

413.52

Ta26

多変数留数カレントの複素解析と 計算代数解析

(課題番号 17540150)

平成17年度-平成19年度科学研究費補助金(基盤研究(C))研究成果報告書

平成20年5月 研究代表者 田島慎一(新潟大学自然科学系)

はしがき

本研究成果報告書は、平成 17 年度-平成 19 年度科学研究費補助金 (基盤研究 (C)) 「多変数留数カレントの複素解析と計算代数解析」の成果報告である。本研究では 3 年間にわたり、複素解析学と計算代数解析の観点から、特異点をもつ variety に付随して定義される多変数留数カレントに関する研究を行った。研究代表者と研究分担者が協力して、研究用のアルゴリズムの開発、作成したプログラムを用いた計算機実験等を行い、特異点と D-加群の関係に関する研究を遂行した。

本科学研究費補助金により、共同研究者同士の研究連絡、当該分野の研究集会への参加、研究発表や海外での研究討議、国際会議での研究発表等を行い、多くの研究成果を上げることが出来た。

研究組織

研究代表者 田島慎一 (新潟大学自然科学系)
研究分担者 吉原久夫 (新潟大学自然科学系)
研究分担者 小島秀雄 (新潟大学自然科学系)
研究分担者 竹内潔 (筑波大学大学院数理工学科学研究科)
研究分担者 中村弥生 (近畿大学理工学部)

研究経費 (直接経費)

平成 17 年度	1,100 千円
平成 18 年度	1,100 千円
平成 19 年度	1,100 千円
計	3,300 千円

概要

1 孤立特異点を持つ複素超曲面のヤコビイデアルが定める代数的局所コホモロジー類たちのなすベクトル空間の基底を求める新たなアルゴリズムを導出した。このアルゴリズムを、一般の零次元イデアルに付随して定義されるような代数的局所コホモロジー類のなすベクトル空間の場合に拡張した。更に、Grothendieck 双対性に基づくことで、零次元イデアルに対するメンバーシップ問題や normal form の効率的計算法を導出した。

2 零次元イデアルのスタンダード基底を効率的に求めるアルゴリズムを導出し、更に、中村弥生氏、鍋島克輔氏らと共同でそのプログラムを数式処理システム Risa/Asir に実装した。

3 中村弥生氏と共同で、代数的局所コホモロジー類の偏微分作用素環における annihilator イデアルの構成法を導出し、構成したアルゴリズムを数式処理システム Risa/Asir に実装した。

4 計算機代数解析の観点から Reiffen の与えた孤立特異点族の解析を行った。特に、上記の研究成果を利用することで、代数的局所コホモロジー類の満たすホロノミー D -加群の構造を解析し、その解空間の構造を明らかにした。特異点の特性と方程式系の解に関し、古典的な Sebastiani の結果と類似した関係が成り立つことを示した。

5 L. Ehrenpreis が導入したネター作用素を用いると、準素イデアルの重複の仕方を完全に記述できることが知られている。偏微分作用素環における syzygies 計算を用いることで、ネター作用素を構成するアルゴリズムが構成可能であることを示した。

6 諏訪立雄氏、中村弥生氏と共同で、正則ベクトル場のホモロジカル指数について研究した。Grothendieck 留数を用いることでホモロジカル指数を求めるアルゴリズムを導出した。

本研究により、孤立していないような特異点を持つ複素超曲面の Le サイクルの研究を進めることができた。また、本研究と関連する以下の研究成果を得ることができた。

7 複素領域の線形常微分方程式に対する冪級数の空間における非斉次方程式の局所可解性は、局所コホモロジーと留数を用いて完全に記述できる。微分作用素環におけるスタンダード基底の理論を用いて上述の結果を拡張し、局所可解条件がある種の確定特異点型常微分方程式系をもって記述できることを明らかにした。

8 一変数代数的局所コホモロジーの概念と微分方程式の理論を組み合わせることで、有理関数の極における留数値やローラン展開等を効率的に求めるアルゴリズムを構成した。庄司卓夢氏と共同で、有理型関数に対するこれら一連の計算を行うプログラムを開発し、数式処理システム Risa/Asir のパッケージとして実装・公開した。

9 代数解析と超局所解析の観点から Radon 変換を考察し、Ridgelet 変換の特性を利用した画像処理の手法を提案した。

論文リスト

1. S. Tajima, Y. Nakamura: On holonomic D-modules attached to Reiffen's hypersurface isolated singularities, submitted.
2. S. Tajima, Y. Nakamura: Computing holonomic D-modules attached to hypersurface isolated singularities, 京都大学数理解析研究所講究録掲載予定
3. S. Tajima and Y. Nakamura: Annihilating ideals for an algebraic local cohomology class, J. Symbolic Computation, to appear.
4. 庄司卓夢, 田島慎一: 一変数代数的局所コホモロジー類に対する Risa/Asir 用パッケージ taji_alc, Risa/Asir Journal 2 (2007), 1-32.
5. 庄司卓夢, 田島慎一: ネーター作用素計算におけるモニックでない多項式による割り算の効率化, 京都大学数理解析研究所講究録 1572 「数式処理研究の新たな発展」(2007), 72-81.
6. 庄司卓夢, 田島慎一: コーシー問題の解法とアルゴリズム,
京都大学数理解析研究所講究録 1568 「Computer Algebra」(2007), 67-73.
7. 田島慎一, 中村弥生: Syzygies を用いた Noether 作用素計算アルゴリズム,
京都大学数理解析研究所講究録 1568 「Computer Algebra」(2007), 81-86.
8. 田島慎一: 零次元代数的局所コホモロジーの計算法とスタンダード基底計算について II
京都大学数理解析研究所講究録 1568 「Computer Algebra」(2007), 74-80.
9. S. Tajima: A new look at the local solvability condition of inhomogeneous ordinary differential equations,
Publ. Res. Inst. Math. Sci. 43 (2007), 443-459.
10. 田島慎一: 多変数留数の計算代数解析とホロノミー D 加群,
京都大学数理解析研究所講究録 1532 「情報物理学の数学的構造」(2007), 43-59.
11. Y. Nakamura and S. Tajima: On weighted-degrees for algebraic local cohomologies associated with semiquasihomogeneous singularities,
Advanced Studies in Pure Mathematics 46 (2007), pp. 105-117.
12. 庄司卓夢, 田島慎一: 多項式剰余公式の計算アルゴリズム,
京都大学数理解析研究所講究録 1514 「Computer Algebra-Design of Algorithms, Implementations and Applications」(2006), 108-114.
13. 阿部隆行, 田島慎一: 孤立特異点に付随する代数的局所コホモロジーとヤコビデアルに対するグレブナー基底の計算法,
京都大学数理解析研究所講究録 1514 「Computer Algebra-Design of Algorithms, Implementations and Applications」(2006), 141-147..

14. 田島慎一: 剰余体 $K[x]/\langle f \rangle$ における逆算計算,
京都大学数理解析研究所講究録 1514 「Computer Algebra-Design of Algorithms, Implementations and Applications」(2006), 171-175.
15. 田島慎一: Holonomic な定数係数線形偏微分方程式系と Grothendieck duality,
京都大学数理解析研究所講究録 1509 「積分核の代数解析的研究」(2006), 1-23.
16. 田島慎一: 一変数留数計算アルゴリズムについて,
京都大学数理解析研究所講究録 1509 「積分核の代数解析的研究」(2006), 24-50.
17. 田島慎一, 中村弥生: 孤立特異点に付随する代数的局所コホモロジーとホロノミック系,
京都大学数理解析研究所講究録 1501 「Recent Topics on Real and Complex Singularities」(2006), 168-180.
18. 長谷川誠, 田島慎一: 濃淡画像の Ridgelet 変換符号化, 画像ラボ 17 (2006), 1-5.
19. S. Tajima: An algorithm for computing exponential polynomial solutions of constant coefficients holonomic PDE's -generic case -,
in Methods of Complex and Clifford Analysis, eds Le Hung Son, W. Tutschke and S. Jain, SAS International Pub. (2006), 335-344.
20. S. Tajima: On Noether differential operators attached to a zero-dimensional primary ideal - shape basis case -,
in Finite or Infinite Dimensional Complex Analysis and Applications (2005), Kyushu Univ. Press, 357-366.
21. 庄司卓夢, 田島慎一: 高速留数計算アルゴリズム,
京都大学数理解析研究所講究録 1456 「Computer Algebra-Design of Algorithms, Implementations and Applications」(2005), 133-143.
22. 田島慎一: 零次元代数的局所コホモロジーの計算法とスタンダード基底計算について,
京都大学数理解析研究所講究録 1456 「Computer Algebra-Design of Algorithms, Implementations and Applications」(2005), 126-132.
23. 長谷川誠, 田島慎一: Watershed 分割による semantic object の ridgelet 表現,
映像情報メディア学会誌, 59 (2005), 786-790.
24. 中村弥生, 田島慎一: Inner modality 4 以下の半擬斉次孤立特異点に付随したホロノミック系について
京都大学数理解析研究所講究録 1431 「超局所解析とその周辺」(2005), 55-67.
25. 田島慎一: Noether 作用素と多変数留数計算アルゴリズム
京都大学数理解析研究所講究録 1431 「超局所解析とその周辺」(2005), 123-136.

26. 田島慎一, 中村弥生: 零次元代数的局所コホモロジー類に付随するホロノミック系の構成アルゴリズム,
京都大学数理解析研究所講究録 1412 「超局所解析の展望」 (2005), 189–198.
27. S. Tajima and Y. Nakamura: Algebraic local cohomology classes attached to quasi-homogeneous hypersurface isolated singularities,
Publ. Res. Inst. Math. Sci., 41 (2005), 1–10.
28. S. Tajima and Y. Nakamura: Computational aspects of Grothendieck local residues,
Séminaire et Congrès 10, Singularités Franco-Japonaises, Société Mathématique de France (2005), 287–305.
29. Y. Nakamura and S. Tajima: Unimodal singularities and differential operators,
Séminaire et Congrès 10, Singularités Franco-Japonaises, Société Mathématique de France (2005), 191–208.

口頭発表

1. 微分作用素を用いた留数計算とスペクトル分解 (庄司卓夢と共同)
Risa/Asir Conference 神戸大学 (2008年3月)
2. 特異点と局所コホモロジーの代数解析—Le サイクルと局所 b-関数—
早稲田大学数学談話会 (幾何学と物理学セミナー) 早稲田大学理工学部 (2008年2月)
3. A computation for the homological index of a vector field on an isolated complete intersection singularity (中村弥生, 諏訪立雄と共同)
Geometry and Analysis on Complex Algebraic Variety(日露二国間共同事業),
東京農工大 (2007年11月)
4. Le cycles and Noether operators,
Computer Algebra, 京都大学数理解析研究所 (2007年11月)
5. 多変数留数の話
第5回計算数学研究会, クロスパル新潟 (2007年10月)
6. 孤立特異点の代数解析とアルゴリズム,
特異点解析の理論と方法, 東京工業大学 (2007年10月)
7. Computing Grothendieck local residues via Noether differential operators,
Niigata Workshop on Complex Geometry and Singularities, Niigata Univ. (2007年8月)
8. Standard bases and algebraic local cohomology classes,
Analysis and Geometry on Complex Varieties, Krasnoyarsk Univ. (ロシア) (2007年8月)
9. 一変数有理関数が関係する諸計算に対する Risa/Asir 用プログラムのモジュール化について
(庄司卓夢と共同)
Risa Consortium 神戸大学理学部 (2007年3月)
10. Grothendieck 双対性と広中の標準基底
計算可換代数と計算代数幾何 京都大学数理解析研究所 (2007年1月)
11. 非斉次な単独常微分方程式の形式冪級数の空間での可解条件
超幾何方程式 神戸大学理学部 (2007年1月)
12. コーシー問題の解法とアルゴリズム (庄司卓夢と共同)
Computer Algebra 京都大学数理解析研究所 (2006年12月)
13. 一般余次元の準素イデアルに対するネター作用素について
Computer Algebra 京都大学数理解析研究所 (2006年12月)

14. 零次元代数的局所コホモロジーの計算法とスタンダード基底計算について
Computer Algebra 京都大学数理解析研究所 (2006年12月)
15. On holonomic D-modules attached to a family of nonquasihomogeneous hypersurface isolated singularities,
複素代数多様体上の幾何と解析 京都大学数理解析研究所 (2006年12月)
16. 代数的局所コホモロジーとスタンダード基底
代数解析セミナー 慶応大学 (2006年11月)
17. An invariant of hypersurface isolated singularity (with Y. Nakamura)
Encuentro de álgebra computacional y Aplicaciones
Sevilla University (スペイン) (2006年9月)
18. Algebraic analysis of Hermite-Jacobi reproducing kernels and its applications
Krasnoyarsk State University (ロシア) (2006年8月)
19. Grothendieck local residues and holonomic D-modules
Geometry and Analysis on Complex Algebraic Varieties
Moscow Independent University (ロシア) (2006年8月)
20. 代数的局所コホモロジーを用いたヤコビデアルの計算アルゴリズム
グレブナ基底の効率的計算とそれを基盤とする数学アルゴリズム
京都大学数理解析研究所 (2006年8月)
21. On holonomic D-modules attached to Bayer-Hefez plane curve singularities,
KIAS-RIMS Joint Workshop on Computer Algebra,
Korean Institute for Advanced Study Seoul (韓国) (2006年7月)
22. Invariants of isolated singularities via holonomic systems (with Y. Nakamura)
International Conference on Differential Equations and Dynamical Systems
Suzdal (ロシア), (2006年7月)
23. 多変数留数の計算代数解析とホロノミック D-加群
情報物理学の数学的構造 京都大学数理解析研究所 (2006年6月)
24. 孤立特異点に付随する代数的局所コホモロジーを用いたヤコビデアルのグレブナ基底計算
計算代数解析とその周辺 京都大学数理解析研究所 (2006年6月)
25. 微分方程式を用いた部分分数分解アルゴリズム I (庄司卓夢, 加藤涼香と共同)
日本数学会応用数学科会 中央大学 (2006年3月)
26. 微分方程式を用いた部分分数分解アルゴリズム II (斉藤加奈と共同)
日本数学会応用数学科会 中央大学 (2006年3月)

27. Noetherian differential operators attached to holonomic D-modules and an algorithm for computing Grothendieck local residues
Seminar on Computer Algebra, Sevilla Univ. (スペイン) (2006年3月)
28. Noetherian differential operators and an algorithm for computing Grothendieck local residues,
Special Semesters on Groebner Bases and Related Method,
Radon Institute for Computational and Applied Mathematics and Research Institute for Symbolic Computation (オーストリア)(2006年2月)
29. 多項式剰余公式アルゴリズム (庄司卓夢と共同)
Computer Algebra 京都大学数理解析研究所 (2005年12月)
30. 代数的局所コホモロジーをもちいたグレブナー基底の計算法 (阿部隆行と共同)
Computer Algebra 京都大学数理解析研究所 (2005年12月)
31. 剰余体における逆幂計算アルゴリズムとその応用
Computer Algebra 京都大学数理解析研究所 (2005年12月)
32. On holonomic D-modules attached to a hypersurface isolated singularity
The 7-th Asian Symposium on Computer Mathematics,
Korea Institute for Advanced Study (韓国) (2005年12月)
33. 孤立特異点に付随する代数的局所コホモロジーとホロノミック系 (中村弥生と共同)
Recent Topics on Real and Complex Singularities 京都大学数理解析研究所 (2005年11月)
34. 一変数留数計算アルゴリズムについて
第48回関数論シンポジウム 鹿児島大学 (2005年10月)
35. Algorithm for computing Noetherian differential operators
Theoretical Effectivity and Practical Effectivity of Groebner Bases
(日本学術振興会国際会議) 立教大学 (2005年8月)
36. Algorithm for partial fraction decomposition via differential equations (with T. Shoji)
Applications of Computer Algebra 奈良女子大学 (2005年8月)
37. Algorithm for local cohomology classes attached to an isolated hypersurface singularity
(with T. Abe) Applications of Computer Algebra 奈良女子大学 (2005年8月)
38. 多変数 Hermite-jacobi 再生核の複素解析と代数解析
多変数関数論サマーセミナー 湯沢グランドホテル (2005年8月)
39. 剰余公式アルゴリズム
コンピュータアルジェブラ研究の新たな発展 京都大学数理解析研究所 (2005年7月)

40. 孤立特異点に付随する代数的局所コホモロジー

特異点における不変量(トポロジー・プロジェクト研究集会)

近畿大学理工学部(2005年6月)