論　説

補助金政策に歪みのある混合寡占市場での最適差別化補助金

濱　田　弘　潤*

概要

本論文は，混合寡占市場で補助金政策に歪みのある状況を考察し，競争政策を行う政府が社会厚生を最大化する最適差別化補助金をどう設定するのか，について分析を行う．混合寡占市場を分析した既存研究の多くが，歪みのない補助金を前提として議論を行ってきた．しかしながら，補助金の原資を調達するための課税には，多くの状況で何らかの非効率性が存在することが知られている．本論文では，混合寡占市場で補助金に歪みが存在する状況で，政府が差別化補助金を設定する時の最適解を導出し，得られた最適解の性質について以下の結論を提示する．第一に，社会厚生最大化の 1 階条件を満たす差別化補助金の組は，鞍点となり最適解ではない．第二に，最適差別化補助金は端点解であり，補助金の歪みの強さを示すパラメータに依存して，2 つある端点のうちいずれかが最適解となる．端点の一つは，公企業には補助金を与えず私企業のみに補助金を与える政策であり，もう一つは，公企業には生産させない補助金政策である．両方の端点において，公企業には一切補助金を与えないのが，最適差別化補助金となる．第三に，公企業と私企業が同質的な場合に，公企業には一切補助金を与えない端点が最適差別化補助金となる．

Keywords: 差別化補助金，混合寡占市場，補助金の歪み，最適補助金政策，鞍点

JEL classifications: D43, H21, H25, H42, L13

* 住所：〒 950-2181 新潟市西区五十嵐 2 の町 8050 新潟大学経済学部
Tel. and Fax: 025-262-6538
Email: khamada@econ.niigata-u.ac.jp

1　はじめに

本論文は，公企業と私企業が共に存在し市場競争に従事する混合寡占市場を考察し，補助金政策に歪みのある状況において，競争政策を行う政府（規制当局）が社会厚生を最大化する最適差別化補助金をどう設定するか，について分析を行う．これまで多くの既存研究では，混合寡占市場を分析する際に，歪みのない補助金を前提として議論を展開してきた．しかしながら，補助金の原資を調達するために必要な徴税プロセスにおいて，様々な理由から多くの状況で何らかの非効率性が存在する．こうした課税による歪み (tax distortion) が存在することは，徴税プロセスに関する実証分析からも明らかにされている．[1] こうした課税の歪み，またはその結果としての補助金の歪み (subsidy distortion) が存在する状況では，一般に「民営化中立性定理 (privatization neutrality theorem)」が成立しないことが知られている．

混合寡占市場を分析する上で主要なトピックの一つに，民営化中立性定理がある．この定理は，社会厚生最大化を目指す政府が公企業と私企業に適切に補助金を与えることができるならば，民営化前後で社会厚生は変わらない，という厚生に関する中立性の定理である．この定理の経済的な含意は，政府が競争政策を通じて適切に企業をコントロールできるならば，公企業を民営化すべきか否かという問いは，社会厚生上全く無差別であり，民営化は経済に何ら影響を与えない，というものである．既存研究は様々な状況下で，民営化中立性定理が成立することを示してきた．

White (1996) が初めて民営化中立性定理を提示して以来，この定理がどのような環境下で成立するのかについて，多数の先行研究が分析を行ってきた．例えば，Poyago-Theotoky (2001) では，民営化前に公企業がシュタッケルベルク・リーダーとして行動する時にも，中立性定理が成立することを示している．Myles (2002) は，需要関数と費用関数を一般化した設定にモデルを拡張して，定理の成立を示した．Tomaru and Saito (2010) は混合寡占市場で，公企業と私企業が生産量決定のタイミングを内生化する状況を考察し，結果として生じるシュタッケルベルク複占競争の下で，社会厚生が民営化前後で変わらないことを示した．さらに，Tomaru (2006) では，公企業が部分民営化する状況に議論を一般化しても，中立性定理が成立することを証明した．このほか，Kato and Tomaru (2007) では私企業が利潤最大化以外の目的を持つ時を考察し，Hashimzade, Khodavaisi, and Myles (2007) では製品差別化財の場合に分析を拡張し，社会厚生が民営化前後で変わらないという結果が，より一般的な状況でも成立し続けることを両論文は確認している．[2]

しかしその一方で，中立性定理が成立しない経済環境もいくつか存在する．はじめに，公企業の費用が私企業と異なる時，または公企業の生産量決定のタイミングが私企業とは異なる時，中立性定理が成立しないことを論じる研究が現れた．Fjell and Heywood (2004) は，公企業が民営化前後でシュタッケルベルク・リーダーである場合に，中立性定理が成立しないことを示した．[3] 実

[1] 課税による歪みに関する研究には様々な内容があるが例えば，別所・赤井・林 (2003) 及びこの論文内で示されている参考文献を参照せよ．

[2] 民営化中立性定理についての包括的なサーベイについては，都丸 (2014) の第 4 章を参照せよ．

[3] Matsumura and Okumura (2013) は，Fjell and Heywood (2004) の状況で，生産量上限規制が導入されれば，中立性が再び保たれることを示している．

際のところ，公企業と私企業の間の非同質性は中立性命題成立の障壁となる．Cato and Matsumura (2013) は，私企業が自由参入する市場では中立性が保たれないことを示し，Zikos (2007a) 及び Gil-Moltó, Poyago-Theotoky, and Zikos (2011) は研究開発投資を導入し，生産量に加えて別の選択変数を企業が持つ時，中立性が保証されないことを明らかにした．さらには，外国企業が存在する時（Matsumura and Tomaru (2012)），企業への補助金の原資として必要な税の徴収に歪みが存在する時（Matsumura and Tomaru (2013)），政府と公企業の間に目的の乖離がある時（Kato (2008)），社会厚生の中立性は保たれない．

とはいえ，民営化中立性定理を分析する既存研究の多くが，企業に対する補助金政策に単純化の仮定を置いている．White (1996) のモデル設定以降，後に続く多くの研究者は公企業と私企業が共に同じ水準の一律補助金 (uniform subsidy) を与えられる状況のみに議論を限定している．確かに，一律補助金に議論を限定することは分析の簡単化に寄与するが，政府が異なる目的を持つ公企業と私企業の違いを正しく認識できるにもかかわらず，両企業に一律補助金しか設定できない状況は，分析を単純化し過ぎている．政府が両企業の違いを認識できる以上，企業ごとに差別化補助金 (discriminatory subsidy) を提示できることは，ごく自然な想定である．このため近年，政府が差別化補助金を設定する状況を考慮して民営化中立性を議論した研究が，いくつか現れている．Zikos (2007b) は，公企業が民営化前後でシュタッケルベルク・リーダーであり続ける時，最適差別化補助金を設定することで民営化中立性定理が復活することを示した．Hamada (2016a, 2016b) は，政府が最適差別化補助金を与える時，公企業と私企業が異なる費用関数を持つ場合にも，さらには生産量決定のタイミングが異なる場合でさえ，民営化中立性が実現することを示した．また，Hamada (2018) では，公企業が社会厚生最大化以外の目的を持つ時に，多くの状況で最適な差別化補助金政策により，民営化中立性が満たされることを証明した．従って，差別化補助金政策を前提とするならば，これまで一律補助金の下で検討されていた状況を大きく超えた幅広い状況で，中立性定理が成立することが示されている．

一方で，補助金（課税）の歪みが存在する場合に，中立性定理が成立するか否かについては，否定的な結論が得られている．Matsumura and Tomaru (2013) は，補助金に歪みが存在する状況では，一律補助金政策の下では民営化中立性が保たれないことを示している．しかしながら，補助金に歪みが存在する状況での差別化補助金政策については，これまで誰も分析を行っていない．このため，補助金に歪みのある状況で差別化補助金が導入可能な場合に，民営化中立性定理が成立するかどうかも，未だ明らかにはなっていない．従って本研究では，民営化中立性の成立を調査するための準備段階として，民営化前の混合寡占市場で補助金の歪みがある時の最適差別化補助金を導出することを試みる．特に，均衡における最適差別化補助金が持つ性質について調査する．

本論文では，混合寡占市場で補助金に歪みが存在する状況を考え，政府が差別化補助金を設定できる時の最適差別化補助金を導出し，得られた最適解の性質について以下の結論を提示する．第一に，社会厚生最大化の 1 階条件を満たす差別化補助金の組は，鞍点となり最適解ではない．第二に，最適差別化補助金は端点解であり，補助金の歪みの強さを示すパラメータに依存して，2 つ

ある端点のうちいずれかが最適解となる．端点の一つは，公企業への補助金がゼロで私企業のみに補助金を与える政策であり，もう一つは，公企業の生産量がゼロとなる補助金政策である．両方の端点において，公企業には一切補助金を与えないのが最適差別化補助金となる．この結論は，補助金の歪みの強さに依存して，最適な補助金政策が非連続的に変化する可能性があることを示唆する．第三に，公企業と私企業が同質的な場合に，公企業への補助金をゼロとする端点が最適差別化補助金となる．

本論文の構成は以下の通りである．第2節では，第1段階で政府が最適な差別化補助金を公企業と私企業に提示し，第2段階で公企業と私企業がクールノー数量競争に従事する2段階ゲームの寡占競争モデルを記述する．第3節では，均衡における最適差別化補助金を導出し，最適解の性質について結論を提示する．第4節では，まとめと今後の課題を述べる．

2　モデル

同時手番の混合寡占市場を考える．同質財を生産する公企業と私企業が，クールノー数量競争を行う．分析の簡単化のため複占市場を想定し，公企業と私企業は共に1社のみ存在する．各企業を企業 $i = \{0,1\}$ で表し，企業0は公企業，企業1は私企業を指す．公企業は社会厚生最大化を目的とし，私企業は自社利潤最大化が目的である．モデルは，White (1996) と同様の設定に従う．

企業 i の生産量を $q_i \in [0,\infty)$ とし，総生産量を $Q \equiv q_0 + q_1$ と置く．同質財価格を p として，以下では分析の簡単化のため，逆需要関数が線形のケースを考える．$p = p(Q) = a - Q, a > 0$ が逆需要関数である．混合寡占市場の分析で通常想定されるように，費用関数が2次関数のケースを考える．$C_i(q_i) = (k_i/2)q_i^2, k_i > 0$ が企業 i の費用関数で，固定費用は存在しない．公企業と私企業の生産技術が必ずしも同質的ではない一般的状況を扱うために，費用関数は必ずしも同一であるとは限らないとする $(k_0 \neq k_1)$.

続いて，補助金の歪みと社会厚生について述べる．補助金を与える政府の目的は社会厚生最大化である．政府は，公企業と私企業の違いを適切に理解しており，企業の費用パラメータ k_i についても完全に知っている．すなわち，政府と企業の間には情報の非対称性が存在しない．この状況下で政府は，公企業と私企業に異なる水準の補助金を設定することが可能である．このため本論文では，一律補助金に議論を限定した Matsumura and Tomaru (2013) 論文の設定とは異なり，差別化補助金政策を扱う．$s_i \geq 0$ を，企業 i に与えられる生産量1単位当り従量補助金とする．すなわち s_0 と s_1 はそれぞれ，公企業と私企業への従量補助金である．

補助金の企業への給付には，補助金に必要な資金を調達するための課税が非効率であること等によって生じる，厚生損失が発生する．$\lambda > 0$ を，補助金の非効率性を表すパラメータとする．[4]

[4] $\lambda_0 \neq \lambda_1$ というさらに一般的なケースを考えることもできる．しかし，補助金を公企業と私企業どちらに与えるのかによって，補助金（課税）の歪みが異なる状況は通常想定し難いので，本稿では $\lambda_0 = \lambda_1 \equiv \lambda$ であると考える．

補助金を 1 単位企業に支払うごとに，追加的に $\lambda > 0$ の課税の非効率性が発生するものとする．言い換えれば，補助金 1 単位分のために必要な資金を税金で調達する際，$(1+\lambda)$ 単位の資金が必要となることを意味する．従って，s 単位の補助金は λs 単位の厚生損失を生む．[5]

注意すべき点として，補助金は負の値をとらないものとする．すなわち，政府が企業に従量税を課すことはしない．この補助金の非負制約も既存研究とは異なる点である．Matsumura and Tomaru (2013) では，負の補助金，すなわち正の課税が生じる状況も想定している．しかしながら，補助金に歪みが存在する状況で課税を実施する場合 ($s_i < 0$)，企業からの 1 単位の徴税が $(1+\lambda)$ 単位分追加的に社会厚生を増加させるという，奇妙な現象が起こってしまう．このようなおかしな現象を分析から排除するために，政府が企業に与える補助金は非負である状況 ($s_i \geq 0$) に議論をあらかじめ限定する．

各企業の利潤は，$\pi_i = p(Q)q_i - (k_i/2)q_i^2 + s_i q_i = (a - Q + s_i)q_i - (k_i/2)q_i^2$ である．消費者余剰は $CS \equiv \int_0^Q p(x)dx - p(Q)Q = (1/2)Q^2$，生産者余剰は $PS \equiv \pi_0 + \pi_1 = p(Q)Q - (1/2)(k_0 q_0^2 + k_1 q_1^2) + s_0 q_0 + s_1 q_1$．$(1+\lambda)(s_0 q_0 + s_1 q_1)$ は，補助金支払いに必要な税金と徴税により追加的に発生する費用で，課税（補助金）の歪みによって生じる税金総額である．社会厚生は次式を満たす．

$$W \equiv CS + PS - (1+\lambda)(s_0 q_0 + s_1 q_1) = aQ - \frac{1}{2}Q^2 - \frac{1}{2}(k_0 q_0^2 + k_1 q_1^2) - \lambda(s_0 q_0 + s_1 q_1). \tag{2.1}$$

補助金の歪みが存在しない従来の設定とは異なり，補助金 (s_0, s_1) の大きさ自体が社会厚生に影響を及ぼす．(2.1) より他の条件を一定とすれば，補助金が少なければ少ないほど，社会厚生上は望ましい設定になっている．

社会厚生を最大化するために政府ができることは，両企業の生産量を直接コントロールすることではなく，差別化補助金政策を実施し企業が適切な生産をするよう誘導することである．生産量を直接コントロールすることで実現できる社会厚生最大化を，最善 (first-best) のケース，政府が最適な差別化補助金の水準を設定して，企業の生産量を間接的に調整する状況を，次善 (second-best) のケースと呼ぶことにする．もし社会厚生が (s_0, s_1) に直接依存しないならば，社会厚生を最大化する生産量 (q_0^*, q_1^*) を特定し，政府がそれを実現する最適補助金 (s_0^*, s_1^*) を設定すれば，最善のケースを実現できる．これが民営化中立性定理の成立する理由である．ところが，補助金の歪みが存在する場合には，社会厚生が補助金 (s_0, s_1) に直接依存するので，上記のように最適生産量を実現する最適補助金を設定するといった社会厚生最大化は実現できない．このことから最善のケースは実現可能ではなく，次善のケースの最適解を求めることとなる．またこのことは，補助金に歪みのある場合には，民営化中立性定理が成立しない可能性があることが予想される．本論文では，民営化前後の社会厚生の比較は行わず，民営化前の混合寡占市場で差別化補助金政策が導入された時の，最適な補助金水準を導出することを試みる．

[5] 細かい注意点として，Matsumura and Tomaru (2013) のモデルと本論文のモデルとでは，補助金の歪みのモデル化が異なる．彼らのモデルでは，公企業の利潤で補助金の資金を賄い，足りない分からのみ非効率性が発生する状況を想定している．但し，モデル化の違いにかかわらず基本的な結論は変わらない．本論文の設定では簡単化のため，また考えている経済的状況の違いを反映し，企業への補助金が常に厚生損失を発生させる異なる設定で分析を行う．

補助金のある混合寡占市場のゲームのタイミングを述べる．2 段階ゲーム (two-stage game) を考え，第 1 段階で，政府が公企業と私企業にそれぞれ，社会厚生を最大化する最適な差別化従量補助金 (s_0^*, s_1^*) を設定する．第 1 段階で設定された両企業の最適差別化補助金の水準を観察した後，第 2 段階で，公企業と私企業は同時かつ非協力的にクールノー数量競争を行い，生産量 (q_0, q_1) を決定する．2 段階ゲームの解概念はサブゲーム完全均衡 (subgame perfect Nash equilibrium: SPNE) であり，均衡は後ろ向き推論 (backward induction) に従い，第 2 段階から解いて得られる．

3　最適差別化補助金の導出

3.1　第 2 段階：混合複占市場の均衡生産量

第 2 段階の混合複占市場の均衡生産量を導出する．公企業は q_0 に関して社会厚生 (2.1) を最大化する．公企業の社会厚生最大化の 1 階条件は，以下の通り．

$$\frac{\partial W}{\partial q_0} = a - Q - k_0 q_0 - \lambda s_0 = 0 \Leftrightarrow q_0 = r_0(q_1) \equiv \frac{a - q_1 - \lambda s_0}{k_0 + 1}. \tag{3.1}$$

2 階条件は，$\partial^2 W/\partial q_0^2 = -(k_0+1) < 0$ より成立する．公企業の反応関数 $q_0 = r_0(q_1)$ は，補助金の歪みがないケース ($\lambda = 0$) を除いて，補助金 s_0 に依存している．理由は明らかで，歪みが存在するために補助金の水準は，社会厚生の経済主体間の分配のみに影響するのではなく，社会厚生の大きさ自体にも影響を与えるからである．

一方，私企業は q_1 に関して自社利潤を最大化する．私企業の利潤最大化の 1 階条件は，以下の通り．

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = a - Q + s_1 - q_1 - k_1 q_1 = 0 \Leftrightarrow q_1 = r(q_0) \equiv \frac{a + s_1 - q_0}{k_1 + 2}. \tag{3.2}$$

2 階条件は，$\partial^2 \pi_1/\partial q_1^2 = -(k_1+2) < 0$ より成立する．私企業の反応関数 $q_1 = r(q_0)$ は，λ が 0 か否かに関係なく常に，補助金 s_1 に依存する．

反応関数 (3.1) と (3.2) を連立して均衡生産量 (q_0, q_1) を解き，導出した均衡諸変数は表3.1にまとめられる．[6] ここで，$A(s_0, s_1) \equiv k_0(k_1+1)a + \{2[k_0 + (k_0+1)(k_1+1)] + [2(k_1+1) + k_0(k_1+2)]\lambda\}s_0 - k_0 s_1$ である．また，以下の関係が成立する．$p + s_1 = (k_1+1)q_1$，$\pi_0 = [(k_0/2)q_0 + (1+\lambda)s_0]q_0$，$\pi_1 = (k_1+2)q_1^2/2$．公企業と私企業の生産量 q_0 と q_1 の大小関係は，s_0 と s_1 の相対的な大きさに依存する．具体的には，$q_0 \gtrless q_1 \Leftrightarrow (k_1 - k_0 + 1)a + (k_1+3)\lambda s_0 \gtrless (k_0+2)s_1$．同様に，公企業と私企業の利潤 π_0 と π_1 の大小関係も，s_0 と s_1 の相対的な大きさに依存する．

表3.1に提示した均衡諸変数から，公企業補助金 s_0 の増加は，私企業生産量 q_1，価格 p，私企業利潤 π_1 の増加と，公企業生産量 q_0，総生産量 Q の減少をもたらすことが確認できる．特に公企

[6] 簡単化のため本論文では，均衡生産量について内点解が成立する状況に議論を限る．

表 3.1: 第 2 段階の混合寡占市場の均衡諸変数

公企業生産量	q_0	$\frac{(k_1+1)a-(k_1+2)\lambda s_0-s_1}{k_0+(k_0+1)(k_1+1)}$
私企業生産量	q_1	$\frac{k_0a+\lambda s_0+(k_0+1)s_1}{k_0+(k_0+1)(k_1+1)}$
総生産量	Q	$\frac{(k_0+k_1+1)a-(k_1+1)\lambda s_0+k_0s_1}{k_0+(k_0+1)(k_1+1)}$
価格	p	$\frac{k_0(k_1+1)a+(k_1+1)\lambda s_0-k_0s_1}{k_0+(k_0+1)(k_1+1)}$
公企業利潤	π_0	$\frac{A(s_0,s_1)[(k_1+1)a-(k_1+2)\lambda s_0-s_1]}{2[k_0+(k_0+1)(k_1+1)]^2}$
私企業利潤	π_1	$\frac{(k_1+2)[k_0a+\lambda s_0+(k_0+1)s_1]^2}{2[k_0+(k_0+1)(k_1+1)]^2}$
社会厚生	W	$\frac{1}{2}Q^2+\pi_0+\pi_1-(1+\lambda)(s_0q_0+s_1q_1)$

業への補助金増加が，公企業生産量を減少させる点が注目に値する．一方，私企業補助金 s_1 の増加は，私企業生産量 q_1，総生産量 Q，私企業利潤 π_1，消費者余剰 CS の増加と，公企業生産量 q_0，価格 p，公企業利潤 π_0 の減少をもたらす．公企業利潤 π_0 と社会厚生 W が s_0 の増加と共に増加するか否かについては，パラメータの値に依存して確定しない．

ここで，第 1 段階において政府の最適差別化補助金を導出する際に必要な，各企業の生産量 (q_0,q_1)，総生産量 Q，各企業の利潤 (π_0,π_1) の s_0 と s_1 に関する偏微係数を求める．初めに，s_0 に関して均衡諸変数を偏微分すると以下の通り．

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial q_0}{\partial s_0}=-\frac{(k_1+2)\lambda}{k_0+(k_0+1)(k_1+1)}<0,\ \frac{\partial q_1}{\partial s_0}=\frac{\lambda}{k_0+(k_0+1)(k_1+1)}>0,\\
&\frac{\partial Q}{\partial s_0}=-\frac{(k_1+1)\lambda}{k_0+(k_0+1)(k_1+1)}<0,\\
&\frac{\partial \pi_0}{\partial s_0}=k_0q_0\frac{\partial q_0}{\partial s_0}+(1+\lambda)(q_0+s_0\frac{\partial q_0}{\partial s_0})=(1+\lambda)q_0+\left[k_0q_0+(1+\lambda)s_0\right]\frac{\partial q_0}{\partial s_0},\\
&\frac{\partial \pi_1}{\partial s_0}=(k_1+2)q_1\frac{\partial q_1}{\partial s_0}>0.
\end{aligned}
\tag{3.3}
$$

続いて，s_1 に関して均衡諸変数を偏微分すると以下の通り．

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial q_0}{\partial s_1}=-\frac{1}{k_0+(k_0+1)(k_1+1)}<0,\ \frac{\partial q_1}{\partial s_1}=\frac{k_0+1}{k_0+(k_0+1)(k_1+1)}>0,\\
&\frac{\partial Q}{\partial s_1}=\frac{k_0}{k_0+(k_0+1)(k_1+1)}>0,\\
&\frac{\partial \pi_0}{\partial s_1}=\left[k_0q_0+(1+\lambda)s_0\right]\frac{\partial q_0}{\partial s_1},\\
&\frac{\partial \pi_1}{\partial s_1}=(k_1+2)q_1\frac{\partial q_1}{\partial s_1}>0.
\end{aligned}
\tag{3.4}
$$

さらに，第 1 段階で社会厚生最大化の 2 階条件を調べる上で必要な，2 階偏微分及び交差偏微分

を求める．まず，s_0 に関する 2 階偏微分を求めると以下の通り．

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial^2 q_0}{\partial s_0^2}=0,\ \frac{\partial^2 q_1}{\partial s_0^2}=0,\ \frac{\partial^2 Q}{\partial s_0^2}=0,\\
&\frac{\partial^2 \pi_0}{\partial s_0^2}=\left[k_0\frac{\partial q_0}{\partial s_0}+2(1+\lambda)\right]\frac{\partial q_0}{\partial s_0}\\
&\qquad=-\frac{(k_1+2)\left\{2\left[k_0+(k_0+1)(k_1+1)\right]+(k_0k_1+2k_0+2k_1+2)\lambda\right\}\lambda}{\left[k_0+(k_0+1)(k_1+1)\right]^2}<0,\\
&\frac{\partial^2 \pi_1}{\partial s_0^2}=(k_1+2)(\frac{\partial q_1}{\partial s_0})^2=\frac{(k_1+2)\lambda^2}{\left[k_0+(k_0+1)(k_1+1)\right]^2}>0.
\end{aligned}
\tag{3.5}
$$

続いて，s_1 に関する 2 階偏微分を求めると以下の通り．

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial^2 q_0}{\partial s_1^2}=0,\ \frac{\partial^2 q_1}{\partial s_1^2}=0,\frac{\partial^2 Q}{\partial s_1^2}=0,\\
&\frac{\partial^2 \pi_0}{\partial s_1^2}=k_0(\frac{\partial q_0}{\partial s_1})^2=\frac{k_0}{\left[k_0+(k_0+1)(k_1+1)\right]^2}>0,\\
&\frac{\partial^2 \pi_1}{\partial s_1^2}=\frac{(k_1+2)(k_0+1)^2}{\left[k_0+(k_0+1)(k_1+1)\right]^2}>0.
\end{aligned}
\tag{3.6}
$$

最後に，s_0 と s_1 に関する交差偏微分を求めると以下の通り．

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial^2 q_0}{\partial s_0\partial s_1}=0,\ \frac{\partial^2 q_1}{\partial s_0\partial s_1}=0,\ \frac{\partial^2 Q}{\partial s_0\partial s_1}=0,\\
&\frac{\partial^2 \pi_0}{\partial s_0\partial s_1}=(k_0\frac{\partial q_0}{\partial s_0}+1+\lambda)\frac{\partial q_0}{\partial s_1}=-\frac{k_0+(k_0+1)(k_1+1)+(k_1+1)\lambda}{\left[k_0+(k_0+1)(k_1+1)\right]^2}<0,\\
&\frac{\partial^2 \pi_1}{\partial s_0\partial s_1}=(k_1+2)\frac{\partial q_1}{\partial s_0}\frac{\partial q_1}{\partial s_1}=\frac{(k_0+1)(k_1+2)\lambda}{\left[k_0+(k_0+1)(k_1+1)\right]^2}>0.
\end{aligned}
\tag{3.7}
$$

3.2　第 1 段階：最適差別化補助金

政府は第 2 段階で生じる公企業と私企業の複占競争の結果を正しく推測した上で，第 1 段階に，社会厚生の最大化を目的として，公企業と私企業にそれぞれ s_0 と s_1 の差別化従量補助金を与える．社会厚生は s_0 と s_1 に依存して，次式のように書ける．

$$
W(s_0,s_1)=\frac{1}{2}\big(Q(s_0,s_1)\big)^2+\pi_0(s_0,s_1)+\pi_1(s_0,s_1)-(1+\lambda)\Big(s_0q_0(s_0,s_1)+s_1q_1(s_0,s_1)\Big).
\tag{3.8}
$$

以下では，両企業への最適差別化補助金 (s_0^*,s_1^*) を求める．

初めに，政府の社会厚生最大化の s_0 に関する 1 階条件は，以下の通り．[7]

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial W}{\partial s_0} &= Q\frac{\partial Q}{\partial s_0} + \frac{\partial \pi_0}{\partial s_0} + \frac{\partial \pi_1}{\partial s_0} - (1+\lambda)(q_0 + s_0\frac{\partial q_0}{\partial s_0} + s_1\frac{\partial q_1}{\partial s_0}) = 0 \\
&\Leftrightarrow Q\frac{\partial Q}{\partial s_0} + k_0 q_0 \frac{\partial q_0}{\partial s_0} + \left[(k_1+2)q_1 - (1+\lambda)s_1\right]\frac{\partial q_1}{\partial s_0} = 0 \\
&\Leftrightarrow \left[(k_0+1)q_0 + q_1\right]\frac{\partial q_0}{\partial s_0} + \left[q_0 + (k_1+3)q_1 - (1+\lambda)s_1\right]\frac{\partial q_1}{\partial s_0} = 0 \\
&\Leftrightarrow (k_1+2)\left[(k_0+1)q_0 + q_1\right] = q_0 + (k_1+3)q_1 - (1+\lambda)s_1 \\
&\Leftrightarrow (1+\lambda)s_1 = q_1 - \left[k_0 + (k_0+1)(k_1+1)\right]q_0 \\
\Leftrightarrow s_0 &= \frac{\left[k_0k_1 + (k_0+1)(k_1+1)^2\right]a - \left\{k_0 + 1 - \left[k_0 + (k_0+1)(k_1+1)\right]\lambda\right\}s_1}{\left\{1 + (k_1+2)\left[k_0 + (k_0+1)(k_1+1)\right]\right\}\lambda}.
\end{aligned}
\tag{3.9}
$$

続いて，社会厚生最大化の s_1 に関する 1 階条件は，以下の通り．

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial W}{\partial s_1} &= Q\frac{\partial Q}{\partial s_1} + \frac{\partial \pi_0}{\partial s_1} + \frac{\partial \pi_1}{\partial s_1} - (1+\lambda)(s_0\frac{\partial q_0}{\partial s_1} + q_1 + s_1\frac{\partial q_1}{\partial s_1}) = 0 \\
&\Leftrightarrow Q\frac{\partial Q}{\partial s_1} + k_0 q_0 \frac{\partial q_0}{\partial s_1} + \left[(k_1+2)q_1 - (1+\lambda)s_1\right]\frac{\partial q_1}{\partial s_1} = (1+\lambda)q_1 \\
&\Leftrightarrow \left[(k_0+1)q_0 + q_1\right]\frac{\partial q_0}{\partial s_1} + \left[q_0 + (k_1+3)q_1 - (1+\lambda)s_1\right]\frac{\partial q_1}{\partial s_1} = (1+\lambda)q_1 \\
&\Leftrightarrow \left[(k_0+1)(k_1+3) - 1\right]q_1 = (1+\lambda)\left[k_0 a + \lambda s_0 + 2(k_0+1)s_1\right] \\
&\Leftrightarrow (1+\lambda)(k_0+1)s_1 = \left\{k_0 + 1 - \left[k_0 + (k_0+1)(k_1+1)\right]\lambda\right\}q_1 \\
\Leftrightarrow s_1 &= \frac{\left\{k_0 + 1 - \left[k_0 + (k_0+1)(k_1+1)\right]\lambda\right\}(k_0 a + \lambda s_0)}{(k_0+1)\left\{k_0 + k_1 + k_0k_1 + 2\left[k_0 + (k_0+1)(k_1+1)\right]\lambda\right\}}.
\end{aligned}
\tag{3.10}
$$

(3.9) と (3.10) の連立方程式を解き，1 階条件を満たす差別化補助金の組合せ $(\widehat{s_0}, \widehat{s_1})$ を求めると，次式の通りである．

$$
\widehat{s_0} = \frac{\left[k_1(k_0+1) + 2(k_0+1)(k_1+1)\lambda - k_0\lambda^2\right]a}{\left[(k_0+1)(k_1+1) + 2(k_0+1)(k_1+2)\lambda + \lambda^2\right]\lambda}, \tag{3.11}
$$

$$
\widehat{s_1} = \frac{\left\{k_0 + 1 - \left[k_0 + (k_0+1)(k_1+1)\right]\lambda\right\}a}{(k_0+1)(k_1+1) + 2(k_0+1)(k_1+2)\lambda + \lambda^2}. \tag{3.12}
$$

(3.11) と (3.12) を満たす公企業と私企業の差別化補助金の大きさは，$\widehat{s_0} \gtreqless \widehat{s_1} \Leftrightarrow k_1 + (2k_1+1)\lambda + (k_1+1)\lambda^2 \gtreqless 0$ より，$\lambda > 0$ の下で必ず $\widehat{s_0} > \widehat{s_1}$ が成立する．また，この補助金水準において，$(k_0+1)q_0 = \lambda q_1$ が成立する．

しかしながら，上記の 1 階条件を満たす差別化補助金 $(\widehat{s_0}, \widehat{s_1})$ が，正しく社会厚生を最大化しているかどうかを確かめるためには，2 階条件が成立するかどうかを確認する必要がある．初めに，

[7] 式の導出が非常に複雑なので，計算過程も示す．

社会厚生の s_0 に関する 2 階偏微分を求めると，以下の通り．

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 W}{\partial s_0^2} &= (\frac{\partial Q}{\partial s_0})^2 + \frac{\partial^2 \pi_0}{\partial s_0^2} + \frac{\partial^2 \pi_1}{\partial s_0^2} - 2(1+\lambda)\frac{\partial q_0}{\partial s_0} \\ &= \frac{\left[(4k_0+3)(k_1+1)+k_1^2(k_0+1)\right]\lambda^2}{\left[k_0+(k_0+1)(k_1+1)\right]^2} > 0. \end{aligned} \tag{3.13}$$

続いて，社会厚生の s_1 に関する 2 階偏微分を求めると，以下の通り．

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 W}{\partial s_1^2} &= (\frac{\partial Q}{\partial s_1})^2 + \frac{\partial^2 \pi_0}{\partial s_1^2} + \frac{\partial^2 \pi_1}{\partial s_1^2} - 2(1+\lambda)\frac{\partial q_1}{\partial s_1} \\ &= -\frac{(k_0+1)\left\{k_0+k_1+k_0k_1+2\left[k_0+(k_0+1)(k_1+1)\right]\lambda\right\}}{\left[k_0+(k_0+1)(k_1+1)\right]^2} < 0. \end{aligned} \tag{3.14}$$

最後に，s_0 と s_1 に関する交差偏微分を求めると，以下の通り．

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 W}{\partial s_0 \partial s_1} &= \frac{\partial Q}{\partial s_1}\frac{\partial Q}{\partial s_0} + \frac{\partial^2 \pi_0}{\partial s_0 \partial s_1} + \frac{\partial^2 \pi_1}{\partial s_0 \partial s_1} - (1+\lambda)(\frac{\partial q_0}{\partial s_1} + \frac{\partial q_1}{\partial s_0}) \\ &= -\frac{\left\{k_0+1-\left[k_0+(k_0+1)(k_1+1)\right]\lambda\right\}\lambda}{\left[k_0+(k_0+1)(k_1+1)\right]^2}. \end{aligned} \tag{3.15}$$

(3.13), (3.14), (3.15) より，$\partial^2 W/\partial s_0^2 > 0$, $\partial^2 W/\partial s_1^2 < 0$ である．$\partial^2 W/\partial s_0 \partial s_1$ の符号は λ の値に依存する．[8] 従って，社会厚生最大化の 2 階条件について，$(\partial^2 W/\partial s_0^2)(\partial^2 W/\partial s_1^2) - (\partial^2 W/\partial s_0 \partial s_1)^2 < 0$ が成立する．すなわち，最大化の 2 階条件は満たされない．この事実から直ちに，次の命題が導かれる．

命題 3.1. 社会厚生最大化の 1 階条件を満たす差別化補助金の組合せ $(\widehat{s}_0, \widehat{s}_1)$ は，最適解ではなく鞍点である．

社会厚生最大化の 1 階条件を満たす差別化補助金の組合せ $(\widehat{s}_0, \widehat{s}_1)$ は，2 階条件の符号から鞍点となり，最適解ではない．鞍点が存在する状況下で，最適解は端点解となる．

以下では端点解を計算するために，表3.1の混合寡占市場の均衡諸変数に，鞍点の差別化補助金 $(\widehat{s}_0, \widehat{s}_1)$ を代入して得られる諸変数の値を，表3.2に提示する．ここで，$\widehat{p} + \widehat{s}_1 = (k_1+1)\widehat{q}_1$, $\widehat{\pi}_0 = [(k_0/2)\widehat{q}_0 + (1+\lambda)\widehat{s}_0]\widehat{q}_0$, $\widehat{\pi}_1 = (k_1+2)\widehat{q}_1^2/2$ が成立している．また，$\widehat{q}_0 \gtreqless \widehat{q}_1 \Leftrightarrow \lambda \gtreqless k_0+1$ が成立し，$\lambda \in (0,1)$ ならば $\widehat{q}_0 < \widehat{q}_1 \Leftrightarrow \lambda < k_0+1$ であるので，鞍点では公企業より私企業の生産量が大きくなる．ここまでの議論で，補助金の非効率性パラメータ λ が 1 未満であるとする仮定は置いていない．但し以下で説明するように，実際には λ の値は 1 未満となる．

[8] 但し以下で設定する仮定の下で，$\partial^2 W/\partial s_0 \partial s_1 < 0$ となる．命題3.1は，この符号には依存せず常に成立する．

表 3.2: 鞍点 $(\widehat{s}_0, \widehat{s}_1)$ 上の諸変数

公企業補助金	$\widehat{s}_0$	$\frac{[k_1(k_0+1)+2(k_0+1)(k_1+1)\lambda-k_0\lambda^2]a}{[(k_0+1)(k_1+1)+2(k_0+1)(k_1+2)\lambda+\lambda^2]\lambda}$
私企業補助金	$\widehat{s}_1$	$\frac{\{k_0+1-[k_0+(k_0+1)(k_1+1)]\lambda\}a}{(k_0+1)(k_1+1)+2(k_0+1)(k_1+2)\lambda+\lambda^2}$
公企業生産量	$\widehat{q}_0$	$\frac{\lambda(1+\lambda)a}{(k_0+1)(k_1+1)+2(k_0+1)(k_1+2)\lambda+\lambda^2}$
私企業生産量	$\widehat{q}_1$	$\frac{(k_0+1)(1+\lambda)a}{(k_0+1)(k_1+1)+2(k_0+1)(k_1+2)\lambda+\lambda^2}$
総生産量	$\widehat{Q}$	$\frac{(1+\lambda)(k_0+1+\lambda)a}{(k_0+1)(k_1+1)+2(k_0+1)(k_1+2)\lambda+\lambda^2}$
価格	$\widehat{p}$	$\frac{\{k_1(k_0+1)+[k_0+2(k_0+1)(k_1+1)]\lambda\}a}{(k_0+1)(k_1+1)+2(k_0+1)(k_1+2)\lambda+\lambda^2}$
公企業利潤	$\widehat{\pi}_0$	$\frac{(1+\lambda)^2[2k_1(k_0+1)+4(k_0+1)(k_1+1)\lambda-k_0\lambda^2]a^2}{2[(k_0+1)(k_1+1)+2(k_0+1)(k_1+2)\lambda+\lambda^2]^2}$
私企業利潤	$\widehat{\pi}_1$	$\frac{(k_1+2)(k_0+1)^2(1+\lambda)^2a^2}{2[(k_0+1)(k_1+1)+2(k_0+1)(k_1+2)\lambda+\lambda^2]^2}$
社会厚生	$\widehat{W}$	$\frac{(k_0+1)(1+\lambda)^2a^2}{2[(k_0+1)(k_1+1)+2(k_0+1)(k_1+2)\lambda+\lambda^2]}$

それでは，最適な差別化補助金の端点解を求めよう．社会厚生の 2 階偏微分，$\partial^2 W/\partial s_0^2 > 0$ と $\partial^2 W/\partial s_1^2 < 0$ の符号により，1 階条件のうち $\partial W/\partial s_0 = 0$ を満たす (3.9) 上では，鞍点 $(\widehat{s}_0, \widehat{s}_1)$ から離れるにつれて，社会厚生は減少する．反対に，$\partial W/\partial s_1 = 0$ を満たす (3.10) 上では，鞍点から離れるにつれて，社会厚生は増加する．従って，社会厚生を最大化する最適差別化補助金は (3.10) を満たす必要がある．(3.10) の最後の式を再掲する．

$$s_1 = \frac{\Big\{k_0+1-\big[k_0+(k_0+1)(k_1+1)\big]\lambda\Big\}(k_0a+\lambda s_0)}{(k_0+1)\Big\{k_0+k_1+k_0k_1+2\big[k_0+(k_0+1)(k_1+1)\big]\lambda\Big\}}. \tag{3.16}$$

公企業・私企業の差別化補助金 (s_0, s_1) には，2 つの制約が存在する．第一に，補助金の非負制約である $(s_0 \geq 0, s_1 \geq 0)$．第二に，生産量の非負制約である $(q_0 \geq 0, q_1 \geq 0)$．第一の補助金の非負制約については，$s_1 \geq 0$ が成立するための条件として，(3.16) の分子内の $k_0+1-[k_0+(k_0+1)(k_1+1)]\lambda$ が正，すなわち $\lambda < \frac{k_0+1}{k_0+(k_0+1)(k_1+1)} (< 1)$ を仮定する．この仮定は，補助金の非効率性が比較的小さいことを意味する．[9] 第二の生産量の非負制約については，$(s_0, s_1) \geq (0,0)$ の下で，表3.1より私企業の生産量は必ず正 $(q_1 > 0)$ なので，公企業の生産量に関する非負制約 $(q_0 \geq 0)$ のみを考慮する．表3.1より公企業の生産量の非負制約は次式を満たす．

$$q_0 = \frac{(k_1+1)a-(k_1+2)\lambda s_0 - s_1}{k_0+(k_0+1)(k_1+1)} \geq 0 \Leftrightarrow s_1 \leq (k_1+1)a-(k_1+2)\lambda s_0. \tag{3.17}$$

最大化の条件式 (3.16) と公企業の生産量の非負制約 (3.17) の関係を考える．(s_0, s_1) 平面上で，(3.16) と (3.17) の s_1 軸切片の大きさは，(3.17) の方が大きい．[10] また，(s_0, s_1) 平面上で，鞍点 $(\widehat{s}_0, \widehat{s}_1)$ の上方

[9] 補助金の非効率性が大きく，$\lambda > \frac{k_0+1}{k_0+(k_0+1)(k_1+1)}$ が成立する状況を考察することもできる．但しその場合は，$s_0 \geq 0$, $s_1 \geq 0$ の非負制約を満たしつつ社会厚生最大化する解は，$(s_0^*, s_1^*) = (0,0)$ となる．両企業への補助金がゼロとなる理由は，企業への補助金付与に伴う厚生損失が多すぎるため，政府が補助金を全く与えない方が社会厚生が高いからである．分析対象として面白くないこうしたケースを排除するため，λ の大きさについて本文中の仮定を置く．

[10] (3.16) と (3.17) の s_1 軸切片の大きさを比較すると，次式が成り立つ．$\frac{\{k_0+1-[k_0+(k_0+1)(k_1+1)]\lambda\}k_0a}{(k_0+1)\{k_0+k_1+k_0k_1+2[k_0+(k_0+1)(k_1+1)]\lambda\}} < (k_1+1)a$ $\Leftrightarrow k_1(k_0+1)+[1+2(k_0+1)(k_1+1)]\lambda > 0.$

を，制約式(3.17)が通る．[11] (3.16)と(3.17)のグラフの関係から，最適差別化補助金の端点解候補として，次の2つの端点が挙げられる．第一の候補は，$s_0=0$を(3.16)に代入して得られる端点$(s_0,s_1)=(0,\frac{k_0\{k_0+1-[k_0+(k_0+1)(k_1+1)]\lambda\}a}{(k_0+1)\{k_0+k_1+k_0k_1+2[k_0+(k_0+1)(k_1+1)]\lambda\}})$であり，公企業への補助金が0となる．第二の候補は，(3.16)と制約式(3.17)との交点$(s_0,s_1)=(\frac{\{k_1(k_0+1)+[2(k_0+1)(k_1+1)+k_0]\lambda\}a}{\{(k_0+1)(k_1+1)+[2(k_0+1)(k_1+2)-1]\lambda\}\lambda},\frac{\{(k_0+1)-[k_0+(k_0+1)(k_1+1)]\lambda\}a}{(k_0+1)(k_1+1)+[2(k_0+1)(k_1+2)-1]\lambda})$であり，公企業の生産量が0となる．前者を端点1，後者を端点2と名付けると，各端点の下で得られる諸変数は，それぞれ表3.3と表3.4にまとめられる．

表 3.3: 端点 1 の諸変数

公企業補助金	s_0	0
私企業補助金	s_1	$\frac{k_0\{k_0+1-[k_0+(k_0+1)(k_1+1)]\lambda\}a}{(k_0+1)\{k_0+k_1+k_0k_1+2[k_0+(k_0+1)(k_1+1)]\lambda\}}$
公企業生産量	q_0	$\frac{\{k_1(k_0+1)+[k_0+2(k_0+1)(k_1+1)]\lambda\}a}{(k_0+1)\{k_0+k_1+k_0k_1+2[k_0+(k_0+1)(k_1+1)]\lambda\}}$
私企業生産量	q_1	$\frac{k_0(1+\lambda)a}{k_0+k_1+k_0k_1+2[k_0+(k_0+1)(k_1+1)]\lambda}$
総生産量	Q	$\frac{\{(k_0+1)(k_0+k_1)+[k_0(k_0+2)+2(k_0+1)(k_1+1)]\lambda\}a}{(k_0+1)\{k_0+k_1+k_0k_1+2[k_0+(k_0+1)(k_1+1)]\lambda\}}$
価格	p	$\frac{k_0\{k_1(k_0+1)+[k_0+2(k_1+1)(k_0+1)]\lambda\}a}{(k_0+1)\{k_0+k_1+k_0k_1+2[k_0+(k_0+1)(k_1+1)]\lambda\}}$
公企業利潤	π_0	$\frac{k_0\{k_1(k_0+1)+[k_0+2(k_0+1)(k_1+1)]\lambda\}^2a^2}{2(k_0+1)^2\{k_0+k_1+k_0k_1+2[k_0+(k_0+1)(k_1+1)]\lambda\}^2}$
私企業利潤	π_1	$\frac{k_0^2(k_1+2)(1+\lambda)^2a^2}{2\{k_0+k_1+k_0k_1+2[k_0+(k_0+1)(k_1+1)]\lambda\}^2}$
社会厚生	W	$\frac{(X_0+X_1\lambda+X_2\lambda^2+X_3\lambda^3)a^2}{2(k_0+1)\{k_0+k_1+k_0k_1+2[k_0+(k_0+1)(k_1+1)]\lambda\}^2}$

$X_0=X_0(k_0,k_1)\equiv(k_0+1)(k_0+k_1)(k_0+k_1+k_0k_1)$,
$X_1=X_1(k_0,k_1)\equiv 2(k_0+1)[k_0^2+2(k_0+k_1+1)(k_0+k_1+k_0k_1)]$,
$X_2=X_2(k_0,k_1)\equiv 4(k_1+1)^2+8(k_1+1)(k_1+2)k_0+(k_1+4)(4k_1+5)k_0^2+(5k_1+9)k_0^3$,
$X_3=X_3(k_0,k_1)\equiv 2k_0^2[k_0+(k_0+1)(k_1+1)]$.

表 3.4: 端点 2 の諸変数

公企業補助金	s_0	$\frac{\{k_1(k_0+1)+[k_0+2(k_0+1)(k_1+1)]\lambda\}a}{\{(k_0+1)(k_1+1)+[2(k_0+1)(k_1+2)-1]\lambda\}\lambda}$
私企業補助金	s_1	$\frac{\{k_0+1-[k_0+(k_0+1)(k_1+1)]\lambda\}a}{(k_0+1)(k_1+1)+[2(k_0+1)(k_1+2)-1]\lambda}$
公企業生産量	q_0	0
私企業生産量	q_1	$\frac{(k_0+1)(1+\lambda)a}{(k_0+1)(k_1+1)+[2(k_0+1)(k_1+2)-1]\lambda}$
総生産量	Q	$\frac{(k_0+1)(1+\lambda)a}{(k_0+1)(k_1+1)+[2(k_0+1)(k_1+2)-1]\lambda}$
価格	p	$\frac{\{k_1(k_0+1)+[k_0+2(k_0+1)(k_1+1)]\lambda\}a}{(k_0+1)(k_1+1)+[2(k_0+1)(k_1+2)-1]\lambda}$
公企業利潤	π_0	0
私企業利潤	π_1	$\frac{(k_1+2)(k_0+1)^2(1+\lambda)^2a^2}{2\{(k_0+1)(k_1+1)+[2(k_0+1)(k_1+2)-1]\lambda\}^2}$
社会厚生	W	$\frac{(k_0+1)(1+\lambda)^2\{(k_0+1)(k_1+1)+2[k_0+(k_0+1)(k_1+1)]\lambda\}a^2}{2\{(k_0+1)(k_1+1)+[2(k_0+1)(k_1+2)-1]\lambda\}^2}$

最後に，端点1と端点2のどちらの社会厚生が大きいかを比較する．表3.3と表3.4で導出した社会厚生のうち大きい方が，社会厚生を最大化する最適差別化補助金である．しかしながら，端点1と端点2のどちらの社会厚生が大きいかは，(λ,k_0,k_1)のパラメータに依存して一般的には不確

[11] $\widehat{s}_1<(k_1+1)a-(k_1+2)\lambda\widehat{s}_0\Leftrightarrow 1+\lambda>0$.

定である．このため，どちらの端点が社会厚生を最大化する最適解となるかについては，どちらのケースも起こり得る．これより次の命題が得られる．

命題 3.2. 社会厚生を最大化する最適差別化補助金は，補助金の非効率性を表すパラメータと生産費用のパラメータの値に応じて，以下の 2 つの端点のいずれかとなる．いずれのケースも，政府が公企業に補助金を支払うことはない．
端点 1：公企業への補助金が 0，端点 2：公企業には生産させない．

命題3.2より，最適差別化補助金は端点解となり，公企業に補助金を一切与えず生産させるケースと，公企業には生産させないケースのいずれかに分かれる．どちらの端点解も，結果的に公企業にはいかなる補助金も与えないことになり ($s_0 q_0 = 0$)，補助金の非効率性が存在する状況では，公企業に補助しないことが最適解となる．また，端点 1 と端点 2 のどちらが社会厚生を最大化するかについては，補助金の非効率性の大きさと生産費用のパラメータに依存する．λ 及び k_0, k_1 の大きさに依存して，最適な差別化補助金政策が大きく異なり，場合によってはパラメータの連続的な変化に対して，最適差別化補助金が非連続的にジャンプする可能性がある．

命題3.2における 2 つの端点を図示すると，図3.1のように表される．1 階条件 (3.9) と (3.10) のうち，鞍点（図3.1の S 点）から離れるのに従い，社会厚生が増加するのは (3.10)（または (3.16)）なので，この方程式を満たす直線上で社会厚生は最大化される．しかし，補助金の非負制約 ($s_0 \geq 0$, $s_1 \geq 0$) と生産量の非負制約という 2 つの制約が存在し，生産量については，公企業の生産量に関する非負制約 ($q_0 \geq 0$) だけを拘束力のある制約として考える必要がある．最大化の条件式 (3.16) と生産量の非負制約式 (3.17) の (s_0, s_1) 平面上でのグラフ上の位置関係は，(3.16) と (3.17) の s_1 軸切片の大きさは (3.17) の方が大きく，鞍点 S の右上方を制約式 (3.17) が通るので，端点 1（図3.1の $E1$ 点）と端点 2（図3.1の $E2$ 点）が最適差別化補助金の候補である．また，差別化補助金と社会厚生の関係を図示すると，図3.2のグラフのようになる．図3.1と同様に，S 点が鞍点で $E1$ 点と $E2$ 点が最適解の 2 つの候補である．

但し，公企業と私企業の費用関数が同一であるケース ($k_1 = k_2 \equiv k$) に議論を限定すれば，以下の命題に示されるように，端点 1 と端点 2 のどちらが社会厚生が大きくなるかが決まる．命題3.3の証明は付録を参照せよ．

命題 3.3. 公企業と私企業の費用関数が同一のケース ($k_1 = k_2 \equiv k$) を考える．公企業への補助金が 0 となる端点 1 が，社会厚生を最大化する．すなわち最適解は，$(s_0^*, s_1^*) = (0, \frac{k\{k+1-[k+(k+1)^2]\lambda\}a}{(k+1)\{k(k+2)+2[k+(k+1)^2]\lambda\}})$.

命題3.3より，公企業と私企業が同質的な生産技術を持つ時，公企業に与える最適差別化補助金

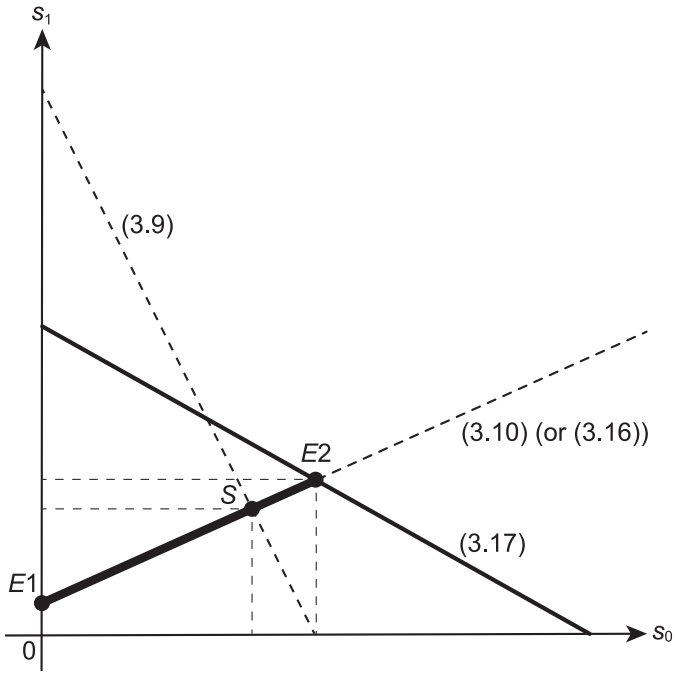

図 3.1: (s_0, s_1) 平面における鞍点，端点 1 と端点 2

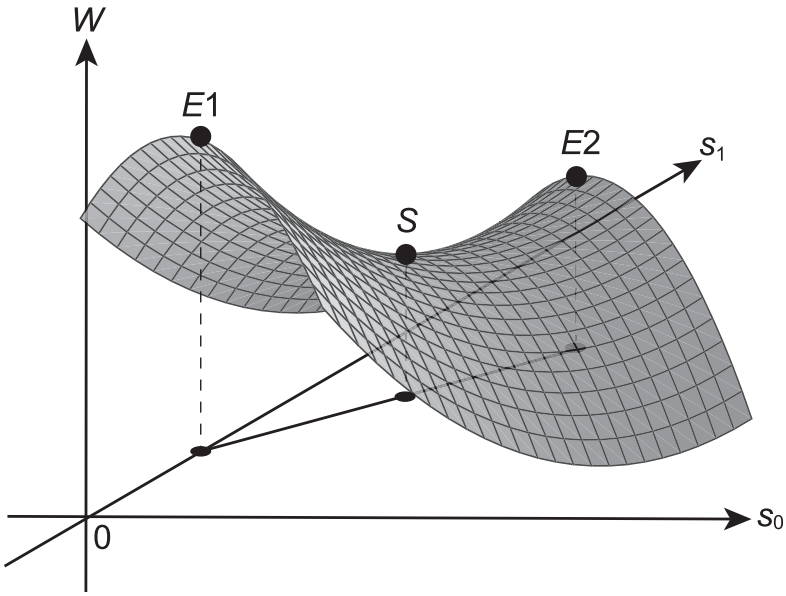

図 3.2: 差別化補助金と社会厚生のグラフ

は 0 で，私企業のみに正の差別化補助金を与えることになる．この命題が成立するロジックは次の通りである．企業に与える補助金に分配の非効率性が存在する場合，政府は補助金支払いをいかにして少なくするかを考慮に入れた上で，社会厚生最大化を実現する生産量を誘導する必要がある．公企業の目的は社会厚生最大化であるので，私企業と違い補助金を全く与えずとも，公企業は望ましい生産量を自ら実現できる．このため，公企業には一切補助金を与えず私企業にのみ補助金を与えることで，私企業の生産量を適切な水準に誘導して，政府は社会厚生最大化を実現しようと試みる．一律補助金の場合と異なり，差別化補助金政策が実施可能な場合には，政府は公企業には一切補助金を与えず私企業にのみ補助金を与えることで，補助金の歪みによる厚生損失を減らすと同時に，企業ごとに適切な生産量を誘導することで得られる厚生改善により，一律補助金の時より高い社会厚生が実現できる．

4　まとめと今後の展望

本論文では，補助金政策に歪みのある混合寡占市場について分析し，社会厚生を最大化する政府の最適差別化補助金を導出した．得られた結論は以下の通りである．第一に，社会厚生最大化の 1 階条件を満たす差別化補助金の組は，鞍点となり最適解ではないことを，命題3.1で示した．第二に，命題3.2により，最適差別化補助金は端点解であり，補助金の歪みの強さを示すパラメータと生産費用のパラメータに依存して，2 つある端点のうちどちらかが最適解となることを示した．特に，いずれの端点解でも公企業への補助支払いがゼロとなり，私企業のみに補助金を与えるのが最適差別化補助金政策となることを示した．この結論は，補助金の歪みの強さに依存して，最適な補助金政策が非連続的に変化する可能性を示唆する．第三に，命題3.3では，公企業と私企業が同質的な場合，公企業への補助金がゼロとなる端点が社会厚生最大化となる最適差別化補助金政策であるとする結論を得た．

混合寡占市場に関する既存研究が一律補助金のみを扱っていたのに対し，差別化補助金政策を考察したという点で，本研究は一つの拡張研究である．Matsumura and Tomaru (2013) は，一律補助金政策の下で補助金（課税）の歪みが存在する時に，民営化中立性定理が成立しないことを示した．本研究の今後の拡張の方向は，歪みのある状況で差別化補助金を導入する時に，民営化中立性定理が成立するかどうかについて探究することである．補助金に歪みがある状況でたとえ差別化補助金政策を導入しても，民営化前後で社会厚生が変わらない民営化中立性定理が成立するかどうかについては，否定的な結論が予想される．しかしながら現在のところ，中立性定理が成立しないという結論が自明であると言うことはできない．また仮に社会厚生の中立性が成立しないならば，民営化前後でどちらの社会厚生が大きいかについて調査することは，民営化の是非を精査する上で重要な未解決の課題である．補助金に歪みが存在する時の差別化補助金政策の下で，民営化前後の厚生比較を行うことが，残された主要な研究課題であると言える．

謝辞

本研究は，JSPS 科研費基盤研究 (B) No.16H03612 及び基盤研究 (C) No.16K03615 の研究助成を受けている．本論文に有り得べき誤謬は全て筆者に帰する．

付録　命題3.3の証明

$k_1 = k_2 \equiv k$ の時の端点 1 と端点 2 の社会厚生をそれぞれ，W_1, W_2 と置くと，以下の通りである．

$$W_1 \equiv \frac{\left\{2k^2(k+1)(k+2)+2k(k+1)\left[k+2(k+2)(2k+1)\right]\lambda+(9k^4+38k^3+48k^2+24k+4)\lambda^2+2k^2\left[k+(k+1)^2\right]\lambda^3\right\}a^2}{2(k+1)\left\{k(k+2)+2\left[k+(k+1)^2\right]\lambda\right\}^2}, \tag{A.1}$$

$$W_2 \equiv \frac{(k+1)(1+\lambda)^2\left\{(k+1)^2+2\left[k+(k+1)^2\right]\lambda\right\}a^2}{2\left\{(k+1)^2+\left[2(k+1)(k+2)-1\right]\lambda\right\}^2}. \tag{A.2}$$

$W_1 > W_2 \Leftrightarrow B(k,\lambda) \equiv k^3(k+2)(k+1)^4+2k^2(k+1)^2Y_1(k)\lambda+2k(k+1)(k+2)Y_2(k)\lambda^2+2(k+1)Y_3(k)\lambda^3+Y_4(k)\lambda^4-2(k+2)(2k+1)Y_5(k)\lambda^5 > 0$. 但し，$Y_1(k) \equiv 4k^4+20k^3+33k^2+21k+5$, $Y_2(k) \equiv 12k^5+59k^4+99k^3+75k^2+28k+4$, $Y_3(k) \equiv 16k^7+122k^6+360k^5+531k^4+432k^3+202k^2+48k+4$, $Y_4(k) \equiv 16k^8+136k^7+464k^6+848k^5+969k^4+770k^3+416k^2+128k+16$, $Y_5(k) \equiv 4k^5+26k^4+57k^3+49k^2+17k+2$ で，$Y_i(k) > 0$ である．$\lambda \in [0,1]$ の範囲で，$B(k,\lambda)$ は $k > 0$ の値にかかわらず必ず正となる．$\frac{k+1}{k+(k+1)^2} < 1$ であるので，いかなる $\lambda \in (0, \frac{k+1}{k+(k+1)^2})$ の下でも，$B(k,\lambda) > 0$ が成立する．すなわち，端点 1 が端点 2 よりも常に社会厚生が大きい．　□

参考文献

[1] 都丸 善央 (2014) 『公私企業間競争と民営化の経済分析（中京大学経済学研究叢書）』，勁草書房.

[2] 別所 俊一郎，赤井 伸郎，林 正義 (2003) 「公的資金の限界費用」,『日本経済研究』，第 47 号, 1–19.

[3] Cato, Susumu and Matsumura, Toshihiro (2013) Long-run Effects of Tax Policies in a Mixed Market, *FinanzArchiv: Public Finance Analysis* 69(2): 215–240.

[4] Fjell, Kenneth and Heywood, John S. (2004) Mixed Oligopoly, Subsidization and the Order of Firm's Moves: The Relevance of Privatization, *Economics Letters* 83(3): 411–416.

[5] Gil-Moltó, Maria José, Poyago-Theotoky, Joanna, and Zikos, Vasileios (2011) R&D Subsidies, Spillovers, and Privatization in Mixed Markets, *Southern Economic Journal* 78(1): 233–255.

[6] Hamada, Kojun (2016a) Privatization Neutrality Theorem and Discriminatory Subsidy Policy, in P. von Mouche and F. Quartieri, eds., *Equilibrium Theory for Cournot Oligopolies and Related Games: Essays in Honour of Koji Okuguchi*, Berlin: Springer, 127–146.

[7] Hamada, Kojun (2016b) Privatization Neutrality Theorem in a Mixed Oligopoly with Firm Asymmetry, *Economics Bulletin* 36(1): 395–400.

[8] Hamada, Kojun (2018) Privatization Neutrality Theorem: When a Public Firm Pursues General Objectives, *Japanese Economic Review* 69(1): 59–68.

[9] Hashimzade, Nigar, Khodavaisi, Hassan, and Myles, Gareth D. (2007) An Irrelevance Result with Differentiated Goods, *Economics Bulletin* 8(2): 1–7.

[10] Kato, Hideya (2008) Privatization and Government Preference, *Economics Bulletin* 12(40): 1–7.

[11] Kato, Kazuhiko and Tomaru, Yoshihiro (2007) Mixed Oligopoly, Privatization, Subsidization, and the Order of Firms' Moves: Several Types of Objectives, *Economics Letters* 96(2): 287–292.

[12] Matsumura, Toshihiro and Okumura, Yasunori (2013) Privatization Neutrality Theorem Revisited, *Economics Letters* 118(2): 324–326.

[13] Matsumura, Toshihiro and Tomaru, Yoshihiro (2012) Market Structure and Privatization Policy under International Competition, *Japanese Economic Review* 63(2): 244–258.

[14] Matsumura, Toshihiro and Tomaru, Yoshihiro (2013) Mixed Duopoly, Privatization, and Subsidization with Excess Burden of Taxation, *Canadian Journal of Economics* 46(2): 526–554.

[15] Myles, Gareth D. (2002) Mixed Oligopoly, Subsidization and the Order of Firms' Moves: An Irrelevance Result for the General Case, *Economics Bulletin* 12(1): 1–6.

[16] Poyago-Theotoky, Joanna (2001) Mixed Oligopoly, Subsidization and the Order of Firms' Moves: An Irrelevance Result, *Economics Bulletin* 12(3): 1–5.

[17] Tomaru, Yoshihiro (2006) Mixed Oligopoly, Partial Privatization and Subsidization, *Economics Bulletin* 12(5): 1–6.

[18] Tomaru, Yoshihiro and Saito, Masayuki (2010) Mixed Duopoly, Privatization and Subsidization in an Endogenous Timing Framework, *Manchester School* 78(1): 41–59.

[19] White, Mark D. (1996) Mixed Oligopoly, Privatization and Subsidization, *Economics Letters* 53(2): 189–195.

[20] Zikos, Vasileios (2007a) A Reappraisal of the Irrelevance Result in Mixed Duopoly: A Note on R&D Competition, *Economics Bulletin* 12(8): 1–6.

[21] Zikos, Vasileios (2007b) Stackelberg Mixed Oligopoly with Asymmetric Subsidies, *Economics Bulletin* 12(13): 1–5.