Wheeler 法及び改良型 Wheeler 法による放射効率測定における不確かさ評価

石井　望†a)　　坪池　裕司†

Uncertainty Evaluation for Radiation Efficiency Measurement Using Wheeler and Reflection Methods

Nozomu ISHII†a) and Yuji TSUBOIKE†

あらまし　本論文では，小形アンテナの簡易放射効率測定として知られている Wheeler 法及び改良型 Wheeler 法における測定の不確かさについて検討する．これらの放射効率測定法では，被測定アンテナを自由空間及び放射抑制シールド内に設置したときの反射係数を測定することで放射効率を算出する．そこで，反射係数測定に関する不確かさが既知であると仮定して，放射効率の算出式より系統的不確かさを解析的に導出する．その妥当性を検証するため，反射係数に関する不確かさに基づいて正規乱数を発生させ，モンテカルロ法により放射効率の算出式の不確かさに関するシミュレーションを行う．また，Wheeler 法及び改良型 Wheeler 法における不確かさの要因について議論を行う．

キーワード　Wheeler 法，改良型 Wheeler 法，放射効率，不確かさ，モンテカルロ法

1. まえがき

小形アンテナの簡易な放射効率測定法として Wheeler 法 [1] 及び改良型 Wheeler 法 [2] が知られている．これらの方法は，アンテナからの放射電力を球面上で積分するパターン積分法に比べて大規模な測定設備を用意する必要はなく，ベクトルネットワークアナライザ（VNA）及びアンテナ放射を抑制するシールドのみで簡易かつ短時間で測定を行うことができるという利点がある．しかしながら，放射を抑制するためにアンテナをシールドで覆うことは，アンテナ入力ポートにおいて入力電力がほぼ戻ってくる状態，すなわち，反射係数の大きさが 1 に近い状態での測定が余儀なくされることを意味する．VNA による反射測定では，反射係数の大きさが 1 に近づくにつれてその不確かさが大きくなるため，Wheeler 法及び改良型 Wheeler 法における放射効率測定の不確かさもその影響を大きく受ける．特に，Wheeler 法の放射効率評価式のうち反射係数の大きさに着目する評価式 [3] では，1 と反射係数の大きさの差分を計算するため，そのことが放射効率測定の不確かさに及ぼす影響は想像に難くない．

本論文では，Wheeler 法及び改良型 Wheeler 法による放射効率測定に関する不確かさ [4] について検討を行う．不確かさの評価方法としては

（1）　不確かさ要因の各標準不確かさが小さく，互いに独立である場合に，不確かさの伝搬則 [5] により導出される系統的不確かさ，

（2）　不確かさ要因に対して，平均値を測定値とし，標準偏差を標準不確かさとするガウス分布となるようにランダムに仮想測定値を生成した上で，統計的に所望の測定量の不確かさを評価するモンテカルロ法 [6] を利用する．系統的不確かさは，所望の測定量に対する評価式が与えられており，かつ，不確かさの伝搬則に対する計算が煩雑でない場合に有効である．これに対して，不確かさの伝搬則に対応する計算が煩雑である場合，不確かさ要因の間に相関がある場合，各標準不確かさが大きくて不確かさの伝搬則が成り立たない場合には，モンテカルロ法による不確かさ評価が有効

† 新潟大学大学院自然科学研究科，新潟市
Graduate School of Science and Technology, Niigata University, 8050, Ikarashi 2-no-cho, Nishi-ku, Niigata-shi, 950–2181 Japan
a) E-mail: nishii@eng.niigata-u.ac.jp

である．本論文において，二つの不確かさの評価方法を用いる理由は次のとおりである．Wheeler 法の場合，数式で展開される系統的不確かさを用いることにより支配的な不確かさ要因を明示的に明らかにできる．一方，改良型 Wheeler 法のように，効率評価式が複雑な演算の結果として得られる場合，系統的不確かさによる評価は現実的ではなく，モンテカルロ法を用いた数値シミュレーションによる不確かさ評価を行うのが適切である．

以降，Wheeler 法に関しては，反射係数の大きさ，入力抵抗，入力コンダクタンスに着目した放射効率の評価式に対して，系統的不確かさを解析的に導出し，モノポールアンテナを例に取り，モンテカルロ法によるシミュレーションで得られる不確かさ評価の結果と比較する．改良型 Wheeler 法に関しても同様に，放射効率の評価式から解析的に得られる系統的不確かさの上限とモンテカルロ法によるシミュレーションで得られる不確かさの評価を比較する．

2. 放射効率評価に関する不確かさの導出

2.1 Wheeler 法による放射効率の評価式に関する系統的不確かさ

Wheeler 法による放射効率評価では，被測定アンテナを自由空間に設置した場合の入力特性及び図 1 に示すような放射抑制シールド内に設置した場合の入力特性を測定する．着目する入力特性に応じて，Wheeler 法による放射効率の評価式は幾つか存在する [1], [3], [7], [8]．本節では，反射係数測定に関する不確かさが既知であると仮定し，放射効率の評価式に対応する系統的不確かさの導出を行う [9]．

2.1.1 反射係数の大きさに着目する評価式

反射係数の大きさに着目する放射効率の評価式は

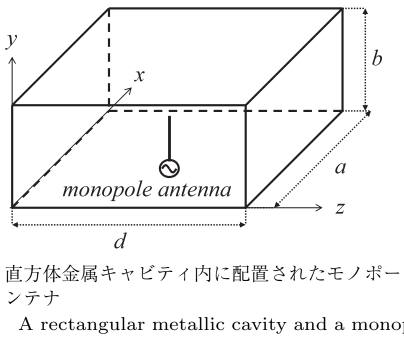


図 1 直方体金属キャビティ内に配置されたモノポールアンテナ

Fig. 1 A rectangular metallic cavity and a monopole antenna.

$$\eta^{\Gamma} = \frac{|\Gamma_{\mathrm{s}}|^2 - |\Gamma_{\mathrm{f}}|^2}{1 - |\Gamma_{\mathrm{f}}|^2} \tag{1}$$

で与えられる．ここで，$|\Gamma_{\mathrm{f}}|$ 及び $|\Gamma_{\mathrm{s}}|$ はアンテナを自由空間及び放射抑制シールド内においたときの反射係数の大きさである．その系統的不確かさは

$$\frac{u_c(\eta^{\Gamma})}{\eta^{\Gamma}} = \frac{\sqrt{\left[\dfrac{\partial \eta^{\Gamma}}{\partial |\Gamma_{\mathrm{f}}|}\right]^2 u^2(|\Gamma_{\mathrm{f}}|) + \left[\dfrac{\partial \eta^{\Gamma}}{\partial |\Gamma_{\mathrm{s}}|}\right]^2 u^2(|\Gamma_{\mathrm{s}}|)}}{\eta^{\Gamma}} = \sqrt{\left[p_f^{\Gamma}\frac{u(|\Gamma_{\mathrm{f}}|)}{|\Gamma_{\mathrm{f}}|}\right]^2 + \left[p_s^{\Gamma}\frac{u(|\Gamma_{\mathrm{s}}|)}{|\Gamma_{\mathrm{s}}|}\right]^2} \tag{2}$$

と計算される．ここで，$u_c(\ )$ は合成標準不確かさ，$u(\ )$ は標準不確かさを表す．また，p_f^{Γ} 及び p_s^{Γ} は

$$p_f^{\Gamma} = \frac{2|\Gamma_{\mathrm{f}}|^2(1 - |\Gamma_{\mathrm{s}}|^2)}{\eta^{\Gamma}(1 - |\Gamma_{\mathrm{f}}|^2)^2} \tag{3}$$

$$p_s^{\Gamma} = \frac{2|\Gamma_{\mathrm{s}}|^2}{\eta^{\Gamma}(1 - |\Gamma_{\mathrm{f}}|^2)} \tag{4}$$

で与えられる．

2.1.2 修正された反射係数の大きさに着目する評価式

反射係数の大きさに着目した評価式 (1) によって評価される放射効率は，アンテナの共振周波数近傍でやや落ち込むという欠点を有する．このため，筆者らは式 (1) の修正を提案した [8]．その評価式は

$$\eta^{\Gamma_m} = \frac{1}{|\Gamma_{\mathrm{s}}|}\eta^{\Gamma} = \frac{1}{|\Gamma_{\mathrm{s}}|}\frac{|\Gamma_{\mathrm{s}}|^2 - |\Gamma_{\mathrm{f}}|^2}{1 - |\Gamma_{\mathrm{f}}|^2} \tag{5}$$

で与えられる．その系統的不確かさは

$$\frac{u_c(\eta^{\Gamma_m})}{\eta^{\Gamma_m}} = \frac{\sqrt{\left[\dfrac{\partial \eta^{\Gamma_m}}{\partial |\Gamma_{\mathrm{f}}|}\right]^2 u^2(|\Gamma_{\mathrm{f}}|) + \left[\dfrac{\partial \eta^{\Gamma_m}}{\partial |\Gamma_{\mathrm{s}}|}\right]^2 u^2(|\Gamma_{\mathrm{s}}|)}}{\eta^{\Gamma_m}} = \sqrt{\left[p_f^{\Gamma_m}\frac{u(|\Gamma_{\mathrm{f}}|)}{|\Gamma_{\mathrm{f}}|}\right]^2 + \left[p_s^{\Gamma_m}\frac{u(|\Gamma_{\mathrm{s}}|)}{|\Gamma_{\mathrm{s}}|}\right]^2} \tag{6}$$

と計算される．ただし，$p_f^{\Gamma_m}$ 及び $p_s^{\Gamma_m}$ は

$$p_f^{\Gamma_m} = \frac{2|\Gamma_{\mathrm{f}}|^2(1 - |\Gamma_{\mathrm{s}}|^2)}{\eta^{\Gamma_m}|\Gamma_{\mathrm{s}}|(1 - |\Gamma_{\mathrm{f}}|^2)^2} \tag{7}$$

$$p_s^{\Gamma_m} = \frac{|\Gamma_{\mathrm{f}}|^2 + |\Gamma_{\mathrm{s}}|^2}{\eta^{\Gamma_m}|\Gamma_{\mathrm{s}}|(1 - |\Gamma_{\mathrm{f}}|^2)} \tag{8}$$

で与えられる．ここで，$p_f^{\Gamma_m} = p_f^{\Gamma}$ であり，$|\Gamma_{\mathrm{f}}| < |\Gamma_{\mathrm{s}}|$ であるとき，$p_s^{\Gamma_m} < p_s^{\Gamma}$ となるので，$u_c(\eta^{\Gamma_m})/\eta^{\Gamma_m} <$

$u_c(\eta^\Gamma)/\eta^\Gamma$ となり，修正された反射係数に着目する放射効率の評価式 (5) の不確かさは修正前の評価式 (1) よりも小さい．

2. 1. 3　入力抵抗に着目する評価式

入力抵抗の大きさに着目した放射効率の評価式は

$$\eta^R = 1 - \frac{R_\mathrm{s}}{R_\mathrm{f}} \tag{9}$$

で与えられる．ここで，R_f 及び R_s はアンテナを自由空間及び放射抑制シールド内に置いたときの入力抵抗である．その系統的不確かさは

$$\frac{u_c(\eta^R)}{\eta^R} = \frac{\sqrt{\left[\dfrac{\partial\eta^R}{\partial R_\mathrm{f}}\right]^2 u^2(R_\mathrm{f}) + \left[\dfrac{\partial\eta^R}{\partial R_\mathrm{s}}\right]^2 u^2(R_\mathrm{s})}}{\eta^R} = \sqrt{\left[p_f^R\frac{u(R_\mathrm{f})}{R_\mathrm{f}}\right]^2 + \left[p_s^R\frac{u(R_\mathrm{s})}{R_\mathrm{s}}\right]^2} \tag{10}$$

と計算される．ただし，$p_\mathrm{f}^R = p_\mathrm{s}^R = R_\mathrm{s}/(R_\mathrm{f}\,\eta^R)$ である．以下，下付添字 i が f あるいは s を表すことにすれば，入力抵抗 R_i は，反射係数 $\Gamma_i = |\Gamma_i|e^{j\theta_i}$ を用いて

$$R_i = R_0\frac{1-|\Gamma_i|^2}{1-2|\Gamma_i|\cos\theta_i + |\Gamma_i|^2} \tag{11}$$

で与えられる．ここで，R_0 は測定系の特性抵抗である．これから，$u(R_i)$ は

$$u^2(R_i) = \left[\frac{\partial R_i}{\partial|\Gamma_i|}u(|\Gamma_i|)\right]^2 + \left[\frac{\partial R_i}{\partial\theta_i}u(\theta_i)\right]^2 \tag{12}$$

により計算できる．ただし

$$\frac{\partial R_i}{\partial|\Gamma_i|} = R_0\frac{2(\cos\theta_i - 2|\Gamma_i| + |\Gamma_i|^2\cos\theta_i)}{(1-2|\Gamma_i|\cos\theta_i + |\Gamma_i|^2)^2} \tag{13}$$

$$\frac{\partial R_i}{\partial\theta_i} = -R_0\frac{2(1-|\Gamma_i|^2)|\Gamma_i|\sin\theta_i}{(1-2|\Gamma_i|\cos\theta_i + |\Gamma_i|^2)^2} \tag{14}$$

である．

2. 1. 4　入力コンダクタンスに着目する評価式

入力コンダクタンスに着目した放射効率の評価式は

$$\eta^G = 1 - \frac{G_\mathrm{s}}{G_\mathrm{f}} \tag{15}$$

で与えられる．ここで，G_f 及び G_s はアンテナを自由空間及び放射抑制シールド内に置いたときの入力コンダクタンスである．その系統的不確かさは

$$\frac{u_c(\eta^G)}{\eta^G} = \frac{\sqrt{\left[\dfrac{\partial\eta^G}{\partial G_\mathrm{f}}\right]^2 u^2(G_\mathrm{f}) + \left[\dfrac{\partial\eta^G}{\partial G_\mathrm{s}}\right]^2 u^2(G_\mathrm{s})}}{\eta^G} = \sqrt{\left[p_f^G\frac{u(G_\mathrm{f})}{G_\mathrm{f}}\right]^2 + \left[p_s^G\frac{u(G_\mathrm{s})}{G_\mathrm{s}}\right]^2} \tag{16}$$

と計算される．ただし，$p_\mathrm{f}^G = p_\mathrm{s}^G = G_\mathrm{s}/(G_\mathrm{f}\,\eta^G)$ である．入力コンダクタンス G_i は，反射係数 $\Gamma_i = |\Gamma_i|e^{j\theta_i}$ を用いて

$$G_i = G_0\frac{1-|\Gamma_i|^2}{1+2|\Gamma_i|\cos\theta_i + |\Gamma_i|^2} \tag{17}$$

で与えられる．ここで，G_0 は測定系の特性コンダクタンスである．これから，$u(G_i)$ は

$$u^2(G_i) = \left[\frac{\partial G_i}{\partial|\Gamma_i|}u(|\Gamma_i|)\right]^2 + \left[\frac{\partial G_i}{\partial\theta_i}u(\theta_i)\right]^2 \tag{18}$$

により計算できる．ただし

$$\frac{\partial G_i}{\partial|\Gamma_i|} = G_0\frac{2(\cos\theta_i + 2|\Gamma_i| + |\Gamma_i|^2\cos\theta_i)}{(1+2|\Gamma_i|\cos\theta_i + |\Gamma_i|^2)^2} \tag{19}$$

$$\frac{\partial G_i}{\partial\theta_i} = G_0\frac{2(1-|\Gamma_i|^2)|\Gamma_i|\sin\theta_i}{(1+2|\Gamma_i|\cos\theta_i + |\Gamma_i|^2)^2} \tag{20}$$

である．

2. 2　改良型 Wheeler 法による放射効率評価に関する系統的不確かさ

改良型 Wheeler 法による放射効率評価では，被測定アンテナを自由空間に設置した場合の反射係数の大きさ $|\Gamma_\mathrm{f}|$ 及び図 2 に示すような両端可動短絡の方形導波管内に設置した場合の反射係数 $\Gamma_{\mathrm{s},i}$ を測定する．ただし，$i = 1, 2, \cdots, N$ である．可動短絡位置の組合せは 3 通り以上とする必要があるため，$N \geq 3$ である．ここで，z_c を $z_i = \Gamma_{\mathrm{s},i} - \Gamma_\mathrm{f}$ がスミスチャート上で描く円の中心，r_c をその半径とする．このとき，改良型 Wheeler 法による放射効率の評価式は

$$\eta^\mathrm{iwh} = \frac{1}{1-|\Gamma_\mathrm{f}|^2}\left(r_c - \frac{|z_c|^2}{r_c}\right) \tag{21}$$

で与えられる [10]．実際には $|\Gamma_\mathrm{f}|$, $|z_c|$ 及び r_c の間に

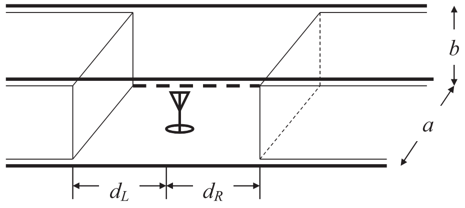


図 2　導波管とスライディングショート
Fig. 2　A rectangular waveguide and sliding shorts.

相関があり，$\eta^{\rm iwh}$ の系統的不確かさを厳密に評価するためにはこれらの相関を考慮しなければならない．相関を考慮した計算は煩雑であるため，ここでは，$\Gamma_{\rm f}$, $|z_c|$ 及び r_c が互いに独立であると仮定して，系統的不確かさの上限 $u_{cu}(\eta^{\rm iwh})$ を評価する．簡単のため，$x_1 = |\Gamma_{\rm f}|$, $x_2 = |z_c|$, $x_3 = r_c$ とおくと

$$\frac{u_{cu}(\eta^{\rm iwh})}{\eta^{\rm iwh}} = \frac{1}{\eta^{\rm iwh}}\sqrt{\sum_{i=1}^{3}\left[\frac{\partial \eta^{\rm iwh}}{\partial x_i}\right]^2 u^2(x_i)} = \sqrt{\sum_{i=1}^{3}\left[p_i \frac{u(x_i)}{x_i}\right]^2} \tag{22}$$

ただし

$$p_1 = \left|\frac{x_1}{\eta^{\rm iwh}}\frac{\partial \eta^{\rm iwh}}{\partial x_1}\right| = \frac{2|\Gamma_{\rm f}|^2}{1-|\Gamma_{\rm f}|^2} \tag{23}$$

$$p_2 = \left|\frac{x_2}{\eta^{\rm iwh}}\frac{\partial \eta^{\rm iwh}}{\partial x_2}\right| = \frac{2|z_c|^2}{r_c^2-|z_c|^2} \tag{24}$$

$$p_3 = \left|\frac{x_3}{\eta^{\rm iwh}}\frac{\partial \eta^{\rm iwh}}{\partial x_3}\right| = \frac{r_c^2+|z_c|^2}{r_c^2-|z_c|^2} \tag{25}$$

である．ここで，反射係数に関する不確かさが既知であると仮定すれば，式 (22) における $u(|\Gamma_{\rm f}|)$ は評価できる．一方，$u(|z_c|)$, $u(r_c)$ については，$\Gamma_{{\rm s},i} = |\Gamma_{{\rm s},i}|e^{j\theta_{{\rm s},i}}$ の大きさ及び位相に関する不確かさ $u(|\Gamma_{{\rm s},i}|)$ 及び $u(\theta_{{\rm s},i})$ から評価できる [11]．

2.3 モンテカルロ法による不確かさのシミュレーション

Wheeler 法及び改良型 Wheeler 法による放射効率測定における測定量は反射係数のみである．反射係数 $\Gamma = |\Gamma|e^{j\theta}$ の大きさ及び位相に関する標準不確かさ $u(|\Gamma|)$ 及び $u(\theta)$ が既知であれば，モンテカルロ法により放射効率の不確かさに関するシミュレーションが可能である．具体的には，反射係数の大きさ及び位相それぞれに対して，測定値を平均値とし，標準不確かさを標準偏差とみなして正規乱数を発生させる．このようにして得られた疑似測定値 Γ_k を用いて，放射効率の評価を行う．この操作を m 回繰り返して得られる擬似放射効率に関する標準偏差を標準不確かさとみなす．

3. 不確かさ評価の例

本論文では，測定対象を 40 mm モノポールアンテナとする．使用した VNA は Agilent 8720ES であり，その反射係数の大きさ及び位相に関する不確かさは Agilent 社より提供されているワークシートを用いて見積もることができる．0.75 GHz から 2.25 GHz までの 401 個の周波数ポイントで測定するものとし，キャリブレーション及び測定時の入力電力レベルは −5dBm とする．

Wheeler 法に関する測定では，特に断らない限り，IF 帯域幅を 3 kHz，アベレージング回数を 32 とした．このとき，2 GHz における反射係数の大きさ及び位相に関する不確かさの上限は，反射係数の大きさの関数として図 3 のように与えられる．一般に，放射抑制シールドを被せた場合の反射係数の大きさ $|\Gamma_{\rm s}|$ はほぼ 1 であり，共振などの特別な場合を除いて，$|\Gamma_{\rm f}| < |\Gamma_{\rm s}|$ の関係が成り立つことから，放射効率の不確かさに対して $|\Gamma_{\rm s}|$ の不確かさが大きく寄与することが予想される．なお，詳細な測定パラメータは後で記述するが，このモノポールアンテナを直方体金属キャビティで覆った場合の反射係数の大きさ $|\Gamma_{\rm s}|$ に関して，1 GHz から 2 GHz までの 267 個の周波数ポイントのうち $|\Gamma_{\rm s}| > 1$ となる割合は 0.7%であり，$|\Gamma_{\rm s}| = 1$ からの偏差は 0.1%以内であった．このように，ほぼ 1 の $|\Gamma_{\rm s}|$ を精度良く測定できているといえる．

改良型 Wheeler 法に関する測定では，測定精度を良くするため，IF 帯域幅を 10 Hz，アベレージング回数を 1 とした．詳細な測定パラメータは後で記述するが，一例としてモノポールアンテナを $d_L = d_R = 60$mm となるように可動短絡の位置が調整された方形導波管に挿入した場合の反射係数の大きさ $|\Gamma_{{\rm s},1}|$ に関して，1 GHz から 2 GHz までの 267 個の周波数ポイントのうち $|\Gamma_{{\rm s},1}| > 1$ となる割合は 0%であった．この場合，IF 帯域幅を 3 kHz，アベレージング回数を 32 とするよりも精度良く測定できる．

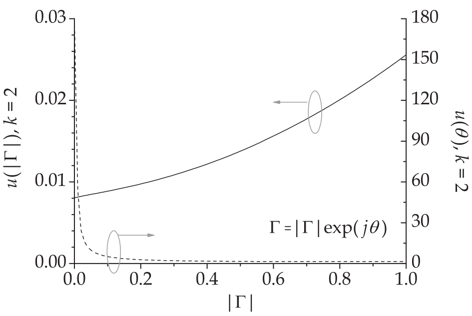


図 3　反射係数の振幅及び位相に関する不確かさ上限の例
Fig. 3　An example of the upper limit of the uncertainty of the magnituide and phase of the reflection coefficient.

3.1 Wheeler 法による放射効率測定に関する不確かさ評価

本論文で使用する放射抑制シールドは，図 1 に示すような直方体の金属キャビティであり，その寸法は $a = 2b = d = 150$mm である．このキャビティの理論的な共振周波数は，TE_{101} モードに対して 1.41 GHz であり，TE_{102} モードに対して 2.24 GHz である．実際の共振はこれよりも低い周波数で生じ，その近傍において Wheeler 法に基づく放射効率は落ち込むことが知られている [10]．

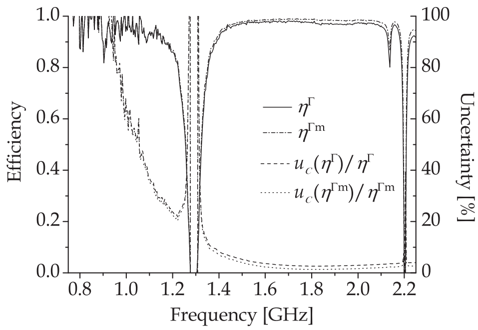
3.1.1 反射係数の大きさに着目する評価式の場合

反射係数の大きさに着目した放射効率の評価式 (1) 及び (5) に関する不確かさについて検討する．図 4 (a) に放射効率及び系統的標準不確かさ，(b) にモンテカルロシミュレーション（MC）による放射効率の平均値及び標準不確かさを示す．MC における正規乱数の発生数は $m = 1000$ とした．

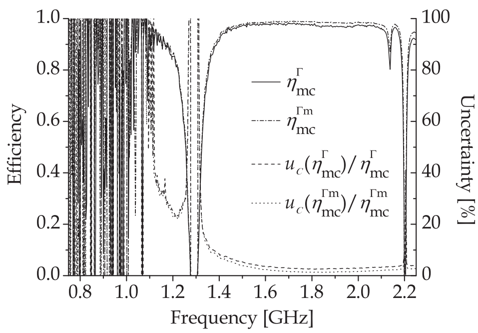
図 4 (a) と (b) を比較すると，1.1 GHz 以上の周波数において系統的相対標準不確かさ $u(\eta^\Gamma)/\eta^\Gamma$, $u(\eta^{\Gamma m})/\eta^{\Gamma m}$ 及び MC による相対標準不確かさ $u(\eta^\Gamma_{\rm mc})/\eta^\Gamma_{\rm mc}$, $u(\eta^{\Gamma m}_{\rm mc})/\eta^{\Gamma m}_{\rm mc}$ が一致することが分かる．これより，式 (2) 及び (6) の妥当性が確認できる．しかしながら，1.1 GHz よりも低い周波数においてこれらは一致していない．この主な理由としては，MC において発生させた反射係数の大きさが 1 を超えることが挙げられる．

また，$u_c(\eta^\Gamma_{\rm mc})/\eta^\Gamma_{\rm mc}$ 及び $u_c(\eta^{\Gamma m}_{\rm mc})/\eta^{\Gamma m}_{\rm mc}$ を比較すると，$u_c(\eta^{\Gamma m}_{\rm mc})/\eta^{\Gamma m}_{\rm mc}$ の方が常に小さいことが分かる．このように，MC の結果からも，修正された反射係数の大きさに着目する評価式 (5) の不確かさが修正前の評価式 (1) によりも小さいことが確認される．

表 1 及び 表 2 は 1.70 GHz における η^Γ 及び $\eta^{\Gamma m}$ 測定の不確かさのバジェットの表である [13]．表の見方を説明するため，$x_1 = |\Gamma_{\rm f}|$, $x_2 = |\Gamma_{\rm s}|$, $y = \eta^\Gamma$ 若しくは $y = \eta^{\Gamma m}$ とおく．不確かさの要素に対して，その入



(a) η^Γ, $\eta^{\Gamma m}$ and their systematic standard uncertainties.



(b) The averages and standard uncertainties of η^Γ, $\eta^{\Gamma m}$ simulated by Monte Carlo method.

図 4 40 mm モノポールアンテナの放射効率 η^Γ, η^Γ_m 及び不確かさ $u_c(\eta^\Gamma)$, $u_c(\eta^{\Gamma m})$

Fig. 4 Radiation efficiencies η^Γ, η^Γ_m and their uncertainties $u_c(\eta^\Gamma)$, $u_c(\eta^{\Gamma m})$ for a 40 mm-long monopole antenna.

表 1 η^Γ 測定の不確かさバジェット（1.70 GHz）
Table 1 Uncertainty budget for η^Γ at 1.70 GHz.

Source	Tolerance, ±%	Distribution	Divisor	p_i^Γ	Standard uncertainty, ±%
$\lvert\Gamma_{\rm f}\rvert$	1.68	Normal	1	0.005	0.008
$\lvert\Gamma_{\rm s}\rvert$	1.27	Normal	1	2.26	2.89
Combined standard uncertainty, u_c					2.89
Expanded uncertainty, $U_c = ku_c$, $k = 2$ for 95% confidential interval					5.77

表 2 $\eta^{\Gamma m}$ 測定の不確かさバジェット（1.70 GHz）
Table 2 Uncertainty budget for $\eta^{\Gamma m}$ at 1.70 GHz.

Source	Tolerance, ±%	Distribution	Divisor	$p_i^{\Gamma m}$	Standard uncertainty, ±%
$\lvert\Gamma_{\rm f}\rvert$	1.68	Normal	1	0.005	0.008
$\lvert\Gamma_{\rm s}\rvert$	1.28	Normal	1	1.26	1.61
Combined standard uncertainty, u_c					1.61
Expanded uncertainty, $U_c = ku_c$, $k = 2$ for 95% confidential interval					3.22

力値 x_i に対する公差（tolerance）の割合は $u(x_i)/x_i$ で与えられ，正規分布（normal distribution）であると仮定する．このとき，この要素により生じる測定値 y に対する相対標準不確かさは，係数 p_i を用いて，$u_i(y)/y = p_i[u(x_i)/x_i]/y$ により与えられる．ただし，$p_i = p_i^{\Gamma}$ 若しくは $p_i = p_i^{\Gamma^m}$ とする．バジェットの不確かさの要因に関する行はこの計算を行っている．除数（divisor）は要因が正規分布であれば 1 とし，一様分布であれば $\sqrt{3}$ とする [4]．測定値 y に対する相対標準不確かさ u_c/y は，式 (2) 若しくは (8) で与えられる不確かさの伝搬則に基づき，各相対不確かさの二乗和の平方根により計算される．本論文では，包含係数を $k = 2$ として，拡張不確かさを $U_c = ku_c$ により与える．u_c は測定値 y に対する標準不確かさとする．包含係数を $k = 2$ のとき，測定値は $y - U_c$ から $y + U_c$ の範囲に 95%の信頼水準で含まれると期待できる [4]．

さて，表 1 及び 表 2 の不確かさバジェットから，1.70 GHz では，$|\Gamma_{\mathrm{f}}|$ に起因する不確かさよりも $|\Gamma_{\mathrm{s}}|$ に起因する不確かさが十分に大きく，Wheeler 法においてシールドをした際の反射係数の大きさの不確かさが放射効率全体の不確かさに直結していることが分かる．

なお，図 4 から明らかなように，キャビティ共振時（1.3 GHz 近傍または 2.2 GHz 近傍）に Wheeler 法に基づく放射効率が落ち込み，その相対標準不確かさが大きくなる．この現象は直後に述べる抵抗若しくはコンダクタンスに着目した放射効率並びに相対標準不確かさについても同様に生じている．

3.1.2 入力抵抗に着目する評価式の場合

図 5 (a) に放射効率及び系統的標準不確かさ，(b) に MC による放射効率の平均値及び標準不確かさを示す．MC における正規乱数の発生数は $m = 1000$ とした．

図 5 (a) と (b) を比較すると，1.1 GHz 以上の周波数において系統的相対標準不確かさ $u(\eta^R)/\eta^R$ 及び MC による相対標準不確かさ $u(\eta^R_{\mathrm{mc}})/\eta^R_{\mathrm{mc}}$ が一致することが分かる．これより，式 (10)～(14) の妥当性が確認できる．しかしながら，1.1 GHz よりも低い周波数においてこれらは一致していない．この主な理由としては，MC において $R_{\mathrm{s}} > R_{\mathrm{f}}$ となることがあり，放射効率 η^R が負値となることが挙げられる．

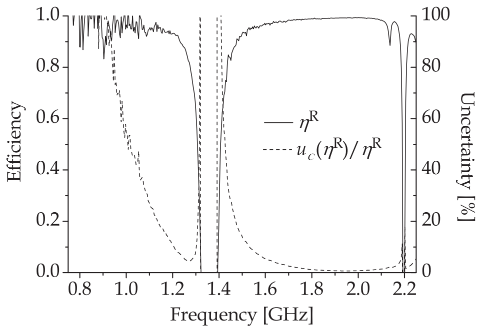
更に，表 3 の不確かさバジェットから，1.70 GHz では，R_f に起因する不確かさよりも R_s に起因する不確かさが十分に大きく，Wheeler 法においてシールドをした際の入力抵抗の不確かさが放射効率全体の不確かさを支配していることが分かる．

3.1.3 入力コンダクタンスに着目する評価式の場合

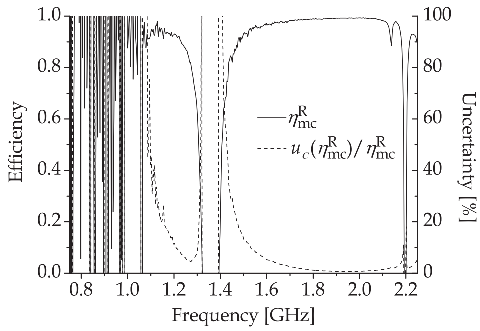
図 6 (a) に放射効率及び系統的標準不確かさ，(b) に MC による放射効率の平均値及び標準不確かさを示す．MC における正規乱数の発生数は $m = 1000$ とした．1.9 GHz 近傍における放射効率落込みはアンテナが直列共振状態となり，評価式 (15) が適用できないために生じる．

図 6 (a) と (b) を比較すると，1.1 GHz 以上の周波数において系統的相対標準不確かさ $u(\eta^G)/\eta^G$ 及び MC による相対標準不確かさ $u(\eta^G_{\mathrm{mc}})/\eta^G_{\mathrm{mc}}$ が一致することが分かる．これより，式 (16)～(20) の妥当性が確認できる．しかしながら，1.1 GHz よりも低い周波数においてこれらは一致していない．この主な理由としては，MC において $G_{\mathrm{s}} > G_{\mathrm{f}}$ となることがあり，放射効率 η^G が負値となることが挙げられる．

更に，表 4 の不確かさバジェットから，1.70 GHz では，G_f に起因する不確かさよりも G_s に起因する不



(a) η^R and its systematic standard uncertainty.



(b) The average and standard uncertainty of η^R simulated by Monte Carlo method.

図 5　40 mm モノポールアンテナの放射効率 η^R 及び標準不確かさ $u_c(\eta^R)$

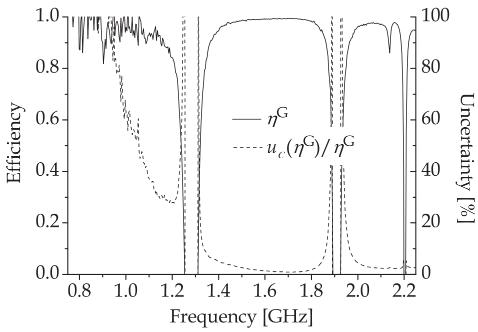
Fig. 5　Radiation efficiency η^R and its uncertainty $u_c(\eta^R)$ for a 40 mm-long monopole antenna.

表 3 η^R 測定の不確かさバジェット（1.70 GHz）
Table 3 Uncertainty budget for η^R at 1.70 GHz.

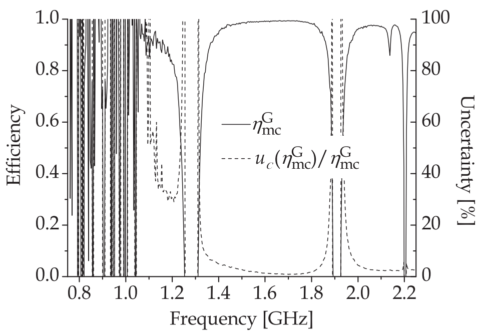
Source	Tolerance, ±%	Distribution	Divisor	p_i^R	Standard uncertainty, ±%
R_f	1.28	Normal	1	0.016	0.02
R_s	161.3	Normal	1	0.016	2.57
Combined standard uncertainty, u_c					2.57
Expanded uncertainty, $U_c = ku_c$, $k = 2$ for 95% confidential interval					5.14

表 4 η^G 測定の不確かさバジェット（1.70 GHz）
Table 4 Uncertainty budget for η^G at 1.70 GHz.

Source	Tolerance, ±%	Distribution	Divisor	p_i^G	Standard uncertainty, ±%
G_f	1.28	Normal	1	0.0056	0.007
G_s	161.3	Normal	1	0.0056	0.904
Combined standard uncertainty, u_c					0.904
Expanded uncertainty, $U_c = ku_c$, $k = 2$ for 95% confidential interval					1.81



(a) η^G and its systematic standard uncertainty.



(b) The average and standard uncertainty of η^G simulated by Monte Carlo method.

図 6 40 mm モノポールアンテナに関する放射効率 η^G 及び不確かさ
Fig. 6 Radiation efficiency η^G and its uncertainty $u_c(\eta^G)$ for a 40 mm-long monopole antenna.

確かさが十分に大きく，Wheeler 法においてシールドをした際の入力抵抗の不確かさが放射効率全体の不確かさを支配していることが分かる．

3.2 測定条件を変化させた場合の Wheeler 法による効率測定の不確かさの比較

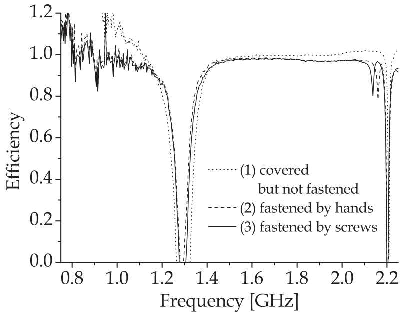
Wheeler 法の測定において金属キャップと接地板により放射抑制シールドを構成する場合，金属キャップと接地板との間の電気的密着度が問題となる場合がある．この密着度は実験のたびに微妙に変わる．本節では，このランダムさを要因とする不確かさを実験的に評価する．測定時間を短縮するため，VNA の IF 帯域幅を 3 kHz，アベレージング回数を 1 回とした．以下の 3 通りの条件に対して，放射効率 η^Γ を求める測定を $n = 100$ 回行い，平均値 $\bar{\eta}^\Gamma$ 及びその標準不確かさ $u(\bar{\eta}^\Gamma) = s/\sqrt{n}$ を求める．ただし，s は測定値 η^Γ に関する標準偏差とする．

（1） キャップを単に被せる．

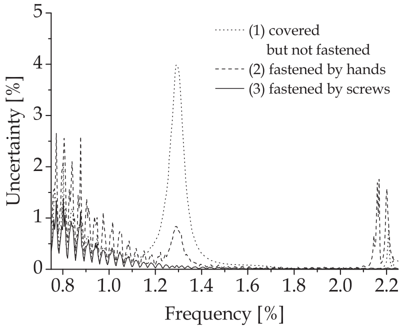
（2） キャップと金属接地板との間にスチールウールを挿入して上から手で押さえ込む．

（3） キャップと金属接地板との間にスチールウールを挿入してねじ止めを行う．

これら 3 通りの条件で測定した放射効率の平均値 $\bar{\eta}^\Gamma$ を図 7 (a) に示す．金属キャップと接地板との間にスチールウールを挿入しなかった（1）の場合，$\bar{\eta}^\Gamma$ が 1 を超える周波数がある．これは，金属キャップと接地板との間より電磁波が漏れるために生じると考えられる．一方，スチールウールを挿入した（2）と（3）の場合，$\bar{\eta}^\Gamma$ が 1 を超えることはない．標準不確かさ $u(\bar{\eta}^\Gamma)$ を図 7 (b) に示す．スチールウールを挿入しなかった（1）の場合が 3 通りの条件の中で最も不確かさが大きい．手で押さえる（2）の場合とねじ止めする（3）の場合とでは，ねじ止めした場合が不確かさが小さくなることが分かる．なお, (3) の場合の反射係数の大きさ $|\Gamma_s|$ に関して，1 GHz から 2 GHz までの 267 個の周



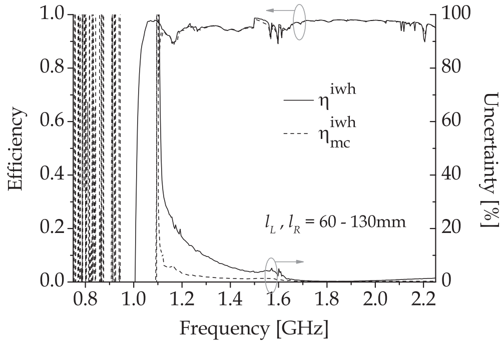
(a) Comparison of the radiation efficiency.



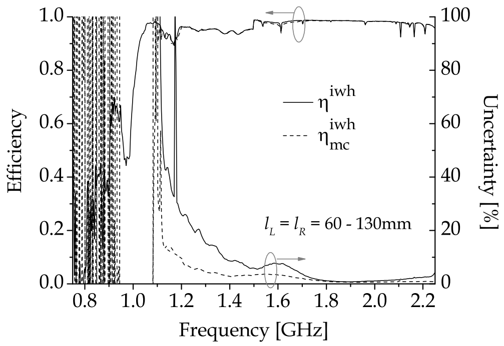
(b) Comparison of the standard uncertainty.

図 7　3 通りの密着条件に対する放射効率及び標準不確かさの比較

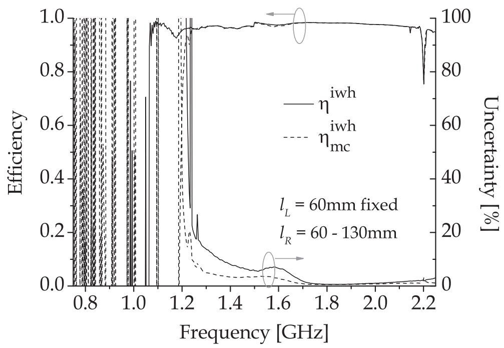
Fig. 7　Comparison of the radiation efficiency and standard uncertainty among three measurement conditions.



(a) $d_L, d_R = 60, 70, \cdots, 130$mm.



(b) $d_L = d_R = 60, 70, \cdots, 130$mm.



(c) $d_L = 60$mm is fixed, $d_R = 60, 70, \cdots, 130$mm.

図 8　改良型 Wheeler 法による放射効率及び不確かさ評価

Fig. 8　Evalution of the radiation efficiency and standard uncertainty by using reflection method.

波数ポイントのうち $|\Gamma_s| > 1$ となる割合は 6.7%であり，$|\Gamma_s| = 1$ からの偏差は 0.2%以内であることから，精度良く $|\Gamma_s|$ を測定できているといえる．更に，校正キットによる残留誤差に起因して，図 4 (b) と図 7 (b) における不確かさに絶対値的な大きな差，図 7 (b) に周期的な振動が生じていると考えられる．

3.3　改良型 Wheeler 法の不確かさ評価

図 2 に示すように，改良型 Wheeler 法で使用する方形導波管の断面寸法は $a = 2b = 150$mm であり，アンテナ中心から二つの可動短絡までの距離を d_L, d_R とする．アンテナはその給電点が導波管広壁面の中心線上となるように配置する．

改良型 Wheeler 法に基づく放射効率及び系統的標準不確かさの上限，並びに，MC による放射効率の平均値及び標準不確かさを図 8 に示す．MC における正規乱数の発生数は $m = 1000$ とした．図 8 (a) は，d_L 及び d_R を 60 mm から 130 mm まで 10 mm 間隔で動かし，64 通りの d_L, d_R の組合せに対して改良型 Wheeler 法を適用した場合，図 8 (b) は，$d_L = d_R$ として，d_R を 60 mm から 130 mm まで 10 mm 間隔で動かし，8 通りの組合せに対して改良型 Wheeler 法を適用した場合，図 8 (c) は，$d_L = 60$mm として，d_R を 60 mm から 130 mm まで 10 mm 間隔で動かし，8 通りの組合せに対して改良型 Wheeler 法を適用した場合である．$d_L + d_R = n(\lambda_g/2)$ となるキャビティ状態における反射係数は放射効率算出の際に除外している [10]．ただし，λ_g は導波管 TE_{10} モードの管内波

長とし，$n=1,2,\cdots$ とする．図 8 (a)～(c) のいずれの場合も，1.2 GHz 以上の周波数では，系統的標準不確かさの上限 $u_{cu}(\eta^{\mathrm{iwh}})$ は MC による標準不確かさ $u_c(\eta_{\mathrm{mc}}^{\mathrm{iwh}})$ よりも大きく評価されるが，両者は類似の周波数特性を示す．このように，系統的標準不確かさの上限 $u_{cu}(\eta^{\mathrm{iwh}})$ は，MC による標準不確かさを上回ることがないという観点から，不確かさ評価の一つの目安となり得る．1.2 GHz よりも低い周波数で標準不確かさが大きくなるのは，d_L, d_R の変化が導波管 TE_{10} モードの管内波長 λ_g に比べて小さい，あるいは，導波管がカットオフ状態にあるためである [10], [12]．同様の理由で，MC による放射効率の平均値及び標準不確かさも大きく変動する．

次に，改良型 Wheeler 法による放射効率の主たる不確かさ要因について分析する．式 (22) に基づく系統的不確かさの上限は，その不確かさ要因の量 $|\Gamma_{\mathrm{f}}|$, $|z_c|$ 及び r_c の間の相関が無視できないため，これらの量に対してバジェットの表による分析はなじまない．バジェットの表が利用できるのは，与えられた不確かさ要因の量が独立若しくはほぼ相関がない場合に限定される．MC による不確かさ分析では，このような相関が存在してもシミュレーションが可能である．

改良型 Wheeler 法による放射効率の不確かさに関する MC 分析では，Γ_{f} 及び $\Gamma_{\mathrm{s},i}$ に対して正規乱数列を発生させて MC を行うが，その過程で $|\Gamma_{\mathrm{f}}|$, $|z_c|$ 及び r_c の間の相関係数を求めることができる．ここで，入力量 x_1 と x_2 との間の相関係数を $r(x_1, x_2)$ と表すことにすれば [4]，図 8 (a) の場合，1.40 GHz において，$r(|\Gamma_{\mathrm{f}}|, |z_c|) = 0.955$, $r(|\Gamma_{\mathrm{f}}|, r_c) = 0.044$, $r(|z_c|, r_c) = 0.212$ であり，$r(|\Gamma_{\mathrm{f}}|, |z_c|) = 0.847$, $r(|\Gamma_{\mathrm{f}}|, r_c) = -0.067$, $r(|z_c|, r_c) = 0.254$ である．$|\Gamma_{\mathrm{f}}|$ と $|z_c|$ の相関が大きい理由としては，z_c と r_c を決定する求円過程において，スミスチャート上で $\Gamma_{\mathrm{s},i}$ が描く円の中心が $\Gamma_{\mathrm{f}} + z_c$ となること，すなわち，z_c の決定に際して $|\Gamma_{\mathrm{f}}|$ の影響が大きく受けることが挙げられる．これに対して，$|\Gamma_{\mathrm{f}}|$ と r_c の相関は小さい，つまり，半径 r_c の決定に際して $|\Gamma_{\mathrm{f}}|$ の影響は小さい．更に，$|z_c|$ と r_c の間の相関も小さくはない．これは，円を決定する際に中心 $\Gamma_{\mathrm{f}} + z_c$ と半径 r_c が密接に関連するためである．

MC により個々の要因に対する不確かさの寄与を計算する場合は，着目する要因の量に対してのみ正規乱数列を発生させるとよい．ここでは，$u(|\Gamma_{\mathrm{s},i}|) = u(\theta_{\mathrm{s},i}) = 0$ として，シールド内の反射係数の不確かさによる寄与がない場合，すなわち，自由空間における反射係数 Γ_{f} の不確かさによる寄与を計算し，また $u(|\Gamma_{\mathrm{f}}|) = u(\theta_{\mathrm{f}}) = 0$ として，自由空間における反射係数の不確かさによる寄与がない場合，すなわち，シールド内の反射係数 $\Gamma_{\mathrm{s},i}$ の不確かさによる寄与を計算する．図 8 (a) の場合に対して，これらの要因による標準不確かさの寄与を分析した結果を図 9 に示す．同図には，両寄与を含む放射効率に対する標準不確かさ $u_c(\eta_{\mathrm{mc}}^{\mathrm{iwh}})$ を併せて示した．これから，導波管内にアンテナを挿入した際の反射係数による不確かさは，自由空間における反射係数による不確かさに比べて大きく，推定された放射効率の不確かさをほぼ支配することが分かる．

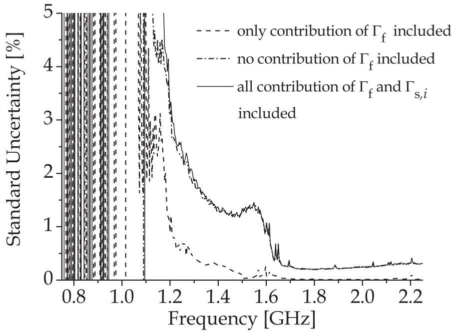


図 9　モンテカルロ法を用いた改良型 Wheeler 法による放射効率の不確かさ要因分析

Fig. 9　Uncertainty analysis of the radiation efficiency evaluated by using reflection method.

4. む す び

小形アンテナの簡易効率測定法である Wheeler 法及び改良型 Wheeler 法における放射効率測定の不確かさ評価を実施するため，放射効率評価式より解析的に系統的不確かさを導出した．この系統的不確かさは，反射係数測定における不確かさが既知であれば評価できる．解析的導出された不確かさを検証するため，反射係数の大きさ及び位相に対して正規乱数列を発生させ，モンテカルロ法により放射効率評価式に関する不確かさのシミュレーションを行った．Wheeler 法に対しては，系統的不確かさはモンテカルロ法によるシミュレーション結果によく一致しており，改良型 Wheeler 法に対しては，系統的不確かさはシミュレーション結果を超えることがないという観点で不確かさ評価の目安となることを確認した．また，Wheeler 法及び改良型 Wheeler 法では，自由空間よりもシールド内における反射係数測定に関する不確かさが優勢であること

を示した．更に，Wheeler 法における金属キャップと接地板との間の電気的密着度に関して不確かさの観点から考察を行った．

文　　献

[1] E.H. Newman, P. Bohley, and C.H. Walter, “Two methods for measurement of antenna efficiency,” IEEE Trans. Antennas Propag., vol.AP-23, no.4, pp.457–461, July 1975.

[2] R.H. Johnston and J.G. McRory, “An improved small antenna radiation efficiency measurement method,” IEEE Antennas Propag. Mag., vol.40, no.5, pp.40–48, Oct. 1998.

[3] 桜井仁夫，菊池秀彦，新井宏之，安藤　真，後藤尚久，“アンテナのスケールモデルに対する Wheeler 法による効率測定の考察,” 昭 62 信学春季全大，S8-3, March 1987.

[4] 飯塚幸三（監修），計測における不確かさの表現ガイド，日本規格協会，1996.

[5] J.R. Taylor（著），林　茂雄，馬場　凉（訳），計測における誤差解析入門，東京化学同人，2000.

[6] H.W. Coleman and W.G. Steele, Jr., Expermimentation and uncertainty analysis for engineers, 2nd ed., John Wiley & Sons, 1999.

[7] 安藤基朗，石田聡毅，伊藤精彦，“Wheeler Cap Method による小型アンテナの放射効率測定,” 昭 62 信学春季全大，S8-1, March 1987.

[8] 石井　望，金子貴幸，宮川道夫，“新しい Wheeler 効率の評価式,” 信学論（B），vol.J88-B, no.7, pp.1370–1371, July 2005.

[9] N. Ishii, Y. Kobayashi, Y. Katagiri, and M. Miyakawa, “Systematic uncertainty of radiation efficiency based on some formulas for Wheeler method,” Proc. 2008 IEEE International Workshop on Antenna Technology: Small Antennas and Novel Metamaterials, pp.290–293, Chiba, Japan, March 2008.

[10] 石井　望，金子貴幸，宮川道夫，“改良型 Wheeler 法におけるアンテナ放射効率の落込み回避について,” 信学論（B），vol.J88-B, no.11, pp.2287–2295, Nov. 2005.

[11] N. Ishii, Y. Katagiri, and M. Miyakawa, “System uncertainty of efficiency by reflection method,” Proc. 2008 IEEE AP-S Int. Symp., 439.8, San Diego, CA, USA, July 2008.

[12] Y. Tsuboike, N. Ishii, and M. Miyakawa, “Uncertainty evaluation of Wheeler and reflection methods for radiation efficiency using Monte Carlo simulation,” Proc. ISAP2009, pp.265–268, Bangkok, Thailand, Oct. 2009.

[13] （独）製品評価技術基盤機構認定センター，“測定の不確かさに関する入門ガイド,” ASG104-14, Aug. 2007.

（平成 23 年 1 月 6 日受付，4 月 20 日再受付）

石井　　望　（正員）

平元北大・工・電子卒．平 3 同大大学院修士課程了．同年北大・工・助手，平 10 新潟大・工・助教授，平 19 同大・工・准教授．小形・薄型アンテナ，損失媒質中アンテナ測定，電磁環境設計等の研究に従事．平 6 本会学術奨励賞受賞．IEEE 会員．工博．

坪池　裕司

平 20 新潟大・工・福祉人間卒．平 22 同大大学院博士前期課程了．同年 YKK（株）入社．在学中小形アンテナ効率測定に関する研究に従事．