymbol{J}_2 = \boldsymbol{I}$ の関係より，次式が成立する．

$$\tilde{\boldsymbol{G}} = \boldsymbol{J}_1\boldsymbol{G}\boldsymbol{J}_2 \tag{A·3}$$

式 (A·1a)，(A·2) より，$\tilde{\boldsymbol{G}}$ は，$\boldsymbol{J}_2\boldsymbol{r}_c^*$，$\boldsymbol{J}_1\boldsymbol{r}_a^*$ を関係づける行列であることがわかる．

（平成 12 年 4 月 27 日受付，8 月 1 日再受付）

中澤　達也　（学生員）

平 11 新潟大・工・情報卒．現在，同大大学院自然科学研究科修士課程在学中．スーパレゾリューション法を用いた多重波伝搬推定に関する研究に従事．

山田　寛喜　（正員）

昭 63 北大・工・電子卒．平 5 同大大学院博士課程了．同年新潟大・工・助手，現在，同大・工・情報・助教授．この間，スーパレゾリューション法を用いた波源の到来方向・遅延時間推定，地中探査レーダ，マイクロ波リモートセンシングに関する研究に従事．工博．平 3 IEEE AP-S 東京支部 Young Engineer Award，平 9 本学学術奨励賞受賞．IEEE 会員．

山口　芳雄　（正員）

昭 51 新潟大・工・電子卒．昭 53 東工大大学院修士課程了．同年新潟大・工・助手，現在，同大・工・情報・教授．トンネル内等損失媒質での電波伝搬，地中・雪中用 FM–CW レーダ，マイクロ波リモートセンシング，ポーラリメトリの研究に従事．工博．著書「偏波（ポーラリメトリック）レーダの基礎と応用」．IEEE シニア，日本雪工学会各会員．