
集合値写像の非線形スカラー化手法の研究と
数理計画問題と統計科学への応用

(17540108)

平成17年度～平成18年度 科学研究費補助金（基盤研究 (C)）研究成果報告書

平成19年4月

研究代表者

田 中 環

(新潟大学自然科学系教授)

は し が き

「最適化」の概念は、現在のシステム科学、情報科学、経営科学などの最近の科学技術の分野では非常に重要な位置を占めて現実の様々な意思決定の場面において用いられています。一方、最適性の条件に代表される解の定性的性質の総合的かつ数学的考察についても、従来考えられなかった枠組みでの考察が数多くなされるようになり、凸解析学や集合値解析学などの割と新しい専門分野にも多くの発展が芽生えてきております。これらは、従来、オペレーションズ・リサーチや数理計画という分野に関係していたので、その方面の研究者が主に研究していましたが、現在では多くの数理科学者や技術者が関心を持って取り組んでおります。

本研究成果報告書の研究課題である「集合値写像の非線形スカラー化手法の研究と数理計画問題と統計科学への応用」もそのような枠組みの研究成果の一つであり、理論と応用の幅広い研究として、平成17年度および平成18年度の科学研究費補助金（基盤研究(C)）の交付を受け、新潟大学自然科学系（情報理工学系列、数理科学）の教員を中心として関連分野の研究者の協力を得て組織的に行われました。

集合値写像の取り扱い、非線形解析学、凸解析学及び最適化理論の分野において従来から様々な研究が行われています。「Set-Valued Analysis」(1990)で有名な Aubin 氏、「Convex Analysis and Nonlinear Optimization」(2000)で有名な Borwein 氏、あるいは「Variational Analysis」(1998)で有名な Rockafellar 氏の各グループに関係する研究者によるものが有名です。しかし、本研究で取り扱う非線形スカラー化関数については、むしろフランス・アヴィニオン大学の D.T.Luc 氏、ドイツ・マーティンルーサー大学の C.Tammer 氏、香港理工大学の X.Q.Yang 氏の研究が先行しています。そして、これらの研究における主な基礎となる分野は、凸解析学、集合値解析学、関数解析学、非線形解析学、ベクトル最適化、集合値最適化などです。特に、ベクトル最適化問題の数学的解析が基本的な研究手法になります。そして、ベクトル値関数や集合値写像の凸性と半連続性が解の存在性を保証することに役に立ち、それらの性質を詳細に調べたり、応用した結果が論文としてまとめられています。これまでのベクトル最適化問題や集合値計画問題では、内積に当たる線形のスカラー化手法を用いて（つまり、実数値の最適化問題へ帰着させるという方法）、従来の結果を適用する研究が多くありました。しかしそのために、無理な凸性の条件を仮定したりして自然でない結果を含むものもたくさんあります。ところが最近になって、80年代後半に C.Tammer 氏などのドイツの研究者によって提唱されてきた非線形のスカラー化関数の有用性が見直されて、数理計画や応用数学の分野で様々な最適化問題へ利用され始めました。本研究もその流れのひとつです。

得られた主な結果は以下の通りです。

● 非線形スカラー化関数とその応用に関する研究

1. 二変数ベクトル値関数に対する鞍点の存在性

非線形スカラー化手法を順序線形位相空間上に値をとる二変数ベクトル値関数へ適用したり、Fan-KKM の補題を直接的に利用することで、これまでに無かったタイプのベクトル値鞍点の存在定理を証明しました。

2. ベクトル値関数に対する Caristi の不動点定理

Gopfert-Tammer-Zalinescu が提案した、ベクトル値関数に対する Ekeland の変分原理の結果を利用して、いくつかの Caristi の不動点定理をベクトル値関数の場合に示すことができました。

3. ベクトル値関数に対する高橋の最小値定理の一般化

非線形スカラー化手法を応用して、ベクトル値関数に対する Caristi の不動点定理および Ekeland の変分原理の関係に基づいて、ベクトル値関数に対する高橋の最小値定理のある種の一般化を提案することができました。

4. 集合値計画問題の有効解であるための最適性条件

凸錐に基づいて2つの集合の間の順序関係をいくつか定義することで、集合値計画問題の非支配的な解(有効解)の概念を6つ提案しました。それぞれに対して、非線形スカラー化手法を利用して、その有効解であるための最適性条件を得ることができました。

● 大域的最適化アルゴリズムの開発とその応用研究

1. 非線形スカラー化関数を実際に計算するためのアルゴリズムの開発

具体的に計算機で計算シミュレーションを行うため、逐次解法による大域的最適化アルゴリズムに基づくプロトタイププログラムを開発しました。

2. アフィンスケール法に基づくカオス発生法の開発

たくさんの局所的な最小解を持つような大域的最適化問題を解くための手法としてカオスメタヒューリスティクスを取り上げ、新しいカオス発生法を開発しました。

3. 切除平面法を利用した逐次近似解法の開発

目的関数が線形関数で制約関数が2回連続微分可能な関数で定義されているD.C.計画問題に対して、切除平面法を利用した2次近似の外部近似法に基づいた逐次近似解法を提案しました。

● 統計科学における多次元データへの応用研究

1. 必ずしも滑らかでないノンパラメトリックな確率密度関数の推定問題

多数の最頻値をもち、必ずしも滑らかでないノンパラメトリックな確率密度関数の推定問題を考えました。ガウス核関数をもつ核型確率密度関数を推定関数として用い、帯幅の取り得る範囲を定義するとき、確率密度関数の任意の連続点において、この範囲に属する帯幅で一様に推定関数が真の確率密度関数に確率収束することを示すことができました。

2. 逐次信頼区間の漸近一致性

指数分布における未知な位置母数と尺度母数の関数に対する、区間幅と信頼係数が一定の逐次信頼区間を構成し、その漸近一致性を示すことができました。この特別な場合として、2つの母数の比の逐次信頼区間を考え、漸近一致性および平均標本数の2次の漸近展開を与えることができます。

これらの研究成果は、以下の論文発表の表に一覧としてまとめられています。この課題には、次の研究組織表にあげている理学系研究者と工学系研究者及び3名の大学院生が携わりました。このほかにも多数の方々にご協力いただきました。ここにお礼を申し上げます。

本冊子は、集合値写像の非線形スカラー化手法の研究とその応用に関して2年間の活動と成果を取りまとめたものですが、今後の数理科学、数理工学など多くの研究分野が発展するように、ご活用いただければ幸いです。

平成19年4月

研究代表者

新潟大学自然科学系教授 (大学院自然科学研究科)

田中 環

集合値写像の非線形スカラー化手法の研究と 数理計画問題と統計科学への応用

平成17年度～平成18年度 科学研究費補助金（基盤研究（C））研究成果報告書

研究組織

- 研究代表者： 田中 環（新潟大学・自然科学系（大学院自然科学研究科）・教授）
研究分担者： 磯貝英一（新潟大学・自然科学系（理学部）・教授）
山田修司（新潟大学・自然科学系（大学院自然科学研究科）・准教授）
谷野哲三（大阪大学・大学院工学研究科・教授）
研究協力者：（海外共同研究者）
木村健志（台湾，国立中山大学研究員）
（国内共同研究者）
西澤正悟（新潟大学大学院自然科学研究科博士研究員）
荒谷洋輔（新潟大学大学院自然科学研究科博士後期課程3年）
清水 晃（新潟大学大学院自然科学研究科博士後期課程3年）

交付決定額（配分額）

（金額単位：千円）

	直接経費	間接経費	合計
平成17年度	1,800	0	1,800
平成18年度	1,500	0	1,500
総計	3,300	0	3,300

研究発表

(1) 学術雑誌，学会誌等

1. K.KIMURA and T.TANAKA, *Existence Theorem of Cone Saddle-Points Applying a Nonlinear Scalarization*, Taiwanese Journal of Mathematics, Vol.10, No.2, pp.563-571, 2006, February.
2. A.FUTSCHIK and E.ISOGAI, *On the Consistency of Kernel Density Estimates under Modality Constraints*, Statistics & Probability Letters, Vol.76, No.4, pp.431-437, 2006, February.
3. K.TATSUMI, Y.YAMAMOTO and T.TANINO, *A New Chaos Generator Based on the Affine Scaling Method for Global Optimization Problems*, Pacific Journal of Optimization, Vol.2, No.2, pp.261-276, 2006, May.
4. Y.ARAYA and T.TANAKA, *On Generalizing Caristi's Fixed Point Theorem*, Nonlinear Analysis and Convex Analysis, W.Takahashi and T.Tanaka (eds.), pp.41-46, Yokohama Publishers, Yokohama, 2007, January.

5. K.KIMURA and T.TANAKA, *Existence Results of Cone Saddle-Points for Vector-Valued Functions*, Nonlinear Analysis and Convex Analysis, W.Takahashi and T.Tanaka (eds.), pp.239–251, Yokohama Publishers, Yokohama, 2007, January.
6. A.SHIMIZU, S.NISHIZAWA and T.TANAKA, *Optimality Conditions in Set-Valued Optimization using Nonlinear Scalarization Methods*, Nonlinear Analysis and Convex Analysis, W.Takahashi and T.Tanaka (eds.), pp.565–574, Yokohama Publishers, Yokohama, 2007, January.
7. E.ISOGAI and C.UNO, *Sequential Confidence Intervals for a Function of the Parameters of an Exponential Distribution*, Far East Journal of Theoretical Statistics, Vol.21, No.2, pp.137–156, 2007, March.

(2) 口頭発表 (* 付きの著者が講演者)

1. 山田修司*, 田中 環, 谷野哲三, D.C. 計画問題に対する逆凸制約の緩和について (一般講演), 第 49 回システム制御情報学会研究発表講演会, 京都テルサ, (2005,5); 講演論文集, pp.31–32.
2. Y.ARAYA* and T.TANAKA, *On Generalizing Caristi's Fixed Point Theorem* (一般講演), The Fourth International Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis, (非線形解析学と凸解析学に関する第 4 回国際会議), Okinawa Convention Center(沖縄コンベンションセンター), Okinawa(沖縄), Japan(日本), (2005.6); Abstracts: p.6.
3. K.KIMURA* and T.TANAKA, *Existence Results of Cone Saddle-Points for Vector-Valued Functions* (一般講演), The Fourth International Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis, (非線形解析学と凸解析学に関する第 4 回国際会議), Okinawa Convention Center(沖縄コンベンションセンター), Okinawa(沖縄), Japan(日本), (2005.6); Abstracts: p.47.
4. H.NISHIDA*, A.SHIMIZU, and T.TANAKA, *On Set-Valued Asymptotic Function* (一般講演), The Fourth International Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis, (非線形解析学と凸解析学に関する第 4 回国際会議), Okinawa Convention Center(沖縄コンベンションセンター), Okinawa(沖縄), Japan(日本), (2005.6); Abstracts: p.86.
5. S.NISHIZAWA* and T.TANAKA, *Nonlinear Scalarization and Duality in Set-Valued Optimization* (一般講演), The Fourth International Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis, (非線形解析学と凸解析学に関する第 4 回国際会議), Okinawa Convention Center(沖縄コンベンションセンター), Okinawa(沖縄), Japan(日本), (2005.6); Abstracts: p.89.
6. A.SHIMIZU*, S.NISHIZAWA, and T.TANAKA, *Optimality Conditions by Using Nonlinear Scalarization Methods in Set-Valued Optimization* (一般講演), The Fourth International Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis, (非線形解析学と凸解析学に関する第 4 回国際会議), Okinawa Convention Center(沖縄コンベンションセンター), Okinawa(沖縄), Japan(日本), (2005.6);

Abstracts: p.104.

7. S.YAMADA*, T.TANAKA, and T.TANINO, *An Outer Approximation Method for D.C. Programming Problems* (一般講演), The Fourth International Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis, (非線形解析学と凸解析学に関する第4回国際会議), Okinawa Convention Center(沖縄コンベンションセンター), Okinawa(沖縄), Japan(日本), (2005.6); Abstracts: p.118.
8. T.TANAKA* and S.NISHIZAWA, *Saddle Point Problems of Set-Valued Maps* (一般講演), The 8-th International Symposium on Generalized Convexity / Monotonicity (一般化凸性と一般化単調性に関する第8回国際研究集会), Department of Economics, University of Insubria (インサブリア大学経済学科), Varese(バレーゼ), Italy(イタリア), (2005,7); Abstracts: p.108.
9. T.TANAKA*, S.NISHIZAWA, and A.SHIMIZU, *Characterization for Efficient Saddle Points of Set-Valued Maps* (一般講演), 「非線形解析学と凸解析学の研究」研究集会, 京都大学数理解析研究所 (2005,8).
10. Y.ARAYA* and T.TANAKA, *On Caristi's Fixed Point Theorems for Vector-Valued Functions* (一般講演), 「非線形解析学と凸解析学の研究」研究集会, 京都大学数理解析研究所 (2005,8).
11. A.SHIMIZU, S.NISHIZAWA, and T.TANAKA*, *On Nonlinear Scalarization for Set-Valued Maps and its Applications* (招待講演, 45分), International Conference on Nonlinear Analysis and Optimization with Its Applications (ICNAOA 2005) (非線形解析学と最適化及びその応用についての第1回国際会議), Chung Yuan Christian University(中原大学), Chung-Li(中れき), Taiwan(台湾), (2005,9); Abstracts: p.35.
12. 荒谷洋輔*, 田中 環, ベクトル値関数に関する Caristi の不動点定理について(一般講演), 研究集会「数理決定の展開とその応用」, 長崎大学経済学部, (2005,10).
13. 清水 晃, 西澤正悟, 田中 環*, 集合値写像の鞍点についての様々な概念に対する特徴づけ(一般講演), 研究集会「数理決定の展開とその応用」, 長崎大学経済学部, (2005,10).
14. T.TANAKA*, S.NISHIZAWA, S.YAMADA, *On Nonlinear Scalarization Algorithms for Set-Valued Maps* (一般講演), The 3rd Sino-Japanese Optimization Meeting in the e-Business Era (SJOM 2005), (第3回日中最適化会議), Orchard Hotel (オーチャードホテル), Singapore (シンガポール), (2005,10); Session B1 (Generalized Convexity/Monotonicity), B1-01, Session Organizer: T. Tanaka, Abstracts: 2nd-day-p.5.
15. S.YAMADA*, T.TANAKA, T.TANINO, *An Outer Approximation Method Using Quadratic Functions Approximating Constraint Functions for a D.C. Programming Problem* (一般講演), The 3rd Sino-Japanese Optimization Meeting in the e-Business Era (SJOM 2005), (第3回日中最適化会議), Orchard Hotel (オーチャードホテル), Singapore (シンガポール), (2005,10); Session B1 (Generalized Convexity/Monotonicity), B1-04, Session Organizer: T. Tanaka, Abstracts: 2nd-day-p.7.

16. 山田修司*, 田中 環, 谷野哲三, D.C. 計画問題に対する2次近似を用いた外部近似法 (一般講演), 日本オペレーションズ・リサーチ学会春季研究発表会, 中央大学後楽園キャンパス (2006,3); アブストラクト集, pp.94-95.
17. 山田修司*, 田中 環, 谷野哲三, D.C. 計画問題に対する2次近似関数を用いた逐次近似解法 (一般講演), 第50回システム制御情報学会研究発表講演会, 京都テルサ (2006,5); 講演論文集, pp.153-154.
18. 荒谷洋輔*, 田中 環, ベクトル値関数に対する高橋の最小値定理について (一般講演), 「非線形解析学と凸解析学の研究」研究集会, 京都大学数理解析研究所 (2006,8); 予稿集, pp.38-39.
19. 山田修司*, 田中 環, 谷野哲三, D.C. 計画問題に対する2次近似を用いた切除平面法 (一般講演), 「非線形解析学と凸解析学の研究」研究集会, 京都大学数理解析研究所 (2006,8); 予稿集, pp.40-42.
20. 山田修司*, 田中 環, 谷野哲三, D.C. 計画問題に対する2次近似を用いた逐次近似法 (一般講演), 日本オペレーションズ・リサーチ学会秋季研究発表会, 愛知大学車道キャンパス (2006,9); アブストラクト集, pp.252-253.
21. 田中 環*, ベクトル最適化と集合値最適化の最近の動向について (一般講演), 研究集会「数理モデルによる決定とその応用」, 高知大学理学部, (2006,10).
22. T.TANAKA*, *On Several Variants of Generalized Ekeland's Variational Principle* (招待講演, 30分), International Symposium on Nonlinear Analysis and Convex Analysis 2006 (ISNACA2006), (2006年非線形解析と凸解析に関する国際研究集会), National Sun Yat-sen University (国立中山大学), Kaohsiung, Taiwan (台湾高雄市), (2006,10); Abstracts: p.7.
23. T.TANAKA*, *How to Generalize Ekeland's Variational Principle into Vectorial Version and Set-Valued Version*, (招待講演, 50分), National Tsing-Hua University (清華大学), Hsinchu (新竹), Taiwan (台湾), (2006,10).
24. T.TANAKA*, *Scalarization Methods for Set-Valued Optimization (I), (II)* (招待講演, 40分×2), Chung Yuan Christian University (中原大学), Chung-Li (中坜), Taiwan (台湾), (2006,10).
25. T.TANAKA*, *On several variants of generalized Ekeland's variational principle* (招待講演, 40分), Aletheia University (真理大学), Tamsui (淡水), Taiwan (台湾), (2007,3).
26. T.TANAKA*, *Scalarization methods for Set-Valued Optimization* (招待講演, 45分), National Cheng Kung University (成功大学), Tainan (台南), Taiwan (台湾), (2007,3).
27. T.TANAKA*, *How to Generalize Ekeland's Variational Principle into Vectorial Version and Set-Valued Version* (招待講演, 50分), Changhua University of Education (彰化師範大学), Changhua (彰化), Taiwan (台湾), (2007,3).

(3) その他の出版物

1. T.TANAKA, S.NISHIZAWA, and A.SHIMIZU, *Characterization of several saddle point concepts for set-valued maps*, 京都大学数理解析研究所講究録, Vol.1484, pp.87-97, 2006, April.
2. 荒谷洋輔, 田中 環, ベクトル値関数に対する Caristi の不動点定理について, 京都大学数理解析研究所講究録, Vol.1484, pp.114-123, 2006, April.
3. 荒谷洋輔, 田中 環, ベクトル値関数に対する高橋の最小値定理について, 京都大学数理解析研究所講究録, Vol.1544, pp.1-7, 2007.
4. 山田修司, 田中 環, 谷野哲三, D.C. 計画問題に対する 2 次近似を用いた切除平面法, 京都大学数理解析研究所講究録, Vol.1544, pp.222-231, 2007.

研究成果による工業所有権の出願・取得状況

なし

目次

はしがき	1
研究組織	4
交付決定額（配分額）	4
研究発表	4
研究成果による工業所有権の出願・取得状況	8
発表論文の要旨	11
1. K.KIMURA and T.TANAKA, Existence Theorem of Cone Saddle-Points Applying a Nonlinear Scalarization, Taiwanese Journal of Mathematics, Vol.10, No.2, pp.563–571, 2006	13
2. A.FUTSCHIK and E.ISOGAI, On the Consistency of Kernel Density Estimates under Modality Constraints, Statistics & Probability Letters, Vol.76, No.4, pp.431–437, 2006.	23
3. K.TATSUMI, Y.YAMAMOTO and T.TANINO, A New Chaos Generator Based on the Affine Scaling Method for Global Optimization Problems, Pacific Journal of Optimization, Vol.2, No.2, pp.261–276, 2006.	31
4. Y.ARAYA and T.TANAKA, On Generalizing Caristi’s Fixed Point Theorem, Nonlinear Analysis and Convex Analysis, pp.41–46, Yokohama Publishers, Yokohama, 2007.	47
5. K.KIMURA and T.TANAKA, Existence Results of Cone Saddle-Points for Vector-Valued Functions, Nonlinear Analysis and Convex Analysis, pp.239–251, Yokohama Publishers, Yokohama, 2007.	53
6. A.SHIMIZU, S.NISHIZAWA and T.TANAKA, Optimality Conditions in Set-Valued Optimization using Nonlinear Scalarization Methods, Nonlinear Analysis and Convex Analysis, pp.565–574, Yokohama Publishers, Yokohama, 2007.	67
7. E.ISOGAI and C.UNO, Sequential Confidence Intervals for a Function of the Parameters of an Exponential Distribution, Far East Journal of Theoretical Statistics, Vol.21, No.2, pp.137–156, 2007.	77
8. T.TANAKA, S.NISHIZAWA, and A.SHIMIZU, Characterization of several saddle point concepts for set-valued maps, 京都大学数理解析研究所講究録, Vol.1484, pp.87–97, 2006.	97
9. 荒谷洋輔, 田中 環, ベクトル値関数に対する Caristi の不動点定理について, 京都大学数理解析研究所講究録, Vol.1484, pp.114–123, 2006.	109

10. 荒谷洋輔, 田中 環, ベクトル値関数に対する高橋の最小値定理について, 京都大学数理解析研究所講究録, Vol.1544, pp.1-7, 2007. 119
11. 山田修司, 田中 環, 谷野哲三, D.C. 計画問題に対する2次近似を用いた切除平面法, 京都大学数理解析研究所講究録, Vol.1544, pp.222-231, 2007. 127

発表論文の要旨

1. Gerth-Weidner が提案した非線形スカラー化手法を二変数ベクトル値関数へ適用し、その関数がベクトル値鞍点を持つための条件を導出している。
2. 多数の最頻値をもち、必ずしも滑らかでないノンパラメトリックな確率密度関数の推定問題を考えた。ガウス核関数をもつ核型確率密度関数を推定関数として用い、帯幅の取り得る範囲を定義した。このとき確率密度関数の任意の連続点において、この範囲に属する帯幅について一様に推定関数が真の確率密度関数に確率収束することを示した。
3. たくさんの局所的最小解を持つような大域的最適化問題を解くための手法としてカオスメタヒューリスティックスを取り上げ、アフィンスケール法に基づくカオス生成方式を開発した。
4. Gopfert-Tammer-Zalinescu が提案した、ベクトル値関数に対する Ekeland の変分原理の結果を利用して、2つのタイプの Caristi の不動点定理をベクトル値関数に対して証明している。
5. Fan-KKM の補題を直接的に利用することで、ベクトル値鞍点の存在定理を証明している。2つの回帰的な実 Banach 空間の直積空間上で定義され、順序線形位相空間上に値をとるベクトル値関数に対してベクトルの意味での鞍点が存在することを示している。
6. 凸錐に基づいて2つの集合の間の順序関係をいくつか定義し、集合値計画問題の非支配的な解（有効解）の概念を6つ提案している。それぞれに対して、非線形スカラー化手法を利用して、その有効解であるための最適性条件を示している。
7. 指数分布における未知な位置母数と尺度母数の関数に対する、区間幅と信頼係数が一定の逐次信頼区間を構成し、その漸近一致性を示した。特別な場合として、2つの母数の比の逐次信頼区間を考え、漸近一致性および平均標本数の2次の漸近展開を与えた。
8. 非線形スカラー化手法を利用して、集合値最適化問題の有効解であるための最適性条件を導き出している。
9. Gopfert-Tammer-Zalinescu が与えたベクトル値関数に関する極小値定理と Ekeland の変分原理の一般化を利用して、ベクトル値関数に対する Caristi 型の、4つの異なるタイプの不動点定理を与えている。
10. 非線形スカラー化手法を応用して、ベクトル値関数に対する Caristi の不動点定理および Ekeland の変分原理の関係をj利用して、ベクトル値関数に対する高橋の最小値定理の一般化を提案している。
11. 目的関数が線形関数で制約関数が2回連続微分可能な関数で定義されている D.C. 計画問題に対して、切除平面法を利用した2次近似の外部近似法に基づいた逐次近似解法を提案している。