

統計的逐次推定方式の

有効性に関する研究

16540099

平成16年度～平成17年度科学研究費補助金  
(基盤研究(C)) 研究成果報告書

平成18年4月

研究代表者 磯貝英一

新潟大学自然科学系教授

## まえがき

本研究は「統計的逐次推定方式の有効性に関する研究」と題して、平成16年度および平成17年度の科学研究費補助金（基盤研究（C））の交付を受け、新潟大学自然科学系（理学部数学科）の教員を中心として関連分野の研究者の協力を得て組織的に行われた。

近年、逐次解析の理論的發展に伴い統計的推測における逐次推定問題が盛んに研究されるようになった。本研究では理論的側面を重要視し、数学的モデルを用いた逐次推定方式の有効性に関する研究成果を得ることを目的にした。この目的を達成するために国内外の会議や研究集会等に参加し、研究発表および活発な討論を行うことにした。この活動の結果、本研究の課題に直接的または間接的に関係する研究成果が得られた。本報告書はこの研究課題で得られた研究成果をまとめたものである。

本研究の研究報告をまとめるにあたり、この二年間多くのご協力を頂いた研究分担者および活発な討論に参加して頂いた先生方に心からお礼を申し上げます。

平成18年4月

研究代表者 磯貝英一（新潟大学自然科学系教授）

統計的逐次推定方式の有効性に関する研究

平成16年度～平成17年度科学研究費補助金（基盤研究（C））

16540099

研究組織

研究代表者 : 磯貝 英一 (新潟大学自然科学系教授)  
研究分担者 : 赤平 昌文 (筑波大学数理物質科学研究科教授)  
研究分担者 : 田中 環 (新潟大学自然科学系教授)  
研究分担者 : 竹内 照雄 (新潟大学自然科学系教授)  
研究分担者 : 宇野 力 (秋田大学教育文化学部助教授)  
研究分担者 : 山田 修司 (新潟大学自然科学系助教授)

交付決定額（配分額）

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
平成16年度	2,000,000	0	2,000,000
平成17年度	1,500,000	0	1,500,000
総計	3,500,000	0	3,500,000

研究発表

(1) 学会誌等

- C. Uno, E. Isogai and D.L. Lim : Sequential point estimation of a function of the exponential scale parameter, *Austrian Journal of Statistics*, vol. 33, no. 3, 281-291, 2004
- S. Nishizawa and T. Tanaka : On inherited properties for set-valued maps and existence theorems for generalized vector equilibrium problems, *Journal of Nonlinear and Convex Analysis*, vol. 5, no. 2, 187-197, 2004
- D.L. Lim, E. Isogai and C. Uno : Two-sample fixed width confidence intervals for a function of exponential scale parameters, *Far East Journal of Theoretical Statistics*, vol. 14, no. 2, 215-227, 2004
- H. Maihara and M. Akahira : Weighted loss functions for set estimation and testing hypotheses, *Journal of the Japan Statistical Society*, vol. 34, no. 2, 189-206, 2004

- E. Isogai and A. Futschik : Sequential point estimation of the ratio of two exponential scale parameters, Sri Lankan Conference Proceedings, 263-275, 2004
- S. Nishizawa, M. Onoduka and T. Tanaka : Alternative theorems for set-valued maps based on a nonlinear scalarization, Pacific Journal of Optimization, vol. 1, no. 1, 147-159, 2005
- M. Akahira and K. Koike : Sequential interval estimation of a local parameter with the fixed width in the uniform distribution with an unknown scale parameter, Sequential Analysis, vol. 24, no. 1, 1-13, 2005
- M. Akahira : Large-deviation efficiency of first and second order, Student, vol. 5, no. 3, 2005 (in press)
- A. Futschik and E. Isogai : On the consistency of kernel density estimates under modality constraints, Statistics & Probability Letters, vol. 76, no. 4, 431-437, 2006
- 赤平 昌文 : 統計的推定の高次漸近理論の構造, 数学, 第58巻, 第1号, 1-20, 2006
- K. Kimura and T. Tanaka : Existence theorem of cone saddle-points applying a nonlinear scalarization, Taiwanese Journal of Mathematics, vol. 10, no. 2, 563-571, 2006

(2) 口頭発表

- Lim Daisy Lou (新潟大学自然科学研究科), 磯貝 英一 (新潟大学理学部), 宇野 力 (秋田大学教育文化学部), Two-sample fixed width confidence intervals for a function of exponential scale parameters, 研究集会「統計的推定方式に関する理論とその応用」, 秋田大学地域共同研究センター, 2004年11月11日
- Lim Daisy Lou (新潟大学自然科学研究科), 磯貝 英一 (新潟大学理学部), 宇野 力 (秋田大学教育文化学部), Fixed-width confidence interval estimation of a function of two exponential scale parameters, 研究会「Statistical Inference of Records and Related Statistics」, 京都大学数理解析研究所, 2005年3月2日
- 磯貝 英一 (新潟大学理学部), Andreas Futschik (ウィーン大学統計学部), Consistent density estimation under modality constraints, 55<sup>th</sup> Session of the International Statistical Institute, シドニー (オーストラリア), 2005年4月7日

## 目 次

発表論文の要旨		1
1.	C. Uno, E. Isogai and D.L. Lim : Sequential point estimation of a function of the exponential scale parameter, <i>Austrian Journal of Statistics</i> , vol. 33, no. 3, 281-291, 2004	3
2.	S. Nishizawa and T. Tanaka : On inherited properties for set-valued maps and existence theorems for generalized vector equilibrium problems, <i>Journal of Nonlinear and Convex Analysis</i> , vol. 5, no. 2, 187-197, 2004	14
3.	D.L. Lim, E. Isogai and C. Uno : Two-sample fixed width confidence intervals for a function of exponential scale parameters, <i>Far East Journal of Theoretical Statistics</i> , vol. 14, no. 2, 215-227, 2004	25
4.	H. Maihara and M. Akahira : Weighted loss functions for set estimation and testing hypotheses, <i>Journal of the Japan Statistical Society</i> , vol. 34, no. 2, 189-206, 2004	38
5.	E. Isogai and A. Futschik : Sequential point estimation of the ratio of two exponential scale parameters, <i>Sri Lankan Conference Proceedings</i> , 263-275, 2004	56
6.	S. Nishizawa, M. Onodsuka and T. Tanaka : Alternative theorems for set-valued maps based on a nonlinear scalarization, <i>Pacific Journal of Optimization</i> , vol. 1, no. 1, 147-159, 2005	69
7.	M. Akahira and K. Koike : Sequential interval estimation of a local parameter with the fixed width in the uniform distribution with an unknown scale parameter, <i>Sequential Analysis</i> , vol. 24, no. 1, 1-13, 2005	82
8.	M. Akahira : Large-deviation efficiency of first and second order, <i>Student</i> , vol. 5, no. 3, 2005 (in press)	95
9.	A. Futschik and E. Isogai : On the consistency of kernel density estimates under modality constraints, <i>Statistics &amp; Probability Letters</i> , vol. 76, no. 4, 431-437, 2006	104
10.	赤平 昌文 : 統計的推定の高次漸近理論の構造, <i>数学</i> , 第58巻, 第1号, 1-20, 2006	111
11.	K. Kimura and T. Tanaka : Existence theorem of cone saddle-points applying a nonlinear scalarization, <i>Taiwanese Journal of Mathematics</i> , vol. 10, no. 2, 563-571, 2006	131

## 発表論文の要旨

1. 2乗誤差に標本抽出の和を損失関数としたとき、指数分布の尺度母数の関数の逐次点推定を考えた。純逐次手法を提案し、1標本当りの費用が十分小さいときリスクの2次の近似を得るための十分条件を与えた。
2. 集合値写像の凸性と半連続性の性質が、ある種の非線形スカラー化関数へ遺伝するいくつかの結果を示し、それらを利用して一般化ベクトル均衡問題の解の存在定理を証明した。
3. 区間幅と信頼係数が与えられたとき、2つの指数分布の尺度母数の関数に対する信頼区間を考えた。純逐次手法を提案して逐次信頼区間の漸近一致性を示し、平均標本数の2次の近似を与えた。
4. 統計的決定論の観点から、荷重損失を用いて位置母数および尺度母数の場合に検定方式のリスクを比較した。そして、事前分布の母数に関するベイズ検定方式のミニマックス解を数値的に求めた。
5. 2つの指数分布の尺度母数の比に関する逐次有界危険点推定を考えた。純逐次手法を提案し平均標本数および逐次手法に関するリスクの2次の近似を与えた。さらに偏り補正逐次手法を提案し、リスクの2次の近似を与えてリスクが減少することを示した。
6. 非線形スカラー化手法に基づいて、凸値性条件をはずした、集合値写像に対する二者択一の定理を証明し、その応用として集合値最適化問題の最適性条件に関する結果を示した。
7. 未知の位置尺度母数をもつ一様分布族において、位置母数の信頼区間を逐次的に構成した。実際、ある停止則を提案し、その漸近的性質を調べ、数値的評価を行った。また、標本の大きさの正確な分布も求めた。
8. 大偏差型の有効性については、推定量の真の母数の周りでの裾確率の下界をKullback-Leibler (K-L) 情報量で与え、それを達成する推定量がBahadur有効性をもつという定義がよく知られている。本論文では大偏差有効性の概念を上記のように間接的に捉えるのではなく、推定量の裾確率そのものの下界を2次のオーダーまで直接求め、それらの達成について論じた。
9. 複数のモードをもち、必ずしも滑らかでないノンパラメトリック確率密度関数の推定を考えた。帯域幅の取り得る集合を定義し、確率密度関数の連続点においてガウス核関数による核型推定量がその集合内で一様に一致性をもつことを示した。
10. 統計的推定の高次の漸近的性質として、たとえば、高次漸近有効性について従来の情報量損失の意味のみならず、推定量の真の母数の周りでの漸近的集中確率の意味で論じ、その関係についても述べ、漸近欠損性の概念を通して漸近有効推定量の良さの差異を測ることができることなどを示した。高次漸近理論に関する著者の一連

の研究成果を含むその理論の発展の解説論文である。

11. ある種の非線形スカラー化手法を二変数ベクトル値関数へ適用し、その関数がベクトル値鞍点を持つための条件を導出した。