論　説

費用格差のある複占企業への最適差別化補助金

── 補助金政策に歪みのある場合 ──

濱　田　弘　潤*

概 要

本論文は，費用格差のある複占企業が数量競争を行う状況を考察し，社会厚生を最大化する最適差別化補助金を導出する．特に，競争政策を行う政府が補助金政策を実施する際に非効率性が存在し，補助金政策に歪みのある状況を考察する．前号の論文（濱田, 2019）では，混合複占市場において補助金政策に歪みのある状況を考察し，最適差別化補助金が端点解になるという結論を提示した．しかしながら，私企業のみによる純粋複占市場において，政府が同質的でない私企業に対し，差別化補助金をどう設定すべきかは，これまで明確には議論されていない．本論文では，生産費用の異なる私企業による複占競争を扱い，均衡で実現する最適差別化補助金を導出し，その性質について考察を行う．主な結論は以下の通りである．第一に，補助金の歪みが比較的小さい時，最適差別化補助金は内点解となり，政府の 1 階条件より最適解が導出される．混合寡占市場において最適解が端点となる結果とは異なる．第二に，補助金の歪みがある程度大きくなると，最適差別化補助金は端点となる．補助金の歪みが非常に大きい時は，企業に補助金が一切与えられず，政府による市場への介入のない単純な複占競争となる．また本論文では数値計算を行い，補助金政策の歪みのパラメータの増加に伴い，均衡生産量や社会厚生がどのように変化するのかについて，グラフを提示する．

Keywords: 差別化補助金，補助金の歪み，最適補助金政策，複占市場

JEL classifications: D43, H21, H25, L13

* 住所：〒 950-2181 新潟市西区五十嵐 2 の町 8050 新潟大学経済学部
Tel. and Fax: 025-262-6538
Email: khamada@econ.niigata-u.ac.jp

1 はじめに

本論文は，費用格差のある私企業が同質財市場で複占競争する状況を考察し，補助金政策に歪みが存在する時に，政府が社会厚生を最大化する最適差別化補助金をどう設定するのかについて，分析を行う．政府もしくは競争政策の実施主体が企業への補助金政策を実行する際，多くの状況において非効率性が存在し，補助金の歪み (subsidy distortion) のある状況が起こり得る．例えば，補助金原資の確保に税金を用いる場合，徴税プロセスに非効率性が存在すれば，課税による歪み (tax distortion) が社会厚生を減少させる．この他にも，補助金配分に関する行政の事務手続きの非効率性や，補助金配分を巡る企業のレントシーキング (rent seeking) も，補助金政策の歪みを引き起こす．[1] 寡占理論の既存研究の多くは，歪みのない補助金を前提とした「摩擦のない世界」の分析を行ってきた．しかしながら現実には，程度の差はあれ政策上の歪みが存在する．従って本論文では，補助金政策に歪みが存在する状況を前提として，政府が補助金を提示することで私企業間の市場競争に対して，いかに適切に政策的介入すべきかを，標準的な寡占理論を用いて検討する．

本論集の前号論文（濱田, 2019）では，混合寡占市場の下で補助金政策に歪みのある状況について考察を行い，最適差別化補助金を導出した．得られた結論として，最適差別化補助金は端点解となることが示された．特に，公企業と私企業が同質的な場合，公企業への補助金をゼロとする端点が最適差別化補助金になるという結論を提示した．しかしながらそもそも，私企業のみによる純粋複占市場において，政府が同質的でない私企業に対し差別化補助金をどう設定すべきかについて，これまで明確には議論されてはいない．このことから本論文では，生産費用の異なる私企業による複占競争を標準的な寡占理論の分析枠組みで扱い，均衡で実現する最適差別化補助金を導出し，最適補助金の性質について考察を行う．

本論文に関連する先行研究や，本論文の議論と関係する最適差別化補助金，また公企業民営化の議論については，濱田 (2019) にて詳細を説明したので，本論文では説明を省略する．ただ一点，前号論文の内容との関連性について述べる．公企業と私企業が競争する混合寡占市場から公企業が完全民営化すると，私企業間競争の純粋寡占市場となる．前者の混合寡占市場は濱田 (2019) で分析を行った．後者の純粋寡占市場が本論文の分析対象である．補助金政策が存在する時に，公企業民営化が市場競争の変化を通じて社会厚生にどう影響するのかについては，研究者の関心が高い．特に，民営化前後で社会厚生に影響はないとする民営化中立性定理 (privatization neutrality theorem) が成立するか否かの議論に代表される，多数の先行研究が存在する．[2] 本研究では，純粋複占市場における最適差別化補助金を導出し，その性質を考察するだけに留まるが，得られた結論は民営化後の複占市場の分析結果に対応する．それゆえ将来の研究の方向性として，公企業の民営化前後の社会厚生を比較し，民営化中立性が成立するか否かを調査することに繋がる．

本論文の主な結論は以下の通りである．第一に，補助金の歪みが比較的小さい時，最適差別化補助金は内点解となり，政府の 1 階条件により最適解が導出される．前号論文の結論である，混

[1] 課税や補助金の歪みに関して例えば，別所・赤井・林 (2003) 及びこの論文の参考文献を参照せよ．
[2] 民営化中立性定理に関する先行研究については，濱田 (2019) を参照せよ．

合複占市場において最適解が端点となる結論とは異なる．第二に，補助金の歪みがある程度大きくなると，最適差別化補助金は端点となる．また補助金の歪みが非常に大きい時は，企業には補助金が一切与えられず，政府による市場への介入がない単純な複占競争となる．さらに本論文では数値計算を行い，補助金政策の歪みのパラメータの増加に伴い，最適差別化補助金，均衡生産量と社会厚生がどのように変化するかについて，グラフを描いて得られる結果を説明する．

本論文の構成は以下の通りである．第2節では，第1段階で政府が最適な差別化補助金を複占市場の私企業2社に提示し，第2段階で私企業がクールノー数量競争に従事する2段階ゲームの複占競争モデルを描写する．第3節では，均衡における最適差別化補助金を導出し，最適解の性質について結論を提示する．第4節では，補助金の歪みのパラメータの変化に伴う，最適差別化補助金と均衡生産量，社会厚生の変化について，数値計算結果を提示する．第5節では，まとめと今後の課題を述べる．

2　モデル

同時手番の純粋複占市場を考える．同質財を生産する私企業2社が，クールノー数量競争を行う．各企業を企業 $i=\{0,1\}$ で表す．[3] 私企業は自社利潤最大化を目的とする．企業 i の生産量を $q_i \in [0,\infty)$ とし，総生産量を $Q \equiv q_0+q_1$ と置く．同質財価格を p として，以下では分析の簡単化のため，逆需要関数が線形であるとする．逆需要関数は $p=p(Q)=a-Q, a>0$ である．費用関数は2次関数で，$C_i(q_i)=(k_i/2)q_i^2$, $k_i>0$ であるとする．固定費用は存在しない．両企業の生産技術は必ずしも同質的ではなく，費用格差が存在する $(k_0 \neq k_1)$.

続いて，補助金の歪みと社会厚生について述べる．補助金を与える政府の目的は社会厚生最大化である．政府は，同質的でない各企業の費用パラメータ k_i を正しく把握しており，政府と企業の間に情報の非対称性はない．完備情報下で政府は，両企業に異なる水準の補助金を設定することができる．このため政府は差別化補助金政策を実施し，企業ごとに異なる水準の補助金を提示する．$s_i \geq 0$ を，企業 i に与えられる生産量1単位当り従量補助金とする．

補助金には歪みが存在するために，企業への補助金給付には厚生損失が発生する．$\lambda>0$ を，補助金の非効率性を表すパラメータとする．補助金を1単位企業に支払うごとに，追加的に $\lambda>0$ の厚生損失が発生するものとする．例えば，補助金1単位分のために必要な資金を税金で調達する際，$(1+\lambda)$ 単位の資金が必要となることを意味する．すなわち，s 単位の補助金は λs 単位の厚生損失を生む．注意すべき点として，補助金は負の値をとらないものとする．言い換えれば，政府が企業に従量税を課すことはしない．補助金に歪みが存在する状況で仮に課税を実施する場合 $(s_i<0)$，企業からの1単位の徴税が $(1+\lambda)$ 単位分追加的に社会厚生を増加させるという，奇妙な

[3] 通常のモデルでは，企業のインデックスは $i=\{1,2\}$ であるが，濱田 (2019) のモデル設定で企業0を公企業，企業1を私企業としたのに合わせて，$i=\{0,1\}$ を用いる．これは後に公企業民営化を分析する際，企業0を公企業が民営化した後の私企業として解釈するためで，便宜上の設定である．

現象が起こってしまう．こうしたおかしな現象を分析から排除するため，分析上，補助金に非負制約を課す ($s_i \geq 0$).

各企業の利潤は，$\pi_i = p(Q)q_i - (k_i/2)q_i^2 + s_i q_i = (a-Q+s_i)q_i - (k_i/2)q_i^2$ である．消費者余剰は $CS \equiv \int_0^Q p(x)dx - p(Q)Q = (1/2)Q^2$，生産者余剰は $PS \equiv \pi_0 + \pi_1 = p(Q)Q - (1/2)(k_0 q_0^2 + k_1 q_1^2) + s_0 q_0 + s_1 q_1$. $(1+\lambda)(s_0 q_0 + s_1 q_1)$ は，補助金支払いに必要な税金とその徴税プロセスにより追加的に発生する費用で，課税（補助金）の歪みによって必要となる税金総額である．社会厚生は次式を満たす．

$$W \equiv CS + PS - (1+\lambda)(s_0 q_0 + s_1 q_1) = aQ - \frac{1}{2}Q^2 - \frac{1}{2}(k_0 q_0^2 + k_1 q_1^2) - \lambda(s_0 q_0 + s_1 q_1). \qquad (2.1)$$

補助金の歪みが存在しない時 ($\lambda = 0$) を除き，補助金 (s_0, s_1) の大きさは社会厚生に直接影響を及ぼす．(2.1) より，他の条件を一定とすれば，補助金が少なければ少ないほど，社会厚生上望ましいと言える．政府は社会厚生を最大化するために，差別化補助金政策を実施し企業が適切な生産をするよう誘導する．両企業の生産量を直接コントロールすることはできない．

政府が差別化補助金政策を実施する時の，純粋複占市場のゲームのタイミングを述べる．2 段階ゲーム (two-stage game) を考え，第 1 段階で，政府が両企業にそれぞれ，社会厚生を最大化する最適な差別化従量補助金 (s_0^*, s_1^*) を設定する．第 1 段階で設定された両企業の最適差別化補助金の水準を観察した後，第 2 段階で，両企業は同時かつ非協力的にクールノー数量競争を行い，生産量 (q_0, q_1) を決定する．2 段階ゲームの解概念はサブゲーム完全均衡 (subgame perfect Nash equilibrium: SPNE) であり，均衡は後ろ向き推論 (backward induction) に従い，第 2 段階から解いて得られる．

3　最適差別化補助金の導出

3.1　第 2 段階：複占市場の均衡生産量

第 2 段階の複占市場の均衡生産量を導出する．私企業 i は，q_i に関して自社利潤を最大化する．利潤最大化の 1 階条件は以下の通り．

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = a - Q + s_i - q_i - k_i q_i = 0 \Leftrightarrow q_i = r(q_j) \equiv \frac{a + s_i - q_j}{k_i + 2},\ j \neq i. \qquad (3.1)$$

2 階条件は，$\partial^2 \pi_i / \partial q_i^2 = -(k_i + 2) < 0$ より成立する．反応関数 $q_i = r(q_j)$ は常に，補助金 s_i に依存する．反応関数 (3.1) を両企業について連立し，均衡生産量 (q_0, q_1) を解く．得られた均衡諸変数は表3.1にまとめられる．[4]

以下の関係が成立する．$p + s_i = (k_i+1)q_i, \pi_i = (k_i+2)q_i^2/2$. q_0 と q_1 の大小関係は，s_0 と s_1 の相対的な大きさに依存する．すなわち，$q_0 \gtreqless q_1 \Leftrightarrow (k_1 - k_0)a + (k_1+3)s_0 - (k_0+3)s_1 \gtreqless 0$. 同様に，$\pi_0$ と π_1 の大小関係も，s_0 と s_1 の相対的な大きさに依存する．表3.1で導出した均衡諸変数から，企

[4] 簡単化のため，均衡生産量については内点解が成立するものとする．

表 3.1: 第 2 段階の複占市場の均衡諸変数

企業 0 の生産量	q_0	$\frac{(k_1+1)a+(k_1+2)s_0-s_1}{k_0k_1+2k_0+2k_1+3}$
企業 1 の生産量	q_1	$\frac{(k_0+1)a-s_0+(k_0+2)s_1}{k_0k_1+2k_0+2k_1+3}$
総生産量	Q	$\frac{(k_0+k_1+2)a+(k_1+1)s_0+(k_0+1)s_1}{k_0k_1+2k_0+2k_1+3}$
価格	p	$\frac{(k_0+1)(k_1+1)a-(k_1+1)s_0-(k_0+1)s_1}{k_0k_1+2k_0+2k_1+3}$
企業 0 の利潤	π_0	$\frac{(k_0+2)((k_1+1)a+(k_1+2)s_0-s_1)^2}{2(k_0k_1+2k_0+2k_1+3)^2}$
企業 1 の利潤	π_1	$\frac{(k_1+2)((k_0+1)a-s_0+(k_0+2)s_1)^2}{2(k_0k_1+2k_0+2k_1+3)^2}$
社会厚生	W	$\frac{1}{2}Q^2+\pi_0+\pi_1-(1+\lambda)(s_0q_0+s_1q_1)$

業 i への補助金 s_i の増加は，自社生産量 q_i, 総生産量 Q, 自社利潤 π_i, 消費者余剰 CS の増加と，他社生産量 q_j, 価格 p, 他社利潤 π_j の減少をもたらす．社会厚生 W が s_i の増加と共に増加するか否かについては，パラメータの値に依存して確定しない．

以下では，第 1 段階において最適差別化補助金の導出に必要な，各企業の生産量 (q_0, q_1)，総生産量 Q，各企業の利潤 (π_0, π_1) の s_0 と s_1 に関する偏微係数を求める．均衡諸変数を s_0 と s_1 に関して偏微分すると以下の通り．

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial q_0}{\partial s_0}=\frac{k_1+2}{k_0k_1+2k_0+2k_1+3}>0,\ \frac{\partial q_1}{\partial s_0}=-\frac{1}{k_0k_1+2k_0+2k_1+3}<0,\ \frac{\partial Q}{\partial s_0}=\frac{k_1+1}{k_0k_1+2k_0+2k_1+3}>0,\\
&\frac{\partial \pi_0}{\partial s_0}=(k_0+2)q_0\frac{\partial q_0}{\partial s_0}>0,\ \frac{\partial \pi_1}{\partial s_0}=(k_1+2)q_1\frac{\partial q_1}{\partial s_0}<0,
\end{aligned}\tag{3.2}$$

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial q_0}{\partial s_1}=-\frac{1}{k_0k_1+2k_0+2k_1+3}<0,\ \frac{\partial q_1}{\partial s_1}=\frac{k_0+2}{k_0k_1+2k_0+2k_1+3}>0,\ \frac{\partial Q}{\partial s_1}=\frac{k_0+1}{k_0k_1+2k_0+2k_1+3}>0,\\
&\frac{\partial \pi_0}{\partial s_1}=(k_0+2)q_0\frac{\partial q_0}{\partial s_1}<0,\ \frac{\partial \pi_1}{\partial s_1}=(k_1+2)q_1\frac{\partial q_1}{\partial s_1}>0.
\end{aligned}\tag{3.3}$$

続いて，第 1 段階で社会厚生最大化の 2 階条件を調べる際に必要な，2 階偏微分及び交差偏微分を求める．

$$\frac{\partial^2 q_0}{\partial s_0^2}=\frac{\partial^2 q_1}{\partial s_0^2}=\frac{\partial^2 Q}{\partial s_0^2}=\frac{\partial^2 q_0}{\partial s_1^2}=\frac{\partial^2 q_1}{\partial s_1^2}=\frac{\partial^2 Q}{\partial s_1^2}=\frac{\partial^2 q_0}{\partial s_0\partial s_1}=\frac{\partial^2 q_1}{\partial s_0\partial s_1}=\frac{\partial^2 Q}{\partial s_0\partial s_1}=0,\tag{3.4}$$

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial^2 \pi_0}{\partial s_0^2}=(k_0+2)(\frac{\partial q_0}{\partial s_0})^2=\frac{(k_0+2)(k_1+2)^2}{(k_0k_1+2k_0+2k_1+3)^2}>0,\\
&\frac{\partial^2 \pi_1}{\partial s_0^2}=(k_1+2)(\frac{\partial q_1}{\partial s_0})^2=\frac{k_1+2}{(k_0k_1+2k_0+2k_1+3)^2}>0,
\end{aligned}\tag{3.5}$$

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial^2 \pi_0}{\partial s_1^2}=(k_0+2)(\frac{\partial q_0}{\partial s_1})^2=\frac{k_0+2}{(k_0k_1+2k_0+2k_1+3)^2}>0,\\
&\frac{\partial^2 \pi_1}{\partial s_1^2}=(k_1+2)(\frac{\partial q_1}{\partial s_1})^2=\frac{(k_1+2)(k_0+2)^2}{(k_0k_1+2k_0+2k_1+3)^2}>0,
\end{aligned}\tag{3.6}$$

$$\frac{\partial^2 \pi_0}{\partial s_0\partial s_1}=(k_0+2)\frac{\partial q_0}{\partial s_0}\frac{\partial q_0}{\partial s_1}=\frac{\partial^2 \pi_1}{\partial s_0\partial s_1}=(k_1+2)\frac{\partial q_1}{\partial s_0}\frac{\partial q_1}{\partial s_1}=-\frac{(k_0+2)(k_1+2)}{(k_0k_1+2k_0+2k_1+3)^2}<0.\tag{3.7}$$

3.2　第 1 段階：最適差別化補助金

3.2.1　両企業の補助金が正のケース

はじめに，両企業の最適差別化補助金が正である内点解のケースを考える．政府は第 2 段階で生じるクールノー複占競争の結果を正しく推測した上で，第 1 段階に社会厚生最大化を目的として，両企業にそれぞれ s_0 と s_1 の差別化従量補助金を与える．社会厚生は s_0 と s_1 に依存して，次式のように書ける．

$$W(s_0,s_1)=\frac{1}{2}\big(Q(s_0,s_1)\big)^2+\pi_0(s_0,s_1)+\pi_1(s_0,s_1)-(1+\lambda)\Big(s_0q_0(s_0,s_1)+s_1q_1(s_0,s_1)\Big). \tag{3.8}$$

以下では，両企業への最適差別化補助金 (s_0^*,s_1^*) を求める．

政府の社会厚生最大化の s_0 に関する 1 階条件は，以下の通り．[5]

$$\begin{aligned}
\frac{\partial W}{\partial s_0}&=Q\frac{\partial Q}{\partial s_0}+\frac{\partial \pi_0}{\partial s_0}+\frac{\partial \pi_1}{\partial s_0}-(1+\lambda)\big(q_0+s_0\frac{\partial q_0}{\partial s_0}+s_1\frac{\partial q_1}{\partial s_0}\big)=0\\
&\Leftrightarrow Q\frac{\partial Q}{\partial s_0}+(k_0+2)q_0\frac{\partial q_0}{\partial s_0}+(k_1+2)q_1\frac{\partial q_1}{\partial s_0}-(1+\lambda)(s_0\frac{\partial q_0}{\partial s_0}+s_1\frac{\partial q_1}{\partial s_0})=(1+\lambda)q_0\\
&\Leftrightarrow \big[(k_0+3)q_0+q_1-(1+\lambda)s_0\big]\frac{\partial q_0}{\partial s_0}+\big[q_0+(k_1+3)q_1-(1+\lambda)s_1\big]\frac{\partial q_1}{\partial s_0}=(1+\lambda)q_0\\
&\Leftrightarrow \big[k_1+2-(k_0k_1+2k_0+2k_1+3)\lambda\big]q_0-q_1=(1+\lambda)\big[(k_1+2)s_0-s_1\big]\\
&\Leftrightarrow s_0=\frac{\big[k_1^2+3k_1-k_0+1-(k_1+1)(k_0k_1+2k_0+2k_1+3)\lambda\big]a+Xs_1}{k_0(k_1+2)^2+k_1^2+3k_1+1+2(k_1+2)(k_0k_1+2k_0+2k_1+3)\lambda}.
\end{aligned} \tag{3.9}$$

ここで，$X=X(k_0,k_1,\lambda)\equiv k_0k_1+k_0+k_1-1+2(k_0k_1+2k_0+2k_1+3)\lambda$ と置く．同様に，社会厚生最大化の s_1 に関する 1 階条件は，以下の通り．

$$\begin{aligned}
\frac{\partial W}{\partial s_1}&=Q\frac{\partial Q}{\partial s_1}+\frac{\partial \pi_0}{\partial s_1}+\frac{\partial \pi_1}{\partial s_1}-(1+\lambda)\big(s_0\frac{\partial q_0}{\partial s_1}+q_1+s_1\frac{\partial q_1}{\partial s_1}\big)=0\\
&\Leftrightarrow Q\frac{\partial Q}{\partial s_1}+(k_0+2)q_0\frac{\partial q_0}{\partial s_1}+(k_1+2)q_1\frac{\partial q_1}{\partial s_1}-(1+\lambda)(s_0\frac{\partial q_0}{\partial s_1}+s_1\frac{\partial q_1}{\partial s_1})=(1+\lambda)q_1\\
&\Leftrightarrow \big[(k_0+3)q_0+q_1-(1+\lambda)s_0\big]\frac{\partial q_0}{\partial s_1}+\big[q_0+(k_1+3)q_1-(1+\lambda)s_1\big]\frac{\partial q_1}{\partial s_1}=(1+\lambda)q_1\\
&\Leftrightarrow \big[k_0+2-(k_0k_1+2k_0+2k_1+3)\lambda\big]q_1-q_0=(1+\lambda)\big[(k_0+2)s_1-s_0\big]\\
&\Leftrightarrow s_1=\frac{\big[k_0^2+3k_0-k_1+1-(k_0+1)(k_0k_1+2k_0+2k_1+3)\lambda\big]a+Xs_0}{k_1(k_0+2)^2+k_0^2+3k_0+1+2(k_0+2)(k_0k_1+2k_0+2k_1+3)\lambda}.
\end{aligned} \tag{3.10}$$

(3.9) と (3.10) の連立方程式を解き，1 階条件を満たす差別化補助金の組合せ (s_0^*,s_1^*) を求めると，

[5] 式の導出が複雑なので，計算過程を示す．

次式の通りである．

$$s_0^* = \frac{\left[k_1 - (k_0k_1 + k_0 - 2)\lambda - 2(k_0k_1 + 2k_0 + 2k_1 + 3)\lambda^2\right]a}{k_0k_1 + k_0 + k_1 + 2(2k_0k_1 + 3k_0 + 3k_1 + 2)\lambda + 4(k_0k_1 + 2k_0 + 2k_1 + 3)\lambda^2}, \tag{3.11}$$

$$s_1^* = \frac{\left[k_0 - (k_0k_1 + k_1 - 2)\lambda - 2(k_0k_1 + 2k_0 + 2k_1 + 3)\lambda^2\right]a}{k_0k_1 + k_0 + k_1 + 2(2k_0k_1 + 3k_0 + 3k_1 + 2)\lambda + 4(k_0k_1 + 2k_0 + 2k_1 + 3)\lambda^2}. \tag{3.12}$$

混合複占市場の下では社会厚生最大化の 2 階条件が成立せず，1 階条件を満たす差別化補助金は最適解ではなかった．純粋複占市場の下で，社会厚生最大化の 2 階条件が成立しているかどうかを，次に確認する．はじめに，社会厚生の s_0 と s_1 に関する 2 階偏微分と交差偏微分を求めると，以下の通りである．

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 W}{\partial s_0^2} &= (\frac{\partial Q}{\partial s_0})^2 + \frac{\partial^2 \pi_0}{\partial s_0^2} + \frac{\partial^2 \pi_1}{\partial s_0^2} - 2(1+\lambda)\frac{\partial q_0}{\partial s_0} \\ &= -\frac{k_0(k_1+2)^2 + k_1^2 + 3k_1 + 1 + 2(k_1+2)(k_0k_1 + 2k_0 + 2k_1 + 3)\lambda}{(k_0k_1 + 2k_0 + 2k_1 + 3)^2} < 0,\end{aligned} \tag{3.13}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 W}{\partial s_1^2} &= (\frac{\partial Q}{\partial s_1})^2 + \frac{\partial^2 \pi_0}{\partial s_1^2} + \frac{\partial^2 \pi_1}{\partial s_1^2} - 2(1+\lambda)\frac{\partial q_1}{\partial s_1} \\ &= -\frac{k_1(k_0+2)^2 + k_0^2 + 3k_0 + 1 + 2(k_0+2)(k_0k_1 + 2k_0 + 2k_1 + 3)\lambda}{(k_0k_1 + 2k_0 + 2k_1 + 3)^2} < 0,\end{aligned} \tag{3.14}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 W}{\partial s_0 \partial s_1} &= \frac{\partial Q}{\partial s_1}\frac{\partial Q}{\partial s_0} + \frac{\partial^2 \pi_0}{\partial s_0 \partial s_1} + \frac{\partial^2 \pi_1}{\partial s_0 \partial s_1} - (1+\lambda)(\frac{\partial q_0}{\partial s_1} + \frac{\partial q_1}{\partial s_0}) \\ &= \frac{k_0k_1 + k_0 + k_1 - 1 + 2(k_0k_1 + 2k_0 + 2k_1 + 3)\lambda}{(k_0k_1 + 2k_0 + 2k_1 + 3)^2}.\end{aligned} \tag{3.15}$$

(3.13), (3.14), (3.15) より，$\partial^2 W/\partial s_0^2 > 0, \partial^2 W/\partial s_1^2 > 0$ である．$\partial^2 W/\partial s_0 \partial s_1$ の符号は λ の値に依存する．これらの式を代入して，社会厚生最大化の 2 階条件は次式の通り．

$$\frac{\partial^2 W}{\partial s_0^2}\frac{\partial^2 W}{\partial s_1^2} - \left(\frac{\partial^2 W}{\partial s_0 \partial s_1}\right)^2 = \frac{(k_0k_1 + k_0 + k_1) + 2(2k_0k_1 + 3k_0 + 3k_1 + 2)\lambda + 4(k_0k_1 + 2k_0 + 2k_1 + 3)\lambda^2}{(k_0k_1 + 2k_0 + 2k_1 + 3)^2} > 0. \tag{3.16}$$

(3.16) より，社会厚生最大化の 2 階条件は常に満たされている．この事実から，(3.11) と (3.12) を満たす差別化補助金 (s_0^*, s_1^*) は，最適解となる．混合複占市場のケースとは異なり，純粋複占市場の下では，最適解は内点解となり得る．但し以下で説明するように，2 階条件は満たしていても，補助金の非負制約により端点解となることが起こり得る．最適差別化補助金については，$\lambda > 0$ の下で必ず，$s_0^* \gtreqless s_1^* \Leftrightarrow k_0 \lesseqgtr k_1$ が成立する．予想されるように，最適補助金は効率的企業の方が非効率的企業よりも多い．

表3.1の均衡諸変数に最適補助金 (s_0^*, s_1^*) を代入して，表3.2に示される SPNE の均衡諸変数を得る．ここで，$p^* + s_i^* = (k_i+1)q_i^*$ と $\pi_i^* = (k_i+2)(q_i^*)^2/2$ が成立している．また，効率的企業の生産量は非効率的企業の生産量よりも多い ($q_0^* \gtreqless q_1^* \Leftrightarrow k_0 \lesseqgtr k_1$)．同様に，効率的企業の利潤は非効率的企業の利潤よりも大きい ($\pi_0^* \gtreqless \pi_1^* \Leftrightarrow k_0 \lesseqgtr k_1$)．

表 3.2: 複占市場の均衡諸変数（両企業の補助金が正のケース）

企業 0 の補助金	s_0^*	$\frac{[k_1-(k_0k_1+k_0-2)\lambda-2(k_0k_1+2k_0+2k_1+3)\lambda^2]a}{Y}$
企業 1 の補助金	s_1^*	$\frac{[k_0-(k_0k_1+k_1-2)\lambda-2(k_0k_1+2k_0+2k_1+3)\lambda^2]a}{Y}$
企業 0 の生産量	q_0^*	$\frac{(1+\lambda)[k_1+2(k_1+1)\lambda]a}{Y}$
企業 1 の生産量	q_1^*	$\frac{(1+\lambda)[k_0+2(k_0+1)\lambda]a}{Y}$
総生産量	Q^*	$\frac{(1+\lambda)[k_0+k_1+2(k_0+k_1+2)\lambda]a}{Y}$
価格	p^*	$\frac{[k_0k_1+(4k_0k_1+3k_0+3k_1)\lambda+2(2k_0k_1+3k_0+3k_1+4)\lambda^2]a}{Y}$
企業 0 の利潤	π_0^*	$\frac{(k_0+2)(1+\lambda)^2[k_1+2(k_1+1)\lambda]^2a^2}{2Y^2}$
企業 1 の利潤	π_1^*	$\frac{(k_1+2)(1+\lambda)^2[k_0+2(k_0+1)\lambda]^2a^2}{2Y^2}$
社会厚生	W^*	$\frac{(1+\lambda)^2[k_0+k_1+2(k_0+k_1+2)\lambda]a^2}{2Y}$

$Y=Y(k_0,k_1,\lambda)\equiv k_0k_1+k_0+k_1+2(2k_0k_1+3k_0+3k_1+2)\lambda+4(k_0k_1+2k_0+2k_1+3)\lambda^2$

3.2.2　非効率企業の補助金のみ 0 となるケース

3.2.1節では，両企業の補助金が正となる内点解における最適差別化補助金を導出した．しかしながら，補助金の非効率性パラメータ λ が大きくなると，(3.11) と (3.12) で求めた (s_0^*,s_1^*) が負となり，補助金の非負制約を満たさない場合が起こり得る．[6] 3.2.2節では，λ がある程度大きく，非負制約がバインド (bind) するケースを考える．既に示したように $s_0^*\gtreqless s_1^*\Leftrightarrow k_0\lesseqgtr k_1$ であり，非効率的企業の方が最適補助金が小さいので，非効率的企業の方が先に補助金の非負制約が有効になる．以下では一般性を失うことなく，私企業のうち企業 0 が非効率的である $(k_0>k_1)$ として，最適補助金を導出する．[7]

政府は，非効率的企業である企業 0 には補助金を与えないので，$s_0=0$ である．従って政府は，(3.8) で表される社会厚生に $s_0=0$ を代入した $W(0,s_1)$ を s_1 に関して最大化する．

$$W(0,s_1)=\frac{1}{2}\big(Q(0,s_1)\big)^2+\pi_0(0,s_1)+\pi_1(0,s_1)-(1+\lambda)s_1q_1(0,s_1). \tag{3.17}$$

[6] (3.11) と (3.12) で求めた s_0^* と s_1^* の（分子）は，2 次の係数が負となる λ の 2 次関数である．$\lambda(>0)$ が大きくなると（分子）の値は負になる．

[7] もし両企業が同質的な場合 $(k_0=k_1)$，3.2.2節の最適差別化補助金の結果は起こり得ない．この場合には，λ が大きくなると3.2.1節のケースから3.2.3節のケースに移行する．

社会厚生最大化の 1 階条件は，以下の通り．

$$
\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}s_1} &= Q\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}s_1} + \frac{\mathrm{d}\pi_0}{\mathrm{d}s_1} + \frac{\mathrm{d}\pi_1}{\mathrm{d}s_1} - (1+\lambda)\big(q_1 + s_1\frac{\mathrm{d}q_1}{\mathrm{d}s_1}\big) = 0 \\
&\Leftrightarrow Q\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}s_1} + (k_0+2)q_0\frac{\mathrm{d}q_0}{\mathrm{d}s_1} + (k_1+2)q_1\frac{\mathrm{d}q_1}{\mathrm{d}s_1} - (1+\lambda)s_1\frac{\mathrm{d}q_1}{\mathrm{d}s_1} = (1+\lambda)q_1 \\
&\Leftrightarrow \big[(k_0+3)q_0+q_1\big]\frac{\mathrm{d}q_0}{\mathrm{d}s_1} + \big[q_0+(k_1+3)q_1-(1+\lambda)s_1\big]\frac{\mathrm{d}q_1}{\mathrm{d}s_1} = (1+\lambda)q_1 \\
&\Leftrightarrow \big[k_0+2-(k_0k_1+2k_0+2k_1+3)\lambda\big]q_1 - q_0 = (k_0+2)(1+\lambda)s_1 \\
&\Leftrightarrow s_1^{**} = \frac{\big[k_0^2+3k_0-k_1+1-(k_0+1)(k_0k_1+2k_0+2k_1+3)\lambda\big]a}{k_1(k_0+2)^2+k_0^2+3k_0+1+2(k_0+2)(k_0k_1+2k_0+2k_1+3)\lambda}.
\end{aligned}
\tag{3.18}
$$

社会厚生最大化の 2 階条件は，(3.13) より $\mathrm{d}^2W/\mathrm{d}s_0^2 < 0$ が成立するので満たされる．

表3.1の均衡諸変数に最適補助金 $(0, s_1^{**})$ を代入すると，表3.3に示される SPNE の均衡諸変数を得る．ここでも，$p^{**}+s_i^{**} = (k_i+1)q_i^{**}$ と $\pi_i^{**} = (k_i+2)(q_i^{**})^2/2$ が成立しており，効率的企業は非効率的企業よりも，生産量と利潤が大きい．すなわち，$k_0 > k_1$ の時，$q_0^{**} < q_1^{**}$ かつ $\pi_0^{**} < \pi_1^{**}$ が成立する．

表 3.3: 複占市場の均衡諸変数（$k_0 > k_1$ で企業 0 の補助金がないケース）

企業 0 の補助金	s_0^{**}	0
企業 1 の補助金	s_1^{**}	$\frac{[k_0^2+3k_0-k_1+1-(k_0+1)(k_0k_1+2k_0+2k_1+3)\lambda]a}{Z}$
企業 0 の生産量	q_0^{**}	$\frac{[k_1(k_0+2)+(2k_0k_1+3k_0+4k_1+5)\lambda]a}{Z}$
企業 1 の生産量	q_1^{**}	$\frac{[k_0^2+3k_0+1+(k_0+1)(k_0+2)\lambda]a}{Z}$
総生産量	Q^{**}	$\frac{[k_0^2+k_0k_1+3k_0+2k_1+1+(k_0^2+2k_0k_1+6k_0+4k_1+7)\lambda]a}{Z}$
価格	p^{**}	$\frac{(k_0+1)[k_1(k_0+2)+(2k_0k_1+3k_0+4k_1+5)\lambda]a}{Z}$
企業 0 の利潤	π_0^{**}	$\frac{(k_0+2)[k_1(k_0+2)+(2k_0k_1+3k_0+4k_1+5)\lambda]^2a^2}{2Z^2}$
企業 1 の利潤	π_1^{**}	$\frac{(k_1+2)[k_0^2+3k_0+1+(k_0+1)(k_0+2)\lambda]^2a^2}{2Z^2}$
社会厚生	W^{**}	$\frac{[(k_0+3)(k_0+k_1)+1+2(k_0^2+k_0k_1+4k_0+3k_1+5)\lambda+(k_0+1)^2\lambda^2]a^2}{2Z}$

$Z = Z(k_0, k_1, \lambda) \equiv k_1(k_0+2)^2 + k_0^2 + 3k_0 + 1 + 2(k_0+2)(k_0k_1+2k_0+2k_1+3)\lambda$

3.2.3 両企業の補助金が 0 となるケース

最後に，両企業の補助金が 0 となるケースを導出する．3.2.2節で効率的企業の補助金 s_1^{**} が正であるためには，(3.18) の右辺の分子が正でなければならない．しかしながら，λ が十分大きければこの分子が負となり，s_1^{**} の非負制約が満たされない．従って，補助金の非効率性パラメータ λ が十分大きい時，両企業の最適差別化補助金は共に 0 となる ($(s_0^{***}, s_1^{***}) = (0,0)$)．この時の均衡諸変数は，表3.1に補助金 0 を代入して直ちに得られる（表3.4）．

3.2.1節から3.2.3節で求めた複占市場の最適差別化補助金を要約すると，次の命題にまとめられる．

表 3.4: 複占市場の均衡諸変数（両企業の補助金が 0 のケース）

企業 0 の補助金	s_0^{***}	0
企業 1 の補助金	s_1^{***}	0
企業 0 の生産量	q_0^{***}	$\frac{(k_1+1)a}{k_0k_1+2k_0+2k_1+3}$
企業 1 の生産量	q_1^{***}	$\frac{(k_0+1)a}{k_0k_1+2k_0+2k_1+3}$
総生産量	Q^{***}	$\frac{(k_0+k_1+2)a}{k_0k_1+2k_0+2k_1+3}$
価格	p^{***}	$\frac{(k_0+1)(k_1+1)a}{k_0k_1+2k_0+2k_1+3}$
企業 0 の利潤	π_0^{***}	$\frac{(k_0+2)(k_1+1)^2a^2}{2(k_0k_1+2k_0+2k_1+3)^2}$
企業 1 の利潤	π_1^{***}	$\frac{(k_1+2)(k_0+1)^2a^2}{2(k_0k_1+2k_0+2k_1+3)^2}$
社会厚生	W^{***}	$\frac{[(k_0+3)(k_1+3)(k_0+k_1)+8]a^2}{2(k_0k_1+2k_0+2k_1+3)^2}$

命題 3.1. 複占市場の最適差別化補助金は，以下のように補助金政策の歪みの大きさに依存する．
(i) 補助金政策の歪みのパラメータ λ が十分小さい時，両企業に正の補助金が与えられる．最適差別化補助金は以下の通り．
$(s_0^*, s_1^*) = \left(\frac{[k_1-(k_0k_1+k_0-2)\lambda-2(k_0k_1+2k_0+2k_1+3)\lambda^2]a}{Y}, \frac{[k_0-(k_0k_1+k_1-2)\lambda-2(k_0k_1+2k_0+2k_1+3)\lambda^2]a}{Y}\right).$
但し，$Y \equiv k_0k_1+k_0+k_1+2(2k_0k_1+3k_0+3k_1+2)\lambda+4(k_0k_1+2k_0+2k_1+3)\lambda^2.$
(ii) 補助金政策の歪みのパラメータ λ がある程度大きくなると，非効率的企業の補助金のみ 0 となる．$k_0 > k_1$ の時の最適差別化補助金は以下の通り．
$(s_0^{**}, s_1^{**}) = \left(0, \frac{[k_0^2+3k_0-k_1+1-(k_0+1)(k_0k_1+2k_0+2k_1+3)\lambda]a}{Z}\right).$
但し，$Z \equiv k_1(k_0+2)^2+k_0^2+3k_0+1+2(k_0+2)(k_0k_1+2k_0+2k_1+3)\lambda.$
(iii) 補助金政策の歪みのパラメータ λ が十分大きい時，両企業の最適補助金は 0 となる．
$(s_0^{***}, s_1^{***}) = (0,0).$

4 数値計算

第3節で導出した最適差別化補助金を踏まえて，補助金政策の歪みのパラメータ λ の変化に伴い，最適差別化補助金，均衡生産量，社会厚生がどう変化するのかについて数値計算を行う．数値例として，逆需要関数の価格軸切片を $a=1$，両企業の費用パラメータをそれぞれ，$k_0=1, k_1=0.5$ と置く．はじめに，λ と最適差別化補助金 (s_0, s_1) の関係をグラフで表すと，図4.1の通りとなる．ここでは命題3.1の関係が図示されており，(i) $\lambda \in (0, 0.216)$ の時，両企業共に正の補助金が与えられ，λ の増加と共に補助金は減少する．$\lambda = 0.216$ において，非効率な企業 0 の補助金が $s_0^{**}=0$ になる．(ii) $\lambda \in [0.216, 0.346)$ の時，非効率的企業の補助金は 0 であり ($s_0^{**}=0$)，効率的企業のみが

正の補助金を与えられる．最適差別化補助金 s_1^{**} も λ の減少関数である．(ii) $\lambda \geq 0.346$ の時，両企業共に補助金は一切与えられない．補助金政策の歪みが大きい場合には，補助金給付に伴う厚生損失が大きすぎるため，補助金政策は実施されない．ケース (i) と (ii) において，最適差別化補助金は λ の厳密な減少関数であり，最適差別化補助金が正である時は，λ の厳密な凸関数である．ケース (iii) を除き，効率的企業の補助金は非効率的企業の補助金を上回る．

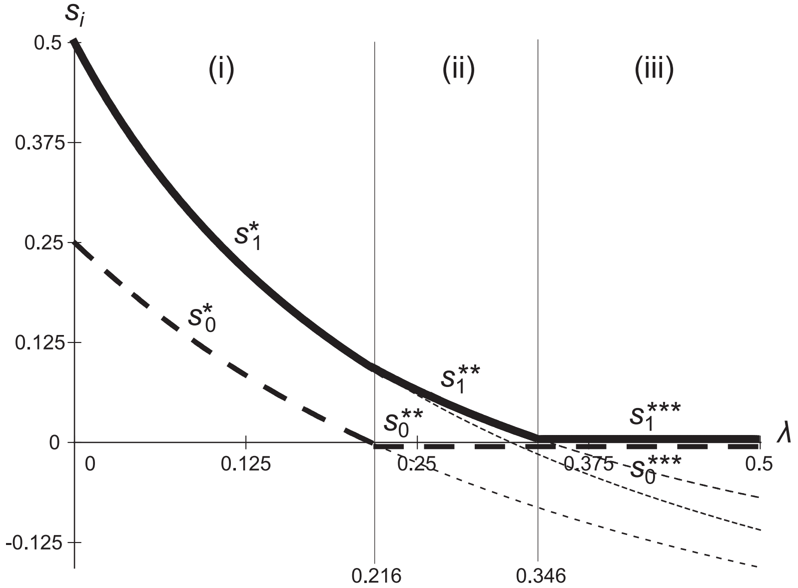

図 4.1: 最適差別化補助金と λ の関係

続いて，λ と各企業の均衡生産量 (q_0, q_1) の関係をグラフに示す（表4.2）．企業 0 が効率的，企業 1 が非効率的企業なので $(k_0 > k_1)$，均衡生産量は常に $q_0 > q_1$ が成立している．ケース (i) と (ii) では，λ の増加と共に両企業の生産量の差，$(q_1 - q_0)$ は減少する．また効率的企業の生産量 q_1 は λ の減少関数である．興味深いことに，非効率的企業の生産量 q_0 はケース (i) では λ の減少関数であるが，ケース (ii) では増加関数となっている．すなわち，非効率的企業に補助金が与えられないケース (ii) では，非効率性の増加と共に非効率的企業の生産量が増加している．このことは，非効率的企業に補助金が与えられないにもかかわらず，効率的企業が生産量を減らす状況では，戦略的代替により他社の生産量増加が生じることを意味する．しかしながら，両企業の生産量の合計である総生産量 Q は，λ に関する単調減少となっている．すなわち，ケース (ii) において，λ の増加に伴う効率的企業の生産量減少分は，非効率的企業の生産量増加分を常に上回り，総生産量は λ が増加するにつれて減少する．消費者余剰は $CS = Q^2/2$ であるので，補助金の非効率性の増加によって消費者余剰が増加するといった逆説的な結果は起こらない．[8]

[8] パラメータ (k_0, k_1) を変えても同様の結果が言える．

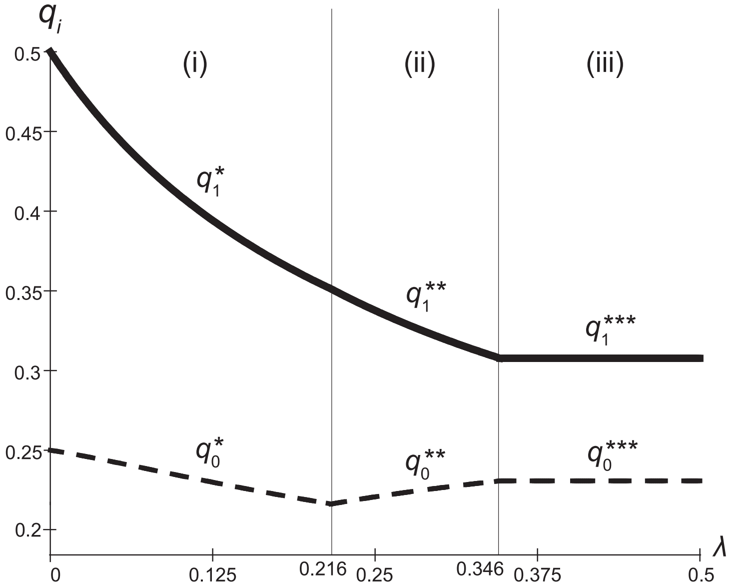

図 4.2: 各企業の生産量と λ の関係

最後に，λ と社会厚生 W の関係をグラフに示す（表4.3）．補助金が企業に支払われるケース (i) と (ii) で社会厚生は，補助金政策の歪みを表すパラメータ λ の厳密な減少関数であり，λ に関する厳密な凸関数である．ケース (iii) では企業に支払う補助金が 0 となり，当然のことながら社会厚生は一定となる．補助金政策の歪みが大きくなるにつれて，政府は補助金支払いを少なくすることで厚生損失の減少を緩和するので，結果的に歪みが社会厚生に与える影響が減っていく．このことにより，社会厚生 W が λ に関する厳密に凸の減少関数となっている．[9]

5　まとめと今後の展望

本論文では，政府の補助金政策に歪みの存在する純粋複占市場について考察し，費用格差のある私企業に対して，社会厚生を最大化する政府が給付する最適差別化補助金を導出した．得られた結論は以下の通りである．第一に，補助金の歪みが比較的小さい時，最適差別化補助金は内点解となり，政府の 1 階条件より最適解が導出されることが示された．最適解が内点解であるという結論は，混合寡占市場において最適解が端点となる結論とは異なる．第二に，補助金の歪みがある程度大きくなると，最適差別化補助金政策は，効率的企業にのみ補助金を与え非効率的企業には補助金を与えないという，端点解が最適となることが示された．第三に，補助金の歪みが非

[9] 本節では，関数のパラメータを特定化したグラフを用いて議論したが，定性的な性質はパラメータの特定化にかかわらず成立する．

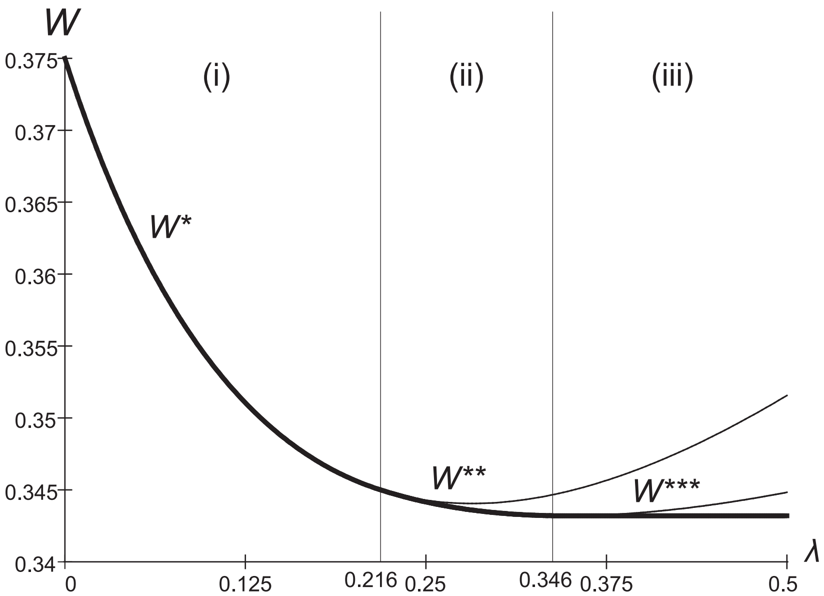

図 4.3: 社会厚生と λ の関係

常に大きい時は，企業には補助金が一切与えられず，政府による市場介入のない単純な複占競争となる．さらに本論文では数値計算を行い，補助金政策の歪みのパラメータの増加に伴い，最適差別化補助金，均衡生産量と社会厚生がどのように変化するのかについて，グラフを図示して得られる結果を提示した．

混合寡占市場の既存研究のみならず純粋寡占市場においても，差別化補助金政策を考察した既存研究は，計算の複雑さゆえに非常に少ない．加えて，補助金政策の非効率性を明示的に扱った寡占理論の先行研究も少ない．本論文では，補助金政策に非効率性がある状況で，費用格差のある私企業に対して政府が，一律補助金ではなく差別化補助金を採用した場合に，社会厚生を最適化する補助金政策がどうなるのかを調査した一つの拡張論文である．補助金に歪みがある時に政府は，社会厚生を最大化する上で一種のトレードオフに直面する．補助金拡大は生産量増加による社会厚生の拡大をもたらす一方で，補助金の歪みに伴う厚生損失が発生する．歪みの拡大と共に後者のマイナスの効果が大きくなり，従量補助金は減少する．最終的に，補助金政策の非効率性が非常に大きい場合には，政府は補助金給付を行うことで企業の生産量を拡大しようと介入するインセンティブを失う．この意味で本論文の結論は，補助金政策自体に内在する非効率性を考慮に入れた場合に，補助金行政の実効性が失われる可能性があることを示唆する．

最後に本研究の今後の課題を述べて筆を擱く．濱田 (2019) の前号論文と本論文とではそれぞれ，混合複占市場と純粋複占市場の下で補助金に歪みがある場合の最適差別化補助金を導出した．研究の自然な拡張方向性として，異なる 2 つの市場の均衡比較を行うことが挙げられる．特に，混

合寡占市場から純粋寡占市場への移行は，公企業の完全民営化を意味するので，民営化前後で最適差別化補助金や社会厚生がどう変化するかについて均衡比較を行うことは，今後の重要な課題である．上記の課題と関連して，歪みのある状況下で差別化補助金を導入する時に，民営化中立性定理が成立するかどうかについて，考察することは大きな意義がある．これまでの研究結果からは，補助金に歪みがある状況下でたとえ差別化補助金政策を導入しても，均衡生産量が民営化前後で異なるために，民営化中立性定理が成立する可能性は非常に低いことが予想される．しかしながら現時点では，民営化前後でどちらの社会厚生が大きくなるかは，未解決の問いとして残されている．従って，補助金政策に歪みが存在する時に，最適差別化補助金政策の下で民営化前後の社会厚生比較を行うことが，残された将来の研究課題と言える．

謝辞

本研究は，JSPS 科研費基盤研究 (B) No.16H03612 及び基盤研究 (C) No.16K03615 の研究助成を受けている．本論文に有り得べき誤謬は全て筆者に帰する．

参考文献

[1] 別所 俊一郎，赤井 伸郎，林 正義 (2003) 「公的資金の限界費用」,『日本経済研究』，第 47 号, 1–19.

[2] 濱田 弘潤 (2019) 「補助金政策に歪みのある混合寡占市場での最適差別化補助金」,『新潟大学経済論集』，第 106 号 2018-II, 1–17.