

研究速報

MS-Root-MUSIC を用いた DOA 推定のための
アレー校正手法に関する検討高橋 善樹^{†a)} (学生員)山田 寛喜^{†b)} (正員：シニア会員)山口 芳雄[†] (正員：フェロー)On Array Calibration Techniques Using MS-Root-MUSIC for
DOA EstimationYoshiki TAKAHASHI^{†a)}, *Student Member,*Hiroyoshi YAMADA^{†b)}, *Senior Member,*and Yoshio YAMAGUCHI[†], *Fellow*[†]新潟大学大学院自然科学研究科, 新潟市Graduate School of Science & Technology, Niigata University,
Niigata-shi, 950-2181 Japan

a) E-mail: takahasi@wave.ie.niigata-u.ac.jp

b) E-mail: yamada@ie.niigata-u.ac.jp

あらまし 高速計算が可能な到来方向 (Direction of Arrival, DOA) 推定法として知られる Root-MUSIC を任意形状アレーに適用可能とした手法として MS-Root-MUSIC が提案されている. 本論文では, この推定法における校正法を考察し, モードベクトル変換誤差とその他の誤差要因を同時に最小化する校正手法を提案する.

キーワード アレーアンテナ, 到来方向推定, アレー校正法, Root-MUSIC

1. ま え が き

アレーアンテナを用いた DOA 推定は多数の分野で利用されている [1]. DOA 推定法には角度走査によって推定を行う MUSIC [2] や MUSIC を拡張した Root-MUSIC [3] 等がある. DOA 推定法の中でも, Root-MUSIC は多項式の根から DOA を推定するため, 高速な計算が可能である. しかし, DOA 推定に適用するためには, アレーのモードベクトルが等間隔リニアアレーのようなヴァンデルモンド構造でなければならない. そこで, 等間隔リニアアレーの使用が困難であるアプリケーションのために MS (Manifold Separation)-Root-MUSIC [4] と呼ばれる手法が提案されている. この手法では, Manifold Separation と呼ばれるアレーのモードベクトルを変換行列とヴァンデルモンド構造のベクトルで近似する技法によって, 任意形状アレーにおいて Root-MUSIC を可能としている. 更に, MS-Root-MUSIC に限らず, DOA 推定手法を実際にアプリケーションに適用するとき, 実環境に存在する多くの誤差を取り除くアレー校正が必要となる. 特に, MS-Root-MUSIC では Manifold

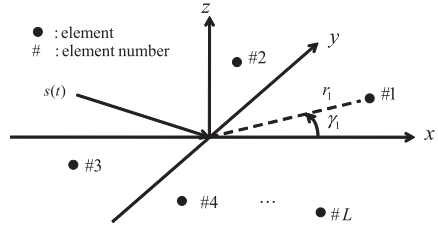


図 1 受信信号モデル

Fig. 1 Receiving signal model.

Separation の近似や様々な誤差要因によって必ずしも十分な校正精度が実現できないことがある. そこで, 本論文では Manifold Separation と校正を同時に行う手法を提案し, 様々な誤差要因の補正を図る.

2. 受信信号モデル

図 1 に示す素子数 L の任意形状の平面アレーアンテナを考える. 波長を λ , 各到来波の複素振幅と到来方向をそれぞれ, $s_k(t)$ ($k = 1, 2, \dots, K$), θ_k ($k = 1, 2, \dots, K$) とすると受信データ $\mathbf{x}(t)$ は以下のように表される.

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_K)] \quad (2)$$

$$\mathbf{a}(\theta) = [e^{j\frac{2\pi}{\lambda}u_1}, \dots, e^{j\frac{2\pi}{\lambda}u_L}]^T \quad (3)$$

$$u(\theta)_l = r_l \cos(\theta - \gamma_l) \quad (4)$$

$$\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T \quad (5)$$

ここで K は到来波数, r_l , γ_l はアレーの基準点と l 番目の素子を結ぶ直線の距離とその直線のアレー軸とのなす角, \mathbf{A} は K 個のモードベクトルを列とした $L \times K$ のモード行列, $\mathbf{a}(\theta_k)$ は第 k 波に対するモードベクトル, $\mathbf{s}(t)$ は信号ベクトル, $\mathbf{n}(t)$ は白色ガウス雑音, T は転置を表す. 今回は基礎的な検討として, この受信信号モデルにおける 1 波入射の場合のみを考える.

3. MS-Root-MUSIC による DOA 推定

MS-Root-MUSIC [4] は Manifold Separation と呼ばれる技法によって, 任意形状アレーにおける Root-MUSIC 可能とした手法である. Manifold Separation は任意形状アレーのモードベクトル $\mathbf{a}(\theta)$ を, ヴァンデルモンド構造を有する拡張モードベクトル $\mathbf{b}(z)$ とサンプリング行列と呼ばれる行列 \mathbf{G} によって近似する手法である. つまり, \mathbf{G} は拡張モードベクトルに適用する理想的なモードベクトルへの変換行列である. この手法により得られた \mathbf{G} と $\mathbf{b}(z)$ を用いると, 解くべき多項式 $f_{MS}(z)$ は以下のように表される.

$$f_{MS}(z) = \mathbf{b}^H(z) \mathbf{G}^H \mathbf{E}_N \mathbf{E}_N^H \mathbf{G} \mathbf{b}(z) \quad (6)$$

$$\mathbf{b}(\theta) = [e^{-j(M-1)\theta}, \dots, e^{j(M-1)\theta}]^T \quad (7)$$

ここで、 H はエルミート転置、 \mathbf{E}_N は雑音固有ベクトルを要素とした行列、 M はサンプリング数と呼ばれる Manifold Separation の近似の次数を表す。 M は素子数に依存せず、拡張モードベクトル $\mathbf{b}(\theta)$ の要素数 $(2M-1)$ は基本的には任意に設定することができる。なお、後述する提案校正法では校正パラメータ決定に伴う制約がかかる。MS-Root-MUSIC はこの多項式を解き、 $z = e^{j\theta}$ となる信号根から DOA を推定する。信号根は複素平面で単位円周上に最も近い根である。

4. MS-Root-MUSIC におけるアレー校正法

4.1 従来法を用いた校正

MS-Root-MUSIC に適用する校正法としては、実アレーに適用する校正行列 \mathbf{C} を用いた実アレー校正法 [5] や実測モードベクトルの IDFT によって得られた \mathbf{G}^{IDFT} を拡張モードベクトルに適用する IDFT 校正法 [4] 等がある。実アレー校正法は実際の受信データ自体の補正を行うもので、校正行列 \mathbf{C} は $L \times L$ 行列となる。一方、IDFT 校正法ではモードベクトルへの変換行列である \mathbf{G} に補正をかけた \mathbf{G}^{IDFT} を用いる。このため、IDFT 校正法は素子数に縛られない要素の校正が可能となり、より多くの誤差の表現が可能となる。しかし、MS-Root-MUSIC では、実環境の誤差要因の他に Manifold Separation (モードベクトルの変換) で用いる近似の誤差も存在する。このため、従来法による校正では十分な近似の次数 $(2M-1)$ が必要となる。

4.2 提案法を用いた校正

4.2.1 拡張アレー校正法

本論文では、新たな拡張モードベクトルに適用する校正法として拡張校正行列 \mathbf{G}^{cal} を用いた拡張アレー校正法を提案する。提案法では、素子間相互結合等のアンテナ固有の物理的な誤差要因と Manifold Separation の近似誤差を同時に最小化することによって、少ない次数での近似と校正を実現することを目的とした校正法である。

まず、 \mathbf{G}^{cal} の各行を \mathbf{g}_i とし、その行を連結した $L(2M-1)$ 次元ベクトル \mathbf{g} を以下のように定義する。

$$\mathbf{G}^{cal} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{g}_L \end{bmatrix}, \quad \mathbf{g} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_1^T \\ \vdots \\ \mathbf{g}_L^T \end{bmatrix} \quad (8)$$

DOA が既知の Q 個の校正用データがあれば、式 (9) に示される雑音固有ベクトルを要素とした行列 \mathbf{E}_N と、拡張モードベクトル \mathbf{b} によって構成された、 \mathbf{g} を求める方程式が得られる。 \mathbf{g} は \mathbf{G}^{cal} の $(1,1)$ 要素を 1 と正規化することで得られる式 (10) を解くことで求められる。

$$\mathbf{D}_{ex} \mathbf{g} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_N^{(1)H} \otimes \mathbf{b}^T(\theta_1) \\ \mathbf{E}_N^{(2)H} \otimes \mathbf{b}^T(\theta_2) \\ \vdots \\ \mathbf{E}_N^{(Q)H} \otimes \mathbf{b}^T(\theta_Q) \end{bmatrix} \mathbf{g} \quad (9)$$

$$\mathbf{g}' = -(\mathbf{D}'_{ex} \mathbf{D}'_{ex})^{-1} \mathbf{D}'_{ex} \mathbf{d}_{ex} \quad (10)$$

$$\mathbf{D}_{ex} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}' & \mathbf{d}_{ex} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{g} = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{g}'^T \end{bmatrix}^T \quad (11)$$

ここで、 \otimes はクロネッカ積である。この方程式は本質的に文献 [6] と同形である。導出の詳細はそちらを参照されたい。方程式の未知パラメータの総数は素子数 L とサンプリング数 M に依存し、 $L(2M-1)-1$ と表すことができる。つまり、校正データセットが Q 個に制限されている場合、 \mathbf{b} の要素数に上限が存在する。ベクトル \mathbf{b} の要素数の上限は以下に示される。

$$2M-1 \leq \frac{Q(L-1)+1}{L} \quad (12)$$

4.2.2 数値計算における補正

拡張校正行列の要素数は式 (12) を満たす範囲内で増加させることができる。しかし、要素数を増加させるにつれ、サンプリング行列の条件数 (正則性) が劣化し、計算が不安定になる場合がある。この場合、式 (12) に示す要素数の上限に達しないうちに、式 (10) に示す方程式の数値解の導出が困難になる。なぜならば、IDFT 校正法及び提案法では、実アレー校正法と比較してより多くの要素をもった行列を用いるため、必要となる校正用データセット数は実アレー校正法等と比べ多くなるからである。十分な校正用データセット数を確保するためには、用いる校正用データセットの角度間隔を細かくする必要があるが、この場合、拡張モードベクトルの角度ごとの変化が小さくなり独立性が弱くなる。この傾向は拡張モードベクトルの要素数を増加させるほど顕著に現れる。独立性が弱い拡張モードベクトルを用いた場合、式 (9) の独立性も弱くなり、結果として $(\mathbf{D}'_{ex} \mathbf{D}'_{ex})$ の条件数が劣化する。これが計算が不安定となる原因である。拡張モードベクトルの独立性の程度に関しては次章で触れる。この問題を解決するため本論文では、数値計算への補正に

表 1 シミュレーション諸元
Table 1 Simulation parameter.

受信アレー形状	等間隔リニアアレー	等間隔円アレー
素子	半波長ダイポール	
素子数 (L)	4	
周波数	2.4 [GHz]	
素子間隔	0.5 λ	0.34 λ
素子半径	0.5 [mm]	
校正用データ数 (Q)	15°~165°, (5° 間隔 31 波)	-180°~170°, (10° 間隔 36 波)

よって、安定的に解を求める改良を施した。具体的には、式 (10) 中の $(D'_{ex}{}^H D'_{ex})$ の対角項に微小な定数 σ_0^2 をかけた単位行列を付加することにより、条件数の安定化を図る。すなわち diagonal-loading [7] である。

5. 計算機シミュレーションによる評価

本節では、提案法の特長、MS-Root-MUSIC を用いたときの従来法との比較を行う。1 波到来時の受信データの作成には電磁界解析ソフト (NEC2) を用いた。SNR に依存しない誤差の影響のみを確認するため雑音は付加しないもの (SNR 無限大) とした。シミュレーション諸元を表 1 に示す。

5.1 拡張校正行列の特性

提案法では数値計算を安定化させるために、dignal-loading を行っている。ここで問題となるのがこの補正によって生じる誤差である。まず、数値計算が不安定になり、補正が必要な場合を示す。表 1 に示す等間隔リニアアレーを用いる場合を考える。今回のシミュレーション諸元における式 (10) に表される $(D'_{ex}{}^H D'_{ex})$ と拡張モードベクトルを要素とした拡張モード行列の自己相関行列 (BB^H) の条件数を図 2 に示す。校正用データ数が 31 波なので、式 (12) から理論上 $M \leq 12$ の範囲で増加させることができることになる。しかし、図 2 より、 $M = 8$ 以上では $(D'_{ex}{}^H D'_{ex})$ 、 (BB^H) とともに条件数が非常に劣化し、 $(D'_{ex}{}^H D'_{ex})$ の逆行列を求めることが困難となる。実用上、 $M \simeq 6$ 付近においても条件数が非常に大きく、安定した数値計算を行うためには補正が必要となることが予想される。

diagonal-loading 自体、本来存在しないバイアスを与えることにより数値計算の安定性を高める手法なので、得られた校正行列に誤差を生じさせる。この誤差の程度を明らかにする必要がある。そこで、図 2 より、安定した数値計算が可能な条件数となる $M = 4$ のときを考える。このときの diagonal-loading による影響として、微小値 σ_0^2 を変化させたときの平均 RMSE を評価した。その結果を図 3 に示す。なお、

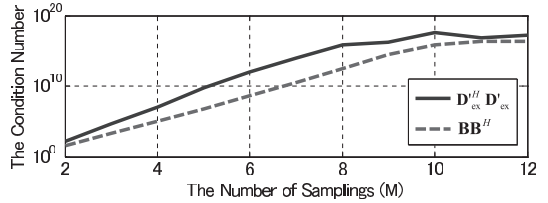


図 2 方程式行列 $(D'_{ex}{}^H D'_{ex})$ と拡張モード行列の相関行列 (BB^H) の条件数
Fig. 2 Condition number of $(D'_{ex}{}^H D'_{ex})$ and (BB^H) .

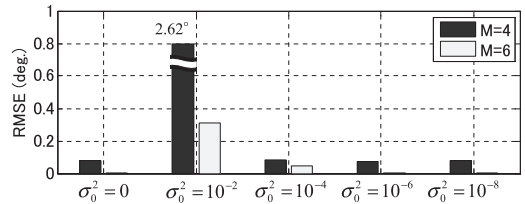


図 3 各 σ_0^2 における DOA 推定誤差
Fig. 3 DOA estimation error for each σ_0^2 .

平均 RMSE には 15° から 165° まで 1° 間隔のデータを用いた。また、図 3 には $M = 4$ の場合に加え、より diagonal-loading が必要とされる $M = 6$ の平均 RMSE も示した。図 3 より、この場合 σ_0^2 の値が 10^{-4} 以下程度であれば、この補正による DOA 推定誤差への影響はわずかであることが分かる。なお、 $M = 4$ の際に小さな σ_0^2 値においても誤差が残存しているのは、Manifold Separation の近似誤差のためである。以降の検討では、 σ_0^2 の値に 10^{-6} を用いる。なお、今回はこの一例の結果のみを示したが、素子数やアレー形状が変化した場合であっても $\sigma_0^2 \simeq 10^{-6}$ 程度で、実用上、影響が無視できる安定した校正が可能となることを確認している。 $\sigma_0^2 \simeq 10^{-6}$ がアレー形状や素子数で大きく変化しない理由は、提案手法では校正用データセット (参照信号ベクトル) そのものを用いるのではなく、その (雑音) 部分空間ベクトルを用いるからである。固有ベクトル (大きさ 1) を用いるためアレー素子数、形状への依存性が低くなる。

5.2 1 波入射時の比較

1 波入射時における各校正手法を用いた場合の角度ごとの推定誤差の比較を行う。 $M = 4$ では diagonal-loading の有無によらず数値計算が安定しているが、補正の有効性を確認するため、 $M = 6$ のときを考える。このときの角度ごとの推定誤差を図 4 にそれぞれ示す。ここで、“w/o Cal.”、“MS-Cal.”、“MS-IDFT-Cal.”、“MS-ex-Cal.” はそれぞれ校正前、実アレー校

正法, IDFT 校正法, 拡張アレー校正法を適用したときの推定誤差である. なお, 拡張アレー校正法適用時の推定誤差は diagonal-loading 値 (σ_0^2) の付加の有無による双方の結果を示している. 推定誤差は DOA 推定値と真値との差の大きさと定義した. 図 4 より, 従来法 (MS-Cal. 及び MS-IDFT-Cal.) はサンプリング数 M が小さいため, Manifold Separation の近似誤差が大きく, 良好な推定が行われていない. 一方, 提案法は最小二乗法によって近似誤差と校正すべき誤差の総和が最小となるように計算され, 少ない次数の近似で良好な DOA 推定を可能としていることが分かる. また, diagonal-loading により安定した数値計算が可能となる代わりに, 推定精度の劣化 (バイアスの増加) が確認された. しかし, 誤差約 0.01° 以下の推定精度が実現されており, 実用上問題ないものといえる. また, 参考までに表 1 に挙げた円アレーの 1 波入射時の RMSE を図 5 に示した. アレー開口が小さいため,

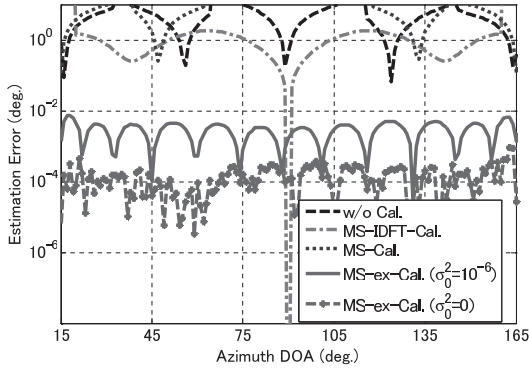


図 4 NEC2 データに対する推定誤差 ($M = 6$, ULA)
Fig. 4 Estimation error of NEC2-data ($M = 6$, ULA).

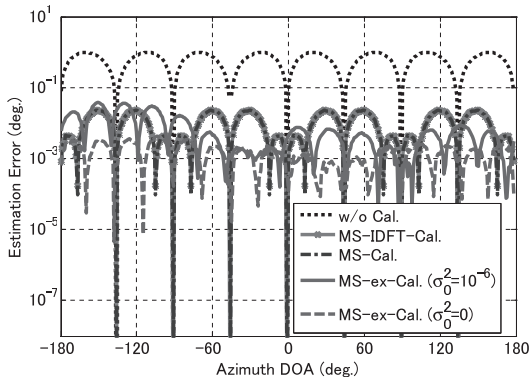


図 5 NEC2 データに対する推定誤差 ($M = 6$, UCA)
Fig. 5 Estimation error of NEC2-data ($M = 6$, UCA).

リニアアレーに比べ拡張モードベクトルの近似誤差が残存しているものの, 同図に示すように円アレーにおいても, 提案法は有効であることが確認できる.

6. 実験データによる評価

ここでは MS-Root-MUSIC における各校正手法を実験データに適用し, その有効性を検証した. 実験は電波暗室内で行った. 実験諸元を表 2 に示す. 被校正アレーアンテナとして受信にはアクリル板の台に市販のスリーブアンテナを固定したアレーを用いた. 受信データはこのアレーをアジマステーブルで回転させることによって入射波の DOA を変化させ, ネットワークアナライザを用いて取得した. また, 提案法の補正値 (σ_0^2) は 10^{-6} とした.

1 波入射時における実験データに対して MS-Root-MUSIC を適用したときを考える. $M = 6$ のときの角度ごとの推定誤差を図 6 に示す. 図 6 より, 実験データにはシミュレーションでは考慮していなかった誤差要因 (素子特性, 素子位置等) や雑音が存在するため, シミュレーションに比べて推定誤差は全体的に増加している. 特に, diagonal-loading を行わなかった提案法は推定そのものが困難となっている. これは, シミュレーション時には考慮されていなかった誤差要因によって, 数値計算の不安定さが増大したためと考

表 2 実験諸元
Table 2 Experimental parameter.

受信アレー形状	等間隔リニアアレー (ULA)
素子	スリーブアンテナ
素子数 (L)	4
周波数	2.4 [GHz]
素子間隔	0.5λ
校正用データ数 (Q)	$15^\circ \sim 165^\circ$, (5° 間隔 31 波)

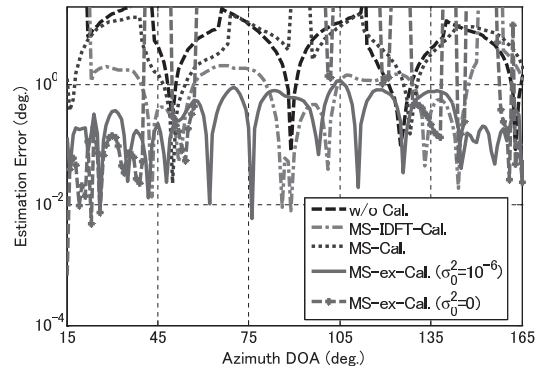


図 6 実験データに対する推定誤差 ($M = 6$)
Fig. 6 Estimation error of experimental data ($M = 6$).

えられる。しかし、提案法に diagonal-loading を適用すると推定誤差は最大で 1° 程度であり、他の手法と比べても最も高精度である。このことから、提案法は実験データに対しても、Manifold Separation の近似誤差を最小にしつつ、安定した数値計算を実現し、正確な校正を可能としているといえる。

7. 要素数と diagonal-loading 値の考察

最後に、提案法適用の際の要素数と diagonal-loading 値の関係について考察する。具体的には、要素数を増加させて比較的大きな diagonal-loading の適用する場合と、ある程度の要素数で微小な diagonal-loading を適用する場合ではどちらが良好な DOA 推定を可能とするかという問題である。これを確かめるため、表 1 に示す等間隔リニアレーの諸元で行う計算機シミュレーションで、要素数を増加させたときの各 diagonal-loading 値ごとの平均 RMSE を図 7 に示す。同図の平均 RMSE は図 3 と同様の定義により算出した。同図より要素数 (M) の増加に伴い拡張モードベクトル近似誤差が減少するため DOA 推定誤差は減少するものの、ある M 値から diagonal-loading の誤差のため一定となる。この誤差の下限は σ_0^2 に依存する。したがって、数値計算上必要とされる最小の σ_0^2 (演算精度により決定) を選択し、可能な範囲で大きな M を選択することが、一つの目安といえる。

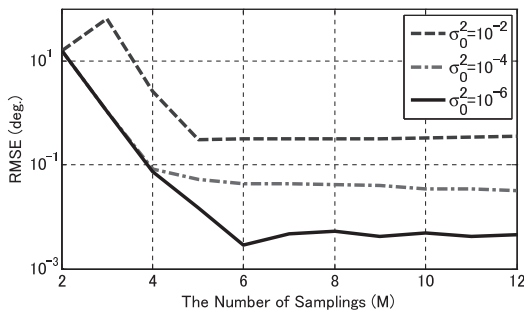


図 7 M 及び σ_0^2 に対する DOA 推定誤差
Fig. 7 DOA estimation error for various M and σ_0^2 .

8. む す び

本論文では、MS-Root-MUSIC を用いた DOA 推定のための校正法を提案した。提案法は実環境の誤差要因のほかに近似誤差も同時に最小化する手法である。このため、少ない次数で良好な近似を実現し、計算負荷の面からも有用である。更に、計算機シミュレーション及び実験データへの適用でその有効性を明らかにした。ただし、提案法は行列の要素の増加に伴い、数値計算が不安定になるという問題点を抱えている。本論文では、更にそれを解決するための diagonal-loading を導入した。言うまでもなく、このような処理を施さずとも解を求められるようになることが望ましい。そのような改善が今後の課題である。

謝辞 本研究の一部は科研費 (基盤研究 (C) 20560349)、一部は財団法人テレコムエンジニアリングセンター研究助成金により実地されたものである。

文 献

- [1] 菊間信良, アダプティブアンテナ技術, オーム社, 2003.
- [2] R.O. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," IEEE Trans. Antennas Propag., vol.AP-34, no.3, pp.276-280, March 1986.
- [3] B.D. Rao and K.V.S. Hari, "Performance analysis of Root-Music," IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process., vol.37, no.12, pp.1939-1949, Dec. 1989.
- [4] F. Belloni, A. Richter, and V. Koivunen, "DoA estimation via manifold separation for arbitrary array structures," IEEE Trans. Signal Process., vol.55, no.10, pp.4800-4810, Oct. 2007.
- [5] 新井隆宏, 原 六蔵, 山田寛喜, 山口芳雄, "既知の波源を用いたスーパーレゾリューションアレー校正法について," 信学論 (B), vol.J86-B, no.3, pp.527-537, March 2003.
- [6] 内藤 孝, 山田寛喜, 山口芳雄, "DOA 推定のための仮想素子を用いたアレー校正手法," 信学論 (B), vol.J92-B, no.1, pp.216-223, Jan. 2009.
- [7] B.D. Carlson, "Covariance matrix estimation errors and diagonal loading in adaptive arrays," IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol.24, no.4, pp.397-401, July 1988.

(平成 23 年 1 月 6 日受付, 4 月 20 日再受付)