

偏波レーダによる新構想災害監視
システムに関する研究

課題番号 11650420

平成12年度科学研究費補助金 (基盤研究(C))

研究成果報告書

平成 13 年 3 月

研究代表者 山口 芳 雄

(新潟大学工学部情報工学科)

1 はしがき

この報告書は、平成11-12年度の文部省科学研究費補助金、基盤研究(C)、課題番号11650420「偏波レーダによる新構想災害監視システムに関する研究」の成果をまとめたものである。

レーダを使ったりリモートセンシングは、天候に依存しない、昼でも夜でもデータ取得ができる、広い領域を同時にカバーできる、などの特長を持っている。人工衛星や航空機に搭載されたレーダは、これらの特長を利用して全地球を観測領域としてカバーしており、地球環境計測手段として、非常に大きな期待が寄せられている。また、レーダリモートセンシングは地球環境計測にのみならず、身近なところでも多くの利用が進められ、地中探査、雪中探査、自動車の安全走行補助装置などの利用に期待されている。

さて、レーダはターゲットまでの距離計測と、その反射波の強度を測定する装置であるが、最近ではレーダアンテナを移動しながら連続的に反射波を取得し、ターゲットを映像化するようになってきた。従来の距離と反射強度計測のみではなく、画像化を目的としたイメージング装置の機能を持つようになってきた。

イメージングレーダでは、パルス圧縮によってレンジ方向の分解能を向上させ、さらにクロスレンジ方向では、合成開口法によって高分解能化を達成している。レーダの分解能にはレーダからの距離に相当するレンジ方向と、それと直交するクロスレンジ（方位）方向の2つの種類がある。レンジ分解能とは、レンジ方向に並んだ2つのターゲットを識別できる最小距離のことであり、レーダの送信電波の周波数帯域幅によって決まる。クロスレンジ方向では、合成開口法の原理にしたがって、実開口アンテナの物理的な長さが最小の分解能となる。画像のきめ細かさに対応するピクセルサイズは、レーダの分解能に直接対応している。レーダ画像では、分解能が高いほど、1ピクセルに相当する領域の面積は小さい。現在の人工衛星に搭載された合成開口レーダでは、分解能は20m*20m程度である。一方、航空機に搭載された合成開口レーダでは、さらに分解能が向上しており、CRL/NASDAの開発したPi-SARでは、L bandで3m×3m、X bandで1.5m×1.5mである。

しかし、最終的に得られたレーダ画像が何を意味しているのか？あるいは何が明らかになったのか？といった基本問題に対しては、簡単に答は出せない状況にある。光学画像と比べて何に特徴があり、何が利点であるか等、研究成果を待たねばならない点も数多くある。レーダ画像を正しく解釈し、利用するためには、電波の性質とターゲットの相互作用を理解した上で画像解析を行わなければならない。

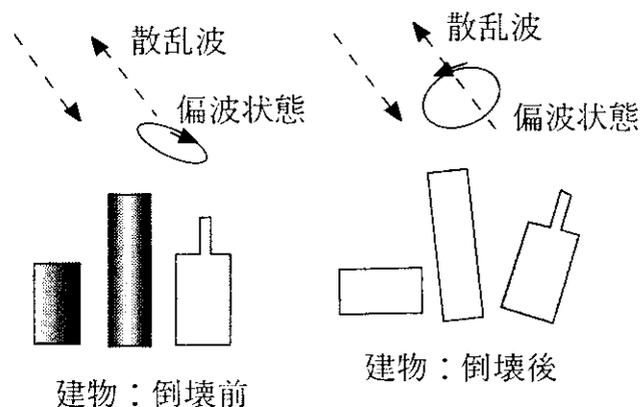
ところで、ハードウェアとしての従来のレーダでは、一つの偏波情報しか用いていないものが多かった。電波は、ベクトル的な性質をもつ量であるにもかかわらず、既存のレーダはベクトル中の一成分しか利用していないものが多い。そのベクトル量（偏波情報）を全て計測（偏波散乱行列を取得）すれば、ターゲットに関する様々な情報を引き出せる。筆者等は、今までに周波数領域を動作原理とする独自の合成開口FM-CWレーダの研究と開発を行ってきた。そして、従来のレーダには無い電波の偏波情報を取り扱えるよう理論的・実験的な検討を重ねてきた。その中で、偏波によってターゲットの散乱特性が大きく変わり、偏波散乱行列がターゲットの検出、認知、分類に非常に有効であることを見い出している。

ここでは、その偏波情報の利用方法の1つとして、地震などの災害が起こった場合に、そ

の前後でどのような偏波状態の変化がみられるか？あるいは、その偏波状態の変化によって、災害状況の把握ができないか？という点を主眼に研究を進めてきた。例えば、都市部で大地震が発生した場合、多くの建物が倒壊する。偏波レーダで観測すれば、倒壊前と倒壊後で、散乱波の強度のみならず偏波状態の変化も計測できるはずである。下図参照。偏波理論によれば、散乱波を1回反射成分、2回反射成分、円偏波発生成成分に分離できる。ここではその偏波理論を利用して、建物倒壊に伴う各成分の発生割合の変化、建物の傾き角などの情報を抽出し、それらによって建物倒壊状況の把握や災害状況監視に応用することを目的とした。

本研究では平成11年度から12年度にかけて、既存の合成開口偏波FM-CWレーダ装置を用い、実験室内で建造物のミニチュアモデルを作成して

- (1) 倒壊前と倒壊後の建物からの散乱行列の取得
- (2) 倒壊前と倒壊後の散乱行列の分解による各反射成分の抽出
- (3) 散乱行列により傾いた建物の傾き角の導出と、モデル実験との比較検討
- (4) 災害監視システムとしての性能評価などの事柄を調べた。



この研究は逆問題に相当し、偏波情報をいかにターゲットの変化や認識に使うかが最大の目的である。FM-CWレーダの利点は、単純なハードウェアでも散乱行列が取得でき、さらに高分解能化が達成できることである。散乱行列が得られると、レーダポーラリメトリの理論から、種々の解析が可能である。このレーダを用いて、想定していたことがある程度実証されたので、その結果を報告する。

この報告書では、2章～3章で偏波とレーダポーラリメトリの基礎、4～5章は偏波利用のための理論や項目を示し、6章はSAR画像解析を示す。7章は実験に用いているFM-CWレーダについて、8章は倒壊率推定への応用を述べる。散乱行列を通じて、どのようなことが可能となるのかを建物倒壊だけではなく、他の具体例も挙げて報告する。この成果は今後、SAR画像解析、3次元物体のイメージング、埋没物体への応用など、さらなる発展が期待できる。この研究を進めるにあたり、日頃お世話になっている新潟大学工学部情報工学科・仙石正和教授に感謝する。お手伝いいただいた新潟大学工学部情報工学科・阿達透技官、さらに、共同研究者でもある大学院学生（楊健さん、木村晃治君、村瀬誠君、鶴巻浩一君）、卒業生（保坂裕之君、池田澄人君）に感謝します。

研究組織

研究代表者 山口芳雄 新潟大学・工学部・情報工学科・教授
 研究分担者 山田寛喜 新潟大学・工学部・情報工学科・助教授

研究経費

平成11年度	1900千円
平成12年度	1300千円
計	3200千円

研究発表

(1) 学会誌等

- (1) Jian Yang, Yoshio Yamaguchi, Hiroyoshi Yamada, Masakazu Sengoku, Shi -Ming Lin, "Optimal problem for contrast enhancement in polarimetric radar remote sensing," *IEICE Trans. Commun.*, vol.E82-B, no.1, pp.174-183, Jan. 1999
- (2) Masafumi Nakamura, Yoshio Yamaguchi, Hiroyoshi Yamada, "Real-time and full polarimetric FM-CW radar and its applications to the classification of targets," *IEEE Trans. Instrumentation and Measurement*, vol.47, no.2, pp.572-577, April 1999
- (3) T. Moriyama, M. Nakamura, Y. Yamaguchi, H. Yamada, W. -M. Boerner, "Classification of target buried in the underground by radar polarimetry," *IEICE Trans. Commun.*, vol.E82-B, no.6, pp.951-957, June 1999
- (4) Jian Yang, Yoshio Yamaguchi, Hiroyoshi Yamada, "Co-null of targets and co-null Abelian group," *Electronics Letters*, vol.35, no.12, pp.1017-1019, June 1999.
- (5) 山田寛喜, 山倉利春, 山口芳雄, "偏波平均化MUSIC法のコヒーレント波検出性能について," 電子情報通信学会論文誌B-II, vol.J-82, no.9, pp.1739-1746, Sept.1999
- (6) Yukio Yoshida, Yoshio Yamaguchi, Hiroyoshi Yamada, "Polarimetric SAR image classification by scattering matrix elements, characteristic polarization states, 3-components, and entropy," *Proc. of ITC-CSCC'99*, vol.1, pp.430-433, 1999
- (7) Yoshiyuki Wakita, Hiroyoshi Yamada, Yoshio Yamaguchi, "Development of T-bar-fed slot antenna for ground penetrating radar," *Proc. of ITC-CSCC'99*, vol.1, pp.442-445, 1999
- (8) Hiroyoshi Yamada, Kenji Kitayama, Yoshio Yamaguchi, "Scattering matrix aligned in the range direction," *URSI General Assembly*, p.880, Aug. 1999
- (9) 脇田喜之, 山田寛喜, 山口芳雄, 藤本京平, "地中探査レーダ用T-bar fed slot antenna," 電子情報通信学会論文誌B-II, vol.J-83, no.2, pp.207-215, Feb.2000
- (10) 楊健, 山口芳雄, W. -M. Boerner, 林世明, "Numerical methods for solving the optimal problem of contrast enhancement," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol.38, no.2, pp.965-971, Mar. 2000
- (11) Hyo Jyo Eom, Kyung H. Park, Jae Y. Kwon, Yoshio Yamaguchi, "Fourier-transform analysis for E-plane T-junction in a rectangular waveguide," *Microwave and Optical Technology Letters*, vol.26, no.1, pp.34-37, July 2000
- (12) Toshifumi Moriyama, Yoshio Yamaguchi, Hiroyoshi Yamada, "Three dimensional fully polarimetric maging in snowpack by a synthetic aperture FM-CW radar," *IEICE Trans. Commun.*, vol.E83-B, no.9, pp.1963-1968, 2000
- (13) Wolfgang-M. Boerner, Yoshio Yamaguchi, "Ultra wideband polarimetry, interferometry and polarimetric-interferometry in synthetic aperture remote sensing," *IEICE Trans. Commun.*, vol.E83-B, no.9, pp.1906-1915, 2000
- (14) Dharmendra Singh, Yoshio Yamaguchi, Hiroyoshi Yamada, K. P. Singh, "Response of microwave on bare soil moisture and surface roughness by X-band scatterometer," *IEICE Trans. Commun.*, vol.E83-B, no.9, pp. 2038-2043, 2000
- (15) J. Yang, Y.-N. Peng, Y. Yamaguchi, W. -M. Boerner, "Optimal polarization problem for the multistatic radar case," *Electronics Letters*, vol.36, no.19, pp.1-2, Sept. 2000
- (16) D. Singh, Y. Yamaguchi, H. Yamada, K. P. Singh., "Response of microwave paddy by X-band scatterometer for remote sensing," *PIERS 2000*, Cambridge, USA, July 2000.

- (17) Wolfgang-M. Boerner, Yoshio Yamaguchi, "Polarimetry, interferometry and polarimetric interferometry in synthetic aperture remote sensing," *Proc. of International Symposium on Antennas Propagation*, vol.2, pp.545-548, 2000
- (18) Koji Kimura, Yoshio Yamaguchi, Hiroyoshi Yamada, "A trial to calibrate polarimetric PI-SAR data and its image analysis," *Proc. of International Symposium on Antennas Propagation*, vol.2, pp.561-564, 2000
- (19) Makoto Murase, Yoshio Yamaguchi, Hiroyoshi Yamada, "X-band Polarimetric synthetic aperture radar maging of a small tree," *Proc. of International Symposium on Antennas Propagation*, vol.3, pp.1255-1258, 2000
- (20) Rokuzou Hara, Hiroyoshi Yamada, Yoshio Yamaguchi, "On estimation error of two-dimensional MUSIC algorithm for time-delay and direction-of arrival estimation," *Proc. of International Symposium on Antennas Propagation*, vol.3, pp.1423-1426, 2000
- (21) Yoshio Yamaguchi, Tsurumaki, Hiroyoshi Yamada, "Polarimetric SAR measurement for building collapse using an FM-CW radar," *International Symposium on Antennas Propagation*, vol.4, pp.1661-1664, 2000
- (22) Dharmendra Singh, Yoshio Yamaguchi, Hiroyoshi Yamada, K. P. Singh, "Effect of crop height and crop covered soil moisture on microwave scattering for remote sensing," *Proc. of International Symposium on Antennas Propagation*, vol.4, pp.1665-1668, 2000
- (23) Tatsuya Nakazawa, Hiroyoshi Yamada, Yoshio Yamaguchi, "Direction-of-arrival estimation of coherent waves with nonuniform array by using superresolution technique," *Proc. of International Symposium on Antennas Propagation*, vol.4, pp.1633-1636, 2000
- (24) 山口芳雄, "ハイテク遺跡探査," 電子情報通信学会誌, vol.82, no.1, pp.70-72, 1999
- (25) 山田寛喜, 山口芳雄, 仙石正和, "シグナルプロセッシングアレーとモバイル通信," 電子情報通信学会誌, vol.J-82, no.9, pp.917-921, Sept.1999

(2) 口頭発表

- (1) 木村晃治, 山口芳雄, 山田寛喜, "偏波比による路面状況の識別," 電子情報通信学会技術研究報告 AP98-135, 1999-1, 平成11年1月
- (2) 北山健志, 山口芳雄, 山田寛喜, "距離方向に置かれたターゲットの偏波散乱特性," 電子情報通信学会技術研究報告AP99-27, 1999-5, 平成11年5月
- (3) 木村晃治, 山口芳雄, 山田寛喜, 小林達治, 梅原俊彦, 灘井章詞, 浦塚清峰, "PI-SARポーラリメトリック解析(1)," 電子情報通信学会技術研究報告SANE99-54, 1999-9, 平成11年9月
- (4) 中澤達也, 山田寛喜, 山口芳雄, "MODE法を用いた不等間隔アレーによる到来方向推定," 電子情報通信学会技術研究報告AP99-123, 1999-10, 平成11年10月
- (5) 脇田喜之, 渡部清一, 山田寛喜, 山口芳雄, "地中探査レーダ用T-bar fed slot antennaの改良と性能評価," 電子情報通信学会技術研究報告SANE99-77, 1999-10, 平成11年10月
- (6) 山口芳雄, 木村晃治, 山田寛喜, 小林達治, 梅原俊彦, 灘井章詞, 浦塚清峰, "PI-SARポーラリメトリック解析(2)," PI-SAR Workshop, 1999-11, 平成11年11月
- (7) 脇田喜之, 児玉淳, 山田寛喜, 山口芳雄, "地中レーダ用T-bar fed slot antennaの近傍電磁界に関する一検討", 1999年電子情報通信学会総合大会, B-1-4, 1999年3月
- (8) 木村晃治, 山口芳雄, 山田寛喜, "偏波比による路面状況の識別", 1999年電子情報通信学会総合大会, B-1-29, 1999年3月

- (9) 山田寛喜, 中澤達也, 山口芳雄, "アンビグエィティを有する等間隔リニアアレイによるコヒーレント波の到来方向推定", 1999年電子情報通信学会総合大会, B-1-67, 1999年3月
- (10) 中澤達也, 山田寛喜, 山口芳雄, "EMアルゴリズムを用いたMODE法による電波の到来方向推定", 1999年電子情報通信学会ソサイエティ大会, B-1-3, 1999年9月
- (11) 木村晃治, 山口芳雄, 山田寛喜, "3成分分解法によるポーラリメトリック SAR画像解析", 1999年電子情報通信学会ソサイエティ大会, B-1-26, 1999年9月
- (12) 原六蔵, 山田寛喜, 山口芳雄, "MUSIC法における電波到来方向推定精度の定量的考察", 平成11年度電子情報通信学会信越支部大会, N1, 1999, 平成11年10月
- (13) 脇田喜之, 渡部清一, 山口芳雄, 山田寛喜, "地中探査レーダ用 T-bar Fed Slot Antennaの給電部形状に関する考察", 平成11年度電子情報通信学会信越支部大会, N2, 1999, 平成11年10月
- (14) 松井克宜, 山田寛喜, 山口芳雄, 阿達透, "FM-CWレーダを用いたInterferometry実験", 平成11年度電子情報通信学会信越支部大会, N3, 1999, 平成11年10月
- (15) 村瀬誠, 山口芳雄, 山田寛喜, "方位方向に置かれた複数ターゲットの散乱行列について", 平成11年度電子情報通信学会信越支部大会, N4, 1999, 平成11年10月
- (16) 中澤達也, 山田寛喜, 山口芳雄, "EMアルゴリズムを用いた多重波の高分解能到来方向推定", 平成11年度電子情報通信学会信越支部大会, PA7, 1999, 平成11年10月
- (17) 木村晃治, 山口芳雄, 山田寛喜, "PI-SAR polarimetric画像解析", 平成11年度電子情報通信学会信越支部大会, PA8, 1999, 平成11年10月
- (18) 中澤達也, 山田寛喜, 山口芳雄, "不等間隔アレイによる多重波の到来方向推定における性能改善について," 電子情報通信学会技術研究報告AP2000-15, 2000-5, 平成12年5月
- (19) 原六蔵, 山田寛喜, 山口芳雄, "時空間MUSIC法におけるパラメータ推定誤差," 電子情報通信学会技術研究報告AP2000-16, 2000-5, 平成12年5月
- (20) 脇田喜之, 渡部清一, 山田寛喜, 山口芳雄, "テーバ給電部を有する T-bar fed slot antenna," 電子情報通信学会技術研究報告AP2000-120, 2000-10, 平成12年10月
- (21) 村瀬誠, 山口芳雄, 山田寛喜, "三成分散乱モデルによるPolarimetric SAR画像分類," 電子情報通信学会技術研究報告AP2000-124, 2000-10, 平成12年10月
- (22) 佐藤晃一, 山田寛喜, 山口芳雄, "Polarimetric SAR Interferometryによる森林の特徴について," 電子情報通信学会技術研究報告AP2000-125, 2000-10, 平成12年10月
- (23) 松井克宜, 佐藤晃一, 山田寛喜, 山口芳雄, 阿達透, "Polarimetric SAR Interferometry のFM-CWレーダシステムへの適用," 電子情報通信学会技術研究報告AP2000-126, 2000-10, 平成12年10月
- (24) 新井隆宏, 山田寛喜, 山口芳雄, "アンテナアレイを用いた電波到来方向推定誤差の較正に関する検討," 電子情報通信学会技術研究報告AP2000-133, 2000-10, 平成12年10月
- (25) 山口芳雄, "レーダポーラリメリによるSAR画像の分類" 第47回応用物理学会関連連合大会シンポジウム講演, 29p-ZL-4, 平成12年3月
- (26) 脇田喜之, 渡部清一, 山田寛喜, 山口芳雄, "テーバ型給電部を有するT-bar fed slot antennaの地中探査性能", 2000年電子情報通信学会ソサイエティ大会, B-1-1, 2000年9月
- (27) 山口芳雄, 木村晃治, 山田寛喜, "偏波比と平面大地の複素誘電率の関係式", 2000年電子情報通信学会ソサイエティ大会, B-1-2, 2000年9月
- (28) 山口芳雄, 山田寛喜, "Polarimetry からPolarimetric Interferometryへ", 2000年電子情報通信学会ソサイエティ大会, SC-2-1, 2000年10月

- (29) 脇田喜之, 渡部清一, 山田寛喜, 山口芳雄, "地中探査レーダ用 T-bar Fed Slot Antenna の給電部形状に関する考察—探査性能の評価—", 平成12年度電子情報通信学会信越支部大会講演論文集, E2, pp.127-128, 平成12年10月.
- (30) 鶴巻浩一, 山口芳雄, 山田寛喜, 阿達透, "建造物倒壊による散乱行列の変化に関する検討", 平成12年度電子情報通信学会信越支部大会講演論文集, E3, pp.129-130, 平成12年10月.
- (31) 村瀬誠, 山口芳雄, 山田寛喜, "三成分散乱モデルによる Polarimetric SAR の画像分類について", 平成12年度電子情報通信学会信越支部大会講演論文集, E4, pp.131-132, 平成12年10月.
- (32) 新井隆宏, 山田寛喜, 山口芳雄, "電波到来方向推定におけるアンテナアレー較正に関する検討", 平成12年度電子情報通信学会信越支部大会講演論文集, E5, pp.133-134, 平成12年10月.
- (33) 中澤達也, 山田寛喜, 山口芳雄, "EMアルゴリズムを用いた 2-D MODE法による電波の到来方向推定", 平成12年度電子情報通信学会信越支部大会講演論文集, E6, pp.135-136, 平成12年10月.
- (34) 松井克宜, 佐藤晃一, 山田寛喜, 山口芳雄, 阿達透, "F M- CWレーダシステムを用いた Polarimetric SAR Interferometryについて", 平成12年度電子情報通信学会信越支部大会講演論文集, E7, pp.137-138, 平成12年10月.
- (35) 佐藤晃一, 山田寛喜, 山口芳雄, "Polarimetric SAR Interferometry による森林抽出", 平成12年度電子情報通信学会信越支部大会講演論文集, E8, pp.139-140, 平成12年10月.
- (36) 原六蔵, 山田寛喜, 山口芳雄, "入射波の相関による 2-D MUSIC法の推定誤差について", 平成12年度電子情報通信学会信越支部大会講演論文集, E9, pp.141-142, 平成12年10月.
- (37) 木村晃治, 山口芳雄, 山田寛喜, "PI-SAR Polarimetric画像解析(3)", 平成12年度電子情報通信学会信越支部大会講演論文集, E10, pp.143-144, 平成12年10月.

II 研究成果

研究経過の概要

レーダのハードウェア、信号処理、レーダ画像の作成、レーダ画像の利用方法は、それぞれレーダ工学の大きな分野である。我々は従来からFM-CWレーダを用いて、レーダ工学の全てについて検討を行ってきた。最終目的はレーダから得られる情報を使って、ターゲットを詳細に探ることである。そして、ターゲットを識別したり、分類したりすることである。その中で、偏波情報の有効利用は従来にない分野であるため、特にその利用方法に焦点をあてて研究してきた。

研究期間全体を通して、ターゲットの分類・識別手法として考えたものは

- ◆特徴的偏波状態の利用
- ◆Pol Enhancementの利用
- ◆散乱行列の3成分分解と成分の構成比の利用
- ◆Polarization Anisotropy 係数の利用
- ◆Polarimetric entropyの利用

である。これらの方法を用いて、合成開口偏波FM-CWレーダ装置を使い、実験室内で建造物のミニチュアモデルを作成して

- (1) 倒壊前と倒壊後の建物からの散乱行列の取得
- (2) 倒壊前と倒壊後の散乱行列の分解による各反射成分の抽出
- (3) 散乱行列により傾いた建物の傾き角の導出と、モデル実験との比較検討
- (4) 災害監視システムとしての性能評価

などの事柄を調べた。その結果、おおむね計画通りに研究が進んだが（(1)～(3)は終了）、合成開口イメージから倒壊率を算出する(4)では、まだ多くの問題が残された。

この報告書で、第2章～第3章では偏波とレーダポーラリメトリの基礎を述べる。最初の定義が最も重要であり、これはそこから偏波情報などのパラメータが定義されるためである。

第4章では、散乱行列が得られた場合、その散乱行列から直接導くことのできる特徴的偏波状態と、それによるイメージング結果について述べる。また、第5章で散乱行列の3成分分解、Polarization Anisotropy 係数、Polarimetric entropyなど派生する重要なパラメータについても説明する。

第6章のSAR画像解析では、はじめにSAR画像が与えられたときを出発点として、その画像から地上ターゲットを分類する方法を考えた。2次元画像の全てのピクセルが散乱行列に対応していることから最尤法分類にしたがって特徴ベクトルを作り、その特徴ベクトルの成分として

各偏波成分 Pol Enhancement エントロピー ウェーブレット変換

などいろいろな成分を取り込み、識別、分類を行ってみた。その結果、偏波情報が地上ターゲットの詳細な分類に役立つことを示した。

第7章では、研究を実施する上で使用した偏波FM-CWレーダ原理とその構成について述べた。実時間で動作するFully polarimetricなハードウェア構成と実時間動作確認、そして偏波校正について検討した。また、自由空間中に置かれた平板、コーナーリフレクタ、線状ターゲットのイメージングを行い、sphere, diplane, helixの3成分分解法の有効性を示す。さらに、この偏波FM-CWレーダで毎秒44個の散乱行列を取得し、3成分分解が可能になった結果も示す。

第8章では建物倒壊実験として、本研究のテーマについて実験結果を報告する。建物のミニチュアモデルを作成し、そのモデルからの散乱を取得して、建物倒壊が検出できるかどうか

か検討した。この研究実施期間中に筆者は、日本の次期観測衛星：ALOS-PALSARシステムの基本設計やデータ利用の委員会にも関わり、今後の合成開口レーダはどうあるべきかという問題に取り組んだ。そこで、航空機や人工衛星のレーダを模擬した災害監視システムを念頭に置き、偏波情報利用の観点から建物倒壊の検出についてモデル実験を行った。建物倒壊につれて3成分分解した結果がどのように変化していくかを観測した。またAnisotropy係数が使えるかどうかを検討した。おおむね計画通りに研究が進んだが、合成開口イメージからの倒壊率の算出、災害監視システムとしての性能評価には、まだ多くの問題が残された。

本書の構成は、以下の目次のようになっている。

目次

- 第1章 レーダリモートセンシング概説
- 第2章 偏波の基礎
 - 2.1 平面波
 - 2.2 だ円偏波の表現方法
 - 2.3 偏波パラメータの関係
- 第3章 レーダポーラリメトリの基礎
 - 3.1 相反定理
 - 3.2 受信電圧
 - 3.3 散乱行列
 - 3.4 受信電力の表現
 - 3.5 各種ターゲットからの偏波チャンネルの受信電力例
- 第4章 散乱行列とその利用
 - 4.1 散乱行列要素
 - 4.2 偏波基底と散乱行列の変換
 - 4.3 他の偏波行列への相互変換
 - 4.4 特徴的偏波状態
 - 4.5 受信電力のコントラスト強調
- 第5章 ターゲットの分類・識別
 - 5.1 散乱行列の3成分分解と3成分の構成比による識別
 - 5.2 Polarization Anisotropy 係数による分類
 - 5.3 Polarimetric Entropy
 - 5.4 Covariance Matrix
- 第6章 SAR画像解析
 - 6.1 リモートセンシングの目的
 - 6.2 SARの分解能について
 - 6.3 SAR systemの利点
 - 6.4 SARの現状
 - 6.5 SAR画像解析手法
 - 6.6 解析例
- 第7章 Polarimetric FM-CW Radar
 - 7.1 FM-CW Radar原理
 - 7.2 1次元合成開口法

- 7.3 2次元合成開口法
- 7.4 Fully Polarimetric Radarによる散乱行列の取得
- 7.5 ハードウェア構成
- 7.6 実時間レーダ
- 7.7 Polarimetric Calibration
- 7.8 等価STC回路

第8章 建物倒壊実験

- 8.1 ミニチュアモデル実験
- 8.2 3成分分解
- 8.3 Polarization Anisotropy係数
- 8.4 電波暗室内でのモデル実験
- 8.5 今後の課題

第1章 レーダリモートセンシング概説

1.1 はじめに

リモートセンシングやそのセンシング画像は、最近、地球環境の広域モニタリング用途として、テレビや新聞などで身近なものになってきている。テレビの天気予報に出てくる雲の動きや、地方ごとの気象レーダ画像はその典型例である。

リモートセンシングとは、航空機や人工衛星などのプラットフォームに搭載したセンサにより、離れた場所から観測対象（ターゲット）を間接的に測定することである。測定手段としては、主に電波や光、音波などの波動を利用する。ターゲットから反射または放射される電磁波を収集し、その情報を用いて観測対象や現象に関する情報を得る技術の総称である。

リモートセンシングの方法には、大きく分けて2つの種類がある。1つ目は、ターゲットから放射される電磁波を受信する方法（受動型）で、自分自身では電磁波を放射しない。カメラが代表的な例で、ラジオメータや、光学センサーのほとんどがこの種類に入る。この方法では、ターゲットからの電磁波の強度（パワー）情報が取得され、位相情報を得ることは難しい。（VLBIのように、受信アンテナアレイを使って、伝搬遅延を測定するもの、カメラのフラッシュ撮影などを除く）。

2つ目は、自分自身で電磁波を放射し、その反射波を測定する能動型である。レーダがその典型的な例であり、カメラのフラッシュ撮影などもこの部類にはいる。電波を使ったレーダは、電波の伝搬特性から、天候に依存せず、昼夜を問わず観測が可能である。周波数によっては、反射波の振幅のみならず位相も測定できるので、それらの情報を利用して高度な信号処理ができ、応用範囲が広い。

現在、人工衛星に搭載された光学センサーや合成開口レーダによって、地球上の表面の隅々までを映しだし、さらに人間の入り込めないジャングルや山間部の情報をもたらしている。人工衛星による地球観測は、アメリカのNASAをはじめとして、カナダ、ヨーロッパ、日本など各国が実施しており、今後も継続して行われる予定である。光学センサーと合成開口レーダでは、同じ電磁波というカテゴリの中で情報を収集するが、得られる情報はかなり異なる。その理由は、同じターゲットでも周波数や波長による反射の違いが大きく、センサーの分解能も異なるためである。また、波動としての伝搬特性にも違いがあり、光では雲を通過できないが、電波（Kuバンド以下の周波数）では通過する。このことは、地上のターゲットを計測する場合にレーダの利点となるが、逆に雲を測定しようとするとき、この範囲の電波では、雲との相互作用が少ないので不利になる。観測しようとするターゲットの電磁波的な性質や伝搬媒質の特徴を調べた上で、どのような周波数が適しているかを考慮しておく必要がある。

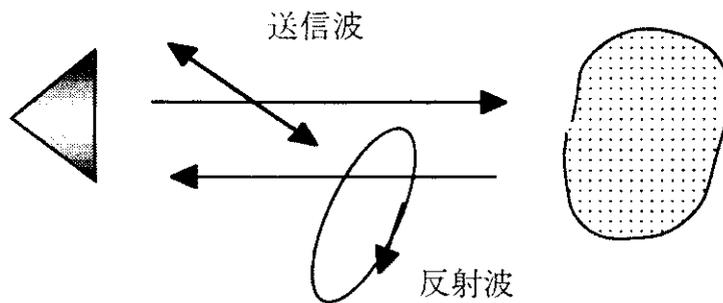
一般に、光学センサーでは、可視領域も含め人間の感覚に近い波長領域の電磁波を使うため、人間にとって比較的理解しやすい画像が得られる。分解能はセンサーに依存し、最新の人工衛星では、1m四方かそれ以下の分解能がある。一方、レーダではマイクロ波領域(1~10 GHz)の電磁波を扱い、このマイクロ波は人間には感知できないこと、その取り扱い・散乱問題が純粋に理論・実験にゆだねられるので、人間の感覚・感性からは理解しにくい点の特徴である。分解能は人工衛星搭載のレーダで10~20m、航空機搭載レーダで1~3m程度のものが得られている。電波と光のどちらか片方だけですむものではない。一般には、互いに補完しあって、正確な情報が得られるので、パートナーとして捉える方が良い

と思われる。

また、地球環境だけでなく、日常生活に身近なところでもレーダが積極的に使われはじめている。車両関係では速度監視レーダは十分に実用化されているが、さらに、ITS関係で自動車用の衝突防止レーダの開発が盛んであり、船舶関係、航空管制などではレーダが無ければ走行・飛行は不可能になる。地中探査レーダも、地雷探査、ガスパイプ、電力、電話ケーブルの探査、遺跡探査などに応用されている。

本書は、報告書であると同時に、レーダを使ってセンシングする際に、基本となる電磁波（主にマイクロ波・ミリ波）のもつベクトル性質とその利用方法について述べたものである。本書の目的はレーダリモートセンシングに関する全般的な事柄を述べるのではなく、偏波の利用に限って、現在まで行われてきた理論構築やその結果に焦点を当てたものである。そして偏波の利用が人工衛星や航空機の観測レーダだけでなく、一般のレーダでも役立つことを強調したものである。

さて、偏波について簡単に考えてみよう。ターゲットに向けて波を当てた場合、反射してくる電磁波の電界の振動の向きは、送信したものと異なっている。図はその様子を表している。



波の進行方向に対して電界は垂直な面内で振動する。その振動の方向（例えば水平成分、垂直成分）はベクトル性質を持ち、光では偏光という名前で、電波では偏波と呼ばれている。どちらも同じ概念を表しており、理論的には同じMaxwellの方程式から導かれるものである。しかし、それを計測するとなると、電波に比べて光の周波数は極めて高いので、波の位相成分を精度良く測ることは難しい。そこで光の領域では、強度情報を使って偏光の現象を求めている。一方、電波（ここではマイクロ波を中心に考える）では、現在の技術でベクトル成分毎の波の位相成分を測ることができ、完全にベクトル的な偏波情報を得ることができる。レーダポーラリメトリーとはその電波のベクトル性質である偏波を、レーダセンシングに利用する理論と技術である。

レーダは電波の反射波の時間遅れを利用して、ターゲットまでの距離を測定し、また、反射波の強さから、ターゲットを推定するものであった。しかし、ハードウェア技術の進展に伴い、反射波の振幅のみではなく、位相も正確に測れるようになって、合成開口レーダなどイメージング利用へと進展してきた。現在、偏波情報を加えたイメージング、そして偏波情報によるターゲットの解析・識別・分類の研究が行われている。偏波情報によって、波としての性質を全て使うことができ、より精度の良い結果が期待できる。本書では、現時点での世界の研究状況を考慮しつつ、レーダポーラリメトリーに関して筆者の関わってきた事柄やいくつかの実例を示したい。

この分野は完成されたわけではなく、まだ発展途上にある。そのため、研究者による定式化の違い、表現方法の違い、それから引き起こされる問題点など、混乱を生む原因もあ

る。本書では、ポーラリメトリの中で、世界中で受け入れられている統一した表現方法を取り入れようと心がけた。筆者の勉強不足から抜けている点や、誤っている点をご批判・ご指摘を頂ければ幸いである。

1.2 レーダポーラリメトリーの歴史的背景

電波のレーダポーラリメトリーに関する最初の研究は1940年代にさかのぼる。George Sinclairは彼の名前で知られる散乱行列を導いた。そして、50年代初期にオハイオ州立大学のE.M.Kennuaghは、Kennuagh行列として知られているレーダ散乱行列を導いている。偏光の概念は、既に光学の分野で知られており、光学では座標の原点を物体においているMueller行列で理論が展開されていたが、レーダ自身に座標系の原点を置くこれらの定式化によって、レーダの最適受信の方法など、レーダにとって理論的に適切な方向へと展開していった。この頃の理論的側面を支えた貢献者は、V.H. Rumsey, G. A. Deschamps, M. L. Kales (1951)らである。Gravesも最適受信に関してpower matrixで知られているGraves matrixを導いている。しかし、レーダのハードウェアはまだ未熟であり、ポーラリメトリーは依然として認知されていない状態であった。様々な方法・側面から理論の検討が、J. R. Copeland(1960), S. H. Bickel(1965), P. Beckman (1968)らによって行われていたが、特にポーラリメトリーの新しい時代を築き、功績の大きいのはJ. R. Huynenである。統一した理論を基に散乱行列と散乱行列を拡張してStokes行列を導き、ターゲットの性質や分解方法を提案している。また、Huynenパラメータや、特徴的偏波状態がポアンカレ球上でフォークの形を形成することなど、新たなページを開いた。それに続き、W. -M. Boernerは、逆散乱問題での偏波の重要性を訴え、1980年代に入った。理論的な手直しや、拡張(D. Guili, A. B. Kostinski, 1986)が行われてきたが、ハードウェアとしての技術も進み、次第にポーラリメトリー理論の成果が実証されはじめた。NASAのFully polarimetric radarは、ポーラリメトリーの有用性を実証し(J. J. vanZyl, 1987)、多くの研究者の注目を引いた。その結果、ポーラリメトリックレーダを使った理論的、実験的な研究が盛んになり、現在に至っている。この間、W. -M. Boernerは偏波の重要性を訴え続け、ワークショップを数年毎に開催している。最近の研究の中では、ロシアでのPolarization Anisotropy 研究(A. I. Kozlov), Calibration (A. Freeman, 1990, M. W. Whitt, W. Wiesbeck, 1991), Decomposition(S. R. Cloude (1985), E. Krogager (1993))などが注目される。

他にも、非常に数多くの研究成果や論文が発表されているが、代表的、基本的な理論と思われるものについて参考文献として年代順に掲げた。また、本としてまとめられているものもあり、特に関連の深い図書を掲げておく。あくまで、筆者の知りうる範囲のもので、偏りがあるかもしれない点をお断りしておく。よく知られているIEEEの円偏波の定義からすると、基底変換とその応用で不整合な点も残されており、現在もまだ完全に統合的整合性のある理論はできていない。

1.3 なぜポーラリメトリーか

では、レーダポーラリメトリーはどのような分野に役立つであろうか？ 一言でいえば、ターゲットのより詳しい情報が得られることである。

レーダポーラリメトリーで、ターゲットの散乱行列は最も基本的な計測量である。散乱行列の要素は、レーダの周波数、電波の入射角、送信・受信偏波の状態、ターゲットの向き、材質、大きさ、形状によって決まってくる。受信できる散乱行列に対して、物理的なパラ

メータがあまりにも多いように思われる。しかし、ポーラリメトリックレーダができる前は、一つの偏波で測定を行っていたのである。航空機監視用には円偏波がよく用いられている。これは、雨滴等のクラッタを防ぐためである。この一つの偏波で得られるものは、複素振幅の一つの情報でしかない。つまり、電波の持つベクトル性質の1成分しか取得していないことになる。ところが、それと直交する偏波の組み合わせで、ターゲットからの反射量を測定すれば、4倍に情報量が増える。今、円偏波基底の散乱行列を

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{LL} & S_{LR} \\ S_{RL} & S_{RR} \end{bmatrix}$$

とし、右回りR、左回りLの組み合わせで後方散乱係数を取得したとすると、その要素数から、形式上では情報量は4倍であるが、さらに、各々が複素振幅を持つので、この要素間の関係からターゲットに関する効率的な偏波情報が引き出せたり、偏波合成による電力が引き出せる。したがって、単に4倍に情報量が増えることだけではなく、ターゲット固有の情報が効率よく引き出せる点に注意が必要である。この点はポーラリメトリの最も重要なポイントである。取得された散乱行列は、ある周波数、入射角の変数となっているが、レーダシーン中のターゲットの偏波に関しては、全ての情報を含むことになる。

レーダポーラリメトリは基本的に、散乱行列あるいはその拡張のKennaugh行列をベースにターゲットのもつ情報を取り扱っているが、一旦、正しい散乱行列が得られれば、それは具体的なレーダシステムから切り放して考えてもよい。散乱行列が得られると

- ・ターゲットに固有の特徴的偏波状態の導出
- ・偏波によるターゲットの強調・消去
- ・任意の偏波フィルタリング
- ・ターゲットの分類・識別

などが行える。

ここでは、上記の分野を考慮し、偏波の基礎とその応用について述べる。最初に2章で一般的な円偏波の表現方法を紹介し、幾何学的パラメータや偏波比、ポアンカレー偏波球など、各種の表現方法とパラメータ間の対応関係などを示しているが、読み飛ばしても構わない。3章ではレーダポーラリメトリの基礎・定式化を示す。これがポーラリメトリの出発点である。そして、偏波チャンネルの考え方、受信電力表現と計算例を掲げている。4章では、散乱行列を与えられたとき、受信電力で極値をもつ点を特徴的偏波状態として捉え、1つの散乱行列に対して8個の極値があることを示す。そして特徴的偏波状態を使ったイメージングについて述べる。このイメージングは一種の偏波フィルタリングである。フィルタリングによってあるターゲットを強調したり、抑圧したりすることが可能である。また、その応用として合成開口レーダ(SAR)の画像解析、埋没物体の検出など有用な具体例を示す。さらに、5章では、散乱行列の分解方法として、1つの散乱行列を基本的な3つの散乱行列(1回反射、2回反射、円偏波変換成分)の和と考え、どの成分で構成されているかを調べている。これによって、ターゲットの分類や認識に役立てることができる。7章では、FM-CWレーダについて述べる。FM-CWレーダは、筆者等が埋没物体などの検出に利用できないかと開発してきたものである。さらに、レーダポーラリメトリ理論が適用できないかと考え、その理論の実験的検証に利用する。また、この章では、ポーラリメトリのみならず、合成開口FM-CWレーダの原理など基本的な事柄や実験結果などについても述べる。

第2章 偏波の基礎

2.1 平面波

ある観測点で到来した電波を受信しようとした場合、送信アンテナから遠く離れた場所、あるいは伝搬途中の散乱体から遠い場所では、アンテナに入射してくる電波は平面波と近似してよい。平面波とは、波の等位相面が平面であることである。遠いとは、図2.1.1に示すように波長に比べて距離が十分長いことを意味し、観測点Pの近くでは（局所的には）近似的に平面波とみなせる。電波を受信して通信や計測を行うとき、ほとんど図2.1のような状態になっていて、平面波の性質を理解することは実用上最も重要である。

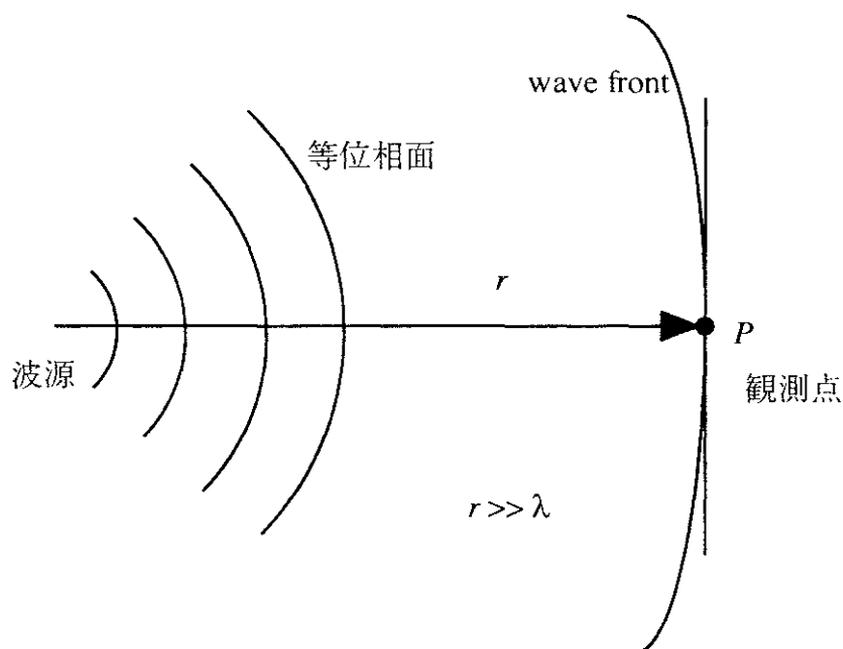


図2.1 観測点での電波の状態（平面波近似）

また、平面波は偏波を理解をする際に基本となるので、この章ではMaxwellの方程式から出発して、平面波の特徴・性質を説明する。特に、単一周波数や準単一周波数をもつ電波の偏波の性質を解析するための事柄を述べる。

2.1.1 時間領域における Maxwell 方程式とベクトル波動方程式

\mathbf{r} を 3次元空間中の任意点の位置ベクトル ($\mathbf{r} = x\mathbf{a}_x + y\mathbf{a}_y + z\mathbf{a}_z$) とする。時刻 t の点 \mathbf{r} における電界 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ と磁界 $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ は、次の Maxwell 方程式を満たす。

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \quad (2.1.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) \quad (2.1.2)$$

ここで、ベクトル \mathbf{B} は磁束密度、 \mathbf{D} は電束密度を表わす。場の発散から

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (2.1.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) + \frac{\partial}{\partial t} \rho(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (2.1.4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \rho \quad (2.1.5)$$

ただし、 \mathbf{J} は電流密度、 ρ は電荷密度である。場が存在する媒質中で、その媒質の巨視的な性質は、構成パラメータの誘電率 ϵ 、透磁率 μ 、導電率 σ によって記すことができる。媒質が均質であれば

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (2.1.6)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (2.1.7)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (2.1.8)$$

が成立する。式(2.1.6)-(2.1.8)は構成方程式と呼ばれている。

波源となるsource電流 \mathbf{J}_s がある場合、電流密度 \mathbf{J} は導電電流 $\mathbf{J}_c = \sigma \mathbf{E}$ との成分の和で表わされるので

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_c + \mathbf{J}_s = \sigma \mathbf{E} + \mathbf{J}_s \quad (2.1.9)$$

これを式(2.1.2)に代入し、次のベクトル演算子の公式

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$$

を利用して、式(2.1.1)、(2.1.2)から \mathbf{E} と \mathbf{H} に関するベクトル波動方程式を得ることができる。

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \epsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \mu \frac{\partial \mathbf{J}_s}{\partial t} + \frac{\nabla \rho}{\epsilon} \quad (2.1.10)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \epsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = -\nabla \times \mathbf{J}_s \quad (2.1.11)$$

式(2.1.10)、(2.1.11)は厳密な一般式で、近似は何も入っていない。これを解けば、電界・磁界に関するあらゆる情報が得られるが、境界条件などを含め、一般的に解くことは非常に難しい。また、式(2.1.10)、(2.1.11)を満たす時間関数としての偏波状態の表現を見いだせば望ましいが、今までにそのような表現方法は得られていない。そこで、ここでは波源 (source) の無い空間での平面波の伝搬を考え、単一周波数領域で偏波状態が唯一に決まる場合を考察する。

2.1.2 フェイザー表現を用いたベクトル波動方程式とその解

式(2.1.10)、(2.1.11)を直接解くことは難しいので、場が角周波数 ω で調和時間振動 $e^{j\omega t}$ をしていると仮定し、フェイザー表現を用いて簡単化してから考えよう。まず、IEEE Standardに定義されたフェイザー(Phasor)表現を採用する。フェイザーとは、以下に示すように、時間因子 $e^{j\omega t}$ を除いた複素数の量である。角周波数 ω で調和時間振動をしている場で、瞬時ベクトルを $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ とすれば、

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{A}(x, y, z, t) = \mathbf{a}_x A_x(x, y, z, t) + \mathbf{a}_y A_y(x, y, z, t) + \mathbf{a}_z A_z(x, y, z, t) \quad (2.1.12)$$

と展開できる。 $\mathbf{a}_x, \mathbf{a}_y, \mathbf{a}_z$ は, x, y, z 方向の単位ベクトルである。一方, 観測される量は実数であり, この観測量は一般的に次のように書ける。

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{a}_x A_{mx} \cos(\omega t + \theta_x) + \mathbf{a}_y A_{my} \cos(\omega t + \theta_y) + \mathbf{a}_z A_{mz} \cos(\omega t + \theta_z) \quad (2.1.13)$$

$\theta_x, \theta_y, \theta_z$ は, それぞれ x, y, z 成分の位相を表す。また, 添字 m は measured の頭文字をとったものである。 x 成分のみを取り出して変形すると

$$\begin{aligned} A_{mx} \cos(\omega t + \theta_x) &= \operatorname{Re} \left[A_{mx} e^{j(\omega t + \theta_x)} \right] = \operatorname{Re} \left[A_{mx} e^{j\theta_x} e^{j\omega t} \right] \\ &= \operatorname{Re} \left[A_{mx} (\cos \theta_x + j \sin \theta_x) e^{j\omega t} \right] = \operatorname{Re} \left[(A_{mx} \cos \theta_x + j A_{mx} \sin \theta_x) e^{j\omega t} \right] \\ &= \operatorname{Re} \left[(A_{rx} + j A_{ix}) e^{j\omega t} \right] = \operatorname{Re} \left[\dot{A}_x e^{j\omega t} \right] \end{aligned}$$

ここで, Re は実数部をとることを意味する。このように, x 成分は時間因子 $e^{j\omega t}$ と複素量 \dot{A}_x の積で表すことができる。 y, z 成分についても同様である。したがって, ベクトル全体としては

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \operatorname{Re} \left[\mathbf{A}(\mathbf{r}) e^{j\omega t} \right] \quad (2.1.14)$$

ただし,

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \mathbf{a}_x \dot{A}_x + \mathbf{a}_y \dot{A}_y + \mathbf{a}_z \dot{A}_z \quad (2.1.15)$$

$$\dot{A}_x = A_{rx} + j A_{ix}, \quad \dot{A}_y = A_{ry} + j A_{iy}, \quad \dot{A}_z = A_{rz} + j A_{iz} \quad : \text{複素スカラー量} \quad (2.1.16)$$

と表現でき, この $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ をフェイザー(Phasor)表現と言う。つまり, 場のベクトルは $\mathbf{A}(\mathbf{r}) e^{j\omega t}$ という複素表現で表すことができ, フェイザー自身は複素量であり, 時間因子の項を取り除いたものである。これを使うと微分方程式において, 時間に関する微分演算が代数演算に置き換わり, 計算が簡単になる。したがって, 観測量を求めるには, フェイザー表現を使って代数解析し, その後に $e^{j\omega t}$ を掛けて実部をとれば得られることになる。

さて, ソースの無い ($\rho = 0, \mathbf{J}_s = 0$) 領域で, (2.1.10), (2.1.11) はフェイザー表現により

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + (\omega^2 \epsilon \mu - j \omega \mu \sigma) \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{0} \quad (2.1.17)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}) + (\omega^2 \epsilon \mu - j \omega \mu \sigma) \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{0} \quad (2.1.18)$$

となる。波数 k を定義することによって, ヘルムホルツ方程式を得ることができる。

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + k^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{0} \quad (2.1.19)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}) + k^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{0} \quad (2.1.20)$$

$$k^2 = \omega^2 \epsilon \mu - j \omega \mu \sigma \quad (2.1.21)$$

電界・磁界の各成分毎に, (2.1.19), (2.1.20) が成り立たねばならないので, 例えば E_x をとって具体的に直角座標系で展開してみると

$$\nabla^2 E_x(\mathbf{r}) + k^2 E_x(\mathbf{r}) = \frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} + k^2 E_x = 0 \quad (2.1.22)$$

変数分離法を用いて $E_x = X(x) Y(y) Z(z)$ とおき、式(2.1.22)に代入すれば

$$Y(y) Z(z) \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} + X(x) Z(z) \frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2} + X(x) Y(y) \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} + k^2 X(x) Y(y) Z(z) = 0$$

$$\frac{1}{X(x)} \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} + \frac{1}{Y(y)} \frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2} + \frac{1}{Z(z)} \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} + k^2 = 0$$

各項は変数毎に独立であり、定数でなければ成立しないので、それぞれ $-k_x^2, -k_y^2, -k_z^2$ (定数) とおくと、

$$\frac{1}{X(x)} \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} = -k_x^2, \quad \frac{1}{Y(y)} \frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2} = -k_y^2, \quad \frac{1}{Z(z)} \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} = -k_z^2 \quad (2.1.23)$$

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 \quad (2.1.24)$$

が得られる。これより、

$$X(x) = A_0 e^{-jk_x x} + A_1 e^{jk_x x} \quad (2.1.25)$$

となる。これらを合計して E_x 成分は次のようになる。

$$E_x(\mathbf{r}) = \left(A_0 e^{-jk_x x} + A_1 e^{jk_x x} \right) \left(B_0 e^{-jk_y y} + B_1 e^{jk_y y} \right) \left(C_0 e^{-jk_z z} + C_1 e^{jk_z z} \right) \quad (2.1.26)$$

A_0, \dots, C_1 : 振幅係数

(2.1.19), (2.1.20)に対する一般解は、その x, y, z 成分の合計として、次のようにまとめて書くことができる。

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 \exp(-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) + \mathbf{E}_1 \exp(+j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \quad (2.1.27a)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_0 \exp(-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) + \mathbf{H}_1 \exp(+j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \quad (2.1.27b)$$

ただし、

$$\mathbf{k} = k_x \mathbf{a}_x + k_y \mathbf{a}_y + k_z \mathbf{a}_z \quad (2.1.28)$$

$$\mathbf{r} = x \mathbf{a}_x + y \mathbf{a}_y + z \mathbf{a}_z \quad (2.1.29)$$

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = k_x x + k_y y + k_z z$$

$\mathbf{E}_0, \mathbf{E}_1, \mathbf{H}_0, \mathbf{H}_1$ は一定の値をもつ振幅係数ベクトル

それゆえ、時間を含めた観測量としての瞬時電界ベクトルは

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \text{Re} \left\{ \mathbf{E}(\mathbf{r}) e^{j\omega t} \right\} = \mathbf{E}_+(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}_-(\mathbf{r}, t) \quad (2.1.30a)$$

$$\mathbf{E}_+(\mathbf{r}, t) = \text{Re} \left\{ \mathbf{E}_0 \exp \left[j(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \right] \right\} \quad (2.1.30b)$$

$$\mathbf{E}_-(\mathbf{r}, t) = \text{Re} \left\{ \mathbf{E}_1 \exp \left[j(\omega t + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \right] \right\} \quad (2.1.30c)$$

となる。 $\exp[j(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})]$ 中の $\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}$ は、位相を表している。簡単のために、式を $E_0 \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$ として、時間の経過と共にどのように変化していくか描いたものが図2.2である。

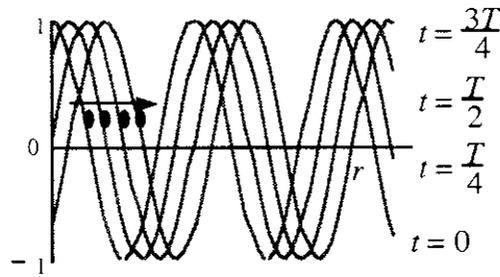


図2.2 一定位相点の時間的变化

いま、位相の中の1点に着目し（図2.2の●印）、 $\theta_1 = \omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}$ として、時間的に変化しない位置を調べると

$$\frac{d\theta_1}{dt} = \omega - k \frac{dr}{dt} = 0$$

したがって、

$$\frac{dr}{dt} = v = \frac{\omega}{k} \text{ [m/s]}$$

が得られる。これは速度の単位をもっているので、図の矢印のように正の r 方向に移動していることになる。したがって $\exp[j(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})]$ は時間と共に正の r 方向 (+) に進む波に対応し、 $\exp[j(\omega t + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})]$ は負の r 方向 (-) に進む波を表わしている。特に、この $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}$ の前に付いている符号は、偏波変換など偏波解析を展開していく場合に重要な係数であるから注意を要する。物理学・光学の分野では、 $\exp[i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}]$ が最初に用いられてきたため、工学とは逆の関係にあり、 $\exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)]$ 、 $\exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \omega t)]$ がそれぞれ + r 、- r 方向に進む波を表わしている。

式(2.1.27)において、 $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = k_x x + k_y y + k_z z = \text{constant}$ であれば、場の位相は一定である。 $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = \text{const}$ となる \mathbf{r} は平面を定義する式なので、その平面では位相は一定である。それゆえ、式(2.1.30)は時間的変動を含めた平面波を表すことになる。

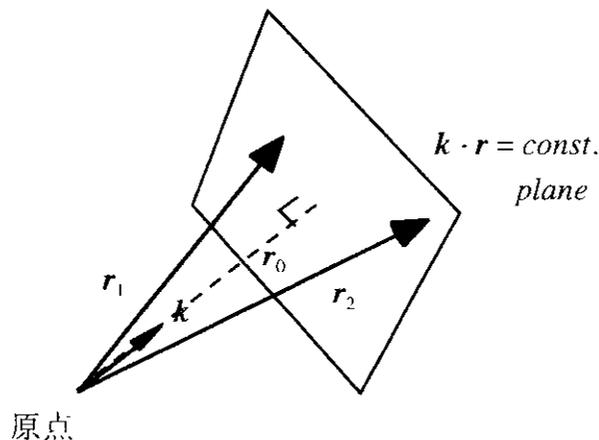


図2.3 一定位相面

平面波は図2.3から分かるように、 \mathbf{r} が \mathbf{r}_0 方向のときに最も位相変化が大きく、 $\mathbf{r}_0 \propto \mathbf{k}$ 方向に伝搬していく。式(2.1.28)で定義される波数ベクトル \mathbf{k} の方向が平面波の伝搬方向となる。

損失の無い等方性の媒質では、波数ベクトル \mathbf{k} の成分は実数となり、その大きさは

$$k = \omega \sqrt{\epsilon \mu} = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.1.31)$$

v は媒質中の電磁波の速度、 λ はその波長である。もし、比誘電率が ϵ_r の媒質であれば、自由空間での値（添字 0）と比較して以下のようになる。

$$\text{波数 } k = k_0 \sqrt{\epsilon_r} \quad (2.1.32)$$

$$\text{位相速度 } \frac{dr}{dt} = v = \frac{\omega}{k} = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{3 \times 10^8}{\sqrt{\epsilon_r}} \text{ [m/s]} \quad (2.1.33)$$

$$\text{波長 } \lambda = \lambda_0 / \sqrt{\epsilon_r} \quad (2.1.34)$$

2.1.3 単一周波数のTEM (Transverse Electro-Magnetic) 波

前節で波動方程式を解いて電界の数学的な解が得られたが、ここでは、電界と磁界の関係を求めておこう。(2.1.1)のMaxwell方程式にフェイザーを使えば、

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = -j\omega\mu\mathbf{H}(\mathbf{r}) \quad (2.1.35)$$

+ \mathbf{r} 方向に向かう電界(2.1.30b)のフェイザーを代入して

$$\nabla \times \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ -jk_x & -jk_y & -jk_z \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = -j\omega\mu\mathbf{H}_0(\mathbf{r})$$

$$\text{従って, } \mathbf{k} \times \mathbf{E}_0 = \omega\mu\mathbf{H}_0 \quad (2.1.36a)$$

$$\text{もし, } \mathbf{k} = k_x\mathbf{a}_x + k_y\mathbf{a}_y + k_z\mathbf{a}_z = |\mathbf{k}| \hat{\mathbf{k}} \quad (2.1.28)$$

$$\hat{\mathbf{k}} = \frac{\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|} = \frac{k_x\mathbf{a}_x + k_y\mathbf{a}_y + k_z\mathbf{a}_z}{\sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}} \quad \text{: 単位ベクトル} \quad (2.1.37)$$

とおけば、自由空間では

$$|\mathbf{k}| = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{E}_0 = \frac{\omega\mu_0}{\omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \mathbf{H}_0 = \eta \mathbf{H}_0 \quad (2.1.36b)$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \quad (2.1.38a)$$

ここで、 η は媒質の固有インピーダンスである。媒質に損失のある場合、固有インピーダンスは次の表現になる。

$$\eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\epsilon}} \quad (2.1.38b)$$

同様に、式 (2.1.2) より $\mathbf{k} \times \mathbf{H}_0 = -\omega\epsilon\mathbf{E}_0$ (2.1.39a)

$$\eta \mathbf{H}_0 \times \hat{\mathbf{k}} = \mathbf{E}_0 \quad (2.1.39b)$$

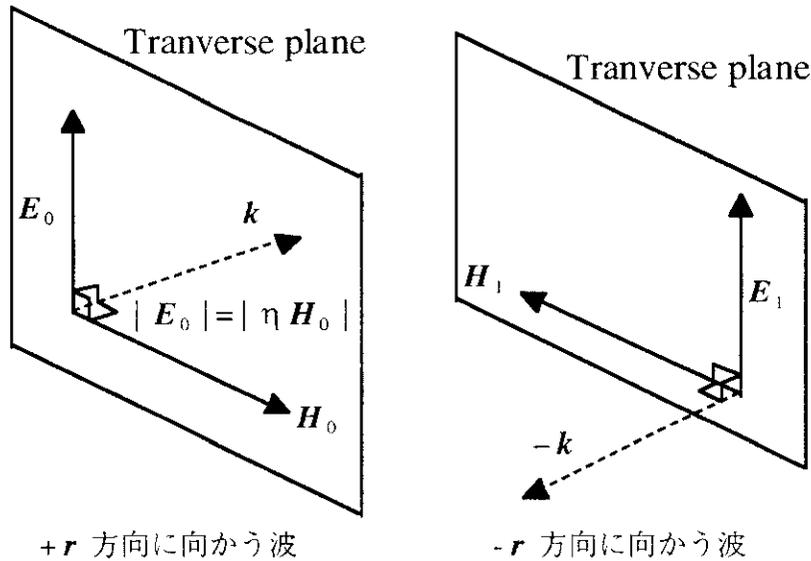
$$|\mathbf{E}_0| = |\eta \mathbf{H}_0| \quad (2.1.40)$$

また、 $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$, $\nabla \cdot \mathbf{D} = 0$ というソース無しの式から

$$\hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{H}_0 = 0 \quad (2.1.41)$$

$$\hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{E}_0 = 0 \quad (2.1.42)$$

それゆえ、 \mathbf{E}_0 と $\eta \mathbf{H}_0$ は大きさが等しく、図2.4のように互いに直交し、伝搬方向 \mathbf{k} にも垂直であることが分かる。即ち、 \mathbf{E}_0 と \mathbf{H}_0 は伝搬方向と垂直な(横断面：Transverse面)に存在しているため、TEM (Transverse Electro-Magnetic)波と呼ばれる。



+r 方向に向かう波

-r 方向に向かう波

図2.4 平面波の電界、磁界と伝搬方向の関係

-r (-k) 方向に向かう電界(2.1.30c)についても

$$-k \times \mathbf{E}_1 = \omega\mu \mathbf{H}_1 \quad (-\hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{E}_1 = \eta \mathbf{H}_1) , \quad (2.1.43a)$$

$$-k \times \mathbf{H}_1 = -\omega\epsilon \mathbf{E}_1 \quad (\hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{H}_1 = \frac{1}{\eta} \mathbf{E}_1) , \quad (2.1.43b)$$

$$\hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{H}_1 = \hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{E}_1 = 0 \quad (2.1.43c)$$

が成り立ち、ベクトル的に書くと、+r 方向に向かう波と全く同じ位置関係が得られる。つまり、図2.1.4から分かるように、どちらの方向に進む波でも $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$ が進行方向になっている。

波の進む方向は任意 ($\mathbf{k} = k_x \mathbf{a}_x + k_y \mathbf{a}_y + k_z \mathbf{a}_z$) であるが、直角座標系の z 軸方向を進行方向とすれば、 $\mathbf{k} = k \mathbf{a}_z$ となる。その場合、電界・磁界は横断面 (x-y) 面内に横たわり、電界 \mathbf{E} と磁界 \mathbf{H} は図2.5に示すようになる。

電界 \mathbf{E} と磁界 \mathbf{H} は図2.5に示すようになる。

$$\mathbf{H}_0(z, t) = \frac{1}{\eta} \mathbf{a}_z \times \mathbf{E}_0(z, t) = \mathbf{a}_z \times \operatorname{Re} \left\{ \frac{\mathbf{E}_0}{\eta} \exp \left[j(\omega t - kz) \right] \right\} \quad (2.1.44a)$$

$$\mathbf{H}_1(z, t) = -\frac{1}{\eta} \mathbf{a}_z \times \mathbf{E}_1(z, t) = -\mathbf{a}_z \times \operatorname{Re} \left\{ \frac{\mathbf{E}_1}{\eta} \exp \left[j(\omega t + kz) \right] \right\} \quad (2.1.44b)$$

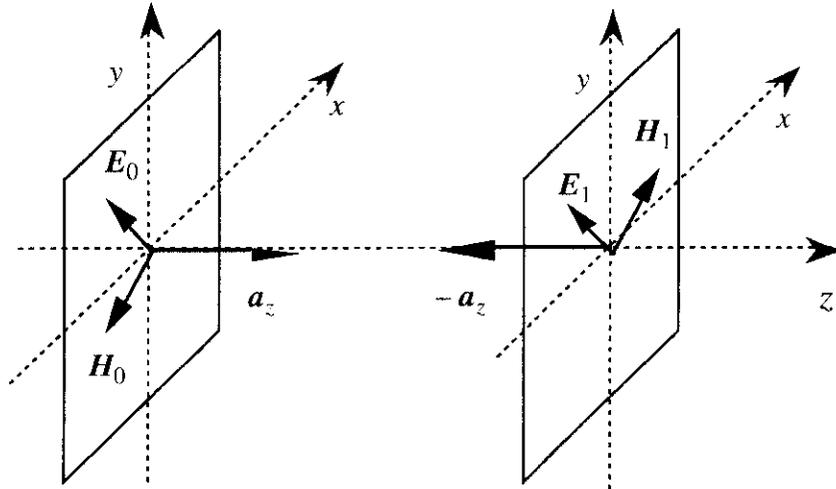


図2.5 電界・磁界ベクトルの方向

2.1.4 TEM 波のPower

Poyntingの定理によれば、Poynting Vector \mathbf{S} は瞬時ベクトル \mathbf{E} 、 \mathbf{H} と次の関係式で結ばれている。

$$\mathbf{S} = \mathbf{E}(r, t) \times \mathbf{H}(r, t) \quad (2.1.45)$$

これに式(2.1.30a), (2.1.44a), (2.1.44b)を代入すると

$$\mathbf{S}(z, t) = \mathbf{a}_z \frac{|\mathbf{E}_0|^2}{\eta} \cos^2(\omega t - kz) - \mathbf{a}_z \frac{|\mathbf{E}_1|^2}{\eta} \cos^2(\omega t + kz) \quad (2.1.46)$$

$z = \text{const}$ の面を考えたとき、時間平均した電力密度の流れは

$$\langle \mathbf{S}(z, t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{S}(z, t) dt = \mathbf{a}_z \frac{|\mathbf{E}_0|^2}{2\eta} - \mathbf{a}_z \frac{|\mathbf{E}_1|^2}{2\eta} \quad (2.1.47)$$

すなわち、 $(\mathbf{E}_0, \mathbf{H}_0)$ と $(\mathbf{E}_1, \mathbf{H}_1)$ の成分毎に、独立に電力が運ばれることが分かる。さて瞬時Poynting Vector \mathbf{S} と、フェイザー表現を使って電力流を求めるのに都合の良い複素Poynting Vector \mathbf{P} との関係を調べてみよう。まず、フェイザー表現を使ったMaxwellの方程式から次の関係が得られる。

$$\nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) = -j [\mathbf{B} \cdot \mathbf{H}^* - \mathbf{E} \cdot \mathbf{D}^*] - \mathbf{E} \cdot \mathbf{J}^* \quad (2.1.48)$$

複素 Poynting Vector \mathbf{P} は次のように定義されている。

$$\mathbf{P} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* \quad (2.1.49)$$

複素量の場のベクトル(フェイザー)を実部と虚部の2つに分解し、各成分を実ベクトルで表すと

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_r(\mathbf{r}) + j\mathbf{E}_i(\mathbf{r}) \quad , \quad \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_r(\mathbf{r}) + j\mathbf{H}_i(\mathbf{r}) \quad (2.1.50)$$

複素 Poynting Vector \mathbf{P} はそれゆえ

$$\mathbf{P} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* = \mathbf{E}_r \times \mathbf{H}_r + \mathbf{E}_i \times \mathbf{H}_i + j(\mathbf{E}_i \times \mathbf{H}_r - \mathbf{E}_r \times \mathbf{H}_i) \quad (2.1.51)$$

一方、瞬時観測量としてのベクトルは

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \text{Re} \left\{ \mathbf{E}(\mathbf{r}) e^{j\omega t} \right\} = \mathbf{E}_r \cos \omega t - \mathbf{E}_i \sin \omega t \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= \text{Re} \left\{ \mathbf{H}(\mathbf{r}) e^{j\omega t} \right\} = \mathbf{H}_r \cos \omega t - \mathbf{H}_i \sin \omega t \end{aligned} \quad (2.1.52)$$

であるので、瞬時 Poynting Vector \mathbf{S} は

$$\mathbf{S}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_r \times \mathbf{H}_r \cos^2 \omega t + \mathbf{E}_i \times \mathbf{H}_i \sin^2 \omega t - (\mathbf{E}_i \times \mathbf{H}_r + \mathbf{E}_r \times \mathbf{H}_i) \sin \omega t \cos \omega t \quad (2.1.53)$$

となる。明らかに複素 Poynting Vector \mathbf{P} と瞬時 Poynting Vector \mathbf{S} は違うが、瞬時 Poynting Vector の時間平均をとると

$$\langle \mathbf{S}(\mathbf{r}, t) \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \mathbf{S}(\mathbf{r}, t) d(\omega t) = \frac{1}{2} [\mathbf{E}_R \times \mathbf{H}_R + \mathbf{E}_I \times \mathbf{H}_I] = \frac{1}{2} \text{Re} \{ \mathbf{P} \} \quad (2.1.54)$$

つまり、瞬時 Poynting Vector の時間平均は、複素 Poynting Vector の実部と等しい。

$$\langle \mathbf{E} \times \mathbf{H} \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \mathbf{E} \times \mathbf{H} d(\omega t) = \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* \right\} \quad (2.1.55)$$

したがって、複素 Poynting Vector により、時間平均した電力の流れが簡単に表現できる。

さて、上の例では、フェイザーを実部と虚部に分けてみたが、次に、フェイザーの中で座標系や偏波に関わる成分について考えてみよう。 z 方向に伝搬する平面波に対して

$$\mathbf{P} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* = \mathbf{E} \times \frac{1}{\eta} (\mathbf{a}_z \times \mathbf{E}^*) = \frac{\mathbf{a}_z}{\eta} |\mathbf{E}|^2 \quad (2.1.56)$$

であるから、時間平均のエネルギーの流れは

$$\frac{1}{2} \text{Re} (\mathbf{P}) = \frac{\mathbf{a}_z}{2\eta} |\mathbf{E}|^2 \quad (2.1.57)$$

で与えられる。つまり，電界の大きさの2乗 $|\mathbf{E}|^2$ に比例する。Transverse面内で，電界は任意の方向を向いていてもかまわないので，一般性を持たせるために電界の成分を複素数として

$$\mathbf{E} = a_x \mathbf{E}_x + a_y \mathbf{E}_y = a_x (E_{xr} + j E_{xi}) + a_y (E_{yr} + j E_{yi}) \quad (2.1.58)$$

と書くことができる。これを代入して

$$\begin{aligned} |\mathbf{E}|^2 &= \left| (a_x E_{xr} + a_y E_{yr}) + j (a_x E_{xi} + a_y E_{yi}) \right|^2 = (a_x E_{xr} + a_y E_{yr})^2 + (a_x E_{xi} + a_y E_{yi})^2 \\ &= |E_x|^2 + |E_y|^2 \end{aligned} \quad (2.1.59)$$

となり，結果的にz方向に伝搬する平面波のエネルギーは，各成分の2乗和で表されることになる。これは，一見当然のことであるが，後述するように偏波の観点からは $|\mathbf{E}|^2$ は偏波基底によらない不変量であり，また，空間的に直交する電界成分は，互いに独立にエネルギーを運ぶことを意味している。

2.2 だ円偏波の表現方法

偏波とは、空間のある定まった点で、単一の周波数をもつ電波の進行方向の後ろ側から電界ベクトルの先端を観測したときに、時間の関数として電界ベクトルの先端が描く軌跡のことである。IEEE Standard Dictionary によれば、

"That property of a radiated electromagnetic wave describing the time-varying direction and amplitude of the electric field vector: specifically, the figure traced as a function of time by the extremity of the vector at a fixed location in space, as observed along the direction of propagation."

となっている。時間的に調和振動している電界ベクトルの先端の軌跡は、一般にだ円形となることが知られている。図2.6に示すように、だ円形の極限として直線や円がある。また、回転の方向もある。このだ円を表わすのに、ellipticity angle, tilt angle, size, 相対位相, 偏波比, Stokesパラメータ, ポアンカレ球(Poincare Sphere)などがある。以下にだ円偏波を表現する際に使われるいくつかの記号と、その定義およびそれらの関係を紹介する。

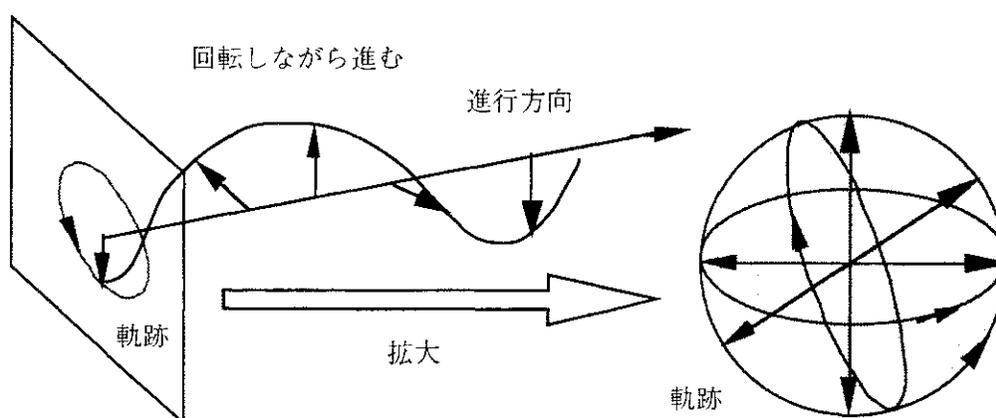


図2.6 電界の先端の軌跡

2.2.1 一般的表現

単一周波数で均質な媒質中のTEM波の電界は、横断面内で2つの直交成分に分解することができる。この波が+z方向に伝搬すると仮定して、x-yの直交成分に分解しよう。すると、時間関数としての瞬時電界ベクトル $\boldsymbol{\varepsilon}(z, t)$ (観測量でフェイザー表現ではない) は次のようにかける。

$$\boldsymbol{\varepsilon}(z, t) = \begin{bmatrix} \varepsilon_x(z, t) \\ \varepsilon_y(z, t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |E_x| \cos(\omega t - kz + \phi_x) \\ |E_y| \cos(\omega t - kz + \phi_y) \end{bmatrix} \quad (2.2.1)$$

ここで、 $|E_x|$, $|E_y|$ は振幅, ϕ_x , ϕ_y は絶対位相を表わす。各成分は時間と共に調和振動しているが、空間を固定して $z=0$ の面で観測すると、式(2.2.1)は

$$\boldsymbol{\varepsilon}(t) = \begin{bmatrix} \varepsilon_x(t) \\ \varepsilon_y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |E_x| \cos(\omega t + \phi_x) \\ |E_y| \cos(\omega t + \phi_y) \end{bmatrix} \quad (2.2.2)$$

となり、各成分は

$$\begin{aligned}\varepsilon_x(t) &= |E_x| \cos(\omega t + \phi_x) = |E_x| \cos \omega t \cos \phi_x - |E_x| \sin \omega t \sin \phi_x \\ \varepsilon_y(t) &= |E_y| \cos(\omega t + \phi_y) = |E_y| \cos \omega t \cos \phi_y - |E_y| \sin \omega t \sin \phi_y\end{aligned}\quad (2.2.3)$$

である。 $\phi = \phi_y - \phi_x$ とおいて、(2.2.3)を変形すると

$$\begin{aligned}|E_y| \varepsilon_x(t) \cos \phi_y - |E_x| \varepsilon_y(t) \cos \phi_x &= |E_x| |E_y| \sin \phi \sin \omega t \\ |E_y| \varepsilon_x(t) \sin \phi_y - |E_x| \varepsilon_y(t) \sin \phi_x &= |E_x| |E_y| \sin \phi \cos \omega t\end{aligned}\quad (2.2.4)$$

が得られる。これから時間関数 ωt の項を消去すると

$$\frac{\varepsilon_x^2(t)}{|E_x|^2} - \frac{2 \varepsilon_x(t) \varepsilon_y(t)}{|E_x| |E_y|} \cos \phi + \frac{\varepsilon_y^2(t)}{|E_y|^2} = \sin^2 \phi \quad (2.2.5)$$

これはだ円の方程式を表している。それ故、瞬時電界ベクトルの成分 $\varepsilon_x(t), \varepsilon_y(t)$ は、図2.7に示すようなだ円の軌跡を描くことがわかる。

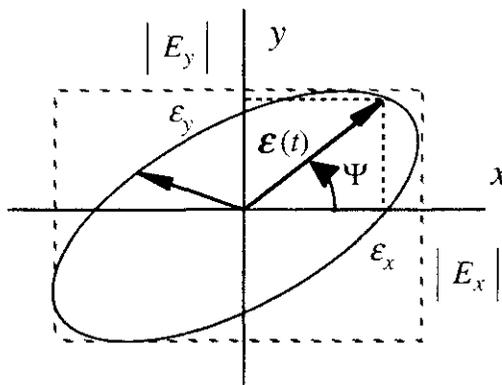


図2.7 電界ベクトル先端の軌跡

電界ベクトルの先端の軌跡は（一般的には）だ円であるが、その回転の向きは、相対位相差に依存することが次の式よりわかる。いま、x軸からy軸に向かって測った時間と共に変化する角を

$$\psi = \tan^{-1} \frac{\varepsilon_y(t)}{\varepsilon_x(t)} = \tan^{-1} \frac{|E_y| \cos(\omega t + \phi_y)}{|E_x| \cos(\omega t + \phi_x)} \quad (2.2.6)$$

とすると、その時間による変化は微分操作より、

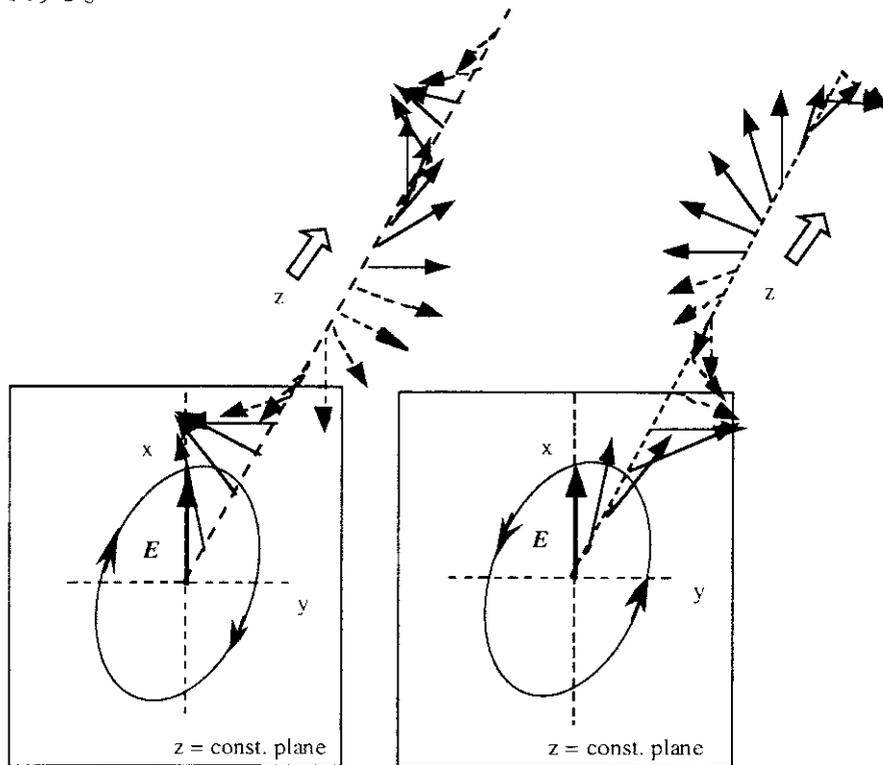
$$\begin{aligned}\frac{d\psi}{\cos^2 \psi} &= \frac{|E_y|}{|E_x|} \frac{-\omega \sin(\phi_y - \phi_x)}{\cos^2(\omega t + \phi_x)} dt \\ \frac{\partial \psi}{\partial t} &= \frac{-\omega |E_x| |E_y| \sin \phi}{|E_x|^2 \cos^2(\omega t + \phi_x) + |E_y|^2 \cos^2(\omega t + \phi_y)} = \frac{-\omega |E_x| |E_y| \sin \phi}{|\varepsilon(t)|^2}\end{aligned}\quad (2.2.7)$$

となる。これより、

$$0 < \phi < \pi \quad \text{に対して} \quad \frac{\partial \psi}{\partial t} < 0 \quad (\text{左回り, 反時計回り}) \quad (2.2.8a)$$

$$-\pi < \phi < 0 \quad \text{に対して} \quad \frac{\partial \psi}{\partial t} > 0 \quad (\text{右回り, 時計回り}) \quad (2.2.8b)$$

偏波の回転方向は、図2.8のように伝搬方向の後ろ側から電界ベクトルの先端を見たときに、時間の経過と共にどちら方向に回るかで決めている。IEEE Standardによれば、 $z=\text{const}$ の面内で、時間と共に時計回りに回転するものを「右回り」と定義し、逆に、反時計回りに回転するものを「左回り」と定義している。図2.8では、3次的に電界ベクトルを書いているので誤解は少ないと思われるが、 z 軸方向にのびる電界の回り方と、 $z=\text{const}$ 面内の回り方は、逆であることに注意されたい。 $z=\text{const}$ 面内で $x-y$ 平面の右手座標系は図のようになっているので、 $\frac{\partial \psi}{\partial t} > 0$ は時間と共に x 軸方向から y 軸方向に向うことになる。したがって、右回りである。



右回りだ円偏波

左回りだ円偏波

図2.8 偏波の回転方向 (handedness)

一方、図2.7や図2.9のような通常の直角座標系の $x-y$ 平面では、 z 軸は紙面から読者側に向き、また、電波は z の負の方向から正の方向に進むと仮定しているので、電波がやってくる方向を見込んでいることになる。図2.9のように書いた場合は、 $-\pi < \phi < 0$ ($\frac{\partial \psi}{\partial t} > 0$)は反時計回りに回り、左回りに見えるが、電波の見る方向が逆であるので、右回りである。

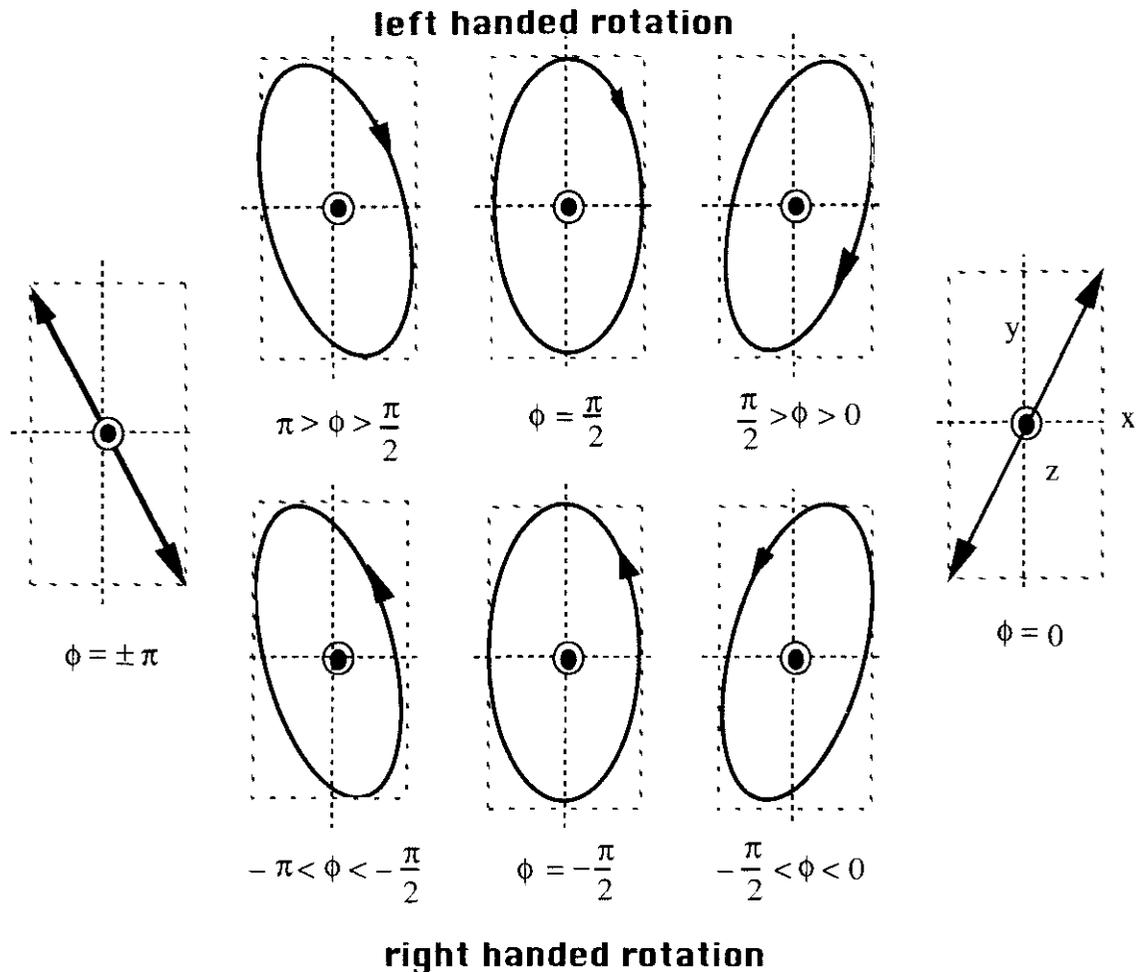


図2.9 一般的なだ円偏波

そこで、定義から $\phi = \phi_y - \phi_x$ のとる範囲を調べ、

- $0 < \phi < \pi$ は 左回り, Left handed rotation sense
- $-\pi < \phi < 0$ は 右回り, Right handed rotation sense

であると理解すればよい。それゆえ、相対位相差 $\phi = \phi_y - \phi_x$ を調べることで、ベクトルの先端の回転方向がわかる。 $\phi > 0$ すなわち、 ϕ_y が ϕ_x より進んでいけば、左回りのだ円偏波となり、その逆では右回りのだ円偏波となる。もし、相対位相差 $\phi = \phi_y - \phi_x$ が π の整数倍ならば、2つの成分は同相・逆相となり、直線を描く。

2.2.2 幾何学的パラメータ (τ, ϵ, A) による表現

電界ベクトルの先端の軌跡は、一般にだ円を描くので、だ円偏波を表現するのに図2.10に示すような幾何学的パラメータの (τ, ϵ, A) を使ったほうが便利ことが多い。これらのパラメータは、それぞれ傾き角(tilt(orientation) angle) τ , ellipticity angle ϵ , size A であり、次のように定義されている。

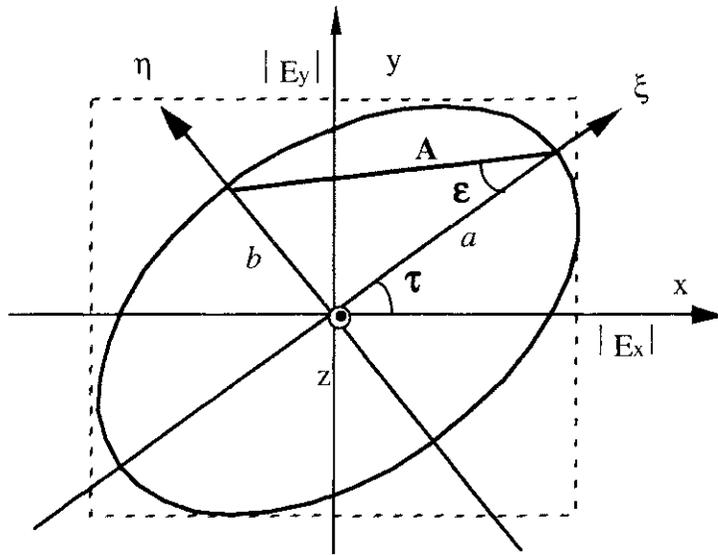


図2.10 だ円偏波を表すパラメータ

Ellipticity angle ϵ
$$\epsilon = \tan^{-1} \frac{b}{a} \quad \left(-\frac{\pi}{4} \leq \epsilon \leq \frac{\pi}{4}\right) \quad (2.2.9)$$

b はだ円の短軸， a はだ円の長軸の長さである。これはだ円の膨らみ具合を表しており， $\epsilon = \pm \frac{\pi}{4}$ で完全な円， $\epsilon = 0$ で直線となる。回転の向きとして，左回りのだ円偏波では $\epsilon > 0$ ，右回りのだ円偏波に対しては $\epsilon < 0$ である。式(2.2.19)を参照。

Tilt angle (傾き角) τ は，だ円の長軸と正の x 軸のなす角度であり，だ円の傾きを表す。その範囲は $(-\frac{\pi}{2} \leq \tau \leq \frac{\pi}{2})$ である。だ円の大きさは

$$A = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (2.2.10)$$

によって与えられる。 A^2 は電力を表し，偏波情報とは直接に関係しない。図2.11に幾何学的パラメータを使っただ円偏波を示す。

平面波のだ円偏波の状態は，これらの幾何学的パラメータによって定義することができる。ここで，単一周波数の平面波のだ円偏波状態を表わす2つのパラメータ $(|E_x|, |E_y|, \phi_x, \phi_y)$ と (A, ϵ, τ) の関係性を求めてみよう。

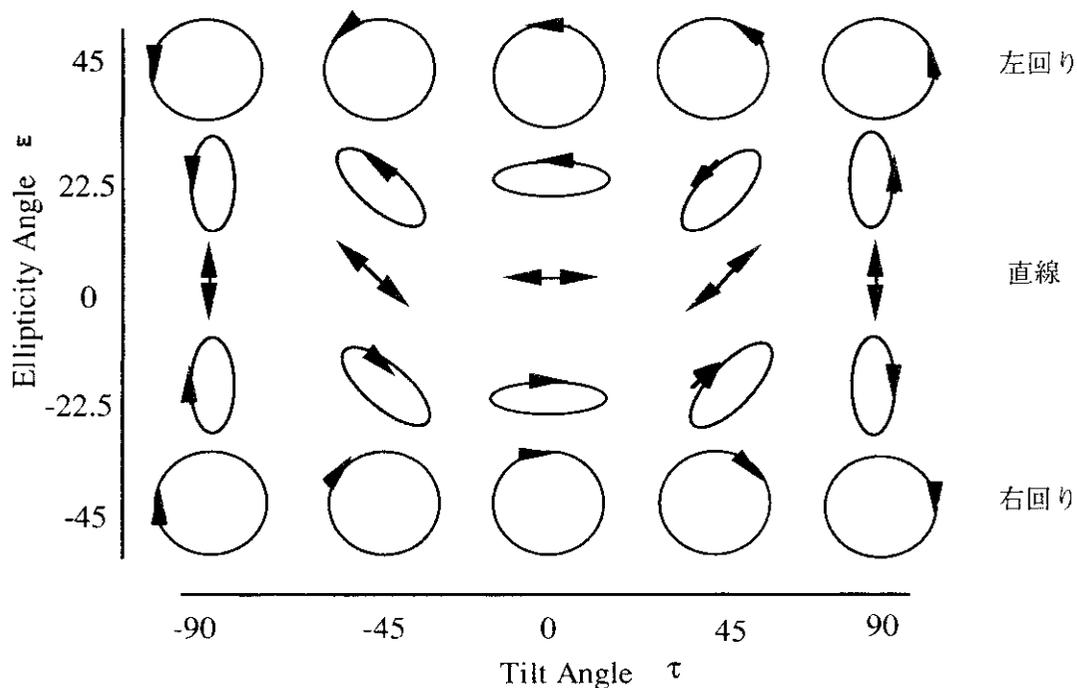


図2.11 幾何学的パラメータによるだ円偏波の表現

図2.10において、 ξ 軸と η 軸をそれぞれ、新しい長軸と短軸方向に選ぶ。この新しい座標系で、だ円偏波は傾きのない正規のだ円となる。このだ円座標で電界の各成分は

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{\xi} \\ \varepsilon_{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \cos(\omega t - kz + \phi_{\xi}) \\ b \cos(\omega t - kz + \phi_{\eta}) \end{bmatrix}$$

と書くことができるが、だ円の方方程式(2.2.5)からも分かるように、位相的には $\phi = \phi_{\eta} - \phi_{\xi} = \frac{\pi}{2}$ となり、(2.2.1)は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{\xi} \\ \varepsilon_{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \cos(\omega t - kz + \phi_{\xi}) \\ b \cos(\omega t - kz + \phi_{\eta}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \cos(\omega t - kz + \phi_{\xi}) \\ -b \sin(\omega t - kz + \phi_{\xi}) \end{bmatrix} \quad (2.2.11)$$

新しい軸はx-y軸を τ だけ回転して得られるので、x-y座標における電界は、 (ξ, η) 座標では次のように変換できる。

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{\xi} \\ \varepsilon_{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \tau & \sin \tau \\ -\sin \tau & \cos \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \end{bmatrix} \quad (2.2.12)$$

式(2.2.1), (2.2.11)を式(2.2.12)に代入することによって

$$|E_x| \cos(\omega t - kz + \phi_x) \cos \tau + |E_y| \cos(\omega t - kz + \phi_y) \sin \tau = a \cos(\omega t - kz + \phi_{\xi})$$

$$\left| E_x \right| \cos(\omega t - kz + \phi_x) \sin \tau - \left| E_y \right| \cos(\omega t - kz + \phi_y) \cos \tau = b \sin(\omega t - kz + \phi_\xi)$$

sin, cos 関数を展開し, $\sin(\omega t - kz)$, $\cos(\omega t - kz)$ の係数を比較すれば

$$\begin{aligned} \left| E_x \right| \cos \phi_x \cos \tau + \left| E_y \right| \cos \phi_y \sin \tau &= a \cos \phi_\xi \\ \left| E_x \right| \sin \phi_x \cos \tau + \left| E_y \right| \sin \phi_y \sin \tau &= a \sin \phi_\xi \\ \left| E_x \right| \cos \phi_x \sin \tau - \left| E_y \right| \cos \phi_y \cos \tau &= b \sin \phi_\xi \\ \left| E_x \right| \sin \phi_x \sin \tau - \left| E_y \right| \sin \phi_y \cos \tau &= -b \cos \phi_\xi \end{aligned} \quad (2.2.13)$$

簡単な演算の結果, 次の関係式が得られる。

$$\frac{b}{a} = \frac{\left| E_x \right| \cos \phi_x \sin \tau - \left| E_y \right| \cos \phi_y \cos \tau}{\left| E_x \right| \sin \phi_x \cos \tau + \left| E_y \right| \sin \phi_y \sin \tau} \quad (2.2.14a)$$

$$\frac{b}{a} = \frac{-\left| E_x \right| \sin \phi_x \sin \tau + \left| E_y \right| \sin \phi_y \cos \tau}{\left| E_x \right| \cos \phi_x \cos \tau + \left| E_y \right| \cos \phi_y \sin \tau} \quad (2.2.14b)$$

$$a^2 + b^2 = \left| E_x \right|^2 + \left| E_y \right|^2 \quad (2.2.15)$$

$$\frac{1}{2} \left(\left| E_x \right|^2 - \left| E_y \right|^2 \right) \sin 2\tau = \left| E_x \right| \left| E_y \right| \cos 2\tau \cos(\phi_y - \phi_x) \quad (2.2.16)$$

$\phi = \phi_y - \phi_x$ を代入して

$$\tan 2\tau = \frac{2 \left| E_x \right| \left| E_y \right| \cos \phi}{\left| E_x \right|^2 - \left| E_y \right|^2} \quad (2.2.17)$$

$$ab = \left| E_x \right| \left| E_y \right| \sin(\phi_y - \phi_x) = \left| E_x \right| \left| E_y \right| \sin \phi \quad (2.2.18)$$

となる。ellipticityの定義と(2.2.14)を使って

$$\sin 2\varepsilon = \frac{2 \sin \varepsilon \cos \varepsilon}{\sin^2 \varepsilon + \cos^2 \varepsilon} = \frac{2 \tan \varepsilon}{1 + \tan^2 \varepsilon} = \frac{2(b/a)}{1 + (b/a)^2} = \frac{2 \left| E_x \right| \left| E_y \right| \sin \phi}{\left| E_x \right|^2 + \left| E_y \right|^2} \quad (2.2.19)$$

(2.2.17), (2.2.19)から, $\varepsilon, \tau, \left| E_x \right|, \left| E_y \right|, \phi$ の関係がわかる。また, (2.2.12)から,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \varepsilon_\xi \\ \varepsilon_\eta \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} a \cos(\omega t - kz + \phi_\xi) \\ -b \sin(\omega t - kz + \phi_\xi) \end{bmatrix} = \sqrt{a^2 + b^2} \begin{bmatrix} \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos(\omega t - kz + \phi_\xi) \\ \frac{-b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin(\omega t - kz + \phi_\xi) \end{bmatrix} \\ &= A \begin{bmatrix} \cos \varepsilon \cos(\omega t - kz + \phi_\xi) \\ -\sin \varepsilon \sin(\omega t - kz + \phi_\xi) \end{bmatrix} = \text{Re} \left\{ A \begin{bmatrix} \cos \varepsilon \\ j \sin \varepsilon \end{bmatrix} \exp \left[j(\omega t - kz + \phi_\xi) \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.2.20)$$

(2.2.12)より,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos \tau & -\sin \tau \\ \sin \tau & \cos \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_\xi \\ \varepsilon_\eta \end{bmatrix} = \operatorname{Re} \left\{ A \begin{bmatrix} \cos \tau & -\sin \tau \\ \sin \tau & \cos \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varepsilon \\ j \sin \varepsilon \end{bmatrix} \exp \left[j(\omega t - kz + \phi_\xi) \right] \right\} \\ \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \end{bmatrix} &= \operatorname{Re} \left\{ \begin{bmatrix} |E_x| e^{j\phi_x} \\ |E_y| e^{j\phi_y} \end{bmatrix} \exp \left[j(\omega t - kz) \right] \right\} \quad \text{だから, 偏波状態は次のように書ける。} \\ & \begin{bmatrix} |E_x| e^{j\phi_x} \\ |E_y| e^{j\phi_y} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \cos \tau & -\sin \tau \\ \sin \tau & \cos \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varepsilon \\ j \sin \varepsilon \end{bmatrix} e^{j\phi_\xi} \end{aligned} \quad (2.2.21)$$

もし, 振幅を $A=1$ と正規化すれば, 絶対位相 ϕ_ξ を除き, (2.2.21)は単位ベクトル $\begin{bmatrix} \cos \varepsilon \\ j \sin \varepsilon \end{bmatrix}$ を $-\tau$ だけ回転 $\begin{bmatrix} \cos \tau & -\sin \tau \\ \sin \tau & \cos \tau \end{bmatrix}$ させたものに等しいと解釈できる。

2.2.3 Jones ベクトルによる表現

2.2.1節では, 電界を実数の測定できる量 $\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{r}, t)$ として記述した。ここでは, 複素電界ベクトル(フェイザー)を考える。周波数 ω の場では, 瞬時ベクトルは次の形をとる。

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{r}, t) = \operatorname{Re} \left\{ \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) \exp(j\omega t) \right\} \quad (2.2.22)$$

電界ベクトル $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ は空間座標の関数であり, フェイザーである。

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{E}_0 \exp(-j\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}) \quad (2.2.23)$$

正の z 軸方向に伝搬する平面波に対して, \boldsymbol{E}_0 は複素振幅を持つベクトルであり, 次の形式でかける。

$$\boldsymbol{E}(z) = \begin{bmatrix} |E_x| e^{j\phi_x} \\ |E_y| e^{j\phi_y} \end{bmatrix} e^{-jkz} \quad (2.2.24)$$

また, z が一定の面では, z に関する項を取り除くことができ, $z=0$ をとると

$$\boldsymbol{E}(0) = \begin{bmatrix} |E_x| e^{j\phi_x} \\ |E_y| e^{j\phi_y} \end{bmatrix} \quad (2.2.25)$$

このベクトルは"Jones vector"と呼ばれている。絶対位相は観測点や伝搬距離によって大きく変化するので, 一般に計測は難しい。そこで, x 成分を実数化するように, x の絶対位相 ϕ_x を抜き出し, 相対位相 $\phi = \phi_y - \phi_x$ を使うと次の形になる。

$$\mathbf{E}(0) = \mathbf{E}_0 = \begin{bmatrix} |E_x| \\ |E_y| e^{j\phi} \end{bmatrix} \quad (2.2.26)$$

2.2.4 偏波比 (Polarization ratio) ρ による表現

平面波の電界は、Transverse 面内で2つの直交成分に分解できる。その成分は x - y のような直線基底が最も一般的であるが、円、だ円などの直交基底もある。分解の方法は任意であり、我々は2つの直交成分を偏波の基底として選ぶことができる。任意の偏波基底、即ち、単位ベクトル $\widehat{\mathbf{A}}, \widehat{\mathbf{B}}$ をもつ基底(AB)に対して、偏波状態を定義することができる。

$$\mathbf{E}(A, B) = E_A \widehat{\mathbf{A}} + E_B \widehat{\mathbf{B}} \quad (2.2.27)$$

ここで、 E_A と E_B は複素数で、偏波比はつぎのように定義される。

$$\rho_{AB} = \frac{E_B}{E_A} = \frac{|E_B|}{|E_A|} e^{j(\phi_B - \phi_A)} = |\rho_{AB}| e^{j\phi_{AB}} \quad (2.2.28)$$

ϕ_{AB} は E_A と E_B の位相差である。この複素数の偏波比 ρ_{AB} は、偏波基底(AB)に依存するが、Jones vector で電界を表現すると

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(AB) &= \begin{bmatrix} E_A \\ E_B \end{bmatrix} = |E_A| e^{j\phi_A} \begin{bmatrix} 1 \\ \rho_{AB} \end{bmatrix} \\ &= |E_A| e^{j\phi_A} \frac{\sqrt{1 + \frac{E_B E_B^*}{E_A E_A^*}}}{\sqrt{1 + \frac{E_B E_B^*}{E_A E_A^*}}} \begin{bmatrix} 1 \\ \rho_{AB} \end{bmatrix} = |E| e^{j\phi_A} \frac{1}{\sqrt{1 + \rho_{AB} \rho_{AB}^*}} \begin{bmatrix} 1 \\ \rho_{AB} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.2.29)$$

但し、 $|E| = \sqrt{E_A E_A^* + E_B E_B^*}$

もし、振幅を $|E| = 1$ と選び、絶対位相 ϕ_A を無視すれば、上の表現式は

$$\mathbf{E}(AB) = \frac{1}{\sqrt{1 + \rho_{AB} \rho_{AB}^*}} \begin{bmatrix} 1 \\ \rho_{AB} \end{bmatrix} \quad (2.2.30)$$

となる。偏波比を使ったこの表現方法も、偏波状態の1つの表し方であり、コヒーレント波での解析によく用いる。

(a) 直線偏波基底(HV)における偏波比 ρ_{HV}

直線基底(HV)では偏波状態は $\mathbf{E}(HV) = E_H \widehat{\mathbf{H}} + E_V \widehat{\mathbf{V}}$ (2.2.31) であるので、偏波比 ρ_{HV} は

$$\rho_{HV} = \frac{E_V}{E_H} = \frac{|E_V|}{|E_H|} e^{j(\phi_V - \phi_H)} = \tan \gamma_{HV} e^{j\phi_{HV}} \quad (2.2.32)$$

ここで γ_{HV} は図2.12に定義される角度である。

$$|E_H| = \sqrt{E_H^2 + E_V^2} \cos \gamma_{HV}, \quad |E_V| = \sqrt{E_H^2 + E_V^2} \sin \gamma_{HV} \quad (2.2.33)$$

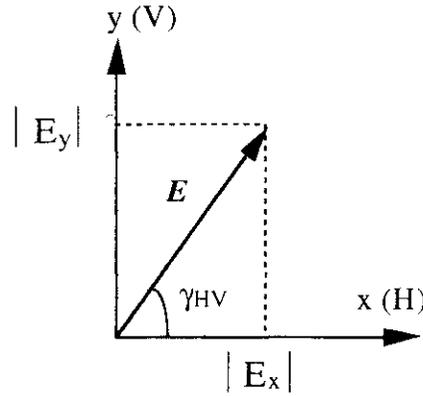


図2.12 電界成分と角度

この表現によると、例えば水平偏波の場合、 $E_V = 0$ となるので $\rho_{HV} = 0$ となり

$$E(HV) = 1 \hat{H} + 0 \hat{V} = \frac{1}{\sqrt{1+0 \cdot 0}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.2.34a)$$

45度傾いた直線偏波では

$$E(HV) = \frac{1}{\sqrt{1+1 \cdot 1}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.2.34b)$$

である。また、左回り円偏波を表現しようとする場合、IEEEの定義では、

$$|E_H| = |E_V|, \quad \phi_{HV} = \phi_V - \phi_H = \frac{\pi}{2}, \quad \rho_{HV} = j \quad \text{なので}$$

$$E(HV) = \frac{1}{\sqrt{1+j(-j)}} \begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix} \quad (2.2.34c)$$

同様に右回り円偏波では

$$E(HV) = \frac{1}{\sqrt{1-j(j)}} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix} \quad (2.2.34d)$$

注：IEEEの定義では、(2.2.34c)、(2.2.34d)のJones Vector表現で円偏波が規定されており、互いに複素共役の関係にある。しかし、第3章に述べる基底変換では、物理的現象と一致しない大きな問題が生じてくる。ポーラリメトリーで偏波比は重要な役割を果たすが、物理的には同じ偏波状態を表わして

じてくる。ポーラリメトリーで偏波比は重要な役割を果たすが、物理的には同じ偏波状態を表わしていても、偏波基底のとり方が異なると違った値となる。

(b) 円偏波基底(LR)における偏波比 ρ_{LR}

円偏波基底において、単位ベクトルは \hat{L} と \hat{R} であり、 \hat{L} は左回り円偏波の単位ベクトル、 \hat{R} は右回り円偏波の単位ベクトルである。従って、円偏波基底を用いた平面波の偏波状態は

$$\mathbf{E}(LR) = E_L \hat{L} + E_R \hat{R} \quad (2.2.35)$$

ここで E_L と E_R はLとRの成分である。偏波比は定義により、

$$\rho_{LR} = \frac{E_R}{E_L} = \frac{|E_R|}{|E_L|} e^{j(\phi_R - \phi_L)} = |\rho_{LR}| e^{j\phi_{LR}} = \tan \gamma_{LR} e^{j\phi_{LR}} \quad (2.2.36)$$

これらのパラメータは、後述するポアンカレー球上でz軸の交点を起点として、直線偏波の場合と同様に定義される。直線偏波の基底による表現とは異なることに注意する必要がある。振幅が1の左回り円偏波は円偏波基底で

$$\mathbf{E}(LR) = 1 \hat{L} + 0 \hat{R} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.2.37a)$$

と表わされ、同様に右回り円偏波は

$$\mathbf{E}(LR) = 0 \hat{L} + 1 \hat{R} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.2.37b)$$

となる。

表2.1にいくつかの偏波状態を示す。

表2.1 正規化されたJones Vectorの幾何学的パラメータ (ϵ, τ) : (ellipticity, tilt angle)と polarization ratio ρ による偏波状態表現

Polarization	ϵ τ		(HV) basis		(LR) basis	
	ϵ	τ	ρ_{HV}	E	ρ_{LR}	E
Linear Horizontal	0	0	0	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	1	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$
Linear Vertical	0	$\frac{\pi}{2}$	∞	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	-1	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -j \\ 1 \end{bmatrix}$
45° Linear	0	$\frac{\pi}{4}$	1	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	j	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1-j \\ 1+j \end{bmatrix}$
135° Linear	0	$-\frac{\pi}{4}$	-1	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$	-j	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -1-j \\ -1+j \end{bmatrix}$
Left-Handed Circular	$\frac{\pi}{4}$		j	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix}$	0	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$
Right-Handed Circular	$-\frac{\pi}{4}$		-j	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix}$	∞	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

ところで、偏波比の分母に相当する値が0で $\rho = \infty$ となって発散してしまうような場合には、解析に不便なことがある。それを避けるために、もとに戻り以下のようにスピナーパラメータを使うことがある。

(2.2.1)を変形すると瞬時ベクトルは

$$\mathbf{E}(z, t) = \sqrt{E_H^2 + E_V^2} \operatorname{Re} \left\{ \begin{bmatrix} \cos \gamma_{HV} \\ \sin \gamma_{HV} e^{j\phi} \end{bmatrix} e^{j(\omega t - kz + \phi_x)} \right\}$$

となるので

$$\phi = \phi_y - \phi_x, \quad \alpha = \phi_x \quad x=H, y=V \text{ とすると一般形として}$$

$$\mathbf{E}(z, t) = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} \operatorname{Re} \left\{ \begin{bmatrix} \cos \gamma \\ \sin \gamma e^{j\phi} \end{bmatrix} e^{j(\omega t - kz + \alpha)} \right\} \quad (2.2.38)$$

この[]で囲まれた項目はスピナーと呼ばれ、伝搬する波の時間、空間依存には無関係な量である。スピナーのパラメータ γ, ϕ は、ポアンカレー球(Poincare Sphere)上で偏波状態を指

定するときにも使われる。このスピナーの表現方法は、偏波比を使ったJones Vector形式と実質的に同じものがある。

2.2.4 偏波パラメータとポアンカレ球

図2.13はポアンカレ偏波球を示している。ポアンカレ球の表面上の点は、あるだ円の状態を示しており、すべての偏波状態と1対1の対応がある。球面上の点を指定することによって偏波状態が指定できる。

点Pの座標を指定するにはいくつかの方法があるが、今まで示した角度 $2\gamma_{HV}$ と ϕ_{HV} 、あるいは幾何学的パラメータ $2\varepsilon, 2\tau$ によって指定できる。 $2\gamma_{HV} = 2\gamma$ は、赤道上の点H(水平偏波を表す)から点Pまでの大圏行路距離HPを表し、 $0 \leq 2\gamma \leq \pi$ の範囲で球の裏側まで到達する。また $\phi_{HV} = \phi$ は、点Hにおいて赤道とHPのなす角度($-\pi \leq \phi \leq \pi$)である。

一方、幾何学的パラメータ(ε, τ)は、 2τ がOH軸から測られる赤道面上での角度で、経度($-\pi \leq 2\tau \leq \pi$)に対応する。そして 2ε は、赤道面とOP軸のなす角度で、緯度($-\pi/2 \leq 2\varepsilon \leq \pi/2$)に対応している。

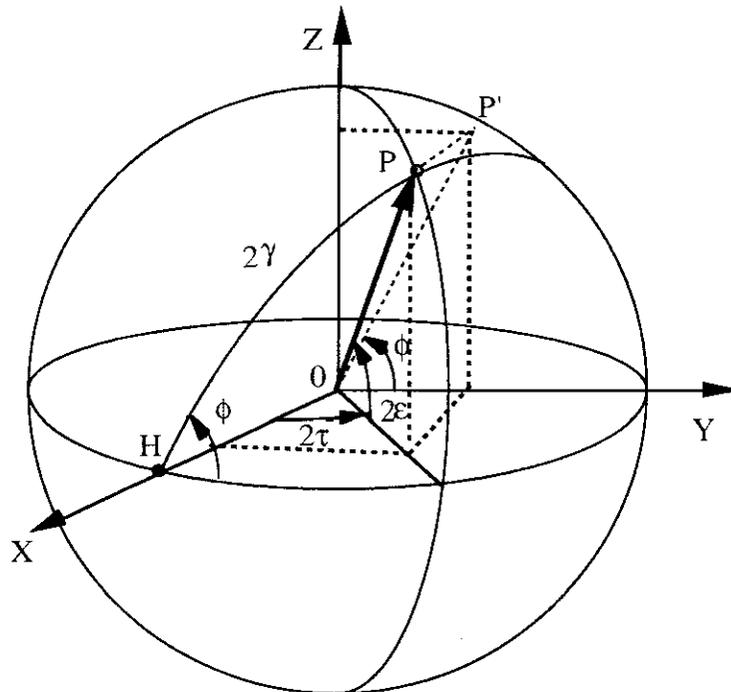


図2.13 ポアンカレ球(Poincare Sphere)と幾何学的パラメータ

なぜこのような出発点Hと角度の取り方をするかは、各パラメータ間の関係や後述のStokesベクトルによる表現とも密接に関わっている。

さて、このスピナーパラメータ $\gamma_{HV} = \gamma$ 、 $\phi_{HV} = \phi$ は、幾何学的パラメータ ε, τ とつぎの関係がある。

$$\sin 2\varepsilon = 2 \cos \gamma \sin \gamma \sin \phi = \sin 2\gamma \sin \phi \quad (2.2.39)$$

(2.2.17)をつかって

$$\tan 2\tau = \frac{2 \tan \gamma}{1 - \tan^2 \gamma} \cos \phi = \tan 2\gamma \cos \phi \quad (2.2.40)$$

また、逆の関係として

$$\frac{\sin^2 2\varepsilon}{\sin^2 2\gamma} + \frac{\tan^2 2\tau}{\tan^2 2\gamma} = 1 \quad (2.2.41)$$

$\sin^2 2\gamma \cos^2 2\tau$ を両辺に掛けて整理すると

$$\cos 2\gamma = \cos 2\tau \cos 2\varepsilon \quad (2.2.42)$$

$$\tan \phi = \frac{\sin 2\varepsilon}{\tan 2\tau \cos 2\gamma} = \frac{\tan 2\varepsilon}{\sin 2\tau} \quad (2.2.43)$$

式 (2.2.39) から(2.2.43)までの関係式を図で書くと、図2.13のようになっている。

2.2.5 Stokesベクトルによる表現

前節では、完全偏波(Completely polarized wave)について扱った。完全偏波した波とは、 $|E_A|$, $|E_B|$, ϕ_{AB} が観測時間中に定数であるか、あるいは少なくとも時間に関して非常にゆっくり変動する波で、位相がそろっているコヒーレント波とも等価である。しかし、観測時間中に位相がランダムに変わる波や、部分的に偏波した波を扱うのには、今までの手法で取り扱うことはできない。完全偏波も含め、これらのすべての波を取り扱うには、Stokesパラメータを用いなければならない。Stokesパラメータは1852年に Sir George Stokes によって創られたものである。

(a) 完全偏波に対するStokesベクトル

単一周波数の完全偏波した平面波は、直線偏波(HV)基底においてStokesパラメータと次の関係で結ばれている。

$$\begin{aligned} g_0 &= |E_H|^2 + |E_V|^2 \\ g_1 &= |E_H|^2 - |E_V|^2 \\ g_2 &= 2 |E_H| |E_V| \cos \phi \\ g_3 &= 2 |E_H| |E_V| \sin \phi \end{aligned} \quad (2.2.44)$$

$|E_H|$, $|E_V|$, ϕ は、 E_H , E_V 成分の振幅、相対位相である。したがって、完全偏波に対しては次の関係が成り立つ。

$$g_0^2 = g_1^2 + g_2^2 + g_3^2 \quad (2.2.45)$$

(2.2.44)からわかるように、 g_0 は全電力、 g_1 は水平偏波と垂直偏波の電力差、 g_2 は45度か135度の傾き角での直線偏波電力、 g_3 は円偏波成分電力を表わしている。もし g_1 , g_2 , g_3 のいずれかが0でなければ、完全偏波した成分が存在することになる。Stokesパラメータは幾何学的パラメータとも関連しており、次の関係が得られる。

$$g_0 = |E_H|^2 + |E_V|^2 = A^2 \quad (2.2.46)$$

$$\sin 2\varepsilon = \frac{g_3}{g_0}, \quad g_3 = g_0 \sin 2\varepsilon = A^2 \sin 2\varepsilon \quad (2.2.47)$$

$$\tan 2\tau = \frac{g_2}{g_1}, \quad g_2 = g_1 \tan 2\tau \quad (2.2.48)$$

(2.2.46)-(2.2.48)を(2.2.45)に代入して

$$g_1 = g_0 \cos 2\varepsilon \cos 2\tau = A^2 \cos 2\varepsilon \cos 2\tau \quad (2.2.49)$$

$$g_2 = g_0 \cos 2\varepsilon \sin 2\tau = A^2 \cos 2\varepsilon \sin 2\tau \quad (2.2.50)$$

それゆえ、Stokesパラメータはすべて A, ε, τ によって表されるわけで、このパラメータを4行1列のコラム形式で書いたものをStokesベクトルと言う。このベクトルの成分 g_1, g_2, g_3 は、図2.13に示したポアンカレ球の直角座標成分に対応している。

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |E_H|^2 + |E_V|^2 \\ |E_H|^2 - |E_V|^2 \\ 2|E_H||E_V|\cos\phi \\ 2|E_H||E_V|\sin\phi \end{bmatrix} = A^2 \begin{bmatrix} 1 \\ \cos 2\tau \cos 2\varepsilon \\ \sin 2\tau \cos 2\varepsilon \\ \sin 2\varepsilon \end{bmatrix} \quad (2.2.51)$$

第3章の末尾に、Ellipticity angle, Tilt angleを変数とした g_1, g_2, g_3 の図面を示す。

(b) 部分偏波に対するStokesベクトル

部分偏波した波は、完全偏波した(位相のそろった)波と位相のそろっていない波の和であり、Coherency Matrix $[J]$ によって表現される。このマトリックスは、電界をそのエルミート共役で乗じたもので得られ、次のように定義されている。

$$[J] = \langle \mathbf{E} \mathbf{E}^+ \rangle = \begin{bmatrix} \langle E_H E_H^* \rangle & \langle E_H E_V^* \rangle \\ \langle E_V E_H^* \rangle & \langle E_V E_V^* \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{HH} & J_{HV} \\ J_{VH} & J_{VV} \end{bmatrix} \quad (2.2.52)$$

ここで、 $\langle \dots \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{2T} \int_{-T}^T (\dots) dt \right]$ で時間平均を表わし、StokesベクトルをCoherency Matrix によって表わせば

$$g_0 = |E_H|^2 + |E_V|^2 = \langle E_H E_H^* \rangle + \langle E_V E_V^* \rangle = J_{HH} + J_{VV}$$

$$g_1 = |E_H|^2 - |E_V|^2 = \langle E_H E_H^* \rangle - \langle E_V E_V^* \rangle = J_{HH} - J_{VV}$$

$$g_2 = 2|E_H||E_V|\cos\phi = \langle E_H E_V^* \rangle + \langle E_V E_H^* \rangle = J_{HV} + J_{VH}$$

$$g_3 = 2 \left| E_H \right| \left| E_V \right| \sin \phi = j \langle E_H E_V^* \rangle - j \langle E_V E_H^* \rangle = j (J_{HV} - J_{VH}) \quad (2.2.53)$$

部分偏波した波は、完全偏波した波と偏波してない波の和であるので、次のようにも書くことができる。

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix} = A^2 \begin{bmatrix} 1-p \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + A^2 \begin{bmatrix} p \\ p \cos 2\varepsilon \cos 2\tau \\ p \cos 2\varepsilon \sin 2\tau \\ p \sin 2\varepsilon \end{bmatrix} \quad (2.2.54)$$

p は偏波の度合いを示し、**degree of polarization** と呼ばれる。

$$p = \sqrt{1 - \frac{4 \det [J]}{(J_{HH} + J_{VV})^2}} = \frac{\sqrt{g_1^2 + g_2^2 + g_3^2}}{g_0} \quad (2.2.55)$$

2.2.6 ポアンカレ球による偏波の視覚表現

ポアンカレ球は、偏波状態を視覚的に理解するのに都合がよい。すべての偏波状態と球の表面上の点に1対1の対応がある。

今まで出てきたパラメータとしては、 (γ_{HV}, ϕ_{HV}) 、幾何学的パラメータ (ε, τ) 、Stokesベクトル成分 (g_1, g_2, g_3) があり、どれを用いても矛盾なく表面上の点を指定できる。

Stokesベクトル成分 (g_1, g_2, g_3) は、ポアンカレ球の直角座標軸成分である。また、幾何学的パラメータ (ε, τ) は、図2.14のように緯度経度を表わしている。

$$\text{緯度} = 2\varepsilon \quad \text{経度} = 2\tau$$

さらに (γ_{HV}, ϕ_{HV}) は、点Hから測る値に対応している。式(2.2.46)から

$$\frac{g_1}{g_0} = \cos 2\varepsilon \cos 2\tau = \cos 2\gamma_{HV} \quad (2.2.56)$$

なので、 $\cos 2\gamma_{HV}$ はStokesベクトル \mathbf{g} がX軸となす角の方向余弦である。それゆえ、点Hから点Pまでのアーク距離(大圏行路距離)は、 $HP = g_0 (2\gamma_{HV}) = 2\gamma_{HV}$ のように表せる。また、角度 ϕ_{HV} は赤道面と最大円(アーク距離方向)とのなす角度であり、XOY面とXOP面のなす角度に等しい。点PをXOZ面に投影すれば、XOZ面上の投影点P'から作られる角度 $\angle YOP' = \phi_{HV}$ となる。YOZ面で次の式が成り立つことがわかる。

$$\tan \phi_{HV} = \tan \angle YOP' = \frac{g_3}{g_2} \quad (2.2.57)$$

従って、ポアンカレ球上の点Pは、同じ場所でも偏波状態の表現方法により、

$$\begin{aligned} & (2\gamma, \phi), \quad (0 \leq \gamma \leq \pi/2, -\pi \leq \phi \leq \pi) \\ & (2\tau, 2\varepsilon), \quad (-\pi/2 \leq \tau \leq \pi/2, -\pi/4 \leq \varepsilon \leq \pi/4) \\ & (g_1, g_2, g_3), \quad (-1 \leq g_1, g_2, g_3 \leq 1) \end{aligned}$$

2.3 偏波パラメータ間の関係

今まで、電界の振幅、位相から出発し、各種パラメータによってだ円偏波を表現してきた。表現方法に変化はあるが、本質的に同じものを指している。偏波状態を視覚的に捉えるには、ポアンカレー球が最も優れている。偏波比と幾何学的パラメータ、Stokesベクトルと偏波比の関係など次章以降でよく使う関係と共に、これらのパラメータの相互関係を図2.16、図2.17に示す。

(a) 偏波比と幾何学的パラメータ

$$\mathcal{E}(A, \phi_\xi, \tau, \varepsilon) = \begin{bmatrix} \mathcal{E}_x \\ \mathcal{E}_y \end{bmatrix} = \text{Re} \left\{ A \begin{bmatrix} \cos \tau & -\sin \tau \\ \sin \tau & \cos \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varepsilon \\ j \sin \varepsilon \end{bmatrix} e^{j(\omega t + \phi_\xi)} \right\} \quad (2.2.58)$$

であったので、振幅を1、初期位相を無視し、スピナーとして

$$\begin{bmatrix} E_H \\ E_V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \tau & -\sin \tau \\ \sin \tau & \cos \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varepsilon \\ j \sin \varepsilon \end{bmatrix} \quad (2.2.59)$$

ととることができる。偏波比はellipticity, tilt angleを使って

$$\rho = \frac{E_V}{E_H} = \frac{\sin \tau \cos \varepsilon + j \cos \tau \sin \varepsilon}{\cos \tau \cos \varepsilon - j \sin \tau \sin \varepsilon} = \frac{\tan \tau + j \tan \varepsilon}{1 - j \tan \tau \tan \varepsilon} \quad (2.2.60)$$

これから、

$$\rho = \rho_r + j \rho_i = \frac{\tan \tau (1 - \tan^2 \varepsilon)}{1 + \tan^2 \tau \tan^2 \varepsilon} + j \frac{\tan \varepsilon (1 + \tan^2 \tau)}{1 + \tan^2 \tau \tan^2 \varepsilon}$$

ここで

$$1 - |\rho|^2 = \frac{(1 - \tan^2 \tau)(1 - \tan^2 \varepsilon)}{1 + \tan^2 \tau \tan^2 \varepsilon} \quad 1 + |\rho|^2 = \frac{(1 + \tan^2 \tau)(1 + \tan^2 \varepsilon)}{1 + \tan^2 \tau \tan^2 \varepsilon}$$

実部、虚部を参照して

$$\rho_r = \frac{\tan \tau (1 - \tan^2 \varepsilon)}{1 + \tan^2 \tau \tan^2 \varepsilon} = \frac{\tan \tau (1 - |\rho|^2)}{1 - \tan^2 \tau} = \frac{1}{2} \tan 2\tau (1 - |\rho|^2)$$

$$\rho_i = \frac{\tan \varepsilon (1 + \tan^2 \tau)}{1 + \tan^2 \tau \tan^2 \varepsilon} = \frac{\tan \varepsilon (1 + |\rho|^2)}{1 + \tan^2 \varepsilon} = \frac{1}{2} \sin 2\varepsilon (1 + |\rho|^2)$$

したがって

$$\tan 2\tau = \frac{2 \text{Re}(\rho)}{1 - |\rho|^2}, \quad \sin 2\varepsilon = \frac{2 \text{Im}(\rho)}{1 + |\rho|^2} \quad (2.2.61)$$

(b) Stokesベクトルと偏波比の関係

一つの偏波状態Pを2つの偏波基底(HV), (LR)で表現すると、複素偏波比は次のように与えられる。

$$\begin{aligned}
\rho_{HV} &= |\rho_{HV}| e^{j\phi_{HV}} = \tan \gamma_{HV} e^{j\phi_{HV}} & 0 \leq \gamma_{HV} \leq \frac{\pi}{2} \\
\rho_{LR} &= |\rho_{LR}| e^{j\phi_{LR}} = \tan \gamma_{LR} e^{j\phi_{LR}} & 0 \leq \gamma_{LR} \leq \frac{\pi}{2}
\end{aligned} \tag{2.2.62}$$

HV基底で定義された偏波比 ρ_{HV} で考えると、 $\cos 2\gamma_{HV}$ はStokesベクトル \mathbf{g} がX軸となす角の方向余弦であるので

$$\begin{aligned}
\frac{g_1}{g_0} &= \cos 2\gamma_{HV} = \frac{1 - \tan^2 \gamma_{HV}}{1 + \tan^2 \gamma_{HV}} = \frac{1 - |\rho_{HV}|^2}{1 + |\rho_{HV}|^2} \\
\therefore |\rho_{HV}| &= \sqrt{\frac{g_0 - g_1}{g_0 + g_1}}
\end{aligned} \tag{2.2.63}$$

図2.14より

$$\begin{aligned}
\phi_{HV} &= \angle YOP' = \tan^{-1} \left(\frac{g_3}{g_2} \right) \\
\rho_{HV} &= |\rho_{HV}| e^{j\phi_{HV}} = \sqrt{\frac{g_0 - g_1}{g_0 + g_1}} e^{j \tan^{-1} \left(\frac{g_3}{g_2} \right)}
\end{aligned} \tag{2.2.64}$$

完全偏波した波に対しては、Stokesベクトルは次のようになる。

$$g_1 = \frac{1 - |\rho_{HV}|^2}{1 + |\rho_{HV}|^2} = \cos 2\gamma_{HV} \tag{2.2.65}$$

$$g_2 = \frac{2 |\rho_{HV}| \cos \phi_{HV}}{1 + |\rho_{HV}|^2} = \frac{2 \tan \gamma_{HV} \cos \phi_{HV}}{1 + \tan^2 \gamma_{HV}} = \sin 2\gamma_{HV} \cos \phi_{HV} \tag{2.2.66}$$

$$g_3 = \frac{2 |\rho_{HV}| \sin \phi_{HV}}{1 + |\rho_{HV}|^2} = \sin 2\gamma_{HV} \sin \phi_{HV} \tag{2.2.67}$$

一方、LR基底では方向余弦 $\cos 2\phi_{LR}$ は \mathbf{g} とZ軸のなす角度なので

$$\begin{aligned}
\rho_{LR} &= \sqrt{\frac{g_0 - g_3}{g_0 + g_3}} e^{j \tan^{-1} \left(-\frac{g_2}{g_1} \right)} \\
g_1 &= \frac{2 |\rho_{LR}| \cos \phi_{LR}}{1 + |\rho_{LR}|^2} = \sin 2\gamma_{LR} \cos \phi_{LR} \\
g_2 &= \frac{2 |\rho_{LR}| \sin \phi_{LR}}{1 + |\rho_{LR}|^2} = \sin 2\gamma_{LR} \sin \phi_{LR} \\
g_3 &= \frac{1 - |\rho_{LR}|^2}{1 + |\rho_{LR}|^2} = \cos 2\gamma_{LR}
\end{aligned} \tag{2.2.68}$$

ここでは偏波とだ円の表し方、およびパラメータの相互関係について示した。他にも表現方法があるかも知れないが、現在のところ図2.16の表現方法が一般的に用いられている。図2.17は、ここで最もよく使う偏波比とTilt, Ellipticity angleの関係である。これらの表現方法は、偏波情報解析において重要な役割を果たしている。偏波情報の解析には散乱行列を使うもの、Mueller行列を使うものなど様々である。それぞれの方法において最も都合の良いものを選べばよい。

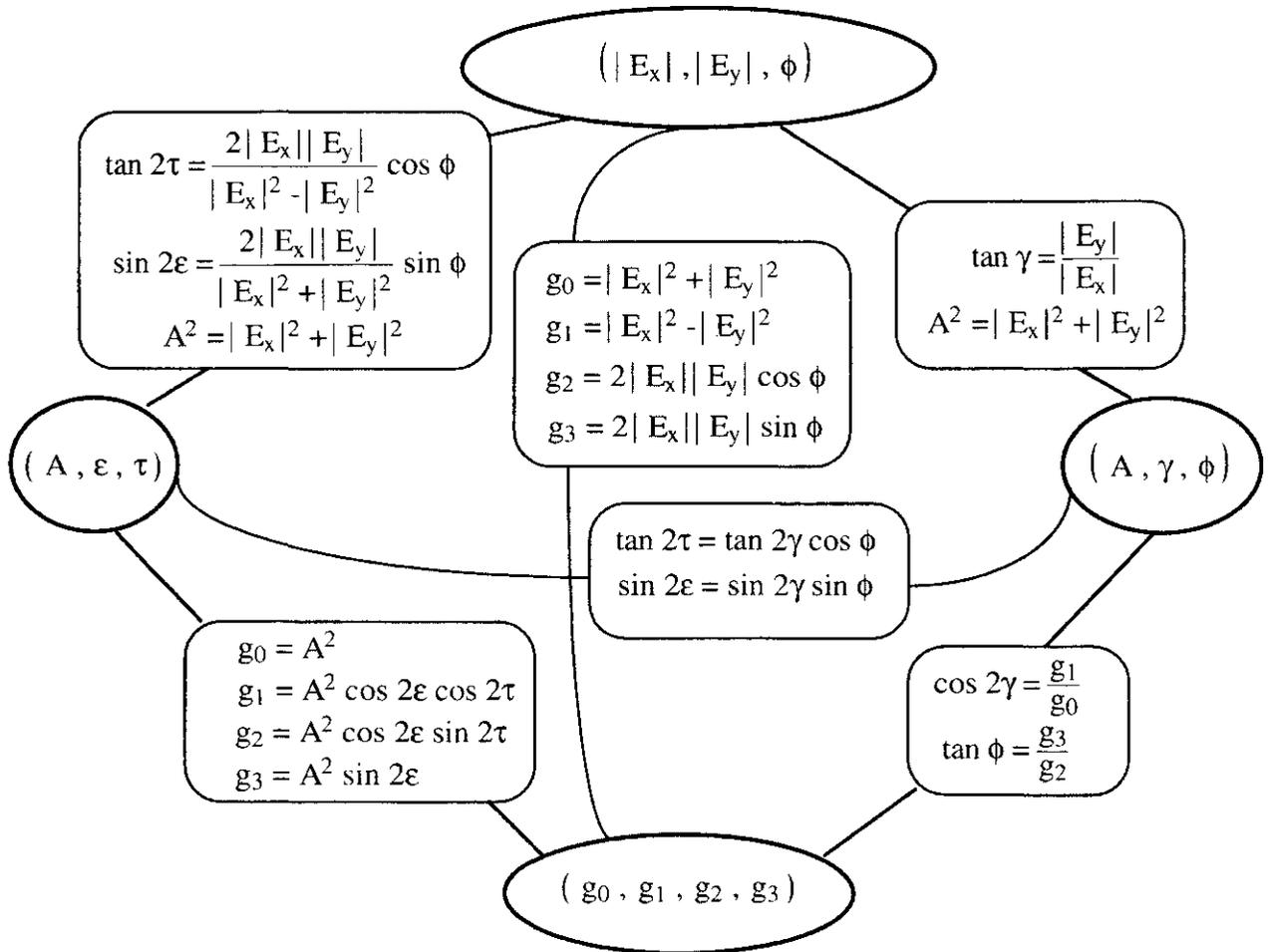


図2.16 だ円偏波を表すパラメータの相互関係

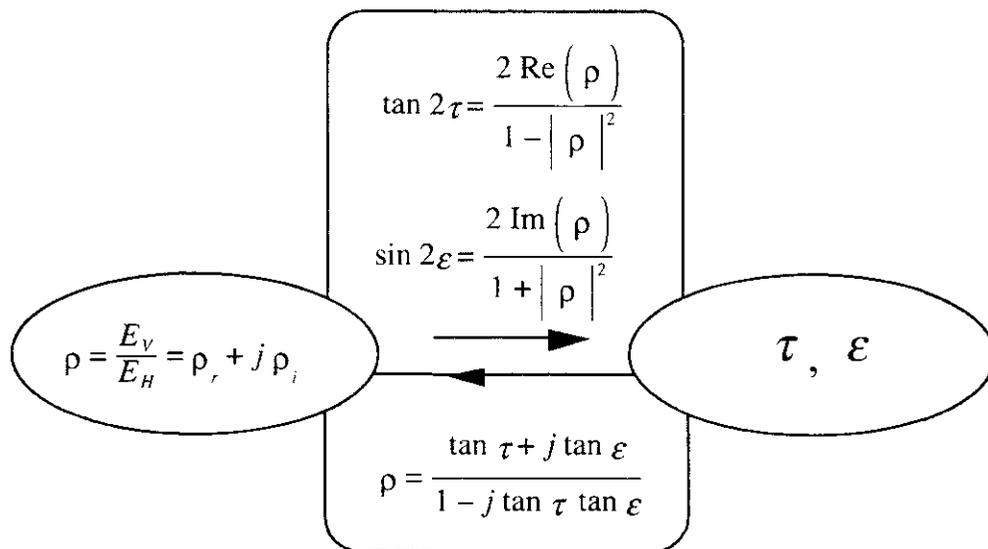


図2.17 偏波比とTilt and Ellipticity angle

第3章 レーダポーラリメトリの基礎

レーダでは、ある偏波で電波を送信し、ターゲットから反射してきた電波を受信する。アンテナに戻ってくる電波は平面波状になっているが、偏波の状態は送信とは異なる。そこで、この章では偏波によるレーダ受信電力の表現について定式化する。はじめに基本的な相反定理から出発し、偏波の概念を取り入れた受信アンテナに誘導される電圧、電力の表現式を導く。また、散乱行列、レーダポーラリメトリの基本式、偏波によって如何に受信電力が変化するかを偏波チャンネルごとに具体的な例で示す。

3.1 相反定理

図3.1に示すように、線形で均質媒質中に置かれた電流源と磁流源 (J_1, M_1) 、 (J_2, M_2) の2組のソースを考えてみよう。これらのソースは各々Maxwell方程式を満たす。

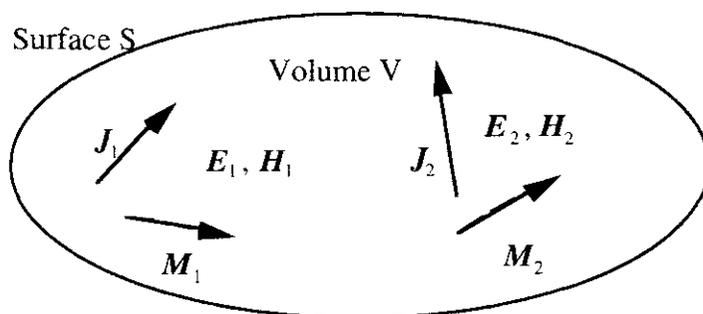


図3.1 ソースと場

$$\nabla \times H_1 = J_1 + j\omega \epsilon E_1 \quad \nabla \times E_1 = -M_1 - j\omega \mu H_1 \quad (3.1.1)$$

$$\nabla \times H_2 = J_2 + j\omega \epsilon E_2 \quad \nabla \times E_2 = -M_2 - j\omega \mu H_2 \quad (3.1.2)$$

ここで、 E_1, H_1 はソース J_1, M_1 によって、 E_2, H_2 はソース J_2, M_2 によって生じることを示している。ベクトル公式

$$\nabla \cdot (A \times B) = B \cdot \nabla \times A - A \cdot \nabla \times B$$

を使うと(3.1.1)、(3.1.2)から

$$-\nabla \cdot (E_1 \times H_2 - E_2 \times H_1) = E_1 \cdot J_2 - E_2 \cdot J_1 + H_2 \cdot M_1 - H_1 \cdot M_2 \quad (3.1.3)$$

この式を積分形で表せば

$$-\iint (E_1 \times H_2 - E_2 \times H_1) \cdot n \, dS = \iiint (E_1 \cdot J_2 - E_2 \cdot J_1 + H_2 \cdot M_1 - H_1 \cdot M_2) \, dv \quad (3.1.4)$$

となり、この式はLorentzの相反定理と呼ばれている。

もし、考えている領域内にソースが無ければ

$$\iint (E_1 \times H_2 - E_2 \times H_1) \cdot n \, dS = 0 \quad (3.1.5)$$

一方、面Sを無限速に拡張すれば、式(3.1.4)の左辺は消滅し、その結果

$$\iiint \left(\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{J}_2 - \mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{M}_2 \right) dv = \iiint \left(\mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{J}_1 - \mathbf{H}_2 \cdot \mathbf{M}_1 \right) dv \quad (3.1.6)$$

が導かれる。この式(3.1.6)はソース1とソース2による場の結合を表している。この結合関係のことをReactionと呼び、左辺右辺をそれぞれ

$$\langle 1, 2 \rangle = \iiint \left(\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{J}_2 - \mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{M}_2 \right) dv \quad (3.1.7)$$

$$\langle 2, 1 \rangle = \iiint \left(\mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{J}_1 - \mathbf{H}_2 \cdot \mathbf{M}_1 \right) dv \quad (3.1.8)$$

と記す。相反定理は、この表記を使うと

$$\langle 1, 2 \rangle = \langle 2, 1 \rangle \quad (3.1.9)$$

つまり、ソース2による場1へのReactionと、ソース1による場2へのReactionは等しいことを意味している。この相反定理を使って2つのアンテナ間の電流電圧を考えてみよう。簡単のため、磁流源が無い($\mathbf{M}_1 = \mathbf{M}_2 = 0$)とする。考察の対象は、図3.2のような無限に広い空間におかれた2つの電流源 $\mathbf{J}_1, \mathbf{J}_2$ と、それによる場 $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2$ に対応している。

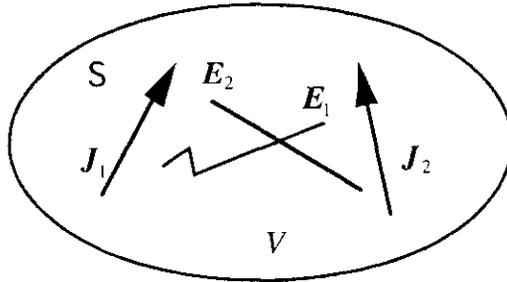


図3.2 2つの電流源と場

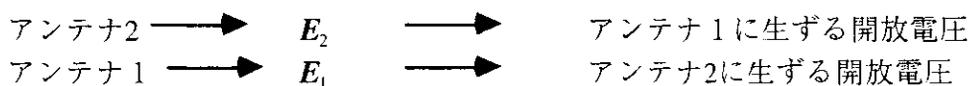
$$\langle 1, 2 \rangle = \iiint \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{J}_2 dv = \int \mathbf{E}_1 \cdot I_2 d\mathbf{L} = I_2 \int \mathbf{E}_1 \cdot d\mathbf{L} = -I_2 V_1 \quad (3.1.10)$$

V_1 は \mathbf{J}_1 によって生じる電界 \mathbf{E}_1 を積分して得られた量で、 \mathbf{J}_2 の場所、すなわちソース2に生ずる開放電圧である。一方、

$$\langle 2, 1 \rangle = \iiint \mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{J}_1 dv = \int \mathbf{E}_2 \cdot I_1 d\mathbf{L} = I_1 \int \mathbf{E}_2 \cdot d\mathbf{L} = -I_1 V_2 \quad (3.1.11)$$

V_2 は \mathbf{J}_2 によってソース1にできる電圧である。

もし、 $I_1 = I_2 = 1 A$ とすれば、 $V_1 = V_2$ となり、誘起される電圧は等しいことになる。これより、電流源をアンテナに置き換えて、 \mathbf{J}_1 をアンテナ1、 \mathbf{J}_2 をアンテナ2とする。同じ大きさの電流を交互に流したとすれば



が等しくなる。物理的には2つのアンテナを対向させたとき、一方のアンテナを送信、他方を受信とした場合と、その逆とした場合で、同じ大きさの電流を送信アンテナに流せば、受信アンテナに生ずる電圧は同じことを意味する。

3.2 受信電圧

相反定理を図3.3に示す一般のアンテナ1と微小ダイポールアンテナ2に適応してみよう。図3.3では同じ座標系を使っていることに注意。

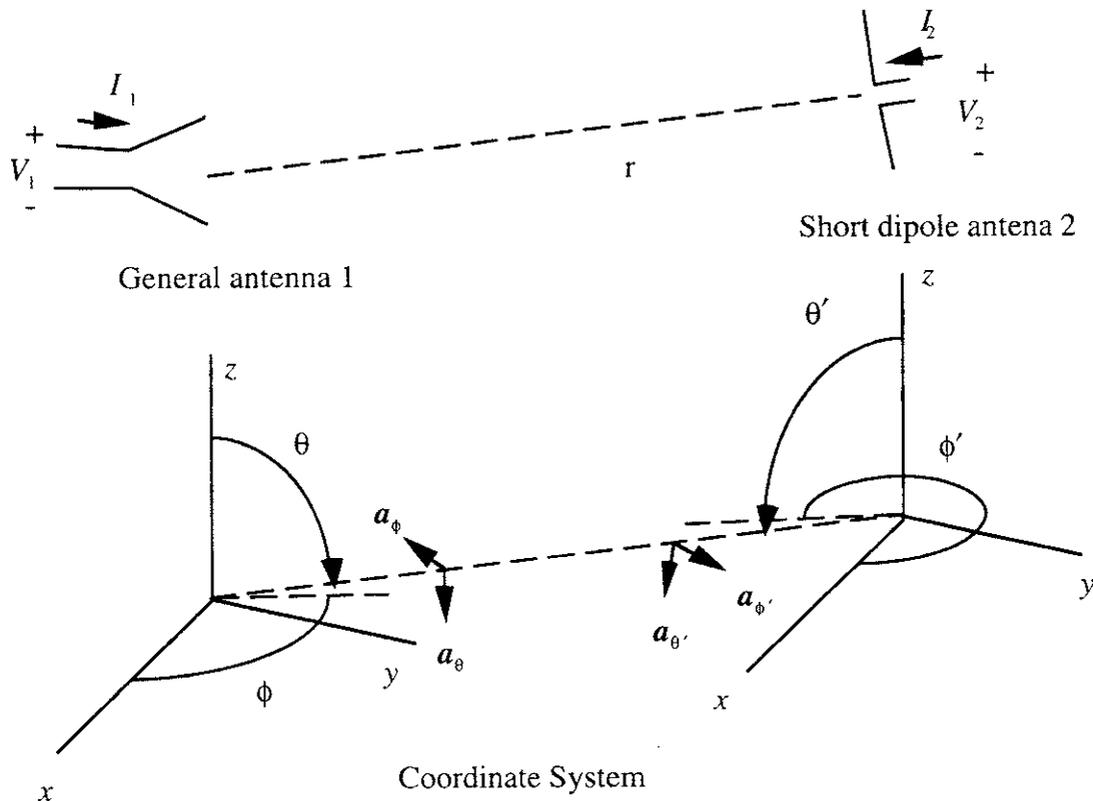


図3.3 一般のアンテナ1と微小ダイポールアンテナ2

まず、一般のアンテナに1Aの電流を流せば、その電流によって場が励振され、微小ダイポール2の場所での電界は

$$\mathbf{E}_t = \frac{jZ_0 I}{2\lambda r} e^{-jkr} \mathbf{h} = \frac{jZ_0}{2\lambda r} e^{-jkr} \mathbf{h} \quad (3.2.1)$$

となる。ここで \mathbf{h} は、一般的なアンテナ1の実効長(effective length)であり、微小ダイポールでは

$$\mathbf{h} = \mathbf{h}(\theta, \phi) = \mathbf{a}_\theta h_\theta = \mathbf{a}_\theta L \sin \theta \quad (3.2.2)$$

によって与えられる。もし、 \mathbf{E}_t をだ円偏波にするようなアンテナであれば、実効長 \mathbf{h} は複素量のベクトルとなる。

さて、微小ダイポール2の端子に生ずる開放電圧は

$$V_2 = \mathbf{E}^i \cdot \mathbf{L} \quad (3.2.3)$$

\mathbf{L} は微小ダイポールのベクトル的な長さである。 \mathbf{E}_r^i は r 方向の成分を持っていないので、

$$\begin{aligned} V_2 &= E_\theta^i L_\theta + E_\phi^i L_\phi \\ L_\theta &= \mathbf{a}_\theta \cdot \mathbf{L}, \quad L_\phi = \mathbf{a}_\phi \cdot \mathbf{L} \end{aligned} \quad (3.2.4)$$

それゆえ、微小ダイポール2の端子に生ずる開放電圧は、次の形に書くことができる。

$$V_2 = \frac{j Z_0}{2 \lambda r} e^{-jkr} \mathbf{h} \cdot \mathbf{L} \quad (3.2.5)$$

次に、逆に微小ダイポール2に1Aの電流を流して、一般のアンテナ1で受信することを考えてみよう。ダイポールによるアンテナ1の位置での場は

$$E_{\theta'}^i = \frac{j Z_0}{2 \lambda r} e^{-jkr} L_{\theta'}, \quad E_{\phi'}^i = \frac{j Z_0}{2 \lambda r} e^{-jkr} L_{\phi'} \quad (3.2.6)$$

座標系は同じであるが、 $\mathbf{a}_\theta = \mathbf{a}_{\theta'}$ 、 $\mathbf{a}_\phi = -\mathbf{a}_{\phi'}$ であるので

$$E_{\theta'}^i = E_\theta^i, \quad E_{\phi'}^i = -E_\phi^i, \quad L_{\theta'} = L_\theta, \quad L_{\phi'} = -L_\phi \quad (3.2.7)$$

それゆえ、アンテナ1に入射する電界は

$$\begin{aligned} E_{\theta'}^i &= \frac{j Z_0}{2 \lambda r} e^{-jkr} L_\theta, \quad -E_{\phi'}^i = \frac{j Z_0}{2 \lambda r} e^{-jkr} (-L_\phi) \\ \therefore \mathbf{E}^i &= \frac{j Z_0}{2 \lambda r} e^{-jkr} \mathbf{L} \end{aligned} \quad (3.2.8)$$

アンテナ1の開放電圧 V_1 は、相反定理から V_2 に等しい。それゆえ、

$$V_1 = V_2 = \frac{j Z_0}{2 \lambda r} e^{-jkr} \mathbf{L} \cdot \mathbf{h} \quad (3.2.9)$$

この内積のはじめの項は入射電界であり、アンテナ1の開放電圧は入射電界 \mathbf{E}^i 、アンテナ1の実効長を \mathbf{h} として一般的に

$$V_1 = \mathbf{E}^i \cdot \mathbf{h} = \mathbf{h} \cdot \mathbf{E}^i \quad (3.2.10)$$

と書けることになる。すなわち、アンテナが送信として働くときの実効長 \mathbf{h} と入射電界 \mathbf{E}^i にのみよって決まる複素スカラー量である。一般に、放射・受信電界は、複素量のフェイザー表現で与えられ、 \mathbf{h} も \mathbf{E}^i も複素ベクトルである。もし、 \mathbf{h} も \mathbf{E}^i も互いに直交したベクトルであれば、開放電圧は0となる。 \mathbf{h} は偏波を扱う上で重要な概念で、どの方向にどれだけの電界成分を生ずるかを示しており、結果的にそのアンテナから生ずる偏波の状態を表していると考えてよい。注意すべき点として、 \mathbf{h} も \mathbf{E}^i も同じ座標系で定義されていること、および誘導される開放電圧は内積の形式をしているが、電圧の物理的な定義からも分かるように複素共役の内積ではないことである。そのため、次の形式に書き改めた方が混

乱は少ないように思われる。

$$V = \mathbf{h}^T \mathbf{E}^i = h_\theta E_\theta + h_\phi E_\phi \quad (3.2.11)$$

Tは転置を意味し、 $\mathbf{h}^T = \begin{bmatrix} h_\theta & h_\phi \end{bmatrix}$ など2つの直交する成分からなっている。

受信アンテナに生ずる電圧がわかれば、その受信アンテナに付けられた整合負荷に供給される電力Pは電気回路理論から導かれるように

$$P = \frac{1}{8 R_u} V V^* = \frac{1}{8 R_u} |V|^2 \quad (3.2.12)$$

与えられる。ただし、 R_u は受信アンテナ回路の整合インピーダンスである。

3.3 散乱行列

レーダ(Radio Detection and Ranging)では、送信アンテナから電波をターゲットに送り、ターゲットからの散乱波を受信アンテナで受信し、ターゲットの情報を取得する。その様子は図3.4のように示すことができる。一般に、ターゲットからの散乱パワーは、レーダがどのような偏波状態で送信するかによって変わる。そして、送信波の偏波状態と散乱波の偏波状態は異なり、また散乱波であっても散乱する方向によって偏波状態は一般に異なる。ターゲットはその意味で偏波の変換物体とも考えられる。散乱に関して偏波特性を扱う場合、座標系が重要な意味を持つてくる。その理由は、偏波の定義が電波の伝搬方向を後ろから見たときに、空間の1点で電界の先端が描く軌跡のことを指しているため、偏波比、Stokesパラメータ等、全てこの定義に従っているためである。図3.4はレーダターゲットに対して、3つの右手直角座標系を示したものである。z軸は電波の進行方向に一致するように選んでいる。これらの座標系と伝搬方向に対して、送信電界は送信アンテナから距離 r_1 の位置で

$$\mathbf{E}^i = \left(E'_{x1} \mathbf{a}_{x1} + E'_{y1} e^{j\phi_1} \mathbf{a}_{y1} \right) \exp \left\{ j \left(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_1 + \theta_1 \right) \right\} \text{ at } (x_1, y_1, z_1) \text{ coordinate} \quad (3.3.1)$$

θ_1 は絶対位相、また、この電界はターゲット座標系 (x_2, y_2, z_2) が (x_1, y_1, z_1) と対向していれば

$$\mathbf{E}^i = \left(E'_{x2} \mathbf{a}_{x2} + E'_{y2} e^{j\phi_2} \mathbf{a}_{y2} \right) \exp \left\{ j \left(\omega t + k r_1 + \theta_2 \right) \right\} \text{ at } (x_2, y_2, z_2) \text{ coordinate} \quad (3.3.2)$$

となり、互いに同じものを表している。なお、 \mathbf{a}_{x1} 、 \mathbf{a}_{y1} などは単位ベクトル、添え字iはターゲットに対するincidenceを表す。また、ターゲットから散乱して距離 r_2 を伝搬し、受信アンテナに届くときは x_2, y_2, z_2 で見た場合、

$$\mathbf{E}^s = \left(E''_{x2} \mathbf{a}_{x2} + E''_{y2} e^{j\phi_2} \mathbf{a}_{y2} \right) \exp \left\{ j \left(\omega t - k r_2 + \theta_2 \right) \right\} \text{ at } (x_2, y_2, z_2) \text{ coordinate} \quad (3.3.3)$$

一方、受信アンテナの実効長 \mathbf{h} は受信座標 x_3, y_3, z_3 を使い

$$\mathbf{h} = \left(h_{x3} \mathbf{a}_{x3} + h_{y3} e^{j\phi_3} \mathbf{a}_{y3} \right) \exp \left\{ j \left(\omega t - k r + \theta_3 \right) \right\} \text{ at } (x_3, y_3, z_3) \text{ coordinate} \quad (3.3.4)$$

と書くことができる。ここで、 ϕ は相対位相、 θ は絶対位相である。これらの式で、 (\bullet) の中は2次元の複素数ベクトルで、座標系を含んだ偏波状態を表している。これを次のJonesベクトル形式で書く。

$$\mathbf{E}^i = \begin{bmatrix} E_{x1} \\ E_{y1} \end{bmatrix} \quad \text{at } (x_1, y_1) \text{ plane} \quad (3.3.5)$$

この表現には伝搬方向は含まれていないが、 $\exp\{\bullet\}$ の項から復元できる。 \mathbf{E}^i 、 \mathbf{E}^s 、 \mathbf{h} はそれぞれ $+z_1$ 、 $-z_1$ 、 r 方向に伝搬する波で、偏波状態が、

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix}$$

で与えられれば、 \mathbf{h} に対しては左回り、 \mathbf{E}^i に対しては右回りの円偏波となる。

さて、ターゲットに入射する電界成分と散乱する電界成分は、次のような一般的な行列形式で書くことができる。

$$\begin{bmatrix} E_x^s \\ E_y^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{xx} & A_{xy} \\ A_{yx} & A_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x^i \\ E_y^i \end{bmatrix} \quad (3.3.6)$$

この式はターゲット上で成立するもので、この表現では座標系を指定していない。散乱する方向が変われば行列の要素が変化し、座標系の変化によっても変化する。

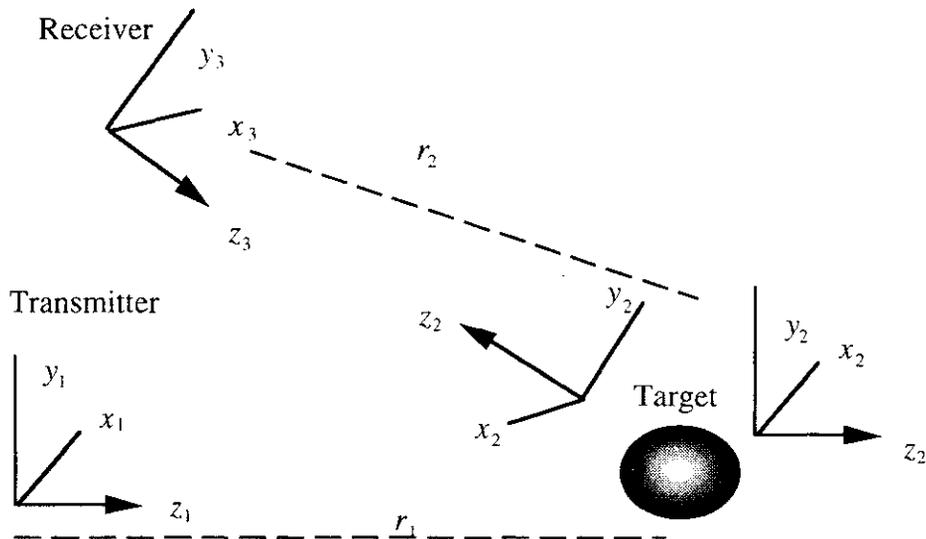


図3.4 レーダとターゲットの座標系

図3.4のように、レーダにおいて送信と受信の位置が異なる場合をbistatic、送信と受信が一致した場合をmonostaticと言う。従って、散乱波の偏波状態を定義するには、座標系として x_2, y_2, z_2 が最も自然であるが、レーダの方からすると x_1, y_1, z_1 あるいは x_3, y_3, z_3 の座標系の方が好ましい。レーダの一般的な構成はmonostaticであるので、 $(x_1, y_1, z_1) = (x_3, y_3, z_3)$ 座標系が都合がよい。座標の原点をどこにとるかによって定式化が異なってくる。光学の分野では前方散乱で定式化がよく行われ、Mueller行列はその1つである。レーダ座標系を使って定式化が行なわれているものにSinclair scattering matrixがある。散乱波は座標系 x_3, y_3, z_3 で見たとき、

$$\begin{bmatrix} E_x^s \\ E_y^s \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{4\pi} r_2} \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{yx} & S_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x^i \\ E_y^i \end{bmatrix} e^{-jk r_2} \quad (3.3.7)$$

によって定義している。つまり、ある座標系を定めて、ベクトル成分を観測したとき、ベクトルとして左辺のように表す。右辺には送信ベクトルの座標系、そして散乱過程が含まれている。この式の行列部分をSinclair scattering matrixと呼ぶ。一般的には散乱行列あるいはS行列とも呼ばれる。

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{yx} & S_{yy} \end{bmatrix} \quad (3.3.8)$$

この行列要素は複素数で、互いに独立な量である。しかし、後方散乱(x_1, y_1, z_1) = (x_3, y_3, z_3) の場合には $S_{yx} = S_{xy}$ となる。以下に、これを示そう。 $r_1 = r_2 = r$ となるので、送信から距離 r にあるターゲットに入射する電界は

$$\begin{bmatrix} E_x^i \\ E_y^i \end{bmatrix} = \frac{j Z_0 I}{2 \lambda r} \begin{bmatrix} h_x' \\ h_y' \end{bmatrix} e^{-jkr} \quad (3.3.9)$$

これが散乱し、送信と同じ位置にある受信アンテナに到達する電界は

$$\begin{bmatrix} E_x^s \\ E_y^s \end{bmatrix} = \frac{j Z_0 I}{\sqrt{4\pi} 2 \lambda r^2} \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{yx} & S_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_x' \\ h_y' \end{bmatrix} e^{-j2kr} \quad (3.3.10)$$

受信アンテナの開放電圧は

$$V = \mathbf{h}_r^T \mathbf{E}^s = \frac{j Z_0 I}{\sqrt{4\pi} 2 \lambda r^2} \begin{bmatrix} h_x' & h_y' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{yx} & S_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_x' \\ h_y' \end{bmatrix} e^{-j2kr} \quad (3.3.11)$$

今、送信アンテナと受信アンテナを逆にしたら、受信電圧は

$$V = \mathbf{h}_t^T \mathbf{E}^s = \frac{j Z_0 I}{\sqrt{4\pi} 2 \lambda r^2} \begin{bmatrix} h_x' & h_y' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{yx} & S_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_x' \\ h_y' \end{bmatrix} e^{-j2kr} \quad (3.3.12)$$

この2つの電圧は相反定理により、等しくならなければならない。そのためには

$$S_{yx} = S_{xy} \quad (3.3.13)$$

が成り立つことが必要である。ただし、伝搬媒質がFaraday回転をもつような非等方性媒質では、この条件は成り立たない。

3.4 受信電力の表現

3.4.1 レーダポーラリメトリの基本式

さて、アンテナとターゲット間の距離は十分長く、散乱波も受信アンテナに入射する時

は平面波になっていると仮定する。電界や電力について後方散乱の場合を考え、送受信アンテナが同一地点にあるとする。偏波状態に着目して考察する場合、今までの式の定数項は省いてもよい。そこで、座標系 x_1, y_1, z_1 を用いてレーダの受信電力を考える。レーダ送信の偏波状態を \mathbf{E}^t 、ターゲットから受信アンテナに届く散乱波を \mathbf{E}^s とすると、

$$\mathbf{E}^s = [\mathbf{S}] \mathbf{E}^t \quad (3.4.1)$$

受信アンテナの開放電圧は

$$V = \mathbf{h}^T \mathbf{E}^s = h_x E_x^s + h_y E_y^s \quad (3.4.2)$$

によって与えられる。 \mathbf{h} は受信アンテナが送信アンテナとして動作したときの実効長である。 \mathbf{h} も \mathbf{E}^s も共にレーダ座標系 x_1, y_1, z_1 で表現されている。受信アンテナに付加された整合負荷に生ずる受信電力 P は

$$P = \frac{VV^*}{8R_a} = \frac{|V|^2}{8R_a} = \frac{1}{8R_a} |h_x E_x^s + h_y E_y^s|^2$$

であるが、比例定数分は偏波特性には影響しないので

$$P = VV^* = |V|^2 = |\mathbf{h}^T \mathbf{E}^s|^2 = |\mathbf{h}^T [\mathbf{S}] \mathbf{E}^t|^2 \quad (3.4.3)$$

としてもかまわない。式(3.4.1)-(3.4.3)がレーダポーラリメトリの基本式である。

さて、レーダによる受信電力の偏波特性について考察する。アンテナとターゲット間の距離は十分長く、散乱波も受信アンテナに入射する時は平面波になっていると仮定する。受信電力は、散乱波 \mathbf{E}^s と \mathbf{h} のベクトル成分によって変化する。具体的には、散乱波 \mathbf{E}^s は送信の偏波状態によって変化する。受信の \mathbf{h} によって電力が変わる。これらを偏波比やStokesベクトルによって表してみよう。

3.4.2 偏波比を使った偏波チャンネルの受信電力

送信電界を正規化したJones Vector 表現を使って書くと

$$\mathbf{E}^t = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \frac{|E^t| e^{j\phi}}{\sqrt{1+\rho\rho^*}} \begin{bmatrix} 1 \\ \rho \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1+\rho\rho^*}} \begin{bmatrix} 1 \\ \rho \end{bmatrix} \quad (3.4.4)$$

したがって、

$$\mathbf{E}^s = \begin{bmatrix} E_x^s \\ E_y^s \end{bmatrix} = [\mathbf{S}] \mathbf{E}^t = \frac{[\mathbf{S}]}{\sqrt{1+\rho\rho^*}} \begin{bmatrix} 1 \\ \rho \end{bmatrix} \quad (3.4.5)$$

ここで注意すべき点は、ターゲットからの散乱電界を図3.5のようにレーダ側から見ていることである。

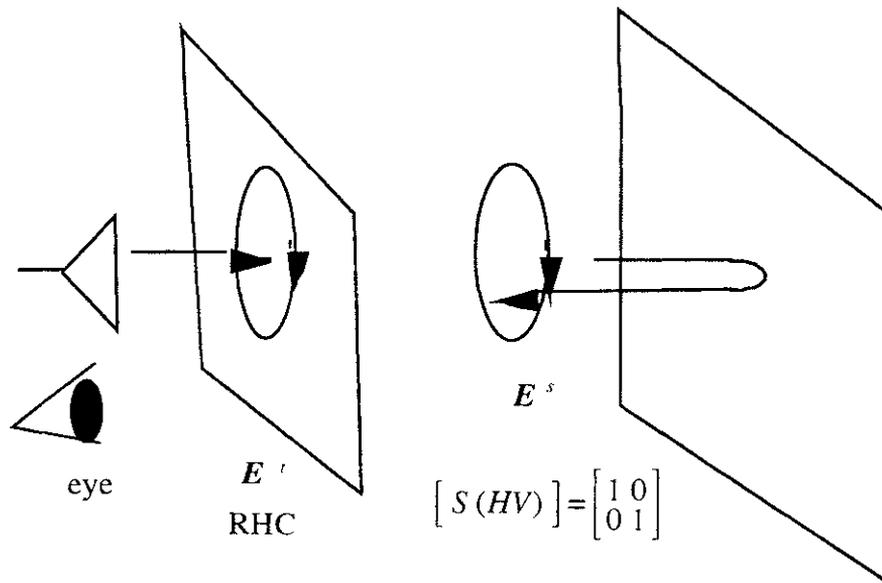


図3.5 送信と受信の偏波

もし、無限平板に向かって右回りの円偏波で送信したとすれば、散乱波が左回りの円偏波で帰ってくる。そして我々は左回りの偏波アンテナで受信すれば受信でき、右回りのアンテナでは受信できないことを知っている。これをJoens Vector で表すと

$$\mathbf{E}' = \frac{1}{\sqrt{1+(-j)(-j)^*}} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix} \quad \text{RHC} \quad (3.4.6a)$$

$$\mathbf{E}^s = [\mathbf{S}] \mathbf{E}' = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix} \quad \text{RHC} \quad (3.4.6b)$$

レーダ側から見ると、散乱波の回転方向は送信波と同じ右回りであるが、伝搬方向は逆なので、偏波の定義から左回りとなる。受信アンテナの実効長=受信アンテナを送信アンテナとして動作させたときの偏波状態を

$$\mathbf{h} = \frac{1}{\sqrt{1+\rho\rho^*}} \begin{bmatrix} 1 \\ \rho \end{bmatrix} \quad (3.4.7)$$

と取り、左回りのアンテナで受信した場合、

$$V = \mathbf{h}^T \mathbf{E}_s = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \begin{bmatrix} 1, +j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix} = \frac{1}{2} 2 = 1 \quad \text{Max.} \quad (3.4.8a)$$

右回りのアンテナで受信した場合、

$$V = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \begin{bmatrix} 1, -j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix} = \frac{1}{2} 0 = 0 \quad \text{Min.} \quad (3.4.8b)$$

となり、実験的事実と一致する。すなわち、 $\mathbf{h} = \mathbf{E}^{s*}$ とすることによって最大受信電力が得られる。

直線の水平偏波で送受信した場合も同様に

$$V = \begin{bmatrix} 1, 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = 1 \quad \text{Max.} \quad (3.4.9a)$$

送信が水平，受信が垂直では

$$V = \begin{bmatrix} 0, 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = 0 \quad \text{Min.} \quad (3.4.9b)$$

となり，実験的事実と一致する。したがって， $V = \mathbf{h}^T \mathbf{E}_s$ の定式化は間違いの無い表現方法である。

くどいようであるが，レーダポーラリメトリーでは散乱波 \mathbf{E}^s ， \mathbf{h} 共にレーダ座標から眺めたときのベクトルとして見ている。 \mathbf{h} は受信アンテナが送信として働くときの偏波を表すので，偏波の定義上問題はないが， \mathbf{E}^s はレーダに向かってくるベクトルをレーダ側から見ているので，偏波の定義の方向と一致していない。しかし，座標系の原点はレーダに取るほうが都合がよいので，その意味で散乱波は単にベクトルとして考えるべきである。これを正しく理解していないと定式化に大きな誤りを生じ，混乱の原因になる。

さて，ポーラリメトリックレーダでは仮想的に送信，受信の偏波状態をコントロールできる。そのため，仮想的に3つの偏波チャンネルを考えることができる。

1)送信と受信が同じ偏波チャンネル(Co-Polarization Channel) $\mathbf{h} = \mathbf{E}^t$

このCo-Pol Channelでは，送信と受信が常に同じ偏波状態をとる。偏波状態は固定されたものではなく，任意の偏波状態がとれる。

$$P^c = \left| \mathbf{E}^{tT} [S] \mathbf{E}^t \right|^2 = \left| \frac{\begin{bmatrix} 1, \rho \end{bmatrix} [S] \begin{bmatrix} 1 \\ \rho \end{bmatrix}}{1 + \rho \rho^*} \right|^2 \quad (3.4.10)$$

2)送信と受信が直交の偏波チャンネル(Cross-Polarization Channel) $\mathbf{h} = \mathbf{E}_\perp^t$

\perp は直交を意味する。このCross-Pol Channelでは，X-Pol channelとも書き，受信アンテナの偏波状態が常に送信偏波状態と直交している。

$$P^x = \left| \mathbf{E}_\perp^{tT} [S] \mathbf{E}^t \right|^2 = \left| \frac{\begin{bmatrix} \rho^*, -1 \end{bmatrix} [S] \begin{bmatrix} 1 \\ \rho \end{bmatrix}}{1 + \rho \rho^*} \right|^2 \quad (3.4.11)$$

3)散乱波電力を受信するチャンネル(Matched-Polarization Channel) $\mathbf{h} = \mathbf{E}^s^*$

Matched-Pol Channelは，散乱波の電力すべてを受信するチャンネルである。

$$P^m = \left| \left([S] \mathbf{E}^t \right)^*{}^T [S] \mathbf{E}^t \right|^2 = \left| \frac{\begin{bmatrix} 1, \rho^* \end{bmatrix} [S]^*{}^T [S] \begin{bmatrix} 1 \\ \rho \end{bmatrix}}{1 + \rho \rho^*} \right|^2 \quad (3.4.12)$$

3.4.3 Stokesベクトルを使った偏波チャンネルの受信電力表現

正規化したJones Vector 表現を使って(3.4.1)式を書き換えると

$$\begin{bmatrix} E_x^s \\ E_y^s \end{bmatrix} = [S] \begin{bmatrix} E_x^t \\ E_y^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{yx} & S_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x^t \\ E_y^t \end{bmatrix} \quad (3.4.13)$$

これを展開して、つぎの式が得られる。

$$\begin{bmatrix} E_x^s E_x^{s*} \\ E_y^s E_y^{s*} \\ E_x^s E_y^{s*} \\ E_y^s E_x^{s*} \end{bmatrix} = [W] \begin{bmatrix} E_x^t E_x^{t*} \\ E_y^t E_y^{t*} \\ E_x^t E_y^{t*} \\ E_y^t E_x^{t*} \end{bmatrix} \quad (3.4.14)$$

ここで、

$$[W] = \begin{bmatrix} S_{xx} S_{xx}^* & S_{xy} S_{xy}^* & S_{xx} S_{xy}^* & S_{xy} S_{xx}^* \\ S_{yx} S_{yx}^* & S_{yy} S_{yy}^* & S_{yx} S_{yy}^* & S_{yy} S_{yx}^* \\ S_{xx} S_{yx}^* & S_{xy} S_{yy}^* & S_{xx} S_{yy}^* & S_{xy} S_{yx}^* \\ S_{yx} S_{xx}^* & S_{yy} S_{xy}^* & S_{yx} S_{xy}^* & S_{yy} S_{xx}^* \end{bmatrix} \quad (3.4.15)$$

さて、完全に偏波した波に対して送信，散乱，受信を表すcoherencyベクトルをつぎのように定義する。添え字tは送信，sは散乱，recは受信に対応している。このベクトルは光学の分野でよく用いられており，前方散乱を仮定している。

$$\mathbf{J}_t = \begin{bmatrix} E_x^t E_x^{t*} \\ E_y^t E_y^{t*} \\ E_x^t E_y^{t*} \\ E_y^t E_x^{t*} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{J}_s = \begin{bmatrix} E_x^s E_x^{s*} \\ E_y^s E_y^{s*} \\ E_x^s E_y^{s*} \\ E_y^s E_x^{s*} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{J}_{rec} = \begin{bmatrix} h_x h_x^* \\ h_y h_y^* \\ h_x h_y^* \\ h_y h_x^* \end{bmatrix} \quad (3.4.16)$$

すると，散乱行列を使った偏波の散乱方程式は

$$\mathbf{J}_s = [W] \mathbf{J}_t \quad (3.4.17)$$

と等価になる。受信アンテナでのパワーPは

$$P = \left| \mathbf{h}^T \mathbf{E}^s \right|^2 = \left| h_x E_x^s + h_y E_y^s \right|^2 = \mathbf{J}_{rec}^T \mathbf{J}_s = \mathbf{J}_{rec}^T [W] \mathbf{J}_t \quad (3.4.18)$$

Tは転置を表す。Stokesベクトルもcoherencyベクトルを使って

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} E_x E_x^* + E_y E_y^* \\ E_x E_x^* - E_y E_y^* \\ E_x E_y^* + E_y E_x^* \\ j(E_x E_y^* - E_y E_x^*) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & j & -j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x E_x^* \\ E_y E_y^* \\ E_x E_y^* \\ E_y E_x^* \end{bmatrix} = [\mathbf{R}] \mathbf{J} \quad (3.4.19)$$

と表現できる。ただし $[\mathbf{R}]$ は

$$[\mathbf{R}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & j & -j \end{bmatrix}, \quad [\mathbf{R}]^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -j \\ 0 & 0 & 1 & j \end{bmatrix} \quad (3.4.20)$$

従って、

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_t &= [\mathbf{R}] \mathbf{J}_t, & \mathbf{g}_s &= [\mathbf{R}] \mathbf{J}_s, & \mathbf{g}_{rec} &= [\mathbf{R}] \mathbf{J}_{rec}, \\ \mathbf{J}_t &= [\mathbf{R}]^{-1} \mathbf{g}_t, & \mathbf{J}_s &= [\mathbf{R}]^{-1} \mathbf{g}_s, & \mathbf{J}_{rec} &= [\mathbf{R}]^{-1} \mathbf{g}_{rec} \end{aligned} \quad (3.4.21)$$

Mueller 行列は、ターゲット上に座標の原点をもつ Stokes ベクトルの前方散乱を表す関係で用いられており、

$$\mathbf{g}_s = [\mathbf{M}] \mathbf{g}_t \quad (3.4.22)$$

つぎの関係を使うと

$$\mathbf{J}_s = [\mathbf{W}] \mathbf{J}_t, \quad [\mathbf{R}]^{-1} \mathbf{g}_s = [\mathbf{W}] [\mathbf{R}]^{-1} \mathbf{g}_t, \quad \mathbf{g}_s = [\mathbf{R}] [\mathbf{W}] [\mathbf{R}]^{-1} \mathbf{g}_t \quad (3.4.23)$$

Mueller 行列 $[\mathbf{M}]$ は、散乱行列の要素をもつ $[\mathbf{W}]$ で表現できることになる。

$$[\mathbf{M}] = [\mathbf{R}] [\mathbf{W}] [\mathbf{R}]^{-1} = \begin{bmatrix} m_{00} & m_{01} & m_{02} & m_{03} \\ m_{10} & m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{20} & m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{30} & m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \quad (3.4.24)$$

ここで、

$$m_{00} = \frac{1}{2} \left(|S_{xx}|^2 + |S_{xy}|^2 + |S_{yx}|^2 + |S_{yy}|^2 \right) \quad (3.4.25a)$$

$$m_{01} = \frac{1}{2} \left(|S_{xx}|^2 - |S_{xy}|^2 + |S_{yx}|^2 - |S_{yy}|^2 \right) \quad (3.4.25b)$$

$$m_{02} = \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{xy}^* \right) + \operatorname{Re} \left(S_{yx} S_{yy}^* \right) = \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{xy}^* + S_{yx} S_{yy}^* \right) \quad (3.4.25c)$$

$$m_{03} = \operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{xy}^* \right) + \operatorname{Im} \left(S_{yx} S_{yy}^* \right) = \operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{xy}^* + S_{yx} S_{yy}^* \right) \quad (3.4.25d)$$

$$m_{10} = \frac{1}{2} \left(|S_{xx}|^2 + |S_{xy}|^2 - |S_{yx}|^2 - |S_{yy}|^2 \right) \quad (3.4.25e)$$

$$m_{11} = \frac{1}{2} \left(|S_{xx}|^2 - |S_{xy}|^2 - |S_{yx}|^2 + |S_{yy}|^2 \right) \quad (3.4.25f)$$

$$m_{12} = \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{xy}^* \right) - \operatorname{Re} \left(S_{yx} S_{yy}^* \right) = \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{xy}^* - S_{yx} S_{yy}^* \right) \quad (3.4.25g)$$

$$m_{13} = \operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{xy}^* \right) - \operatorname{Im} \left(S_{yx} S_{yy}^* \right) = \operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{xy}^* - S_{yx} S_{yy}^* \right) \quad (3.4.25h)$$

$$m_{20} = \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{yx}^* \right) + \operatorname{Re} \left(S_{xy} S_{yy}^* \right) = \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{yx}^* + S_{xy} S_{yy}^* \right) \quad (3.4.25i)$$

$$m_{21} = \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{yx}^* \right) - \operatorname{Re} \left(S_{xy} S_{yy}^* \right) = \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{yx}^* - S_{xy} S_{yy}^* \right) \quad (3.4.25j)$$

$$m_{22} = \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{yy}^* \right) + \operatorname{Re} \left(S_{xy} S_{yx}^* \right) = \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{yy}^* + S_{xy} S_{yx}^* \right) \quad (3.4.25k)$$

$$m_{23} = \operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{yy}^* \right) + \operatorname{Im} \left(S_{xy} S_{yx}^* \right) = \operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{yy}^* + S_{xy} S_{yx}^* \right) \quad (3.4.25l)$$

$$m_{30} = -\operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{yx}^* \right) - \operatorname{Im} \left(S_{xy} S_{yy}^* \right) = -\operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{yx}^* + S_{xy} S_{yy}^* \right) \quad (3.4.25m)$$

$$m_{31} = -\operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{yx}^* \right) + \operatorname{Im} \left(S_{xy} S_{yy}^* \right) = -\operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{yx}^* - S_{xy} S_{yy}^* \right) \quad (3.4.25n)$$

$$m_{32} = -\operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{yy}^* \right) + \operatorname{Im} \left(S_{xy} S_{yx}^* \right) = -\operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{yy}^* - S_{xy} S_{yx}^* \right) \quad (3.4.25o)$$

$$m_{33} = \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{yy}^* \right) - \operatorname{Re} \left(S_{xy} S_{yx}^* \right) = \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{yy}^* - S_{xy} S_{yx}^* \right) \quad (3.4.25p)$$

それゆえ、StokesベクトルとMueller行列を使った受信パワー表現はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} P &= \mathbf{J}_{rec}^T \mathbf{J}_s = \mathbf{J}_{rec}^T [\mathbf{W}] \mathbf{J}_t = \left([\mathbf{R}]^{-1} \mathbf{g}_{rec} \right)^T [\mathbf{W}] [\mathbf{R}]^{-1} \mathbf{g}_t = \mathbf{g}_{rec}^T \left([\mathbf{R}]^{-1} \right)^T [\mathbf{W}] [\mathbf{R}]^{-1} \mathbf{g}_t \\ &= \mathbf{g}_{rec}^T \left([\mathbf{R}]^{-1} \right)^T \left([\mathbf{R}]^{-1} [\mathbf{R}] \right) [\mathbf{W}] [\mathbf{R}]^{-1} \mathbf{g}_t = \mathbf{g}_{rec}^T \left([\mathbf{R}]^{-1} \right)^T \left([\mathbf{R}]^{-1} \right) [\mathbf{M}] \mathbf{g}_t \\ &= \frac{1}{2} \mathbf{g}_{rec}^T \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} [\mathbf{M}] \mathbf{g}_t = \frac{1}{2} \mathbf{g}_{rec}^T [\mathbf{K}] \mathbf{g}_t \end{aligned} \quad (3.4.26)$$

後方散乱の場合、Mueller行列のみでは正しいパワーが与えられない。Mueller行列は座標の原点をターゲットに置く前方散乱について定義されているものであって、レーダに原点を置く後方散乱のものではない。後方散乱の行列はKennaugh行列と呼ばれ、

$$[\mathbf{K}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} [\mathbf{M}] \quad (3.4.27)$$

と定義されている。monostatic radar では $S_{yx} = S_{xy}$ であるので、Mueller行列の要素では

$$\begin{aligned} m_{01} &= m_{10}, \quad m_{02} = m_{20}, \quad m_{03} = -m_{30}, \\ m_{12} &= m_{21}, \quad m_{13} = -m_{31}, \quad m_{23} = -m_{32} \end{aligned} \quad (3.4.28)$$

が成り立つ。その結果,

$$[K] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} [M] = \begin{bmatrix} m_{00} & m_{01} & m_{02} & m_{03} \\ m_{01} & m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{02} & m_{12} & m_{22} & m_{23} \\ -m_{30} & -m_{31} & -m_{32} & -m_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{00} & m_{01} & m_{02} & m_{03} \\ m_{01} & m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{02} & m_{12} & m_{22} & m_{23} \\ m_{03} & m_{13} & m_{23} & -m_{33} \end{bmatrix} \quad (3.4.29)$$

となって, 成分が実数であるから, 実の対称行列となる。この場合の成分は

$$m_{00} = \frac{1}{2} \left(|S_{xx}|^2 + 2|S_{xy}|^2 + |S_{yy}|^2 \right) \quad (3.4.30a)$$

$$m_{01} = m_{10} = \frac{1}{2} \left(|S_{xx}|^2 - |S_{yy}|^2 \right) \quad (3.4.30b)$$

$$m_{02} = m_{20} = \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{xy}^* \right) + \operatorname{Re} \left(S_{yx} S_{yy}^* \right) = \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{xy}^* + S_{xy} S_{yy}^* \right) \quad (3.4.30c)$$

$$m_{03} = -m_{30} = \operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{xy}^* \right) + \operatorname{Im} \left(S_{yx} S_{yy}^* \right) = \operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{xy}^* + S_{xy} S_{yy}^* \right) \quad (3.4.30d)$$

$$m_{11} = \frac{1}{2} \left(|S_{xx}|^2 - 2|S_{xy}|^2 + |S_{yy}|^2 \right) \quad (3.4.30e)$$

$$m_{12} = m_{21} = \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{xy}^* \right) - \operatorname{Re} \left(S_{yx} S_{yy}^* \right) = \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{xy}^* - S_{xy} S_{yy}^* \right) \quad (3.4.30f)$$

$$m_{13} = -m_{31} = \operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{xy}^* \right) - \operatorname{Im} \left(S_{yx} S_{yy}^* \right) = \operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{xy}^* - S_{xy} S_{yy}^* \right) \quad (3.4.30g)$$

$$m_{22} = \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{yy}^* \right) + |S_{xy}|^2 \quad (3.4.30h)$$

$$m_{23} = -m_{32} = \operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{yy}^* \right) \quad (3.4.30i)$$

$$-m_{33} = |S_{xy}|^2 - \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{yy}^* \right) \quad (3.4.30j)$$

となる。monostaticな場合には, これら10個の要素のうち

$$m_{00} = m_{11} + m_{22} - m_{33} \quad (3.4.31)$$

が成り立つので, 9個が独立である。

さて, 3つの偏波チャンネルにおいて, StokesベクトルとKennaugh行列による受信電力を考える。偏波比の場合と同様に

1) 送信と受信が同じ偏波チャンネル(Co-Pol Channel) $\mathbf{h} = \mathbf{E}^t$

Co-Pol.チャンネルに対して, 送信Stokesベクトルと受信Stokesベクトルが等しいので

$$\mathbf{g}_{rec} = \mathbf{g}_t$$

$$P^c = \frac{1}{2} \mathbf{g}_t^T \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} [M] \mathbf{g}_t = \frac{1}{2} \mathbf{g}_t^T [K]_c \mathbf{g}_t \quad (3.4.32)$$

ただし,

$$[K]_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} [M] \quad (3.4.33)$$

2) 送信と受信が直交する偏波チャンネル(Cross-Pol Channel) $h = E'_\perp$

Cross(X)-Polarization Channelでは, 送信Stokesベクトルと受信Stokesベクトルが直交している。ポアンカレ球上で見ると分かるように, 送信Stokesベクトルに対して受信Stokesベクトルは球の真後ろに位置する。そのため,

$$\mathbf{g}_t = (1, x_1, x_2, x_3)^T \quad (3.4.34)$$

とすると

$$\mathbf{g}_{\text{rec}} = (1, -x_1, -x_2, -x_3)^T \quad (3.4.35)$$

となる。行列で書けば

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -x_1 \\ -x_2 \\ -x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

であるから,

$$\begin{aligned} P^s &= \frac{1}{2} \mathbf{g}_t^T \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} [M] \mathbf{g}_t = \frac{1}{2} \mathbf{g}_t^T \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [M] \mathbf{g}_t \\ &= \frac{1}{2} \mathbf{g}_t^T [K]_s \mathbf{g}_t \end{aligned} \quad (3.4.36)$$

ただし,

$$[K]_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [M] \quad (3.4.37)$$

3) 受信が散乱波を最大に受信するチャンネル(Matched-Pol Channel) $h = E^{s*}$

Matched-pol Channelでは, 散乱波のもつエネルギーを全て受信する。そのため, Stokesベクトルの定義から,

$$\mathbf{g}^s = \begin{bmatrix} g_0^s \\ g_1^s \\ g_2^s \\ g_3^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |E_x^s|^2 + |E_y^s|^2 \\ |E_x^s|^2 - |E_y^s|^2 \\ 2|E_x^s||E_y^s|\cos\phi \\ 2|E_x^s||E_y^s|\sin\phi \end{bmatrix} \quad (3.4.38)$$

の第1成分 g_0^s を受け取ることになる。これは送信StokesベクトルとMueller行列の成分で書くと

$$P^m = |V|^2 = |\mathbf{E}_s|^2 = g_0^s = m_{00} + m_{01} x_1 + m_{02} x_2 + m_{03} x_3 \quad (3.4.39)$$

したがって、形式的にはつぎのように行列表現できる。

$$P^m = \mathbf{g}_t^T \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} [\mathbf{M}] \mathbf{g}_t = \mathbf{g}_t^T [\mathbf{K}]_m \mathbf{g}_t \quad (3.4.40)$$

$$[\mathbf{K}]_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} [\mathbf{M}] \quad (3.4.41)$$

なお、

$$[\mathbf{K}]_m = \frac{1}{2} [\mathbf{K}]_c + \frac{1}{2} [\mathbf{K}]_x \quad (3.4.42)$$

$$\text{が成り立つので} \quad P^m = P^c + P^x \quad (3.4.43)$$

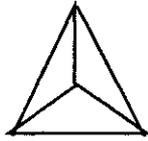
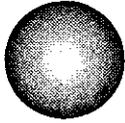
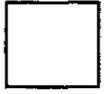
この式から、Matched-Polチャンネルの電力は、Co-Pol.とCross(X)-Polチャンネルの電力和で表現できることが分かる。

3.5 各種ターゲットからの偏波チャンネルの受信電力例

送信・受信偏波の組み合わせは無限とおりある。偏波状態の1つ1つが、ポアンカレ球上の1点に対応するので、その1点を指定し、偏波を表現する場合、Stokesパラメータでも偏波比でも幾何学的パラメータでもよい。ここでは幾何学的パラメータのTilt angle τ , Ellipticity angle ε を用いて受信電力を表現することにする。Stokesベクトルは3次元の成分であるので、3次元空間に電力の大きさを表現することが難しいためである。

完全に偏波した波に対して散乱行列[S]が与えられれば、Mueller行列[M]やKennaugh [K]行列がただちに導ける。そこで具体的な[S]を与えて偏波状態(ε, τ)によってどのように変わるかを示す。この電力表現した図は、ポーラリメトリックシグナチャ(Polarimetric Signature)と呼ばれている。

Sphere , Plate , Trihedral Corner Reflector

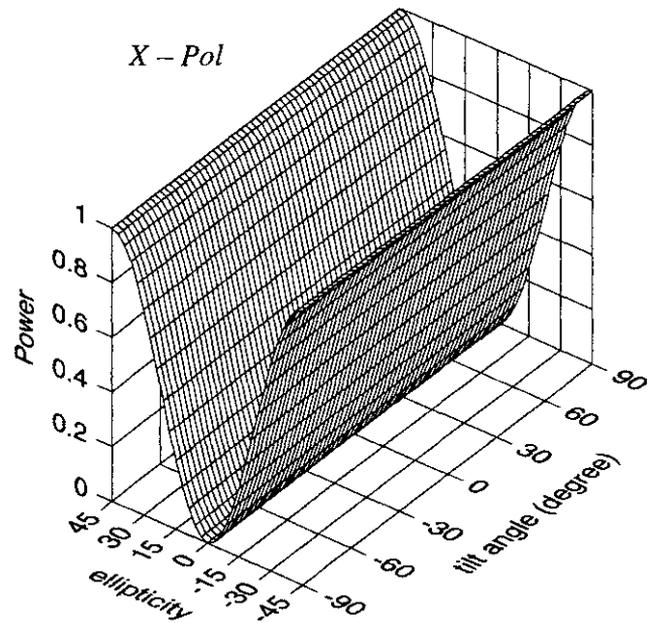
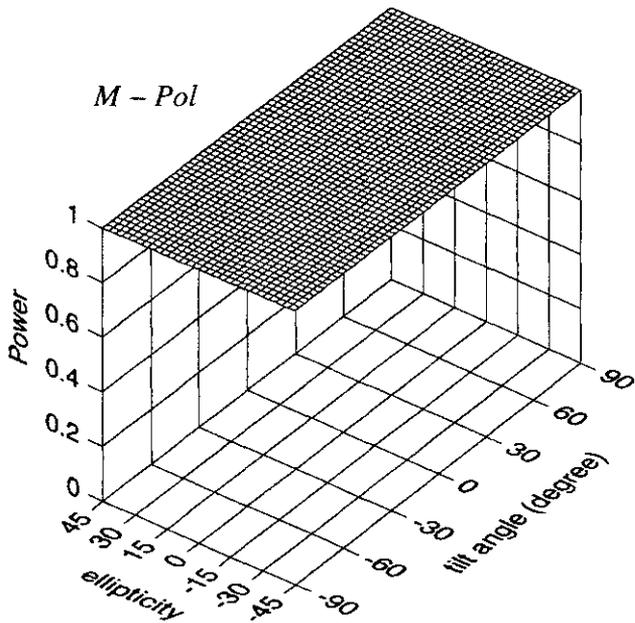
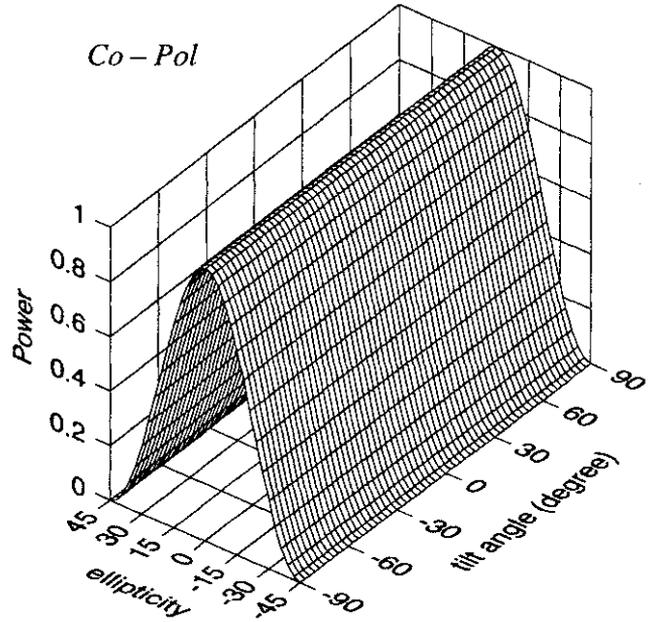


$$[S] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[K]_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$[K]_r = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Horizontal Wire

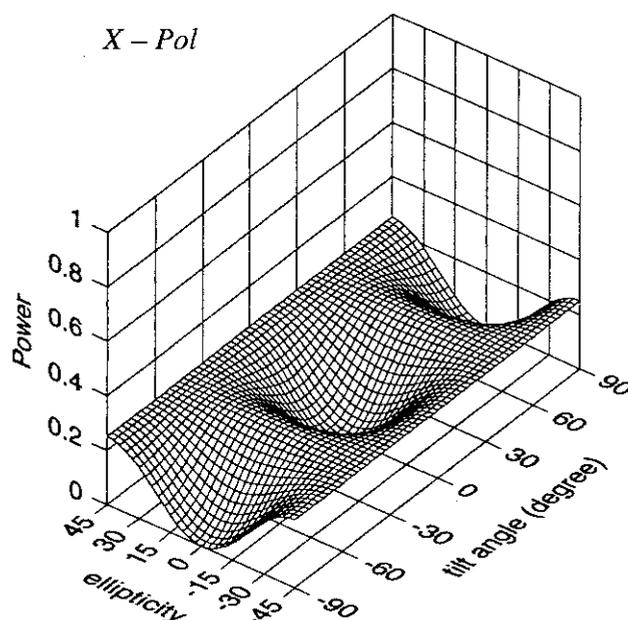
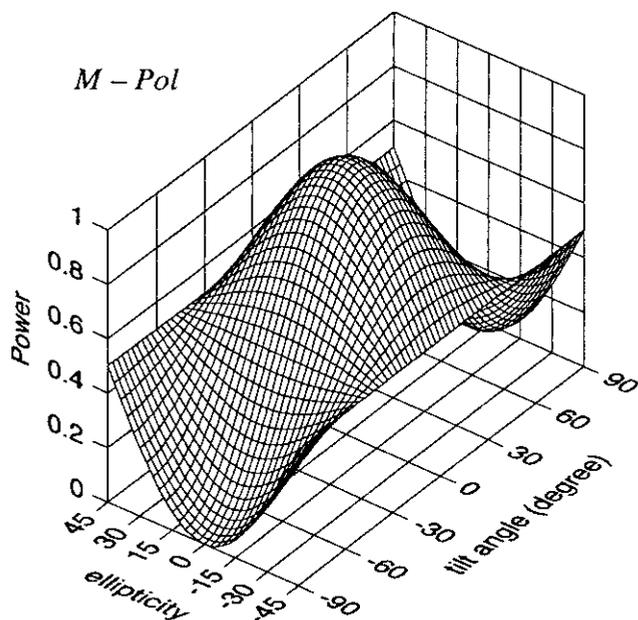
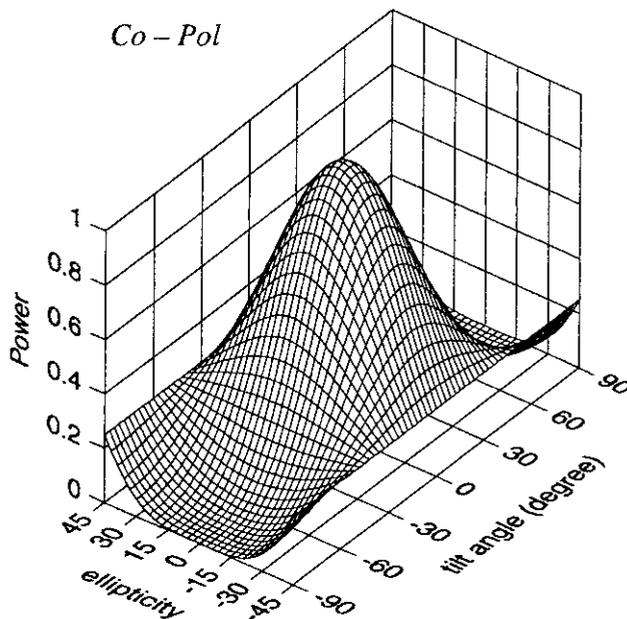
$$[S] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$



$$[M] = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[K]_c = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[K]_x = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ -0.5 & -0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



Vertical Wire

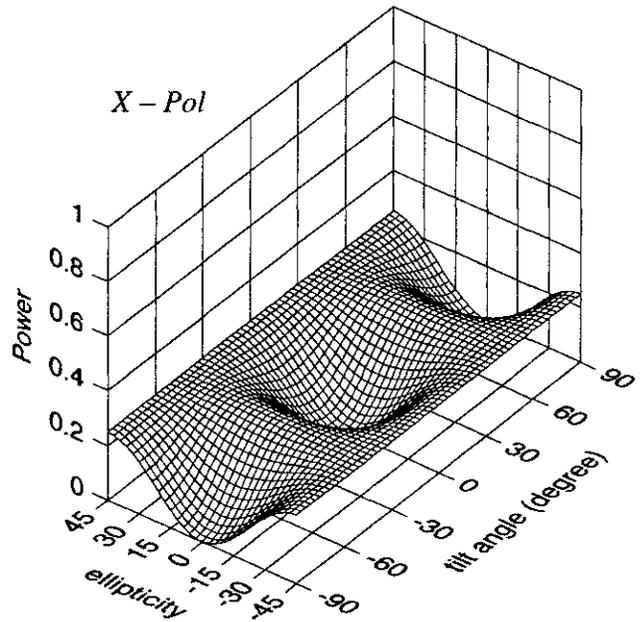
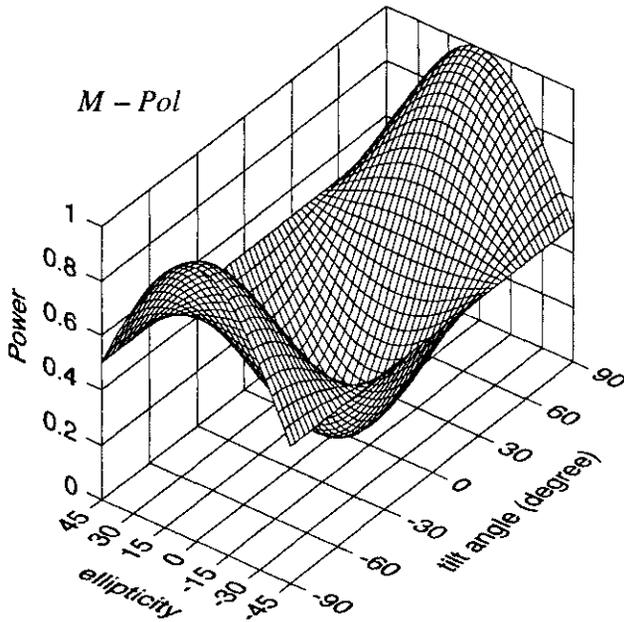
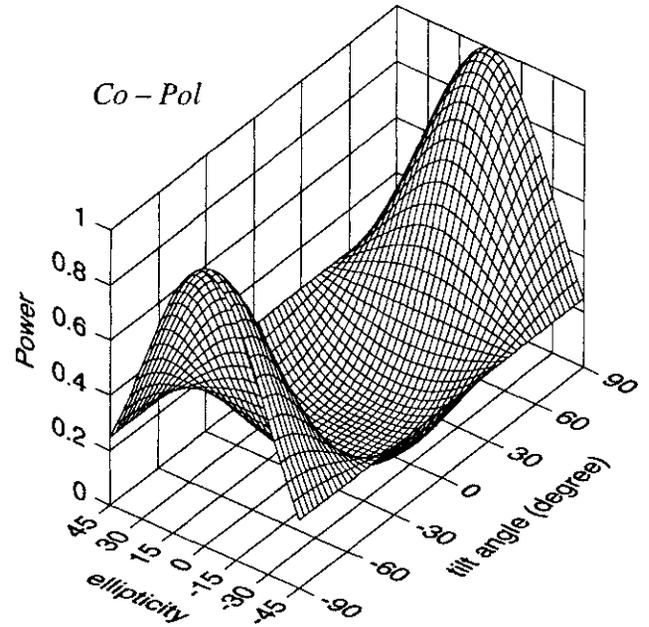


$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.5 & 0 & 0 \\ -0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[K]_c = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.5 & 0 & 0 \\ -0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[K]_x = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.5 & 0 & 0 \\ 0.5 & -0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



45 deg oriented Wire



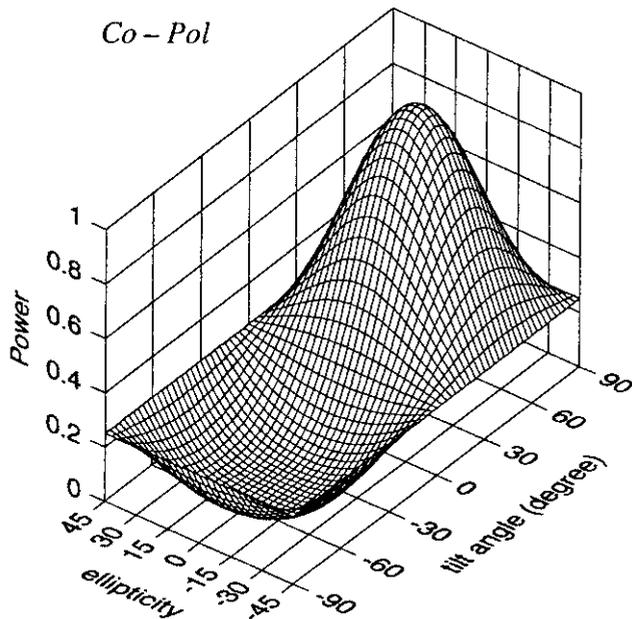
$$[S] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

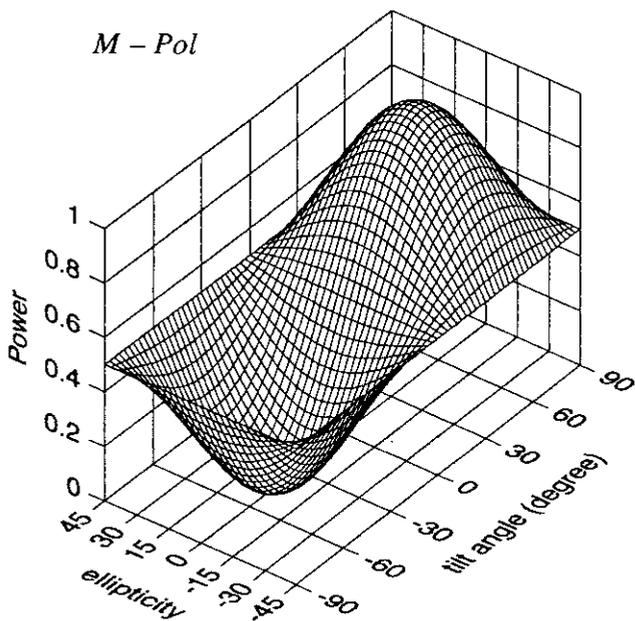
$$[K]_c = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[K]_x = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.5 & 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

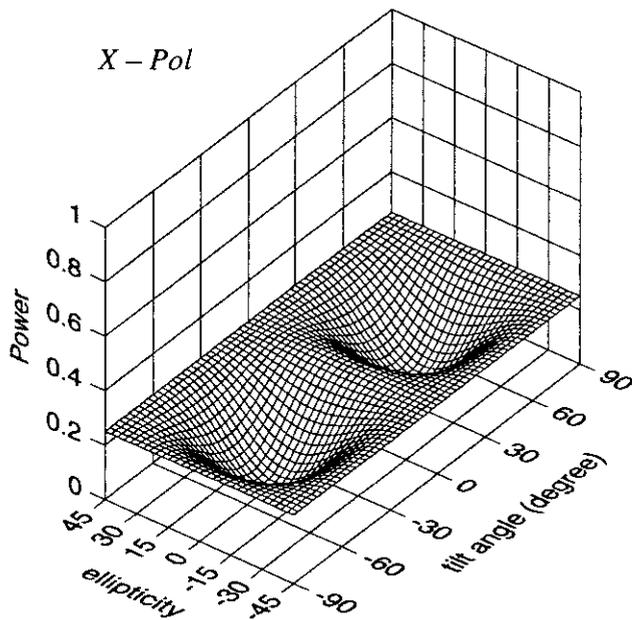
Co - Pol



M - Pol



X - Pol



- 45 deg oriented Wire

$$[S] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

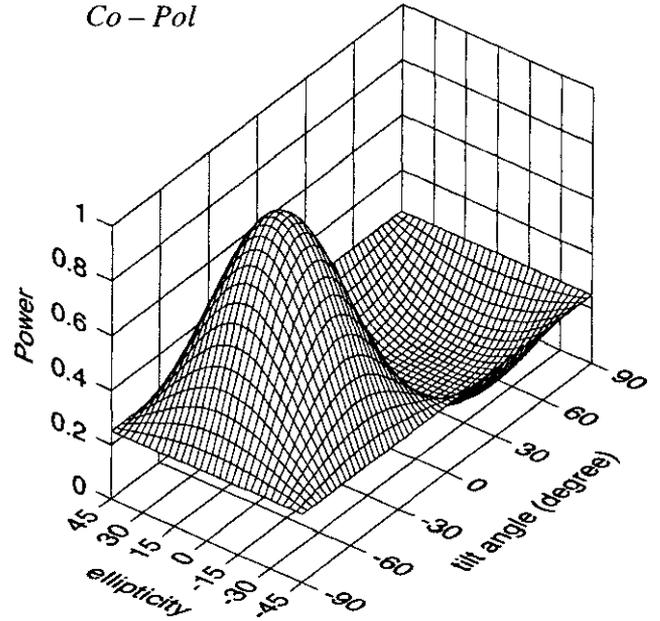


$$[M] = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.5 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

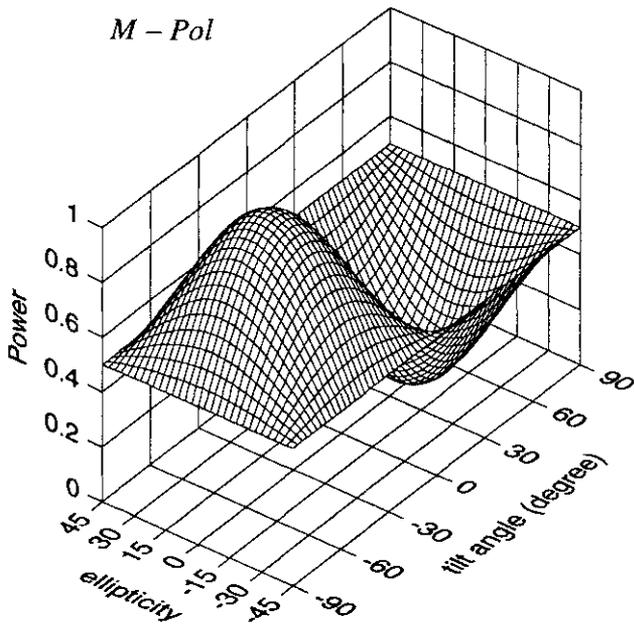
$$[K]_c = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.5 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[K]_x = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

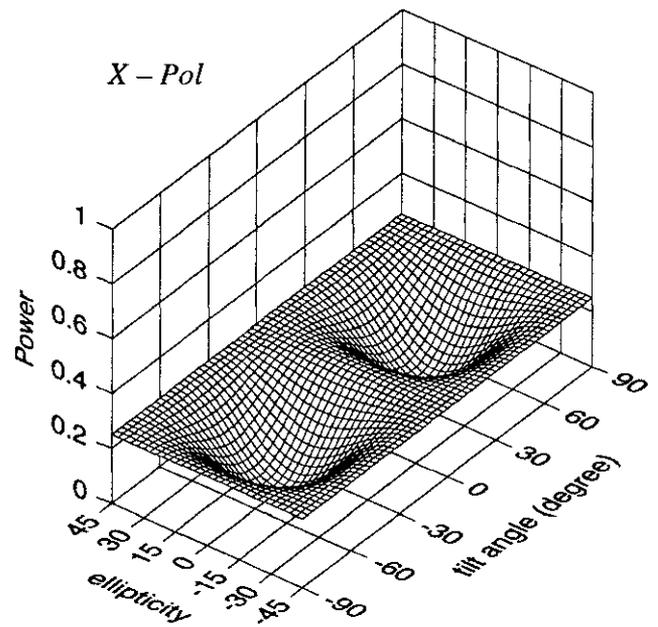
Co-Pol



M-Pol

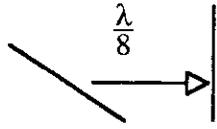


X-Pol



$\frac{\lambda}{8}$ orthogonal dipoles

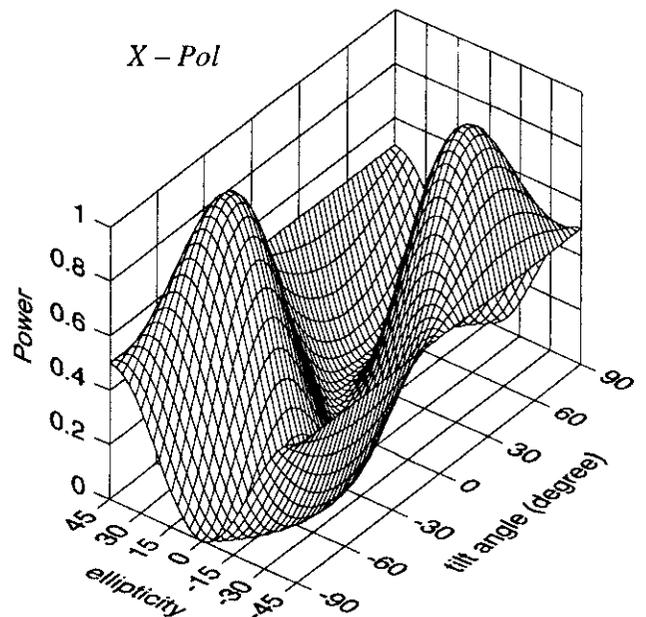
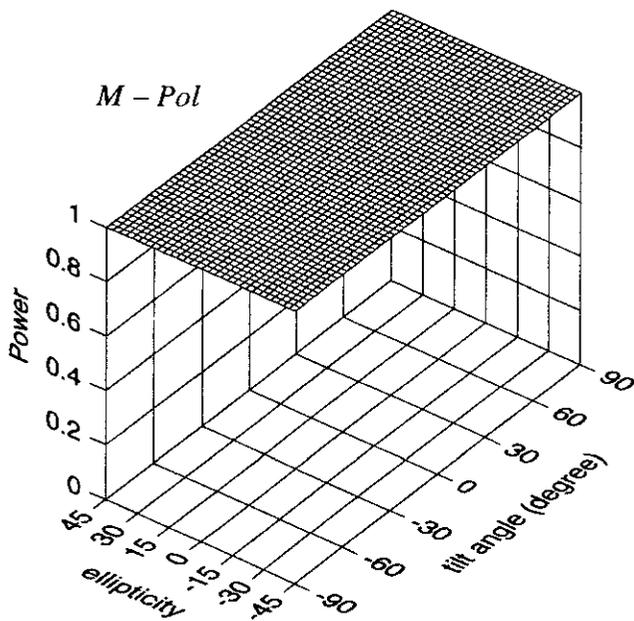
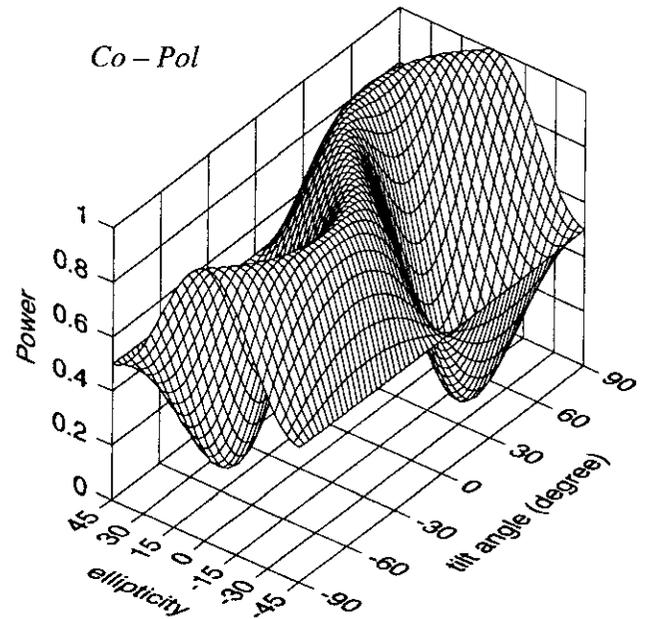
$$[S] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -j \end{bmatrix}$$



$$[M] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

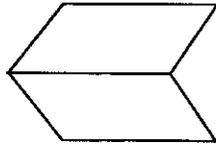
$$[K]_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[K]_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$



Dihedral Corner Reflector

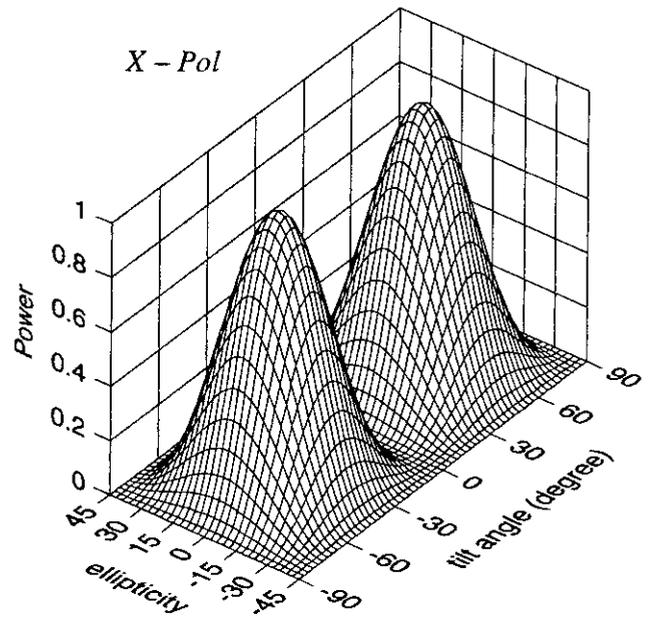
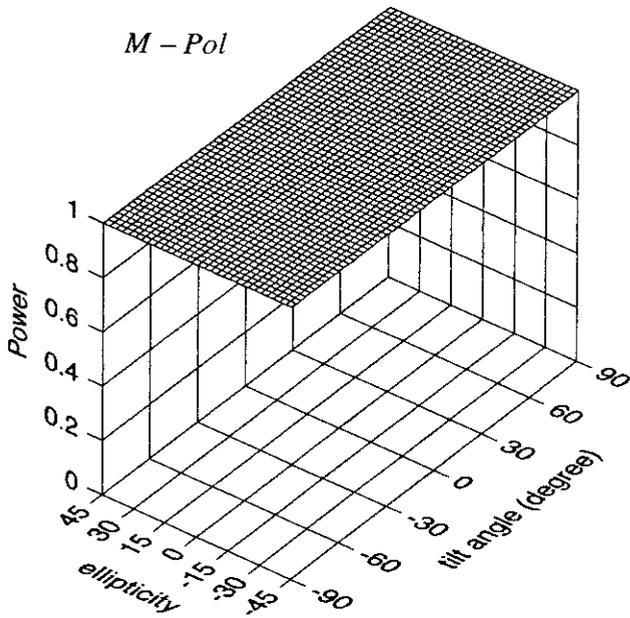
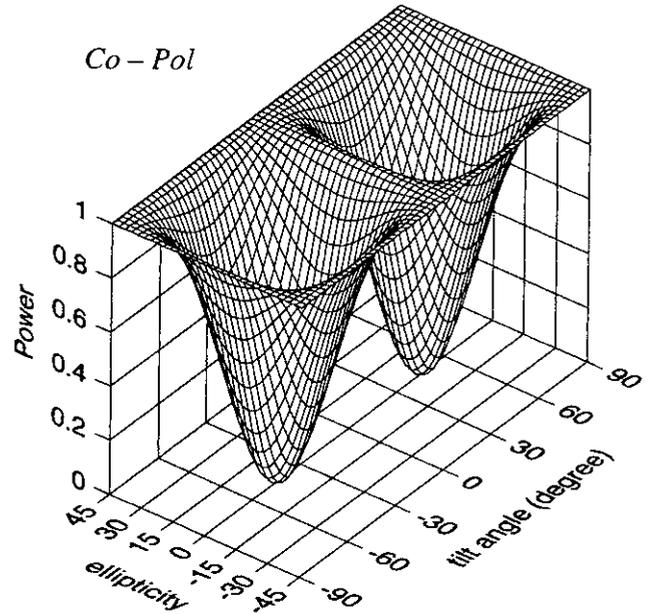
$$[S] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$



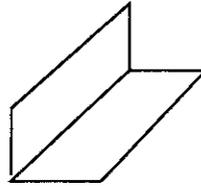
$$[M] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$[K]_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[K]_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$



45 oriented Corner Reflector

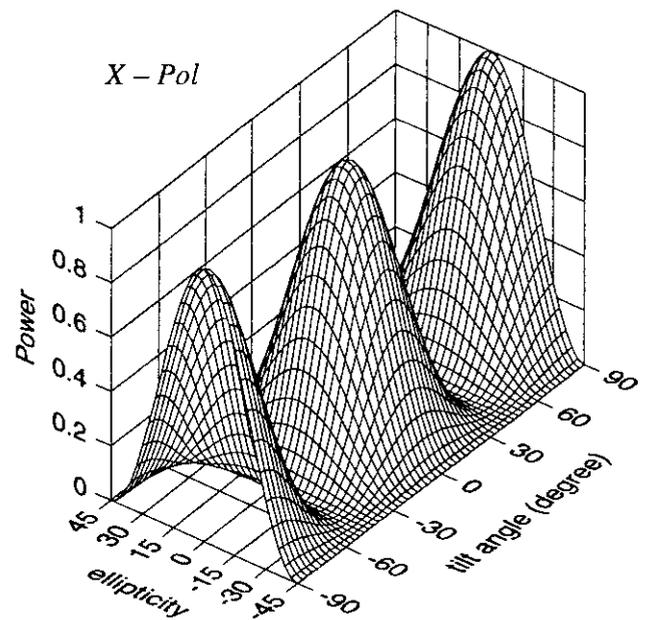
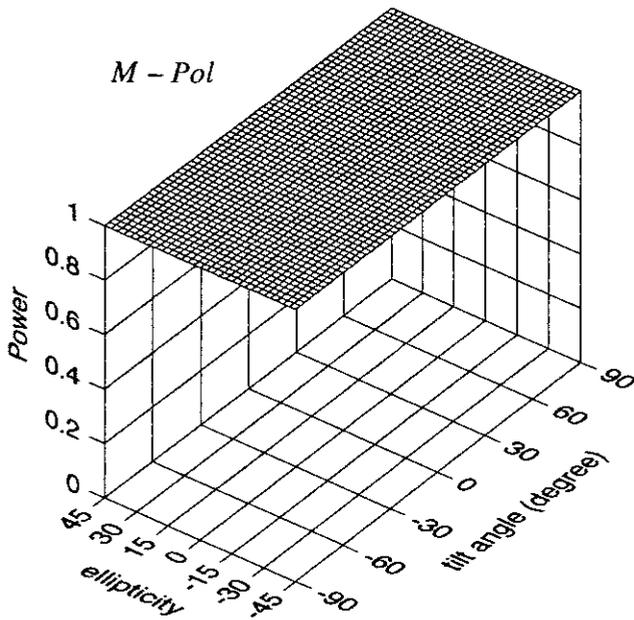
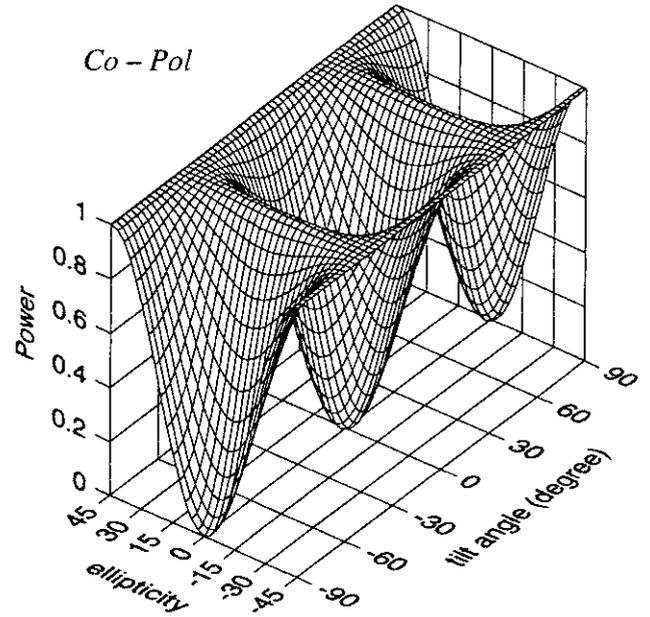


$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$[K]_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$[K]_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$



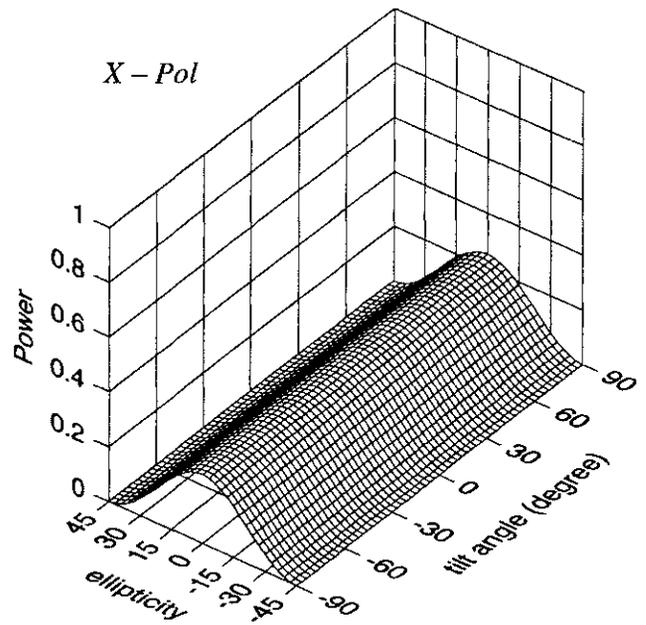
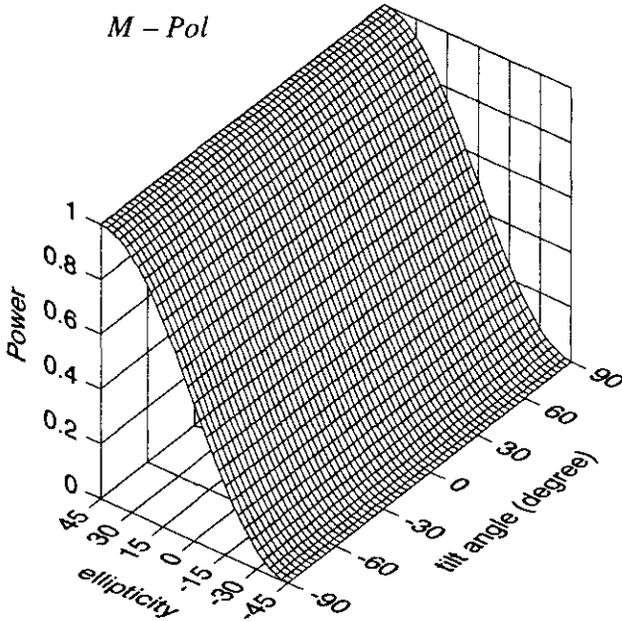
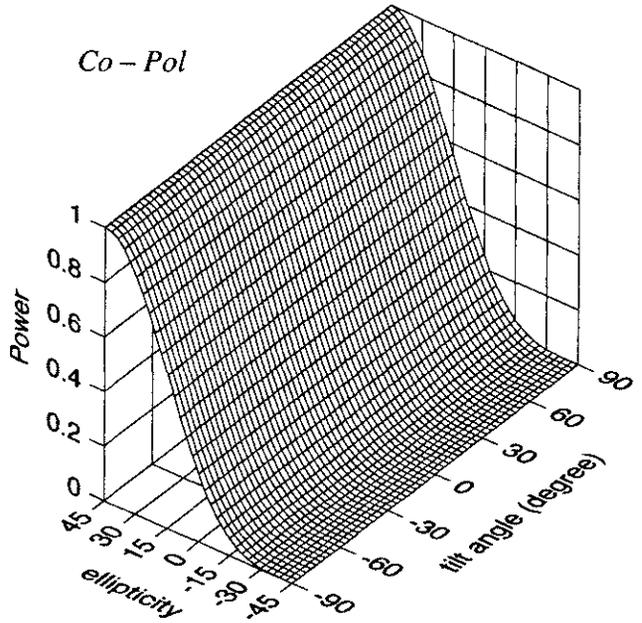
Right Helix

$$[S] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -j \\ -j & -1 \end{bmatrix}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.5 & 0 & 0 & -0.5 \end{bmatrix}$$

$$[K]_c = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$

$$[K]_x = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.5 & 0 & 0 & -0.5 \end{bmatrix}$$



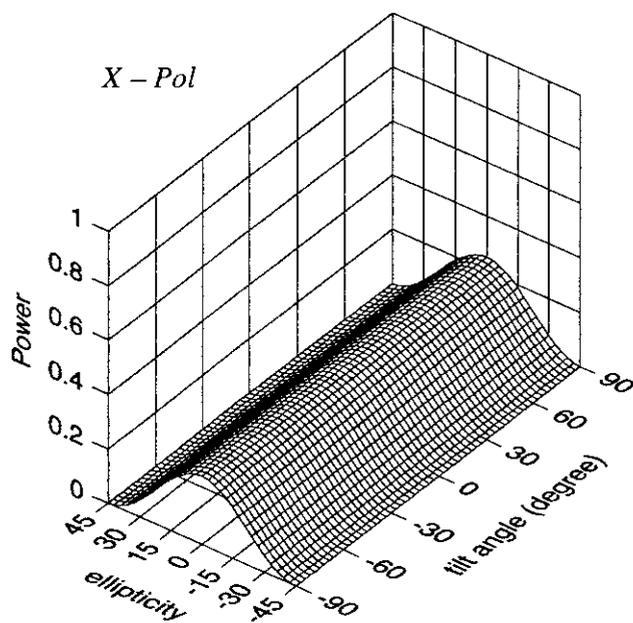
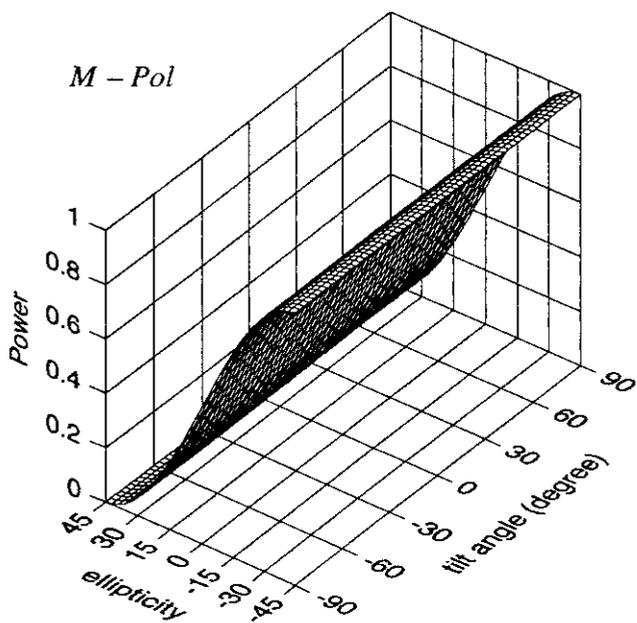
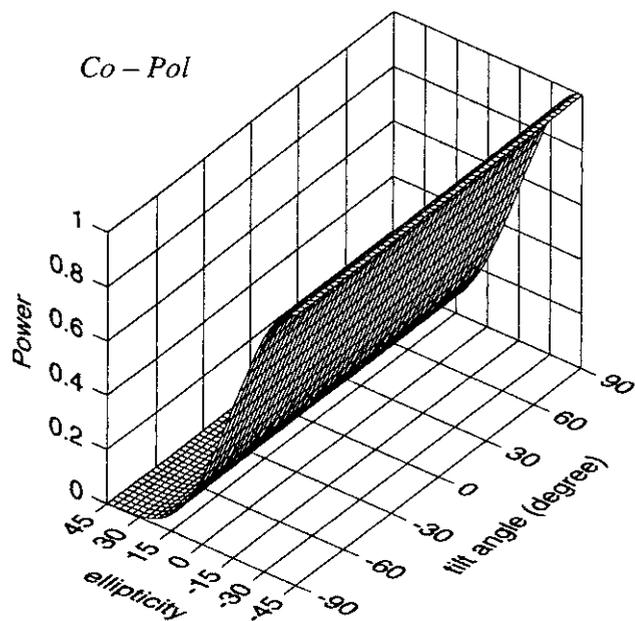
Left Helix

$$[S] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & j \\ j & -1 \end{bmatrix}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & -0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 & -0.5 \end{bmatrix}$$

$$[K]_c = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & -0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.5 & 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$

$$[K]_x = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & -0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 & -0.5 \end{bmatrix}$$



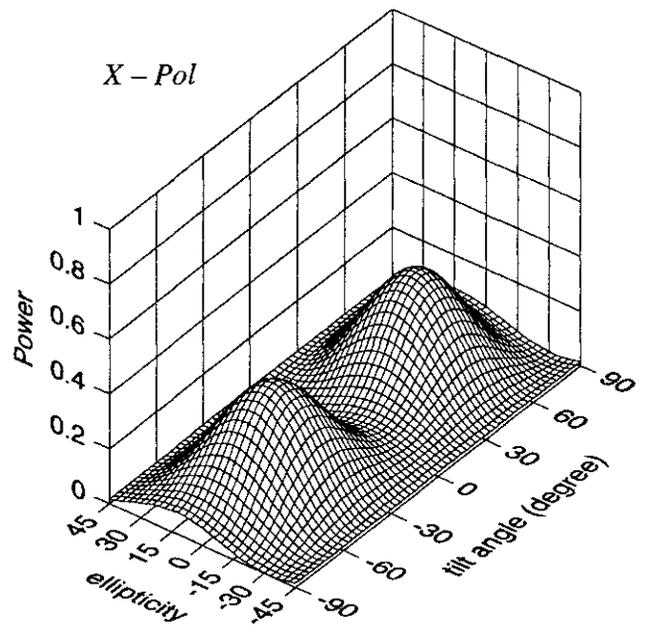
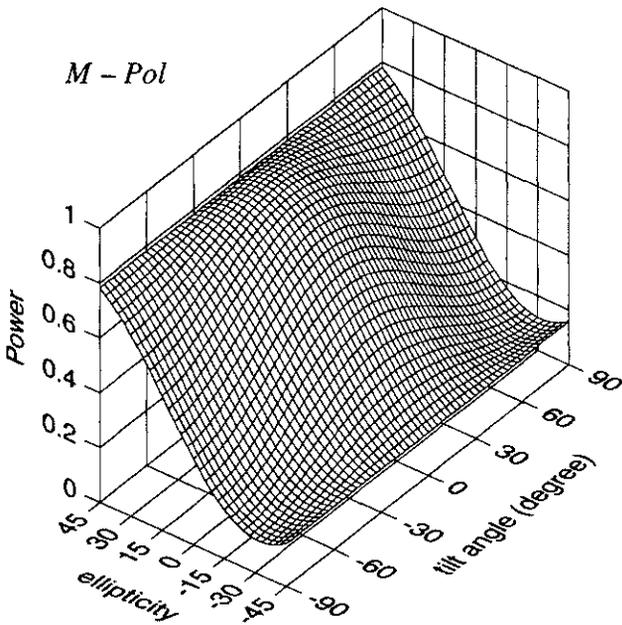
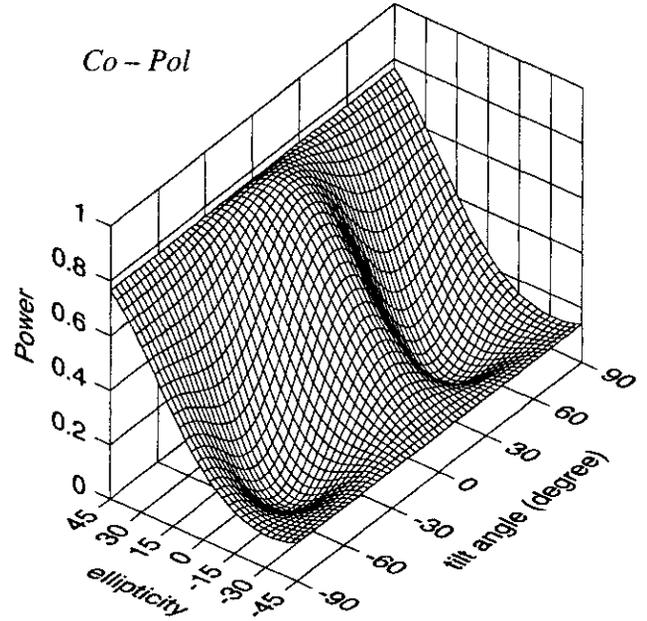
Special target χ

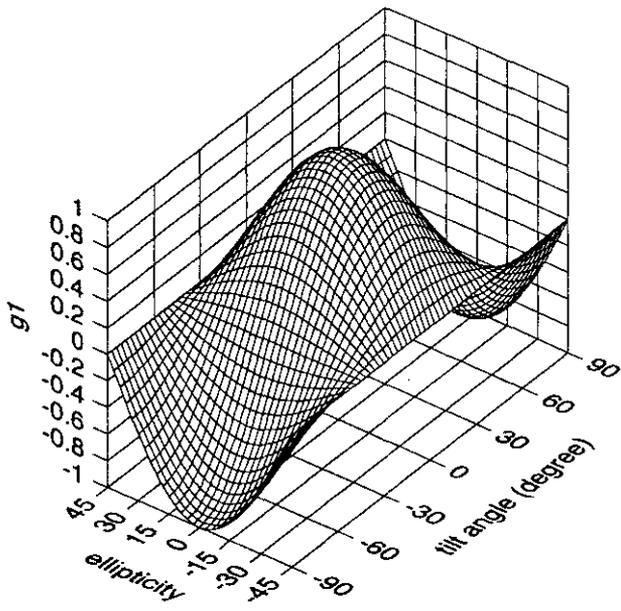
$$[S] = \begin{bmatrix} 0.75j & 0.25 \\ 0.25 & -0.5j \end{bmatrix}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} 0.469 & 0.156 & 0 & 0.313 \\ 0.156 & 0.344 & 0 & 0.063 \\ 0 & 0 & -0.313 & 0 \\ -0.313 & -0.063 & 0 & -0.438 \end{bmatrix}$$

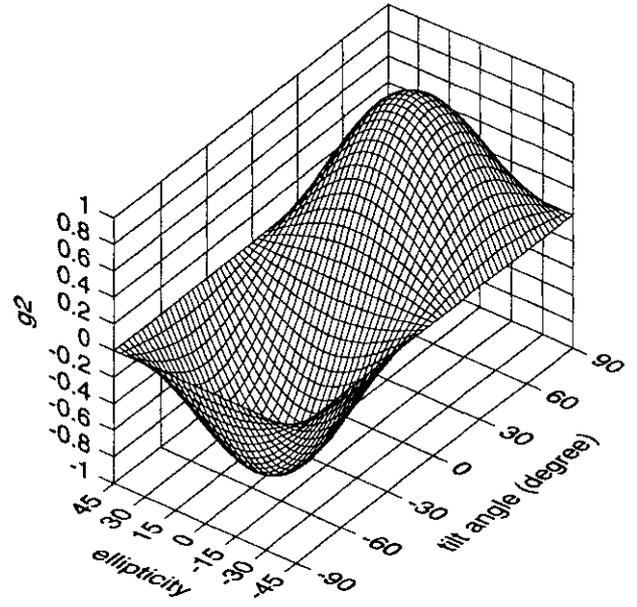
$$[K]_c = \begin{bmatrix} 0.469 & 0.156 & 0 & 0.313 \\ 0.156 & 0.344 & 0 & 0.063 \\ 0 & 0 & -0.313 & 0 \\ 0.313 & 0.063 & 0 & 0.438 \end{bmatrix}$$

$$[K]_x = \begin{bmatrix} 0.469 & 0.156 & 0 & 0.313 \\ -0.156 & -0.344 & 0 & -0.063 \\ 0 & 0 & 0.313 & 0 \\ -0.313 & -0.063 & 0 & -0.438 \end{bmatrix}$$





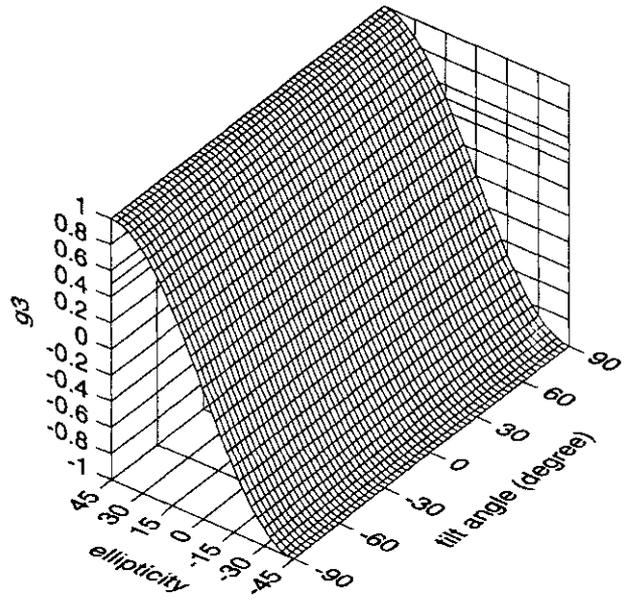
g_1



g_2

Stokes vector component g_1, g_2, g_3

$$g_1^2 + g_2^2 + g_3^2 = 1$$



g_3

第4章 散乱行列とその利用

散乱行列が与えられた場合、あるいはレーダで散乱行列を取得した場合、散乱行列から導かれる情報には、以下のものがある。

- ◆各要素の振幅と位相
- ◆偏波基底の変換による他の偏波状態での各要素（振幅と位相）
- ◆Kennaugh行列など他の偏波行列への変換・・・平均化操作などに利用
- ◆Polarimetric Signature・・・受信電力合成とその視覚化
- ◆特徴的偏波状態・・・固有の偏波状態
- ◆Pol Enhancement・・・偏波を使った強調
- ◆Pol Elimination・・・偏波を使った消去

これらのFactorを単独、あるいは組み合わせて使うことにより、有効な情報が取り出せる。これらの項目に対して、理論的事柄と実例を挙げて説明する。

4.1 散乱行列要素

Polarimetric SAR画像はいくつものピクセルから成っている。その1つ1つが散乱行列に対応している。

$$\begin{bmatrix} S(HV) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{HH} & S_{HV} \\ S_{VH} & S_{VV} \end{bmatrix} \quad (4.1.1)$$

$$S_{HV} = |S_{HV}| \exp(j \phi_{HV}) \quad (4.1.2)$$

散乱行列の要素でmonostatic radarを仮定すると、 $S_{HV} = S_{VH}$ である。散乱行列の絶対位相は取得できないので、例えば S_{HH} で他の要素を正規化したとすると、独立な成分は以下の5個となる。

$$\begin{array}{ccc} |S_{HH}| & |S_{HV}| & |S_{VV}| \\ & \phi_{HV} & \phi_{VV} \end{array}$$

これから派生する電力は $|S_{HH}|^2$ $|S_{HV}|^2$ $|S_{VV}|^2$ である。

これらの要素で画像化した例を示す。

以下の図は、合成開口FM-CW radarで取得した飛行機模型のPolarimetric画像データである。HH, VVでは全体的に似たイメージになっているが、細部は異なっている。翼の付け根の付近では、散乱が異なるために違いが見られる。HVでは胴体が現れていないことがよくわかる。これは円柱状の胴体に対して、交差偏波成分が少ないためである。また、翼の部分は緩やかな局面になっており、その部分で交差偏波成分が発生していることが、HV画像からわかる。

位相画像でも、それなりに飛行機の形がわかる。HHとVVではかなり違うイメージになっている。

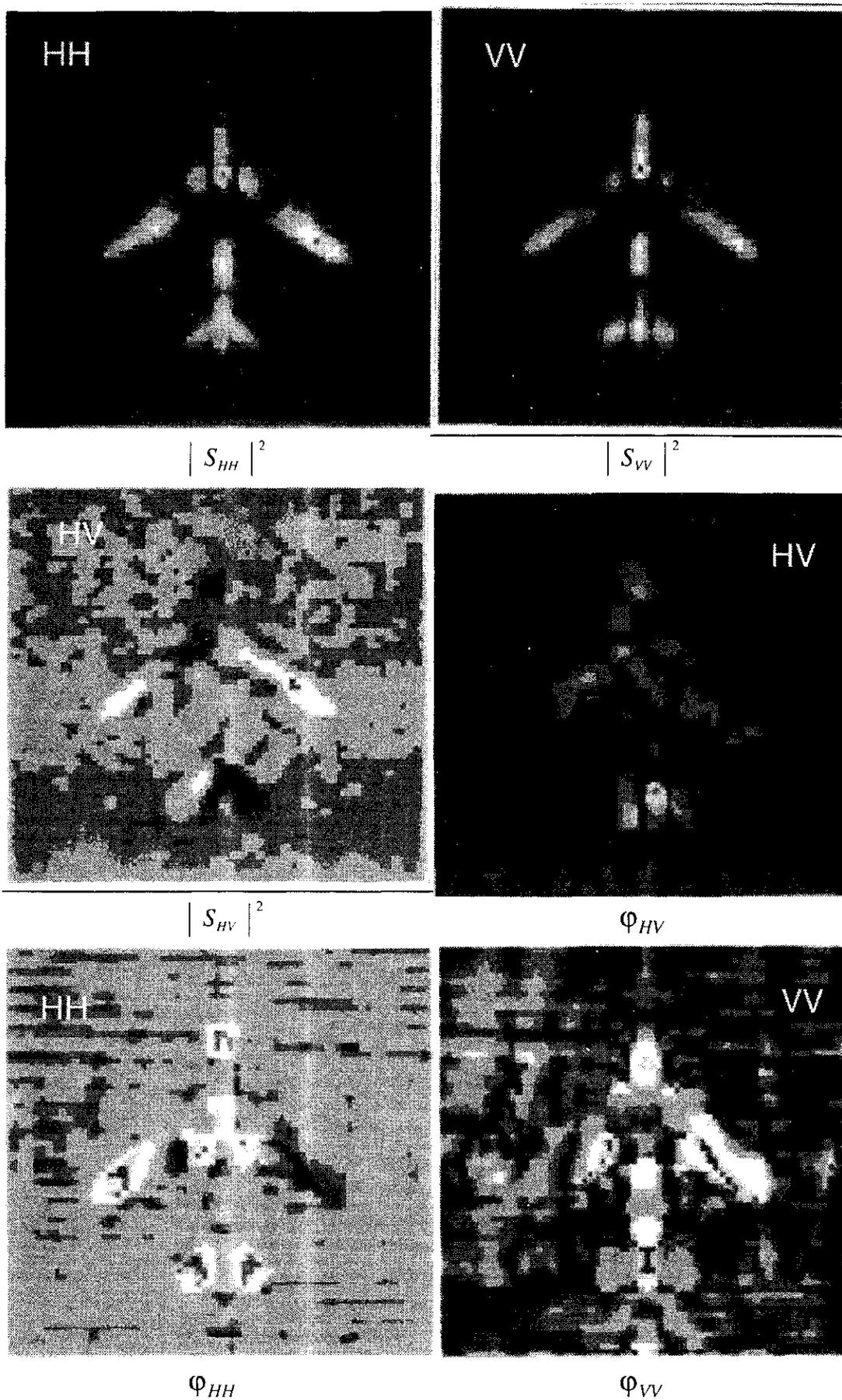


図4.1 散乱行列から得られる画像例

4.2 偏波基底と散乱行列の変換

任意の偏波基底への散乱行列の変換が以下のように行えるので、他の偏波基底での要素・電力でも表現が可能である。

4.2.1 偏波基底変換行列とベクトル変換行列

一般的な2つの偏波基底とその変換を考えてみよう。基底ベクトル \mathbf{x}, \mathbf{y} をもつ古い基底を(XY), 別の基底ベクトル \mathbf{a}, \mathbf{b} をもつ新しい基底を(AB)としよう。 $(\mathbf{x}, \mathbf{y}), (\mathbf{a}, \mathbf{b})$ はそれぞれ直交単位ベクトルの組である。例えば, (XY)基底で

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = 0 \quad \text{などが成り立つ。}$$

\mathbf{x}, \mathbf{y} を並べて書いたもの $[\mathbf{x}, \mathbf{y}]$ は次のように行列となる。

$$[\mathbf{x}, \mathbf{y}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

さて, 新しい基底の単位ベクトル \mathbf{a}, \mathbf{b} を古い基底の \mathbf{x}, \mathbf{y} で表現すれば,

$$\begin{aligned} \mathbf{a} (XY) &= a_1 \mathbf{x} + a_2 \mathbf{y} \\ \mathbf{b} (XY) &= b_1 \mathbf{x} + b_2 \mathbf{y} \end{aligned} \quad (4.2.3)$$

行列形式では

$$[\mathbf{a}, \mathbf{b}] = [\mathbf{x}, \mathbf{y}] \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix} = [\mathbf{x}, \mathbf{y}] [T] \quad (4.2.4)$$

$$[T] = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix} \quad (4.2.5a)$$

これは古い基底から新しい基底への単位ベクトルの基底変換であり, 基底変換行列は

$$[T(XY \rightarrow AB)] = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix} \quad (4.2.5b)$$

となる。当然のことながら, a_1, a_2 は古い基底(XY)を使って書き表わされた新しい基底(AB)における基底ベクトル \mathbf{a} の成分であり, 同様に b_1, b_2 も古い基底(XY)を使って書き表わされた \mathbf{b} の成分である。

さて, 一般のベクトル \mathbf{w} は図4.2のようにどの基底でも表現できる。

$$\mathbf{w} = \alpha_1 \mathbf{a} + \alpha_2 \mathbf{b} = \beta_1 \mathbf{x} + \beta_2 \mathbf{y} \quad (4.2.6)$$

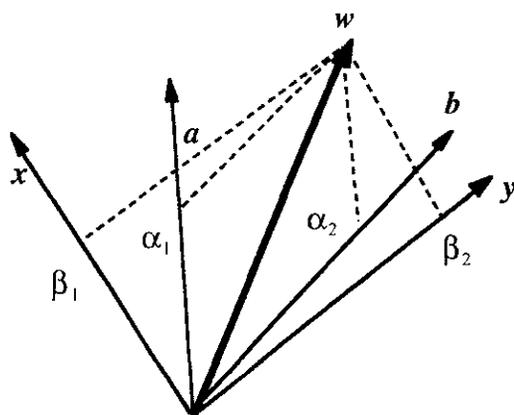


図4.2 ベクトルの基底と成分

ここで、 α_1, α_2 は w を (AB) 基底で展開したときの係数(成分)であり、 β_1, β_2 は w を (XY) 基底で展開したときの係数(成分)である。ベクトル w は基底の表現には依らない。我々はベクトルを表現する際に、ふつう基底ベクトルの係数(成分)を使って次のように表している。

$$w = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix}_{(AB)} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix}_{(XY)} \quad (4.2.7)$$

$$w^{(AB)} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix}, \text{ あるいは } w^{(XY)} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} \quad (4.2.8)$$

そこで基底も含めて (4.2.6) の w を行列表現すると

$$w = [a, b] \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = [x, y] \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} \quad (4.2.9)$$

$[a, b] = [x, y][T]$ を用いれば

$$w = [x, y] \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = [x, y] \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} \quad (4.2.10)$$

従って、基底変換によるベクトル成分の間には次の関係が成り立つ。

$$\begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = [T]^{-1} \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} \quad (4.2.11)$$

つまり、ベクトル成分の変換行列は、基底変換行列 $[T]$ の逆行列によって与えられる。このベクトル変換行列を $[U]$ としよう。

$$[U] = [T]^{-1} \quad (4.2.12)$$

以上のことから、 $XY \Rightarrow AB$ への基底変換は

$$\begin{aligned} [\mathbf{a}, \mathbf{b}] &= [\mathbf{x}, \mathbf{y}] [T] \\ \text{new}(AB) &\leftarrow \text{old}(XY) \end{aligned} \quad (4.2.13)$$

ベクトル成分の変換は

$$\begin{aligned} E(AB) &= [T]^{-1} E(XY) = [U] E(XY) \\ \text{new}(AB) &\leftarrow \text{old}(XY) \end{aligned} \quad (4.2.14a)$$

$$\begin{aligned} E(XY) &= [T] E(AB) \\ \text{old} &\leftarrow \text{new} \end{aligned} \quad (4.2.14b)$$

によって与えられることが分かる。

話は横道に逸れるが、仮に基底ベクトルの組を $\begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \end{bmatrix}$ の形式で書いたとすると、(4.2.4) の表現は (4.2.3) より

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix}$$

となり、座標変換等でなじみのある形式となる。このとき

$$[T] = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{bmatrix}$$

も基底変換行列と言い、例えば、直角座標と円筒座標の変換では

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a}_\rho \\ \mathbf{a}_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} = [T'] \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix}$$

となる。この形式でのベクトル変換行列は

$$\begin{bmatrix} A_\rho \\ A_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix} = [T'] \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix}$$

となって全く同じ形式を用いて表せる。この場合の $[T']$ は本文の $[U]$ に相当する。しかし、本文ではベクトル表現を列ベクトル形式 $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ で統一しているので $\begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \end{bmatrix}$ の表現は使えない。そのため $[\mathbf{a}, \mathbf{b}]$ の形式を用いている。

さて、 $[T]$ 、 $[T]^{-1}$ 、 $[U]$ は実数行列か、複素行列かによって、直交行列、ユニタリー行列でなければならない。もし、 $[T]$ が実数の直交行列であるなら、

$$[T]^{-1} = [T]^T \quad (4.2.15)$$

複素行列であるなら、

$$[T]^{-1} = [T]^{*\text{T}} = [T]^+ \quad (4.2.16)$$

である。添え字 T は転置を表す。

4.2.2 偏波比を使ったユニタリ変換行列

さて、以後はユニタリ変換行列を求めることになるが、その要素に対して偏波比 ρ を使って求めてみよう。基底ベクトルも含め、一般にベクトルはどの基底でも表現できるから、単位ベクトル \mathbf{a}, \mathbf{b} を古い基底(XY)を使って表現すれば、

$$\mathbf{a}(XY) = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \end{bmatrix} = \frac{e^{j\phi_{a_x}}}{\sqrt{1+\rho\rho^*}} \begin{bmatrix} 1 \\ \rho \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}(XY) = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \end{bmatrix} = \frac{e^{j\phi_{b_x}}}{\sqrt{1+\rho'\rho'^*}} \begin{bmatrix} 1 \\ \rho' \end{bmatrix} \quad (4.2.17)$$

ただし、

$$\rho = \frac{a_y}{a_x} = \frac{|a_y|}{|a_x|} e^{j\phi}, \quad \phi = \phi_{a_y} - \phi_{a_x}$$

$$\rho' = \frac{b_y}{b_x} = \frac{|b_y|}{|b_x|} e^{j\phi'}, \quad \phi' = \phi_{b_y} - \phi_{b_x}$$

である。

\mathbf{a}, \mathbf{b} は新しい基底(AB)における直交単位基底ベクトルなので、次の条件を満たす必要がある。

$$|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}| = 1, \quad \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0 \quad (4.2.18)$$

内積(ユニタリ積)の定義から

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}^* = \left(\frac{e^{j\phi_{a_x}}}{\sqrt{1+\rho\rho^*}} \begin{bmatrix} 1 \\ \rho \end{bmatrix} \right) \left(\frac{e^{-j\phi_{b_x}}}{\sqrt{1+\rho'\rho'^*}} \begin{bmatrix} 1 \\ \rho'^* \end{bmatrix} \right) = \frac{e^{j(\phi_{a_x} - \phi_{b_x})}}{\sqrt{1+\rho\rho^*}\sqrt{1+\rho'\rho'^*}} (1 + \rho\rho'^*)$$

$$\text{これより } 1 + \rho\rho'^* = 0 \quad \text{あるいは} \quad 1 + \rho^*\rho' = 0 \quad \text{従って} \quad \rho' = -\frac{1}{\rho^*} \quad (4.2.19)$$

$$\mathbf{b}(XY) = \frac{e^{j\phi_{b_x}}}{\sqrt{1 + \left(\frac{-1}{\rho^*}\right)\left(\frac{-1}{\rho}\right)}} \begin{bmatrix} 1 \\ \left(\frac{-1}{\rho^*}\right) \end{bmatrix} = \frac{|\rho| e^{j\phi_{b_x}}}{\sqrt{1+\rho\rho^*}} \left(\frac{-1}{\rho^*} \right) \begin{bmatrix} -\rho^* \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{|\rho| e^{j\phi_{b_x}}}{\sqrt{1+\rho\rho^*}} \left(\frac{-1}{|\rho| e^{-j\phi}} \right) \begin{bmatrix} -\rho^* \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{e^{j(\phi_{b_x} + \phi)}}{\sqrt{1+\rho\rho^*}} \begin{bmatrix} +\rho^* \\ -1 \end{bmatrix} \quad (4.2.20)$$

この関係より、式(4.2.5)に示すように、(XY)基底から(AB)基底への基底変換行列は

$$[T] = \frac{1}{\sqrt{1+\rho\rho^*}} \begin{bmatrix} e^{j\phi_{a_x}} & \rho^* e^{j(\phi_{b_x} + \phi)} \\ \rho e^{j\phi_{a_x}} & -e^{j(\phi_{b_x} + \phi)} \end{bmatrix} \quad (4.2.21)$$

となる。従って、(XY)から(AB)基底へのベクトル変換行列は

$$[U] = [T]^{-1} = [T]^* T = [T]^+ = \frac{1}{\sqrt{1 + \rho \rho^*}} \begin{bmatrix} e^{-j\phi_{a_x}} & \rho^* e^{-j\phi_{a_x}} \\ \rho e^{-j(\phi_{b_x} + \phi)} & -e^{-j(\phi_{b_x} + \phi)} \end{bmatrix} \quad (4.2.22)$$

となる。位相成分 $\phi_{a_x}, \phi_{b_x}, \phi$ は別の位相に置き換えても一般性は失われないので、

$$\phi_{a_x} = \phi_1, \quad \phi_{b_x} + \phi = \phi_2$$

と置けば、基底変換行列とベクトル変換行列は、偏波比 ρ を使って一般に

$$[T] = \frac{1}{\sqrt{1 + \rho \rho^*}} \begin{bmatrix} e^{j\phi_1} & \rho^* e^{j\phi_2} \\ \rho e^{j\phi_1} & -e^{j\phi_2} \end{bmatrix} \quad (4.2.23)$$

$$[U] = \frac{1}{\sqrt{1 + \rho \rho^*}} \begin{bmatrix} e^{-j\phi_1} & \rho^* e^{-j\phi_1} \\ \rho e^{-j\phi_2} & -e^{-j\phi_2} \end{bmatrix} \quad (4.2.24)$$

と書き表されることになる。これらの行列がユニタリ行列であるための条件は

$$\begin{aligned} [U]^* T &= [U]^{-1}, \quad [U]^* T [U] = [I], \\ \det \{ [U]^* T [U] \} &= \{ \det [U] \}^2 = 1, \quad | \det [U] | = 1 \end{aligned} \quad (4.2.25)$$

である。 $[U], [T]$ は

$$[U]^* T = \frac{1}{\sqrt{1 + \rho \rho^*}} \begin{bmatrix} e^{j\phi_1} & \rho e^{j\phi_1} \\ \rho^* e^{j\phi_2} & -e^{j\phi_2} \end{bmatrix}^T = [T] \quad (4.2.26a)$$

$$[U]^{-1} = \frac{\sqrt{1 + \rho \rho^*}}{-(1 + \rho \rho^*) e^{-j(\phi_1 + \phi_2)}} \begin{bmatrix} -e^{-j\phi_2} & -\rho^* e^{-j\phi_1} \\ -\rho e^{-j\phi_2} & e^{-j\phi_1} \end{bmatrix} = [T] \quad (4.2.26b)$$

$$\det \{ [U] \} = \det \{ [T] \} = -e^{j(\phi_1 + \phi_2)} = e^{j(\pi + \phi_1 + \phi_2)} \quad (4.2.27)$$

であり、ユニタリ行列の条件を満足している。

直線偏波から円偏波基底への偏波変換

古い基底(XY)を直線(HV)基底とし、新しい基底(AB)を円偏波基底(LR)とする。我々は L, R が次のように書けることを知っている。

$$\mathbf{L}(HV) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}(HV) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix} \quad (4.2.28)$$

(4.2.5)より基底変換行列[T]は

$$[T(HV \rightarrow LR)] = [\mathbf{L}(HV), \mathbf{R}(HV)] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ j & -j \end{bmatrix} \quad (4.2.29)$$

これを (4.2.23)に対応させれば,

$$[T(HV \rightarrow LR)] = \frac{1}{\sqrt{1 + \rho \rho^*}} \begin{bmatrix} e^{j\phi_1} & \rho^* e^{j\phi_2} \\ \rho e^{j\phi_1} & -e^{j\phi_2} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ j & -j \end{bmatrix} \quad (4.2.30)$$

$\therefore \rho = j, \phi_1 = 0, \phi_2 = \frac{\pi}{2}$ が得られる。それゆえ, ベクトル変換行列は

$$[U(HV \rightarrow LR)] = [T]^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & -j \\ 1 & j \end{bmatrix} \quad (4.2.31)$$

もし, 直線基底(HV)で偏波状態が $\mathbf{E}(HV)$, 円偏波基底(LR)で $\mathbf{E}'(LR)$ ならば, ベクトル変換行列[U]を使って

$$\mathbf{E}'(LR) = [U(HV \rightarrow LR)] \mathbf{E}(HV) \quad (4.2.32)$$

あるいは

$$\mathbf{E}(HV) = [U(HV \rightarrow LR)]^{-1} \mathbf{E}'(LR) = [U(LR \rightarrow HV)] \mathbf{E}'(LR) = [T] \mathbf{E}'(LR) \quad (4.2.33)$$

例えば, 左周り円偏波を直線偏波基底から円偏波基底に変換してみる。(4.2.28), (4.2.29)を使って

$$\mathbf{L}(LR) = [U(HV \rightarrow LR)] \mathbf{L}(HV) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & -j \\ 1 & j \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

逆に

$$\mathbf{L}(HV) = [U(LR \rightarrow HV)] \mathbf{L}(LR) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ j & -j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix}$$

4.2.3 散乱行列の変換

電圧方程式は

$$\mathbf{V} = \mathbf{h}_r^T \mathbf{E}_s = \mathbf{h}_r^T [S] \mathbf{E}_t = \mathbf{E}_r^T [S] \mathbf{E}_t \quad (4.2.34)$$

であるので, 直線偏波基底 (HV) では

$$\mathbf{V}(HV) = \mathbf{E}_r(HV)^T [S(HV)] \mathbf{E}_t(HV) \quad (4.2.35)$$

新しい基底 (AB) では

$$\mathbf{V}(AB) = \mathbf{E}'_r(AB)^T [S'(AB)] \mathbf{E}'_t(AB) \quad (4.2.36)$$

(4.2.14b)のユニタリ変換行列[T]を使って (4.2.35)を書き換える。

$$\begin{aligned}
V(HV) &= \left([T] \mathbf{E}'_r(AB) \right)^T [S(HV)] \left([T] \mathbf{E}'_t(AB) \right) \\
&= \mathbf{E}'_r(AB)^T \left([T]^T [S(HV)] [T] \right) \mathbf{E}'_t(AB)
\end{aligned}$$

受信電圧は基底変換によって不変である，したがって，新しい基底での散乱行列は，次のように変換される。

$$\left[S'(AB) \right] = [T]^T [S(HV)] [T] = \begin{bmatrix} S'_{AA} & S'_{AB} \\ S'_{BA} & S'_{BB} \end{bmatrix} \quad (4.2.37)$$

各要素は

$$S'_{AA} = \frac{e^{j2\phi_1}}{1 + \rho \rho^*} \left(S_{HH} + \rho S_{HV} + \rho S_{VH} + \rho^2 S_{VV} \right) \quad (4.2.38a)$$

$$S'_{AB} = \frac{e^{j(\phi_1 + \phi_2)}}{1 + \rho \rho^*} \left(\rho^* S_{HH} - S_{HV} + \rho \rho^* S_{VH} - \rho S_{VV} \right) \quad (4.2.38b)$$

$$S'_{BA} = \frac{e^{j(\phi_1 + \phi_2)}}{1 + \rho \rho^*} \left(\rho^* S_{HH} - S_{VH} + \rho \rho^* S_{HV} - \rho S_{VV} \right) \quad (4.2.38c)$$

$$S'_{BB} = \frac{e^{j2\phi_2}}{1 + \rho \rho^*} \left(\rho^{*2} S_{HH} - \rho^* S_{HV} - \rho^* S_{VH} + S_{VV} \right) \quad (4.2.38d)$$

これより，行列のSpanは

$$\begin{aligned}
Span \left\{ \left[S'(AB) \right] \right\} &= \left| S'_{AA} \right|^2 + \left| S'_{AB} \right|^2 + \left| S'_{BA} \right|^2 + \left| S'_{BB} \right|^2 \\
&= \left| S_{HH} \right|^2 + \left| S_{HV} \right|^2 + \left| S_{VH} \right|^2 + \left| S_{VV} \right|^2 \\
&= \left| \lambda_1 \right|^2 + \left| \lambda_2 \right|^2 = Span \left\{ \left[S(HV) \right] \right\}
\end{aligned} \quad (4.2.39)$$

となり，基底の変換で不変量となっている。特に，monostatic case では $S_{HV} = S_{VH}$ なので

$$S'_{AA} = \frac{1}{1 + \rho \rho^*} \left(S_{HH} + 2 \rho S_{HV} + \rho^2 S_{VV} \right) e^{j2\phi_1} \quad (4.2.40a)$$

$$S'_{AB} = S'_{BA} = \frac{1}{1 + \rho \rho^*} \left[\rho^* S_{HH} + (\rho \rho^* - 1) S_{HV} - \rho S_{VV} \right] e^{j(\phi_1 + \phi_2)} \quad (4.2.40b)$$

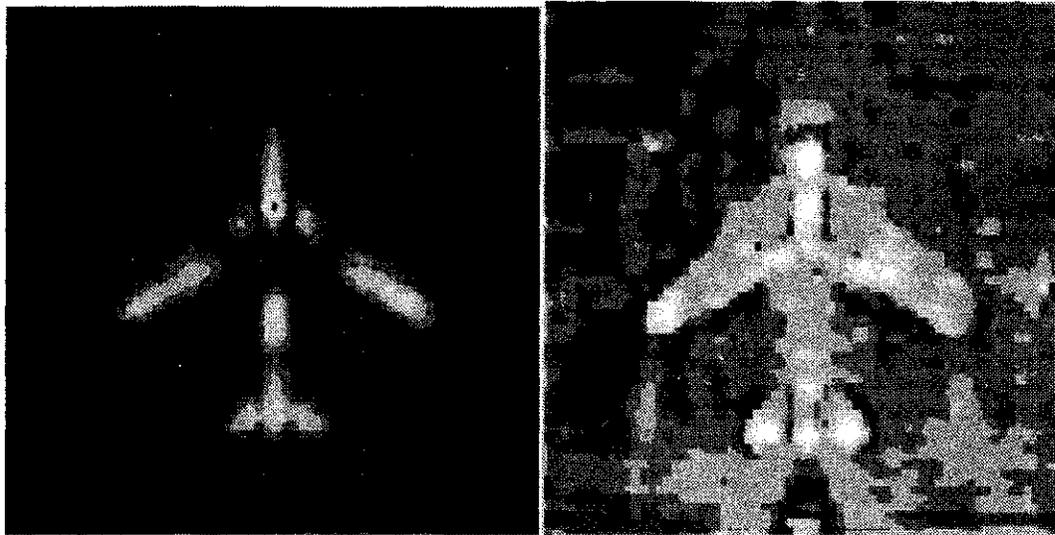
$$S'_{BB} = \frac{1}{1 + \rho \rho^*} \left(\rho^{*2} S_{HH} - 2 \rho^* S_{HV} + S_{VV} \right) e^{j2\phi_2} \quad (4.2.40c)$$

4.2.4 他の偏波状態での各要素

上に述べたように，偏波比を用いて，任意の偏波基底，偏波状態に散乱行列を変換することができる。変換された散乱行列の要素を使って，新たに5つの独立変数をもつイメージを作成できる。

まず，HV基底で得られるSpan image, Phase imageを次の図に示す。Spanは基底の変換で不

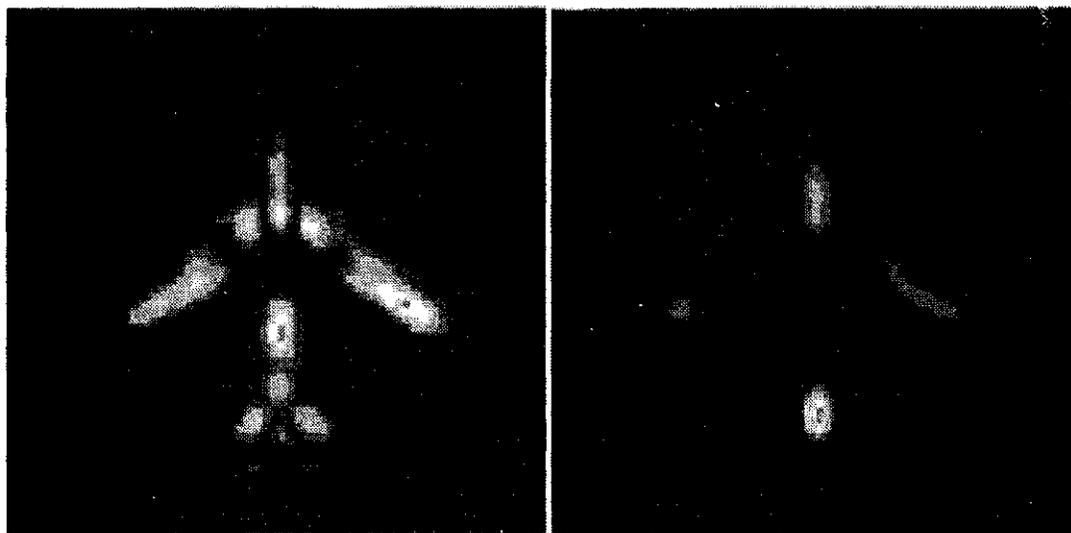
変量となっているので、どのような偏波基底をとっても同じ画像が得られる。また、 $\frac{1}{2}(\varphi_{HH} - \varphi_{VV})$ imageは、物体の局面が反映されると言われており、この図からも、その様子がうかがえる。



$$|S_{HH}|^2 + 2|S_{HV}|^2 + |S_{VV}|^2 \qquad \frac{1}{2}(\varphi_{HH} - \varphi_{VV})$$

図4.3 Span と位相イメージ

次に、飛行機の胴体と翼の付け根の位置における散乱行列を取り出し、その散乱行列から Co-Pol Maxになる偏波状態を選び出して、その偏波基底で再度イメージングを行ったものを図に示す。構造的に2面コーナリフレクタになっているので、その特徴が現れる散乱行列が得られたが、それを最大受信する偏波状態で見ると、図に示したように、強調されたイメージが生成される。また、Co-Pol Minでは、右図のようになり、完全に受信電力が消されたイメージが生成される。



Co-Pol Max

Co-Pol Min

図4.4 胴体と付け根の最大化と最小化イメージ

4.3 他の偏波行列への相互変換

レーダからの反射波は、計測時間とその時間内でのターゲットの揺らぎによってコヒーレント波とインコヒーレント波に分類される。計測時間が十分短ければ、ターゲットからの波は位相のそろったコヒーレント波になり、完全に偏波した波とすることができる。一方、計測時間内に揺らぎがあると波の位相はランダムになり、位相の不揃いな波が混合して戻ってくることになる。この波には全く位相のそろっていない部分と位相のそろった部分が含まれ、部分的に偏波した波と考えることができる。

レーダの送信では、完全に偏波した波を送るが、ターゲットによって部分的に偏波した波になることをdepolarizationという。一方、完全に偏波した波がターゲットに当たって偏波状態を変えた場合もdepolarizationという言葉を使うことがあるが、混同しやすいのでこの場合は"re-polarization"という言葉の方が適切と思われる。

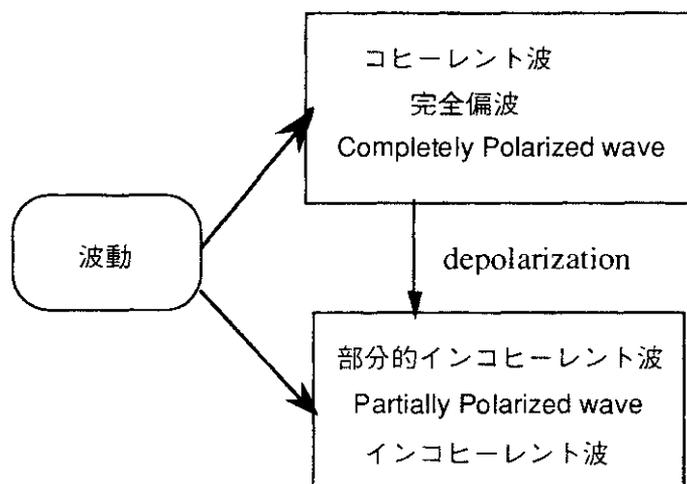


図4.3.1 完全偏波と部分偏波した波

ポーラリメトリックレーダから得られる散乱行列は、位相がそろったコヒーレントな行列である。しかし、スナップショット毎に得られる散乱行列を加え合わせると、複素数同士の和となるため、位相がランダムとなり、和の散乱行列は個々の散乱行列とは全く異なったものとなる。そのため、個々のスナップショットの偏波特性を保持するために、まず位相成分を含まないMueller行列に変換して和をとり、それを平均化した後に散乱行列に戻したり、あるいはそのままMueller行列としてデータに蓄えることが多い。Mueller行列の要素に関しては、Huynenが深く考察しており、現象論的な意味づけもなされている。また、画像ピクセル間で平均化などの操作を行う場合、Mueller行列やCovariance行列などが適している。時間平均や空間平均の操作では、エルゴード性を仮定して行っている。最も基本的な散乱行列とMueller行列の変換は、図4.3.2のように表すことができる。ここでは、図4.3.2の行列変換1, 2, 3について述べる。

4.3 他の偏波行列への相互変換

レーダからの反射波は、計測時間とその時間内でのターゲットの揺らぎによってコヒーレント波とインコヒーレント波に分類される。計測時間が十分短ければ、ターゲットからの波は位相のそろったコヒーレント波になり、完全に偏波した波とすることができる。一方、計測時間内に揺らぎがあると波の位相はランダムになり、位相の不揃いな波が混合して戻ってくることになる。この波には全く位相のそろっていない部分と位相のそろった部分が含まれ、部分的に偏波した波と考えることができる。

レーダの送信では、完全に偏波した波を送るが、ターゲットによって部分的に偏波した波になることをdepolarizationという。一方、完全に偏波した波がターゲットに当たって偏波状態を変えた場合もdepolarizationという言葉を使うことがあるが、混同しやすいのでこの場合は"re-polarization"という言葉の方が適切と思われる。

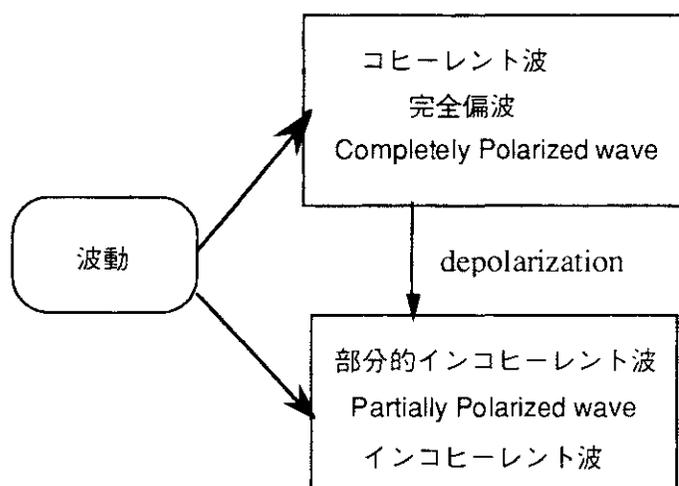


図4.3.1 完全偏波と部分偏波した波

ポーラリメトリックレーダから得られる散乱行列は、位相がそろったコヒーレントな行列である。しかし、スナップショット毎に得られる散乱行列を加え合わせると、複素数同士の和となるため、位相がランダムとなり、和の散乱行列は個々の散乱行列とは全く異なったものとなる。そのため、個々のスナップショットの偏波特性を保持するために、まず位相成分を含まないMueller行列に変換して和をとり、それを平均化した後に散乱行列に戻したり、あるいはそのままMueller行列としてデータに蓄えることが多い。Mueller行列の要素に関しては、Huynenが深く考察しており、現象論的な意味づけもなされている。また、画像ピクセル間で平均化などの操作を行う場合、Mueller行列やCovariance行列などが適している。時間平均や空間平均の操作では、エルゴード性を仮定して行っている。最も基本的な散乱行列とMueller行列の変換は、図4.3.2のように表すことができる。ここでは、図4.3.2の行列変換1, 2, 3について述べる。

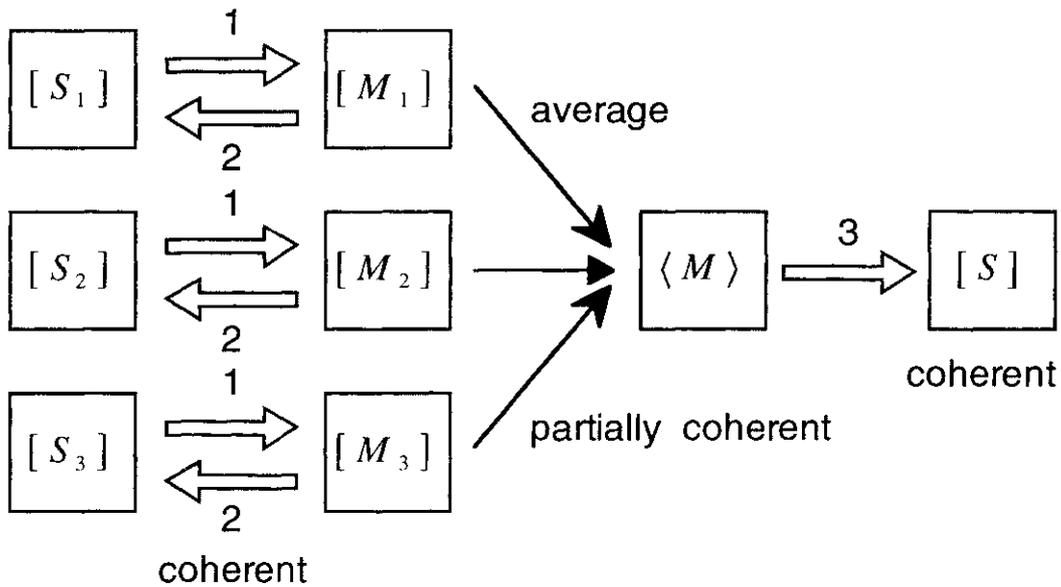


図4.3.2 偏波行列の変換

4.3.1 散乱行列からMueller行列, Kennough行列への変換

図4.3.2の散乱行列からMueller行列への変換1は、レーダポーラリメトリーの定義式に沿って以下になる。この場合、Mueller行列もコヒーレントである。送信Stokesベクトル=Kennoughベクトルを

$$g = \begin{bmatrix} |E_x|^2 + |E_y|^2 \\ |E_x|^2 - |E_y|^2 \\ 2|E_x||E_y|\cos\phi \\ 2|E_x||E_y|\sin\phi \end{bmatrix} = A^2 \begin{bmatrix} 1 \\ \cos 2\tau \cos 2\varepsilon \\ \sin 2\tau \cos 2\varepsilon \\ \sin 2\varepsilon \end{bmatrix} = A^2 \begin{bmatrix} 1 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (4.3.1)$$

で定義し、

$$\text{Mueller行列が} \quad [M] = \begin{bmatrix} m_{00} & m_{01} & m_{02} & m_{03} \\ m_{10} & m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{20} & m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{30} & m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \quad (4.3.2)$$

で定義されているとすると、散乱行列の要素との関係は

$$m_{00} = \frac{1}{2} \left(|S_{xx}|^2 + |S_{yy}|^2 + |S_{xy}|^2 + |S_{yx}|^2 \right) \quad (4.3.3)$$

などで与えられる（第3章で示した通りである）。ここで、送信アンテナと受信アンテナの位置が同じ後方散乱で、レーダに原点を置く monostatic radar の場合、後方散乱の行列は Kennough 行列 $[K]$ と呼ばれ、Mueller 行列と次の関係がある。

$$[K] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} [M] \quad (4.3.4)$$

monostatic radar では $S_{yx} = S_{xy}$ であるので、Mueller行列の要素では

$$\begin{aligned} m_{01} &= m_{10}, & m_{02} &= m_{20}, & m_{03} &= -m_{30}, \\ m_{12} &= m_{21}, & m_{13} &= -m_{31}, & m_{23} &= -m_{32} \end{aligned} \quad (4.3.5)$$

が成り立つ。その結果、

$$[K] = \begin{bmatrix} m_{00} & m_{01} & m_{02} & m_{03} \\ m_{01} & m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{02} & m_{12} & m_{22} & m_{23} \\ -m_{30} & -m_{31} & -m_{32} & -m_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{00} & m_{01} & m_{02} & m_{03} \\ m_{01} & m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{02} & m_{12} & m_{22} & m_{23} \\ m_{03} & m_{13} & m_{23} & -m_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{00} & k_{01} & k_{02} & k_{03} \\ k_{01} & k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{02} & k_{12} & k_{22} & k_{23} \\ k_{03} & k_{13} & k_{23} & k_{33} \end{bmatrix} \quad (4.3.6)$$

となって、実の対称行列となる。この場合の成分は

$$m_{00} = k_{00} = \frac{1}{2} \left(|S_{xx}|^2 + 2|S_{xy}|^2 + |S_{yy}|^2 \right) \quad (4.3.7a)$$

$$m_{01} = m_{10} = k_{01} = \frac{1}{2} \left(|S_{xx}|^2 - |S_{yy}|^2 \right) \quad (4.3.7b)$$

$$m_{02} = m_{20} = k_{02} = \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{xy}^* + S_{xy} S_{yy}^* \right) \quad (4.3.7c)$$

$$m_{03} = -m_{30} = k_{03} = \operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{xy}^* + S_{xy} S_{yy}^* \right) \quad (4.3.7d)$$

$$m_{11} = k_{11} = \frac{1}{2} \left(|S_{xx}|^2 - 2|S_{xy}|^2 + |S_{yy}|^2 \right) \quad (4.3.7e)$$

$$m_{12} = m_{21} = k_{12} = \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{xy}^* - S_{xy} S_{yy}^* \right) \quad (4.3.7f)$$

$$m_{13} = -m_{31} = k_{13} = \operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{xy}^* - S_{xy} S_{yy}^* \right) \quad (4.3.7g)$$

$$m_{22} = k_{22} = \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{yy}^* \right) + |S_{xy}|^2 \quad (4.3.7h)$$

$$m_{23} = -m_{32} = k_{23} = \operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{yy}^* \right) \quad (4.3.7i)$$

$$k_{33} = -m_{33} = |S_{xy}|^2 - \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{yy}^* \right) \quad (4.3.7j)$$

となる。monostaticな場合には、これら10個の要素のうち

$$m_{00} = m_{11} + m_{22} - m_{33} \quad k_{00} = k_{11} + k_{22} + k_{33} \quad (4.3.8)$$

が成り立つので、9個が独立である。さて、Huynenの表記に従って

$$[K] = \begin{bmatrix} m_{00} & m_{01} & m_{02} & m_{03} \\ m_{01} & m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{02} & m_{12} & m_{22} & m_{23} \\ m_{03} & m_{13} & m_{23} & -m_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 + B_0 & F & C & H \\ F & -A_0 + B_0 & G & D \\ C & G & A_0 + B & -E \\ H & D & -E & A_0 - B \end{bmatrix} \quad (4.3.9)$$

の様に書くことができる。ここで、要素の成分は

$$\begin{aligned}
 A_0 &= |S_{xy}|^2 & B_0 &= \frac{1}{2} \left(|S_{xx}|^2 + |S_{yy}|^2 \right) & B &= \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{yy}^* \right) \\
 C &= \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{xy}^* + S_{xy} S_{yy}^* \right) & D &= \operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{xy}^* - S_{xy} S_{yy}^* \right) & -E &= \operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{yy}^* \right) \\
 F &= \frac{1}{2} \left(|S_{xx}|^2 - |S_{yy}|^2 \right) & G &= \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{xy}^* - S_{xy} S_{yy}^* \right) & H &= \operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{xy}^* + S_{xy} S_{yy}^* \right)
 \end{aligned} \tag{4.3.10}$$

であり、これらの記号には以下の意味がある。

- A_0 Generator of target symmetry
- B_0 Generator of target structure
- $B_0 - B$ Generator of target non-symmetry
- $B_0 + B$ Generator of target irregularity
- C Shape factor (maximum for line target)
- D Local shape, curvature difference
- E Local surface torsion
- F Global surface twist, helicity
- G Local coupling
- H Coupling due to target alignment (tilt)

3つの偏波チャンネルにおいて、Stokes (=Kennaugh) ベクトルとKennaugh行列による受信電力表現は、以下ようになる。

1) 送信と受信が同じ偏波チャンネル(Co-Polarization Channel)

送信Stokesベクトルと受信Stokesベクトルが等しいので $\mathbf{g}_{rec} = \mathbf{g}_t$

$$P^c = \frac{1}{2} \mathbf{g}_t^T \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} [\mathbf{M}] \mathbf{g}_t = \frac{1}{2} \mathbf{g}_t^T [\mathbf{K}]_c \mathbf{g}_t \tag{4.3.11}$$

ただし、

$$[\mathbf{K}]_c = \begin{bmatrix} m_{00} & m_{01} & m_{02} & m_{03} \\ m_{01} & m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{02} & m_{12} & m_{22} & m_{23} \\ m_{03} & m_{13} & m_{23} & -m_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{00} & k_{01} & k_{02} & k_{03} \\ k_{01} & k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{02} & k_{12} & k_{22} & k_{23} \\ k_{03} & k_{13} & k_{23} & k_{33} \end{bmatrix} \tag{4.3.12}$$

2) 送信と受信が直交する偏波チャンネル(Cross-Polarization Channel)

送信Stokesベクトルと受信Stokesベクトルが直交している。

$$\mathbf{g}_t = \left(1, x_1, x_2, x_3 \right)^T \tag{4.3.13}$$

$$\mathbf{g}_{\text{rec}} = \left(1, -x_1, -x_2, -x_3 \right)^{\text{T}} \quad (4.3.14)$$

$$P^x = \frac{1}{2} \mathbf{g}_t^{\text{T}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [M] \mathbf{g}_t = \frac{1}{2} \mathbf{g}_t^{\text{T}} [K]_x \mathbf{g}_t \quad (4.3.15)$$

ただし,

$$[K]_x = \begin{bmatrix} m_{00} & m_{01} & m_{02} & m_{03} \\ -m_{01} - m_{11} - m_{12} - m_{13} \\ -m_{02} - m_{12} - m_{22} - m_{23} \\ -m_{03} - m_{13} - m_{23} & m_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{00} & k_{01} & k_{02} & k_{03} \\ -k_{01} - k_{11} - k_{12} - k_{13} \\ -k_{02} - k_{12} - k_{22} - k_{23} \\ -k_{03} - k_{13} - k_{23} - k_{33} \end{bmatrix} \quad (4.3.16)$$

3) 受信が散乱波を最大に受信するチャンネル(Matched-Polarization Channel)

$$P^m = \mathbf{g}_t^{\text{T}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} [M] \mathbf{g}_t = \mathbf{g}_t^{\text{T}} [K]_m \mathbf{g}_t \quad (4.3.17)$$

$$[K]_m = \begin{bmatrix} m_{00} & m_{01} & m_{02} & m_{03} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{00} & k_{01} & k_{02} & k_{03} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.3.18)$$

なお,

$$[K]_m = \frac{1}{2} [K]_c + \frac{1}{2} [K]_x \quad (4.3.19)$$

が成り立つので $P^m = P^c + P^x$ (4.3.20)

以上の結果をまとめると、散乱行列さえ取得できれば、Mueller, Kennaugh行列への変換が可能であり、Stokes行列も導出できる。そしてCo-Pol.とCross(X)-Polチャンネル, Matched Channelの電力も、任意の偏波状態で計算できることになる。このことは、Fully Polarimetricで特徴的なことであると同時に、散乱行列が果たす大きな役割である。

なお、NASA JPLでのAIRSAR, SIR-C/X-SAR記録フォーマットは、散乱行列の要素を用いて、Stokes行列の形式として以下のようにになっている。

$$[N] = \begin{bmatrix} n_{00} & n_{01} & n_{02} & n_{03} \\ n_{01} & n_{11} & n_{12} & n_{13} \\ n_{02} & n_{12} & n_{22} & n_{23} \\ n_{03} & n_{13} & n_{23} & n_{33} \end{bmatrix} : \text{Stokes行列} \quad (4.3.21)$$

$$n_{00} = \frac{1}{2} \left(|S_{xx}|^2 + 2|S_{xy}|^2 + |S_{yy}|^2 \right) = m_{00} = k_{00}$$

$$\begin{aligned}
n_{01} = n_{10} &= \frac{1}{2} \left(|S_{xx}|^2 - |S_{yy}|^2 \right) = m_{01} = m_{10} = k_{10} \\
n_{02} = n_{20} &= \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{xy}^* + S_{xy} S_{yy}^* \right) = m_{02} = m_{20} = k_{20} \\
n_{03} = n_{30} &= -\operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{xy}^* + S_{xy} S_{yy}^* \right) = -m_{03} = m_{30} = -k_{03} \\
n_{11} &= \frac{1}{2} \left(|S_{xx}|^2 - 2|S_{xy}|^2 + |S_{yy}|^2 \right) = m_{11} = k_{11} \\
n_{12} = n_{21} &= \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{xy}^* - S_{xy} S_{yy}^* \right) = m_{12} = m_{21} = k_{12} \\
n_{13} = n_{31} &= -\operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{xy}^* - S_{xy} S_{yy}^* \right) = -m_{13} = m_{31} = -k_{13} \\
n_{22} &= \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{yy}^* \right) + |S_{xy}|^2 = m_{22} = k_{22} \\
n_{23} = n_{32} &= -\operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{yy}^* \right) = -m_{23} = m_{32} = -k_{23} \\
n_{33} &= |S_{xy}|^2 - \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{yy}^* \right) = -m_{33} = k_{33}
\end{aligned} \tag{4.3.22}$$

この情報から，Mueller, Kennaugh, Stokes行列への変換は，要素の符号の変更だけであり，簡単に行えることがわかる。一方，Stokes行列，Mueller行列，Kennaugh行列で既にデータが記録されている状態から，散乱行列を導くためには，上記の逆演算を施す必要がある。

4.3.2 Mueller行列から散乱行列への変換

一方，コヒーレントなMueller行列が与えられた場合，散乱行列へ戻す（図4.3.2の変換2）には，以下の手順で行える。

<相対散乱行列の導出方法>

Kennaugh行列，あるいはMueller行列が次式で与えられたとする。

$$[K] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} [M] = \begin{bmatrix} k_{00} & k_{01} & k_{02} & k_{03} \\ k_{01} & k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{02} & k_{12} & k_{22} & k_{23} \\ k_{03} & k_{13} & k_{23} & k_{33} \end{bmatrix} \tag{4.3.23}$$

ここで，変換式から次式が成り立つことが分かる。

$$\begin{bmatrix} |S_{11}|^2 \\ |S_{21}|^2 \\ |S_{31}|^2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} k_{00} + 2k_{01} + k_{11} \\ k_{00} - 2k_{01} + k_{11} \\ k_{00} - k_{11} \end{bmatrix} \tag{4.3.24}$$

$$S_{xx} S_{yy}^* = \frac{1}{2} [(k_{22} - k_{33}) + j k_{23}] \tag{4.3.25}$$

$$S_{xx} S_{yy}^* = \frac{1}{2} [(k_{02} + k_{12}) + j (k_{03} + k_{13})] \tag{4.3.26}$$

それゆえ、相対散乱行列 $[S]_{relative}$ は

$$[S]_{relative} = |S_{xx}| \begin{bmatrix} 1 & |S_{xy}|/|S_{xx}| e^{j \arg(S_{xx}^* S_{xy})} \\ |S_{xy}|/|S_{xx}| e^{j \arg(S_{xx}^* S_{xy})} & |S_{yy}|/|S_{xx}| e^{j \arg(S_{xx}^* S_{yy})} \end{bmatrix} \quad (4.3.27)$$

と与えられる。この式に上3式を代入することにより、 $[S]_{relative}$ は導出可能となる。この相対散乱行列では初期位相の情報は失われるが、特徴的偏波状態の情報は保持される。この手順で散乱行列が復元できるが、誤差が含まれている場合には、別途検討が必要である。

4.3.3 平均化Mueller Matrixから散乱行列への変換

ここでは、平均化されたMueller行列が与えられたとき、それをコヒーレント成分とインコヒーレント成分の和に一意的に分解することを考える。コヒーレント成分が導ければ、その成分は前節のように相対散乱行列に変換することができる。そして、散乱行列としての分解や、その他の特徴を引き出すことができる。

4.3.3.1 Mueller Matrixの分解

時間・空間平均化されたMueller行列 $\langle M \rangle$ は、 4×4 の実数行列である。HuynenはMueller行列 $\langle M \rangle$ を分解して、式(4.3.28)のように対称な行列と非対称な行列に分けた。対称な行列とは、一つのコヒーレントな成分からなるターゲットを表し、非対称な行列は、その他のノイズ成分に相当する。そして、それらからターゲットの偏波散乱特性を推定しようとするものである。

$$\langle M \rangle = M_o + M_n \quad (4.3.28)$$

ここで、

$$M_o = \begin{bmatrix} A_o + B_o^s & C & H & F^s \\ C & A_o + B_o^s & E^s & G \\ H & E^s & A_o - B_o^s & D \\ F^s & G & D & B_o^s - A_o \end{bmatrix} : \text{symmetric single target} \quad (4.3.29)$$

$$M_n = \begin{bmatrix} B_o^n & 0 & 0 & F^n \\ 0 & B^n & E^n & 0 \\ 0 & E^n & -B^n & 0 \\ F^n & 0 & 0 & B_o^n \end{bmatrix} : \text{Noise term} \quad (4.3.30)$$

C, H, G, D は決まった値、 M_o や s はコヒーレントなsingle targetに対応、 n はノイズに対応する。この分解の善し悪しは、議論があると思われるが、ここでは先人の方法を踏襲し、その分解法の精度や問題点について考える。楊健氏によって提案された方法を示す。

<Stable分解>

M^0 をコヒーレントな散乱行列に対応するMueller行列, ΔM をノイズ行列として式(4.3.31)のように分解してみる。

$$\langle M \rangle = M^0 + \Delta M \quad (4.3.31)$$

(4.3.28)の分解に対して, M_0 も散乱行列に対応するMueller行列なので, 2つの分解式を考えることになるが, もし, M_0 と M^0 が同じものであれば, 分解は安定して行えることになる。これが基本的な考え方である。

そこで, $a = \frac{\|M^0 - M_0\|}{\|\Delta M\|}$ を *noise sensitivity factor* (associated with M^0 and ΔM) と定義する。どのような M^0 と ΔM に対しても, もし, ある正の数で

$$\|M^0 - M_0\| \leq A \|\Delta M\| \quad (4.3.32)$$

を満たすような A があったとすると, 最小の A_{\min} は *stability infimum* と呼ばれる。そして A_{\min} が, ある値よりも小さいならば, 分解は安定である。もし, a を大きくさせる $\langle M \rangle$ が存在するならば, 分解は不安定になる。

例えば, 散乱行列 $[S] = \begin{bmatrix} 1 & 0.1i \\ 0.1i & -0.99+0.02i \end{bmatrix}$

が与えられたとき, それに対応するMueller行列は

$$[M] = \begin{bmatrix} 1.00025 & 0.00975 & 0.002 & -0.199 \\ 0.00975 & 0.98025 & -0.002 & -0.001 \\ 0.002 & -0.002 & -0.98 & -0.02 \\ -0.199 & -0.001 & -0.02 & 1 \end{bmatrix}$$

となる。そこで, 平均化されたMueller行列で, わずかな誤差を含んだ次の行列を考えてみる。

$$\langle M \rangle = \begin{bmatrix} 1.00125 & 0.00975 & 0.002 & -0.199 \\ 0.00975 & 0.98025 & -0.002 & -0.001 \\ 0.002 & -0.002 & -0.9805 & -0.02 \\ -0.199 & -0.001 & -0.02 & 1.0005 \end{bmatrix}$$

1x1, 3x3 と 4x4成分に誤差が入っている。Huynenの方法で分解すれば

$$\langle M \rangle = M_0 + M_n = \begin{bmatrix} 0.33372 & -0.00975 & 0.00200 & -0.06633 \\ -0.00975 & 0.32706 & -0.00067 & -0.00100 \\ 0.00200 & -0.00067 & -0.32631 & -0.02000 \\ -0.06633 & -0.00100 & -0.02000 & 0.33297 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.66753 & 0 & 0 & -0.13267 \\ 0 & 0.65319 & -0.00133 & 0 \\ 0 & -0.00133 & -0.65319 & 0 \\ -0.13267 & 0 & 0 & 0.66753 \end{bmatrix}$$

となる。第1項は分解されたsingle targetのMueller行列である。それを散乱行列に戻してみると

$$[S_0] = \begin{bmatrix} 0.58321 & 0.00114+0.05772i \\ 0.00114+0.05772i & -0.56521+0.03429i \end{bmatrix}$$

が得られ、最初のものとは明らかに異なった行列になる。ちなみに、この場合のnoise sensitivity factorは $a=1088.8$ となっており、不安定な分解であることが分かる。

そこで、散乱行列 $[S] = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 \\ s_2 & s_3 \end{bmatrix}$ が与えられたら、対応するMueller行列を次の関係を使って展開する。

$$M = \sum_{n=1}^3 \sum_{k=1}^3 Q_{nk} s_n s_k^* \quad (4.3.33)$$

ただし

$$Q_{11} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad Q_{12} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -i \\ 0 & 0 & 1 & -i \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ i & i & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad Q_{13} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 1 & -i \\ 0 & i & i & -1 \end{bmatrix} \quad (4.3.34)$$

$$Q_{22} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad Q_{23} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & i \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -i & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad Q_{33} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Q_{21} = Q_{12}^*$$

$$Q_{31} = Q_{13}^*$$

$$Q_{32} = Q_{23}^*$$

逆に、誤差を含んだMueller行列が与えられたら、次のように展開してみる。

$$\langle M \rangle = \sum_{n=1}^3 \sum_{k=1}^3 c_{nk} Q_{nk} \quad (4.3.35)$$

ここで、

$$\begin{aligned} c_{11} &= m_{01} + \frac{1}{2}(m_{00} + m_{11}) & c_{12} &= \frac{1}{2}(m_{02} + m_{12}) + \frac{1}{2}(m_{03} + m_{13})i \\ c_{31} &= c_{13}^* & c_{21} &= c_{12}^* & c_{22} &= \frac{1}{2}(m_{00} - m_{11}) \\ c_{23} &= \frac{1}{2}(m_{02} - m_{12}) + \frac{1}{2}(m_{03} - m_{13})i & c_{31} &= c_{13}^* \\ c_{32} &= c_{23}^* & c_{33} &= \frac{1}{2}(m_{00} + m_{11}) - m_{01} \end{aligned} \quad (4.3.36)$$

c_{nk} は3*3のcovariance 行列の要素である。つまり、 Q_{nk} を展開する際の基準行列として使い、 $\langle M \rangle$ の展開に対して式 (4.3.33) (4.3.35) の係数 c_{nk} を比較することにより、散乱行列の要素を導きだそうとする考え方である。

◆方法1

Step 1 まず c_{nk} を使って、Mueller行列を次の形に表現する。

$$\langle M \rangle = \sum_{n=1}^3 \sum_{k=1}^3 |c_{nk}| \exp(i\phi_{nk}) Q_{nk} \quad (4.3.37)$$

Step 2 $s_k = r_k \exp(i\theta_k)$ ($k=1, 2, 3$) と置き、導きたい散乱行列の要素とする。そのとき、振幅 r_k ($k=1, 2, 3$) は次のように求める。

(i) $r_k^0 = \sqrt{|c_{kk}|}$ ($k=1, 2, 3$)

(ii) もし r_k^m ($k=1, 2, 3$) が得られたら、 $r_k^{m+1} = r_k^m + \Delta r_k^m$ ($k=1, 2, 3$) を次式で計算する。

$$\sum_{k=1}^3 \left((r_k^m)^2 \Delta r_n^m + (2 r_k^m r_n^m - |c_{nk}|) \Delta r_k^m \right) = \sum_{k=1}^3 \left(r_k^m |c_{nk}| - r_n^m (r_k^m)^2 \right) \quad (4.3.38)$$

($n=1, 2, 3.$)

この式はNewton 法と、次の nonlinear least square 法に基礎をおいている。

$$\min \left\{ \sum_{n=1}^3 \sum_{k=1}^3 (|c_{nk}| - r_k r_n)^2 \right\} \quad (4.3.39)$$

もし $\Delta r_1^m + \Delta r_2^m + \Delta r_3^m < \varepsilon m_{00}$ ならば (ただし ε は非常に小さい数であり, 例えば $\varepsilon = 10^{-10}$), r_k^{m+1} ($k=1, 2, 3$) を散乱行列要素の振幅とみなす。

Step 3 $s_k = r_k \exp(i\theta_k)$ ($k=1, 2, 3$) と置く。もし $r_1 \neq 0$ なら, $\theta_1 = 0$ とする。
($r_1 = 0$ の場合は, θ_2 or $\theta_3 = 0.$) すると θ_2, θ_3 は, 次式で求めることができる。

$$\theta_2 = \frac{1}{r_1 + r_2 + r_3} \left(r_3 \varphi_{23} - (r_1 + r_2) \varphi_{12} - r_3 \varphi_{13} \right) \quad (4.3.40)$$

$$\theta_3 = \frac{-1}{r_1 + r_2 + r_3} \left(r_2 \varphi_{23} + r_2 \varphi_{12} + (r_1 + r_3) \varphi_{13} \right) \quad (4.3.41)$$

これも以下の線形最小 2 乗法に基礎をおいている。

$$\min \left\{ r_1 r_2 (\varphi_{12} + \theta_2)^2 + r_1 r_3 (\varphi_{13} + \theta_3)^2 + r_2 r_3 (\varphi_{23} - \theta_2 + \theta_3)^2 \right\}. \quad (4.3.42)$$

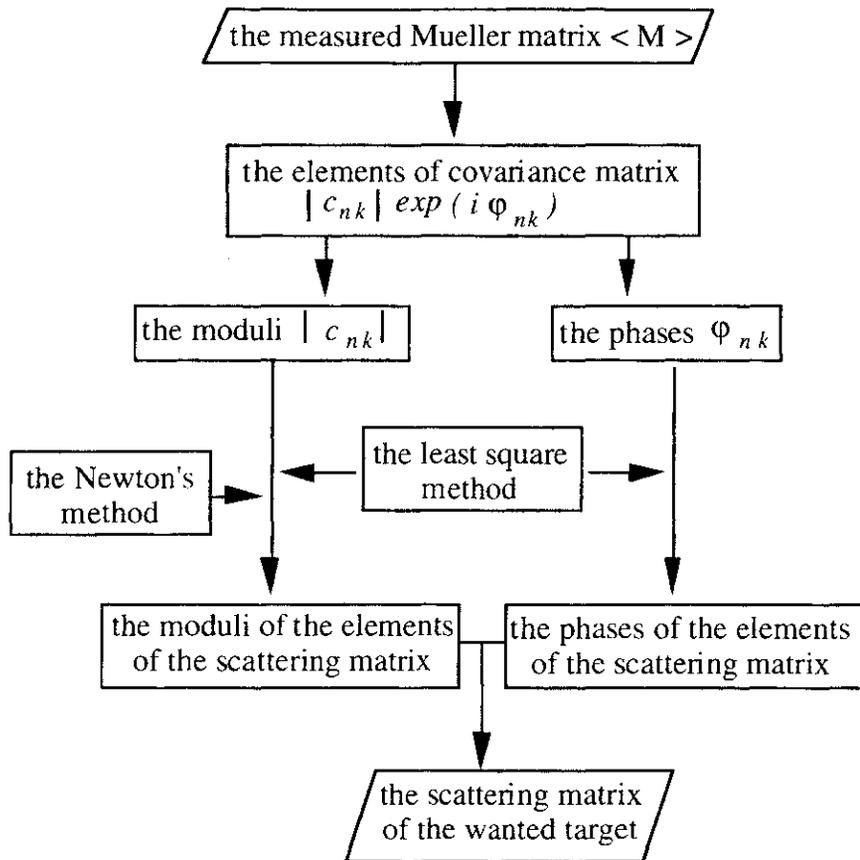


図4.3.3 方法1のアルゴリズム

◆ 方法2

平均化された Mueller matrix, あるいは時間平均の Mueller matrix $\langle M \rangle$ から M_0 を導き出したとする。方法2では次の式の M_0 を求めるものである。

$$\min \left(\left\| \langle M \rangle - M_0 \right\| \right)^2 \quad (4.3.43)$$

この式には5個のパラメータがあるので、 M_0 に対応する散乱行列の要素を求めることはかなり大変である。そこで、次のような数値手法を用いる。

Step 1 方法1によって $r_k \exp(i\theta_k)$ が求められたら

$$r_1 = x_1^0, \quad r_2 \exp(i\theta_2) = x_2^0 + x_3^0 i, \quad r_3 \exp(i\theta_3) = x_4^0 + x_5^0 i \quad \text{と置く。}$$

Step 2 もし $x_i^n (i=1, 2, \dots, 5)$ が分かったら、 Δx_i^n は次式で計算される。

$$W \Delta \vec{x}^n = \vec{b} \quad (4.3.44)$$

$$\text{ここで, } W = \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x_i \partial x_j} \right)_{5 \times 5}, \quad \Delta \vec{x}^n = (\Delta x_1^n, \Delta x_2^n, \dots, \Delta x_5^n)', \quad \vec{b} = \left(\frac{\partial w}{\partial x_1}, \frac{\partial w}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial w}{\partial x_5} \right)'$$

$$\begin{aligned} w &= w(x_1, x_2, \dots, x_5) = \left(\left\| \langle M \rangle - M_0 \right\| \right)^2 \\ &= \left(m_{00} - \frac{1}{2} (x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 + x_4^2 + x_5^2) \right)^2 \\ &\quad + 2 \left(m_{10} - \frac{1}{2} (x_1^2 - x_4^2 - x_5^2) \right)^2 \\ &\quad + 2 \left(m_{20} - (x_1 x_2 + x_2 x_4 + x_3 x_5) \right)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 2(m_{30} + (x_1 x_3 + x_2 x_5 - x_3 x_4))^2 \\
& + (m_{11} - \frac{1}{2}(x_1^2 - 2x_2^2 - 2x_3^2 + x_4^2 + x_5^2))^2 \\
& + 2(m_{21} - (x_1 x_2 - x_2 x_4 - x_3 x_5))^2 \\
& + 2(m_{31} + (x_1 x_3 - x_2 x_5 + x_3 x_4))^2 \\
& + (m_{22} - (x_1 x_4 + x_2^2 + x_3^2))^2 \\
& + 2(m_{23} + x_1 x_5)^2 \\
& + (m_{33} - (x_2^2 + x_3^2 - x_1 x_4))^2.
\end{aligned} \tag{4.3.45}$$

もし $\Delta x_1^n + \Delta x_2^n + \dots + \Delta x_5^n < \varepsilon m_{00}$ なら, $x_1^n, x_2^n + x_3^n i$ と $x_4^n + x_5^n i$ をそれぞれ散乱行列の要素 s_1, s_2, s_3 とみなす。なお, $w = w(x_1, x_2, \dots, x_5)$ の表現は非常に複雑なので, 関連する

$\frac{\partial^2 w}{\partial x_i \partial x_j}$ と $\frac{\partial w}{\partial x_k}$ も複雑となる。そこで, 以下のような近似の偏微分式を用いる。

$$\frac{\partial w}{\partial x_k} \approx \frac{w(x_1, x_2, \dots, x_k + h_s, \dots, x_5) - w(x_1, x_2, \dots, x_k - h_s, \dots, x_5)}{2h_s} \tag{4.3.46}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 w}{\partial x_k^2} & \approx \frac{w(x_1, x_2, \dots, x_k + h_s, \dots, x_5) + w(x_1, x_2, \dots, x_k - h_s, \dots, x_5)}{h_s^2} \\
& - \frac{2w(x_1, x_2, \dots, x_k, \dots, x_5)}{h_s^2}
\end{aligned} \tag{4.3.47}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 w}{\partial x_i \partial x_j} & \approx \frac{w(x_1, \dots, x_i + h_s, \dots, x_j + h_s, \dots, x_5) - w(x_1, \dots, x_i - h_s, \dots, x_j + h_s, \dots, x_5)}{4h_s^2} \\
& - \frac{w(x_1, \dots, x_i + h_s, \dots, x_j - h_s, \dots, x_5) - w(x_1, \dots, x_i - h_s, \dots, x_j - h_s, \dots, x_5)}{h_s^2}
\end{aligned} \tag{4.3.48}$$

Step 3 $x_k^{n+1} = x_k^n - r_{co} \Delta x_k^n$ とおき, r_{co} は 0.0, 0.1, 0.2, ..., 1.0 の中の 1 つの数とする。
 $x_k^{n+1} = x_k^n - r_{co} \Delta x_k^n$ に対応する Mueller matrix は, $\langle M \rangle$ に最も近いものとする。

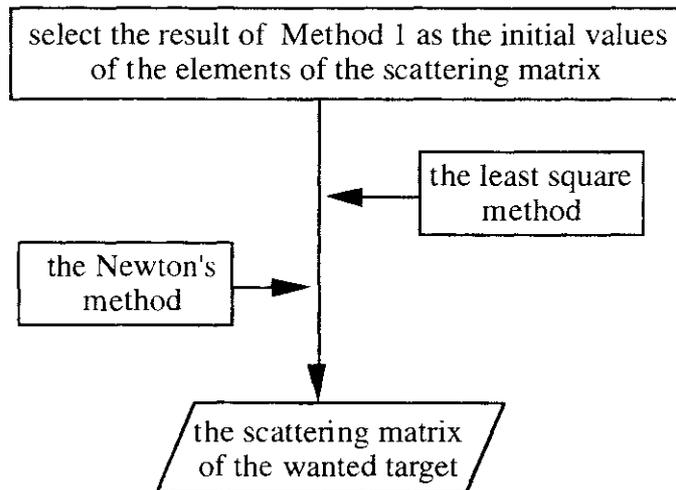


図4.3.4 方法2のアルゴリズム

4.3.3.2 安定性について

方法1の利点は計算の簡単さにある。covariance matrix は Mueller matrix と線形に結びついているためである。また, 方法1も2も最小2乗法に基づいているので, 互いの計算結

果は非常に近い値となる。一般的には方法1の方が少し良い結果となる。ここでは、両者共通な点が多いので、方法2のstabilityを示そう。

M^0 をコヒーレントな散乱行列に対応したMueller matrixとし、 ΔM を任意のノイズmatrixとする。

$$\langle M \rangle = M^0 + \Delta M$$

方法2に対して、 $\langle M \rangle$ は次のように分解される。

$$\langle M \rangle = M_o + M_n$$

Mueller matrices M^0 と M_0 は共にcoherent scattering matricesに対応する。方法2よれば、次式が成り立つ。

$$\| M_n \| \leq \| \Delta M \| .$$

従って

$$\begin{aligned} \| M^0 - M_0 \| &= \| M^0 + \Delta M - M_0 - \Delta M \| = \| M_0 + M_n - M_0 - \Delta M \| \\ &\leq \| M_n \| + \| \Delta M \| \leq 2 \| \Delta M \| \end{aligned} \quad (4.3.49)$$

stabilityの定義より、stability infimumは $A_{\min} \leq 2.0$ を満たす。つまり、stability infimumの上限は2である。これは方法2が非常に良いことを意味している。この結果から、もしMueller matrixにわずかな誤差が含まれているだけなら、どんな形のMueller行列でも、分解されたMueller行列は、コヒーレントな散乱行列に近くなることが分かる。実際問題として、2よりも常に小さいが、noise sensitivity factorsと共に以下の例題で示そう。

4.3.3.3 数値例

平均0で、ガウス分布をもつノイズを含んだ散乱行列を考えてみる。

$$S_r = S + \Delta SN = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 \\ s_2 & s_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta sn_1 & \Delta sn_2 \\ \Delta sn_2 & \Delta sn_3 \end{bmatrix} . \quad (4.3.50)$$

信号とは相関がないので、

$$\langle \Delta sn_k s_l^* \rangle = 0 \quad (k, l = 1, 2, 3.) \quad (4.3.51)$$

$$\langle \Delta sn_k \rangle = 0 \quad (k = 1, 2, 3.) \quad (4.3.52)$$

$$\langle \Delta sn_k \Delta sn_k^* \rangle = \sigma_k \quad (k = 1, 2, 3.) \quad (4.3.53)$$

$$\langle \Delta sn_k \Delta sn_l^* \rangle = 0 \quad (k \neq l) . \quad (4.3.54)$$

簡単のため、 $\sigma_k = \sigma$ ($k = 1, 2, 3.$)として、例えば、次の散乱行列をとる。

$$\left[S_r \right] = \begin{bmatrix} 1 + \Delta sn_1 & 0.1 i + \Delta sn_2 \\ 0.1 i + \Delta sn_2 & -0.99 + 0.02 i + \Delta sn_3 \end{bmatrix} .$$

上の仮定よりMueller行列は

$$\langle M \rangle = \begin{bmatrix} 1.00025 + 2\sigma & 0.00975 & 0.002 & -0.199 \\ 0.00975 & 0.98025 & -0.002 & -0.001 \\ 0.002 & -0.002 & -0.98 + \sigma & -0.02 \\ -0.199 & -0.001 & -0.02 & 1 + \sigma \end{bmatrix}$$

となる。

前節では、Huynenの方法で $\sigma = 0.0005$ の場合は散乱行列が引き出せなかったが、この例では、Huynenの方法，方法1，方法2によって次のような結果が得られる。

$$\text{Huynen's Method: } [S_0] = \begin{bmatrix} 0.58321 & 0.00114 + 0.05772i \\ 0.00114 + 0.05772i & -0.56521 + 0.03429i \end{bmatrix}$$

$$\text{方法1: } [S_0] = \begin{bmatrix} 1.00012 & 0.10001i \\ 0.10001i & -0.99012 + 0.02000i \end{bmatrix}$$

$$\text{方法2: } [S_0] = \begin{bmatrix} 1.00004 & -0.00003 + 0.09998i \\ -0.00003 + 0.09998i & -0.99013 + 0.01997i \end{bmatrix}$$

表4.1 3つの方法による誤差比較

methods cases	Huynen's method	Method 1	Method 2
$\sigma = 0.0005$	0.92641	0.00027	0.00025
$\sigma = 0.001$	1.21233	0.00055	0.00049
$\sigma = 0.005$	1.72316	0.00274	0.00268
$\sigma = 0.01$	1.87049	0.00549	0.00530
$\sigma = 0.05$	2.08498	0.02734	0.02674

表4.2 Noise sensitivity factors of three methods

methods cases	Huynen's method	Method 1	Method 2
$\sigma = 0.0005$	1088.84	0.41013	0.30738
$\sigma = 0.001$	653.267	0.43028	0.34862
$\sigma = 0.005$	155.543	0.43029	0.39672
$\sigma = 0.01$	79.6692	0.43030	0.40270
$\sigma = 0.05$	16.2558	0.43030	0.40894

なお，誤差の定義は $error = |s_1 - s_1^0| + 2|s_2 - s_2^0| + |s_3 - s_3^0|$ を用いた。

表4.1, 4.2に、誤差とnoise sensitivity factorの比較を示す。Huynenの方法で失敗しているケースでも、方法1, 2では誤差が少なく、noise sensitivity factorも2以下に抑えられている。方法1と2による違いはあまり見られないので、計算の簡単さからは方法1を使った方が楽である。

次に、方法1を使って、(4.3.50) ~ (4.3.54) の条件で誤差を含ませ、各種のターゲットの散乱行列を導きだし、その誤差について調べてみた。表4.3に結果を示す。含まれる誤差が大きくなっても、安定に分解が行われていることが分かる。

以上のことから、Mueller行列の分解には方法1を使った方が便利である。

表4.3 Errors of calculation for typical targets by Method 1

targets and scattering matrices cases	sphere (or plane)	wire	diplane	helix
	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & \pm i \\ \pm i & -1 \end{bmatrix}$
$\sigma = 0.0005$	0.00025	0.00025	0.00025	0.00033
$\sigma = 0.001$	0.00050	0.00050	0.00050	0.00067
$\sigma = 0.005$	0.00250	0.00250	0.00250	0.00333
$\sigma = 0.01$	0.00499	0.00499	0.00499	0.00666
$\sigma = 0.05$	0.02485	0.02470	0.02485	0.03320

表4.4 Noise sensitivity factors for typical targets by Method 1

targets and scattering matrices cases	sphere (or plane)	wire	diplane	helix
	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & \pm i \\ \pm i & -1 \end{bmatrix}$
$\sigma = 0.0005$	0.40825	0.40827	0.40824	0.54373
$\sigma = 0.001$	0.40817	0.40822	0.40817	0.54405
$\sigma = 0.005$	0.40822	0.40824	0.40822	0.54423
$\sigma = 0.01$	0.40823	0.40825	0.40823	0.54429
$\sigma = 0.05$	0.40825	0.40825	0.40825	0.54432

4.4 特徴的偏波状態・・固有の偏波状態

レーダポーラリメトリの基本式として、アンテナの受信電圧は次の形で与えられる。

$$V = \mathbf{h}^T [S] \mathbf{E}' \quad (4.4.1)$$

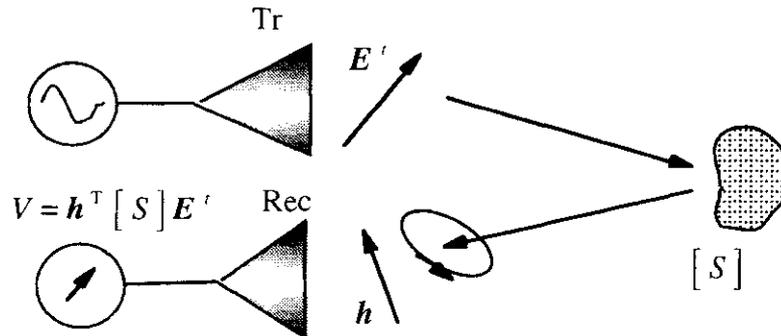


図4.4.1 レーダの送信受信偏波と受信電圧

ここに、 \mathbf{h} は受信アンテナが送信アンテナとして動作したときの実効長で、 $[S]$ は散乱行列(2x2の複素数行列)である。 $[S]$ はターゲットの偏波散乱特性を示し、一般にレーダではコントロールできない。この受信電圧をレーダ側でコントロールできるのは、 \mathbf{E}' と \mathbf{h} である。そこで、図4.4.2のように \mathbf{h} に対して、送信と同じ偏波状態のチャンネルをCo-Pol, 送信と直交する偏波チャンネルをX-Pol, 散乱波の全電力を受信する偏波チャンネルをM-Polとして偏波チャンネルを考える。

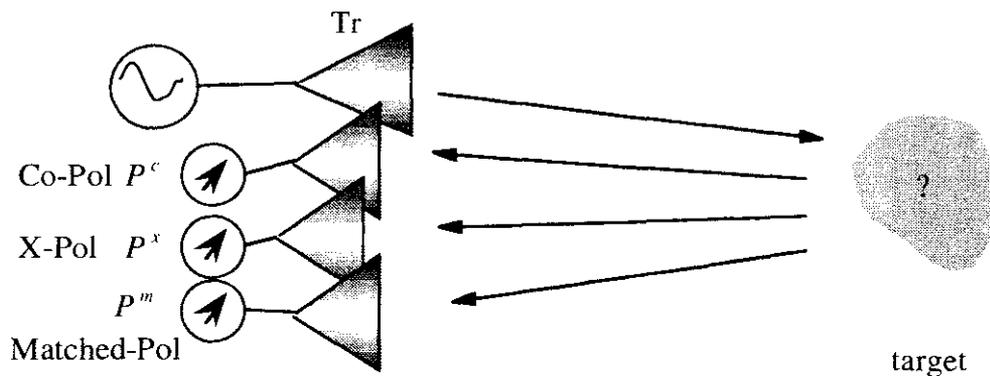


図4.4.2 受信電力の最適化

P^c は送信と同じ偏波状態のチャンネルで検出されるパワーを示し、 P^x は送信と直交する偏波チャンネルで検出されるパワーである。一方、 P^m はレーダに返って来る電波の強度を全て受信した場合のパワーである。

4.4.1 電力の停留点

一旦、散乱行列が測定されれば、後で送信偏波状態を変えて、受信電力のsignatureを描くことができる(既に3章で示した)。例えば、図4.4.3のようになる。

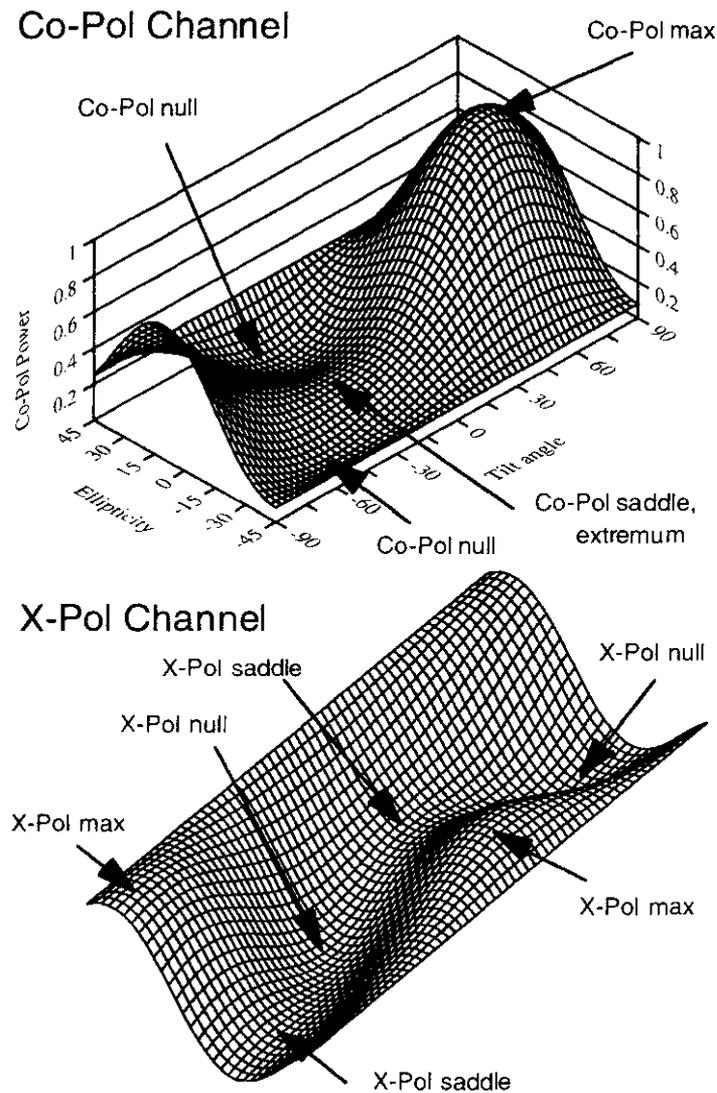


図4.4.3 Polarimetric signature
(電力の極値を与える点=特徴的偏波状態)

図4.4.3に電力の極値を与える点も示す。これらのsignatureで、極値の数は

Co-Pol maximum (= X-Pol null)	1個
Co-Pol saddle (= X-Pol null)	1個
Co-Pol nulls	2個
X-Pol saddles	2個
X-Pol maximums	2個
X-Pol nulls	2個

合計10個である。そのうち、位置する点を調べると、Co-Pol maximum, Co-Pol saddleはX-Pol nullsと等しい。また、Matched-Pol Channelでも極値を与える点は、Co-Pol maximum, Co-Pol saddleに等しい。したがって、理論上はターゲット毎に合計8個の極値のポイントがあることになる。ただし、これらの8点のうち、縮退しているものもあり、実際数はターゲットのタイプに依存する。これらの点(偏波状態)はターゲット固有のものであり、ター

ゲットの特徴的偏波状態(Characteristic Polarization States)と呼ぶ。この偏波状態はターゲットの偏波散乱特性の解明や、認識・同定に役立てることができ。

特徴的偏波状態を求める際、散乱行列は対角化されて

$$[S'] = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \quad (4.4.2)$$

$$\lambda_1 = \frac{1}{1 + \rho_1 \rho_1^*} (S_{HH} + 2\rho_1 S_{HV} + \rho_1^2 S_{VV}) \quad (4.4.3a)$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{1 + \rho_1 \rho_1^*} (\rho_1^{*2} S_{HH} - 2\rho_1^* S_{HV} + S_{VV}) e^{j2\phi_1} \quad (4.4.3b)$$

である。そして固有値 λ_1, λ_2 を用いて、偏波比によって特徴的偏波状態を求めると、

$$\text{Co-Pol maximum X-Pol null} \quad \rho_{cm} = 0 \quad \rho_{cn1} = 0 \quad (4.4.4)$$

$$\text{Co-Pol saddle X-Pol null} \quad \rho_{cs} = \infty \quad \rho_{cn2} = \infty \quad (4.4.5)$$

$$\text{Co-Pol null} \quad \rho_{cm1} = \left(-\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^{1/2}, \quad \rho_{cn2} = -\left(-\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^{1/2} \quad (4.4.6)$$

$$\text{X-Pol saddles} \quad \rho_{xs1} = \left(\frac{\lambda_1 \lambda_2^*}{\lambda_1^* \lambda_2} \right)^{1/4}, \quad \rho_{xs2} = -\left(\frac{\lambda_1 \lambda_2^*}{\lambda_1^* \lambda_2} \right)^{1/4} \quad (4.4.7)$$

$$\text{X-Pol maximums} \quad \rho_{xm1} = j \left(\frac{\lambda_1 \lambda_2^*}{\lambda_1^* \lambda_2} \right)^{1/4}, \quad \rho_{xm2} = -j \left(\frac{\lambda_1 \lambda_2^*}{\lambda_1^* \lambda_2} \right)^{1/4} \quad (4.4.8)$$

そこで、

$$\lambda_1 = |\lambda_1| e^{j\phi_1}, \quad \lambda_2 = |\lambda_2| e^{j\phi_2} \quad (4.4.9)$$

とおいて、式を変形すると

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_1^*} = e^{j2\phi_1}, \quad \frac{\lambda_2}{\lambda_2^*} = e^{-j2\phi_2}, \quad \left(\frac{\lambda_1 \lambda_2^*}{\lambda_1^* \lambda_2} \right)^{1/4} = e^{j\frac{2}{4}(\phi_1 - \phi_2)}$$

$\nu = \frac{1}{4}(\phi_1 - \phi_2)$ とおくと、(Target skip angle by Huynen)

$$\left(\frac{\lambda_1 \lambda_2^*}{\lambda_1^* \lambda_2} \right)^{1/4} = e^{j2\nu}, \quad \left(-\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^{1/2} = e^{j\frac{\pi}{2}} \left| \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right|^{1/2} e^{j2\nu}$$

$$\text{Co-Pol maximum X-Pol null} \quad \rho_{cm} = 0 \quad \rho_{cn1} = 0 \quad (4.4.10)$$

$$\text{Co-Pol saddle X-Pol null} \quad \rho_{cs} = \infty \quad \rho_{cn2} = \infty \quad (4.4.11)$$

$$\text{Co-Pol null} \quad \rho_{cn1} = \left| \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right|^{1/2} e^{j(2\nu + \frac{\pi}{2})}, \quad \rho_{cn2} = -\left| \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right|^{1/2} e^{j(2\nu + \frac{\pi}{2})} \quad (4.4.12)$$

$$\text{X-Pol saddles} \quad \rho_{xs1} = e^{j2\nu}, \quad \rho_{xs2} = -e^{j2\nu} \quad (4.4.13)$$

$$\text{X-Pol maximums} \quad \rho_{xm1} = e^{j(2\nu + \frac{\pi}{2})}, \quad \rho_{xm2} = -e^{j(2\nu + \frac{\pi}{2})} \quad (4.4.14)$$

$$\gamma : \text{Target characteristic angle} \quad \tan \gamma = \sqrt{\frac{|\lambda_2|}{|\lambda_1|}} \quad \text{by Huynen} \quad (4.4.15)$$

$$\nu = \frac{1}{4} (\phi_1 - \phi_2) : \text{skip angle} \quad (4.4.16)$$

$$m: \text{target size} \quad (4.4.17)$$

$$\left(-\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^{1/2} = e^{j\frac{\pi}{2}} \left|\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right|^{1/2} \quad e^{j2\nu} = e^{j\frac{\pi}{2}} \cot \gamma e^{j2\nu} = e^{j\frac{\pi}{2}} \tan(90 - \gamma) e^{j2\nu} \text{ となるので,}$$

$$\rho'_{c n1,2} = \pm \tan(90 - \gamma) e^{j2\nu} e^{j\frac{\pi}{2}} \quad (4.4.18)$$

とも書くことができる。

特徴的偏波状態における受信電力は

$$P^c(\rho'_{c m1}) = \left| \frac{[1, 0]}{1+0 \cdot 0} \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right|^2 = |\lambda_1|^2 = m^2 \quad (4.4.19)$$

$$P^c(\rho'_{c s}) = \left| \frac{\lambda_1 + \lambda_2 \infty \infty}{1 + \infty \infty} \right|^2 = |\lambda_2|^2 = m^2 \tan^4 \gamma \quad (\tan^2 \gamma < 1) \quad (4.4.20)$$

$$P^x(\rho'_{x m1}) = P^x(\rho'_{x m2}) = \frac{1}{4} (|\lambda_1| + |\lambda_2|)^2 = \frac{m^2}{4} (1 + \tan^2 \gamma)^2 = \frac{m^2}{4 \cos^4 \gamma} \quad (4.4.21)$$

$$P^x(\rho'_{x s1}) = P^x(\rho'_{x s2}) = \frac{1}{4} (|\lambda_1| - |\lambda_2|)^2 = \frac{m^2}{4} (1 - \tan^2 \gamma)^2 = \frac{m^2 \cos^2 2\gamma}{4 \cos^4 \gamma} \quad (4.4.22)$$

$$P^c(\rho'_{c n1}) = P^c(\rho'_{c n2}) = 0 \quad (4.4.23)$$

$$P^x(\rho'_{x n1}) = P^x(\rho'_{x n2}) = 0 \quad (4.4.24)$$

各パラメータはHuynenによって定義されている。

m: Target size

$$\gamma : \text{Target characteristic angle} \quad \tan \gamma = \sqrt{\frac{|\lambda_2|}{|\lambda_1|}}$$

$$\nu = \frac{1}{4} (\phi_1 - \phi_2) : \text{skip angle}$$

4.4.2 直交性とPolarization Fork

これらの偏波比には

$$\rho'_{x m1} \cdot \rho'^*_{x m2} = -1, \quad \rho'_{x s1} \cdot \rho'^*_{x s2} = -1, \quad \rho'_{x n1} \cdot \rho'^*_{x n2} = -1 \quad (4.4.25)$$

が成り立ち、直交条件を満たしている。また、

$$\rho'_{c n1} \cdot \rho'^*_{c n2} = -\left| \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right| \quad (4.4.26)$$

は直交していないことが分かる。

(もし、 $|\lambda_1| = |\lambda_2|$ なら直交する。その場合は、sphere, diplane, plate, etc のターゲットである。)

これらの偏波比の間には、さらに $\rho_{xm1} = e^{j\frac{\pi}{2}} \rho_{xs1}$ $\rho_{xm2} = e^{j\frac{\pi}{2}} \rho_{xs2}$

$$\rho_{cn1} = \left| \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right|^{1/2} \rho_{xm1} = \left| \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right|^{1/2} e^{j\frac{\pi}{2}} \rho_{xs1} \quad \rho_{cn2} = \left| \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right|^{1/2} \rho_{xm2} = \left| \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right|^{1/2} e^{j\frac{\pi}{2}} \rho_{xs2}$$

の関係になっていることが分かる。したがって、 ρ の複素平面上で、次のような規則性がある。

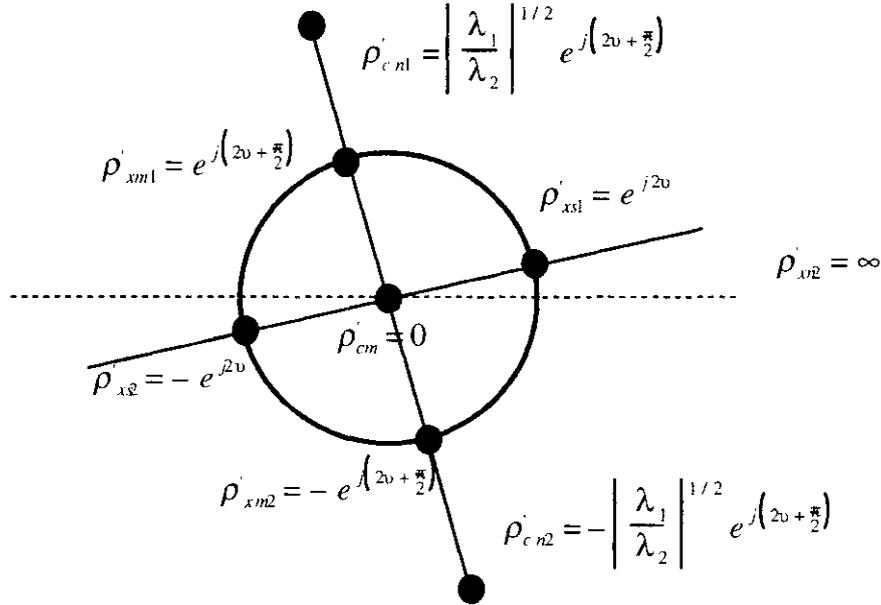


図4.4.4 複素平面上の特微的偏波状態

この規則性とポアンカレ球を結びつけ、次のような図を考えると、図形的に非常に分かりやすくなる。

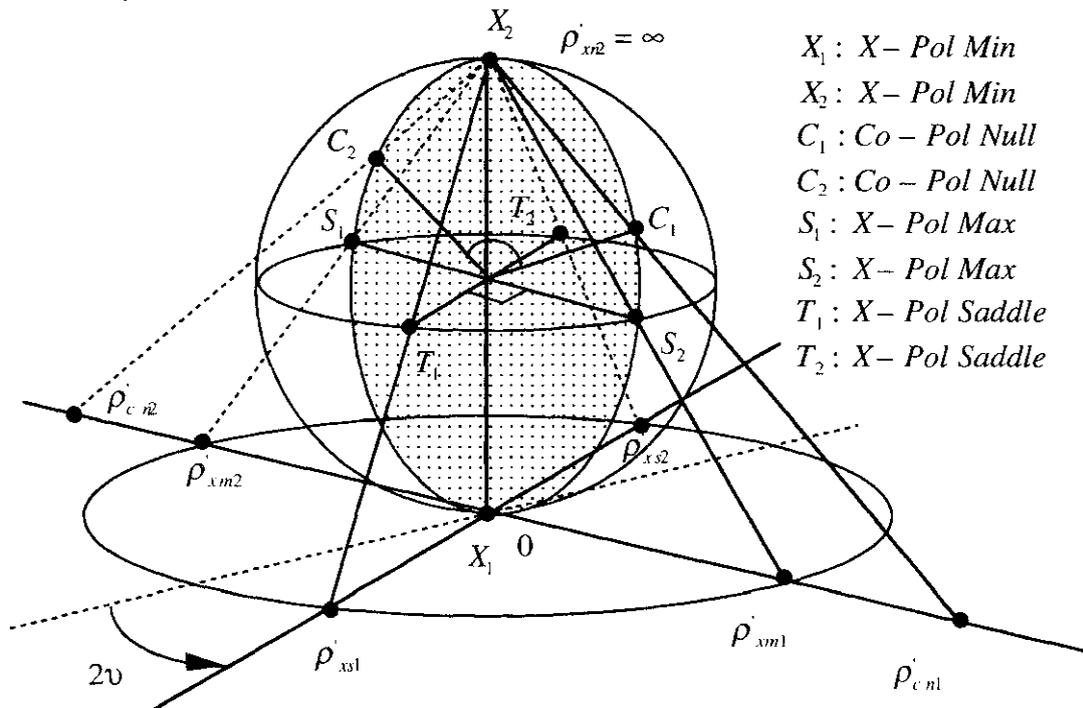


図4.4.5 ポアンカレ球と複素面

これから特徴的偏波状態を抜き出して、ポアンカレ球上でその配置を見ると、一般的に次のような形になっていることが分かる。

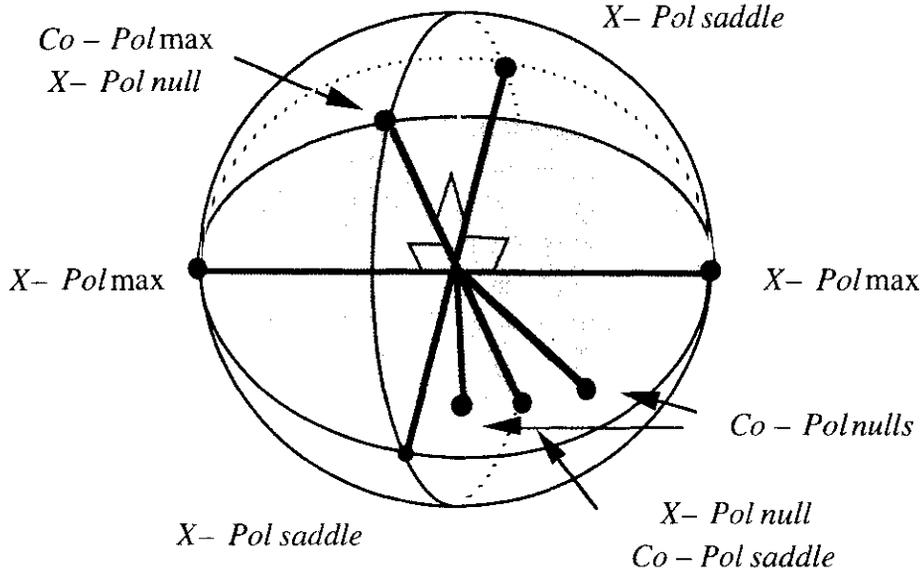


図4.4.6 ポアンカレ球上での特徴的偏波状態の配置 (Polarization Fork)

特徴的偏波状態のうち、Co-Pol Max, Co-Pol saddle, Co-Pol nullsはフォークの形を形成しているので、HuynennによってPolarization Forkと呼ばれた。その後、BoernerらによってX-Pol Maxs, X-Pol saddlesが追加されている。この図から、逆に2つのCo-Pol nullsが決定されれば、残りの偏波状態は決められることが予想されるであろう。したがって、Co-Pol nullsの果たす役割は大きい。

これらをHV基底での偏波比 ρ に変換するには、基底変換行列を使えばよい。なお、Co-Pol nullを求める問題は、 $P^c = 0$ と等価であり、

$$P^c = \left| \frac{\begin{bmatrix} 1 & \rho \end{bmatrix}}{1 + \rho\rho^*} \begin{bmatrix} S_{HH} & S_{HV} \\ S_{HV} & S_{VV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \rho \end{bmatrix} \right|^2 = \left| \frac{S_{HH} + 2S_{HV}\rho + S_{VV}\rho^2}{1 + \rho\rho^*} \right|^2 = 0 \quad (4.4.27)$$

その根を ρ_{xn1}, ρ_{xn2} とすれば、

$$\rho_{xn1}, \rho_{xn2} = \frac{-S_{HV} \pm \sqrt{S_{HV}^2 - S_{HH}S_{VV}}}{S_{VV}} \quad (4.4.28)$$

となってHV基底での偏波比が直接求められる。

Co-Pol Max, X-Pol nullを求める問題も $P^x = 0$ と等価であり、

$$P^x = \left| \frac{\begin{bmatrix} \rho^* - 1 \end{bmatrix}}{1 + \rho\rho^*} \begin{bmatrix} S_{HH} & S_{HV} \\ S_{HV} & S_{VV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \rho \end{bmatrix} \right|^2 = \left| \frac{-S_{HV} + S_{HV}\rho\rho^* + S_{HH}\rho^* - \rho S_{VV}}{1 + \rho\rho^*} \right|^2 = 0 \quad (4.4.29)$$

したがって、

$$\rho_{cm1,2} = \rho_{xn1,2} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (4.4.30)$$

$$A = S_{HH}^* S_{HV} + S_{HV}^* S_{VV} \quad B = |S_{HH}|^2 - |S_{VV}|^2 \quad C = -A^* \quad (4.4.31)$$

$$\text{Ellipticity, Tilt angle は } \tan 2\tau = \frac{2 \operatorname{Re}(\rho)}{1 - |\rho|^2}, \quad \sin 2\varepsilon = \frac{2 \operatorname{Im}(\rho)}{1 + |\rho|^2} \quad (4.4.32)$$

にて与えられる。

4.4.3 2本のワイヤイメージ例

合成開口FM-CWレーダ（後述）を用いて，図4.4.7に示すように，線状のターゲット2本を直交するように配置し，XYテーブルにてアンテナを走査してポーラリメトリックイメージングを行った。

測定条件	
掃引周波数	8.2-9.2 GHz
アンテナ-物体間の距離	70 cm
走査間隔	1.5 cm
走査点数	64×64点
測定偏波	VV, HH, VH

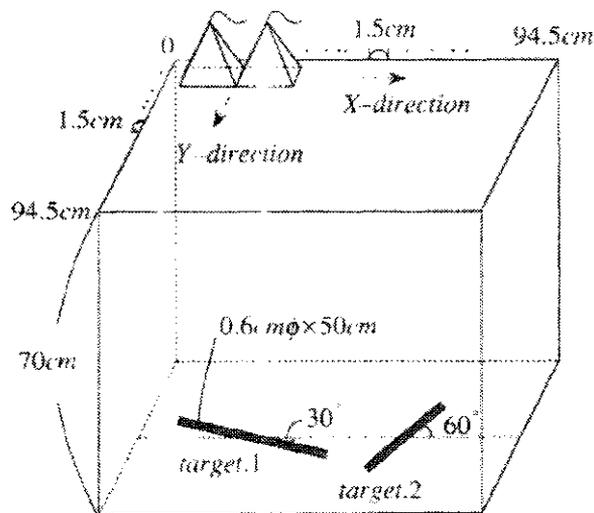


図4.4.7 ターゲットの配置

線状ターゲットとして，長さ50cm, 6mm φのアルミ棒を用いた。X方向に対してターゲット1は-30度，ターゲット2は60度傾けてある。HV(=XY)偏波基底での2次元合成開口処理結果を図4.4.8に示す。これらの結果は，物体が存在する距離におけるスライス面イメージングであり，受信電力の強さを白黒の濃淡によって表したものである。この図は，従来よく用いられている固定偏波の画像である。HHではターゲット1がよく見え，VVではターゲット2がよく見えている。また，HVでは互いに直交した偏波なので，HH, VVに比べて強度が小さい。

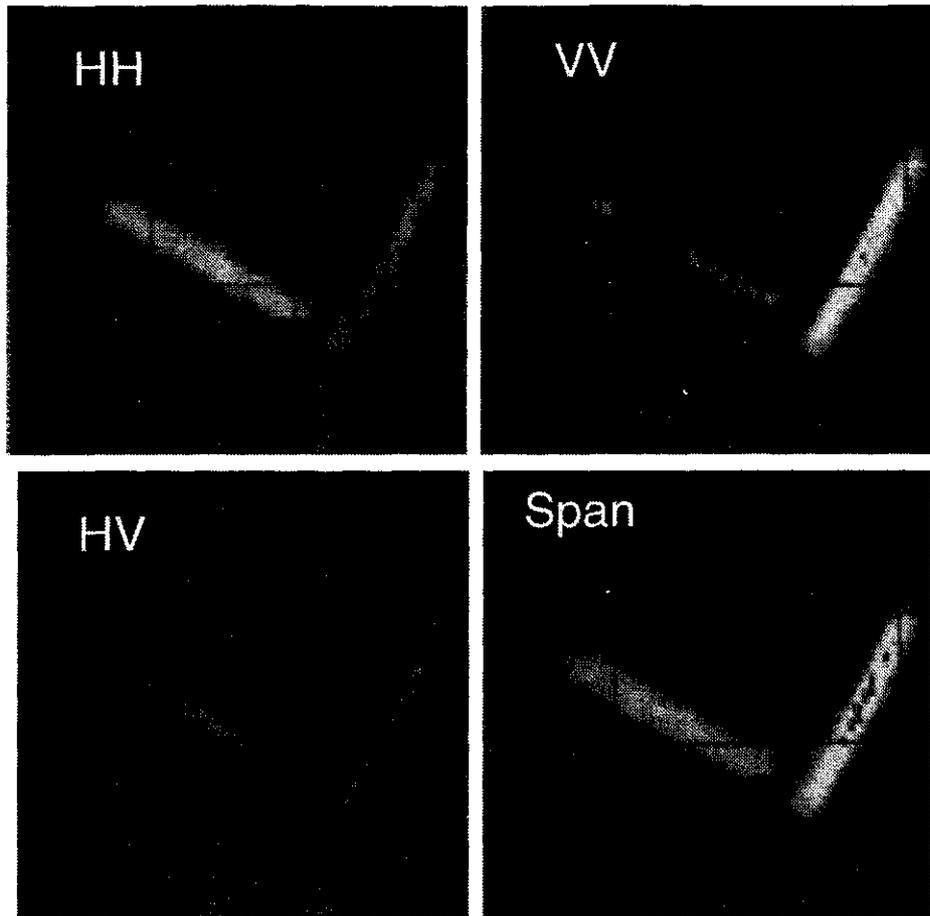


図4.4.8 2次元合成開口処理結果

ターゲットの中心部の散乱行列を取り出すと、
ターゲット 1 に対して、

$$[S(HV)]_1 = \begin{bmatrix} -0.7656 - j0.0902 & 0.3529 - j0.1807 \\ 0.3529 - j0.1807 & -0.2056 + j0.2405 \end{bmatrix}$$

ターゲット 2 に対して、

$$[S(HV)]_2 = \begin{bmatrix} -0.0640 + j0.4191 & -0.2378 + j0.2607 \\ -0.2378 + j0.2607 & -0.0961 + j0.8162 \end{bmatrix}$$

これらを基に、Polarimetric signatureを作ると、次の図のようになる。

ターゲット 1 に対する Co-pol Max での複素偏波比は、
で、これに対応する偏波状態は、
ターゲット 2 に対する複素偏波比は
で、偏波状態は

$$\begin{aligned} \rho_1 &= 1.822 + j 0.435 \\ \tau &= -28.2^\circ, \quad \varepsilon = -13.1^\circ \\ \rho_2 &= -0.498 - j 0.294 \\ \tau &= 62.3^\circ, \quad \varepsilon = 5.6^\circ \end{aligned}$$

である。これらの偏波の傾き τ は、各ターゲットの角度 θ にほぼ対応しているのがわかる。

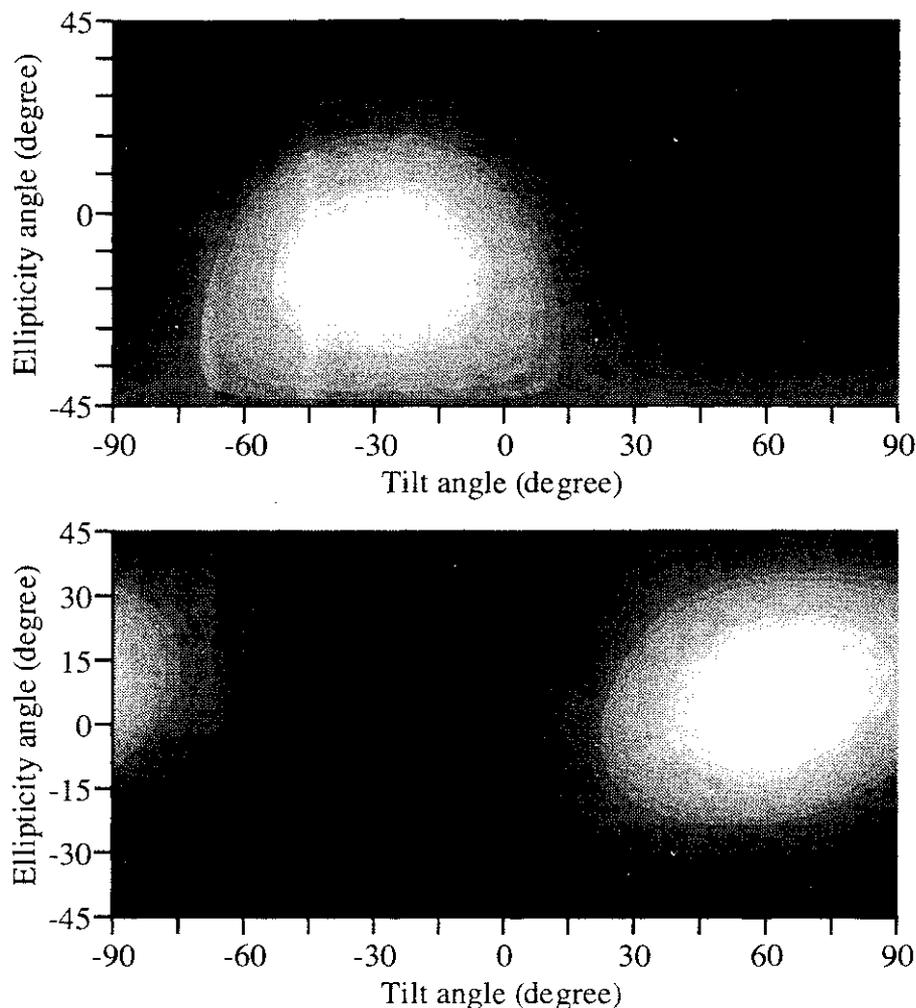


図4.4.9 Polarimetric signature and Co-Pol max polarization state

なお、ターゲットに対するCo-pol Maxの複素偏波比を ρ_1 、Co-pol Extremumの複素偏波比を ρ_2 とすると、これらは互いに直交することが理論的に分かっている。その条件は

$$\rho_1 \rho_2^* = -1$$

である。そこで、実際の測定で用いた2つのターゲットは互いに直交した形で配置されているから、理想的な場合を考えると、ターゲット1に対するCo-pol Extremumは、ターゲット2のCo-pol Maxとなっていると考えられる。すなわち、各ターゲットのCo-pol Maxのときの偏波状態は直交しているはずである。実験値を用いるとそれらの関係は、

$$\rho_1 \rho_2^* = -1.034 + j0.316 \approx -1$$

となった。厳密には理論値を満足していないが、-1に近い値である。誤差は測定系システムの問題であると思われる。

図4.4.10に各ターゲットのCo-pol Maxイメージを示す。ターゲット1に偏波をあわせるときはターゲット1がより強調され、それに直交しているターゲット2は抑制されている。逆に、ターゲット2に偏波をあわせるときは、ターゲット2が強調され、ターゲット1は抑制されている。これらの結果は、偏波のFilteringの性質がよく表れた結果となっている。



図4.4.10 各ターゲットのCo-pol Maxイメージ

4.5 受信電力のコントラスト強調 ・ ・ 偏波を使った強調

レーダ画像の中で着目する2つのターゲットA,Bがあるとき、AをBに対して強調したい場合、あるいはAだけを見たい場合、偏波状態を使ってフィルタリングをかけることができる。図4.5.1にその考え方を示す。一方はターゲットAの最大化をねらうもの、他方はターゲットBを消し、結果的にターゲットAのみを表示するものである。後者は、例えばクラッタに埋もれたターゲットを検出する場合や、埋没物体の検出等に大きな威力を発揮する。ターゲットを最大化する偏波状態を使ってフィルタリングを行なうものとは少し手法が異なる。

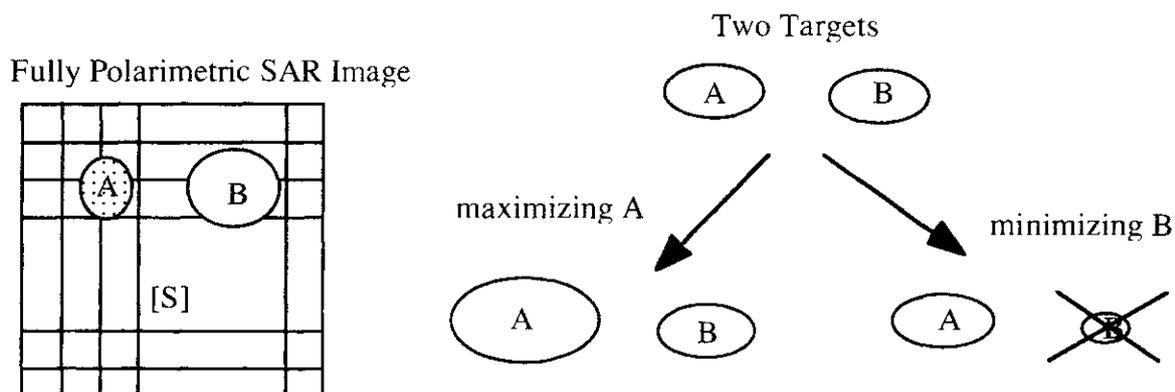


図4.5.1 偏波フィルタリングの考え方 (ターゲットAの強調)

そこで、クラッタ・ノイズなどの不要なピクセルから得られる電力と、こちらが希望するターゲットの電力を用いて、次式のように偏波によるコントラストを定義しよう。希望するターゲットに添字1、クラッタなど不要なターゲットに添字2を付けて表すとすれば、受信電力の比は

$$C = \frac{\text{desired power}}{\text{undesired power}} \quad (4.5.1)$$

これを偏波コントラスト強調ファクター (polarimetric contrast enhancement factor) と呼ぼう。3つの偏波チャンネルがあるので、チャンネル毎にコントラストファクターを定義することができる。

$$\text{Co-Pol Channel: } C^c = \frac{P_1^c}{P_2^c} = \frac{\left| \mathbf{E}_t^T [S]_1 \mathbf{E}_t \right|^2}{\left| \mathbf{E}_t^T [S]_2 \mathbf{E}_t \right|^2} = \frac{\mathbf{g}_t^T [K]_{c,1} \mathbf{g}_t}{\mathbf{g}_t^T [K]_{c,2} \mathbf{g}_t} \quad (4.5.2)$$

$$\text{X-Pol Channel: } C^x = \frac{P_1^x}{P_2^x} = \frac{\left| \mathbf{E}_{t\perp}^T [S]_1 \mathbf{E}_t \right|^2}{\left| \mathbf{E}_{t\perp}^T [S]_2 \mathbf{E}_t \right|^2} = \frac{\mathbf{g}_t^T [K]_{x,1} \mathbf{g}_t}{\mathbf{g}_t^T [K]_{x,2} \mathbf{g}_t} \quad (4.5.3)$$

$$\text{Matched Channel: } C^m = \frac{P_1^m}{P_2^m} = \frac{\left| \mathbf{E}_t^{*T} [G]_1 \mathbf{E}_t \right|^2}{\left| \mathbf{E}_t^{*T} [G]_2 \mathbf{E}_t \right|^2} = \frac{\mathbf{g}_t^T [K]_{m,1} \mathbf{g}_t}{\mathbf{g}_t^T [K]_{m,2} \mathbf{g}_t} \quad (4.5.4)$$

コントラストを最適化することは、Cが最大となる偏波状態を選ぶことであり、その偏波状態で、再度イメージングを行えば、最もコントラストのよい画像が得られる。完全偏波（コヒーレント波）の場合、この偏波状態は、いわゆる不要なピクセルのNull Polarization Stateで、これによって、不要なターゲットを消すことができる。そして、チャンネル毎に行える。水中にある物体を見るとき、水面が光の反射で見にくい場合、カメラで偏光フィルターを使うと、よく見えるようになることと本質的に等価である。

図4.5.2-4.5.10にNASA JPLのAIRSARが取得したボナンザ河流域の偏波画像を示す。偏波チャンネル毎に、よく使われる固定した偏波状態（水平、45度の直線、左回り円偏波）でイメージングしたものを図4.5.2, 図4.5.3, 図4.5.4に示してある。Co-Pol ChannelやX-Pol Channelでは、偏波状態による画像の変化が大きい。Co-Pol Channelでは水平偏波（H）が最も明るく、45度ではコントラストが良くない。X-Pol Channelは交差偏波を受信するチャンネルに相当し、画像としては最も暗くなっている。しかし、45度ではコントラストが非常に良くなっており、このチャンネルの重要性が理解される。Matched Pol Channelでは、全ての散乱波電力を取得するので全体的に明るくなっており、送信偏波状態にあまり依存しないことがわかる。

他にも偏波状態は無限にとれるが、典型的な偏波状態を仮定してチャンネル毎に画像を作成し、チャンネル毎の画像の明るさを比べると、その値（電力値）は表4-5のようになっている。ただし、比較のために、水平偏波送信によるCo-Pol Channelの画像の電力値で正規化してある。この表からもわかるように、Matched Pol Channelの画像が電力が大きく、X-Pol Channelが最も暗い（電力値が少ない）。しかし、画像のコントラストと云う点では、一概にどのチャンネルが良いとは言えず、次に述べるコントラスト強調が画像の分類やターゲットの識別に役立つ。

表4.5 3つのレーダチャンネルにおける平均電力値

	Co-Pol	X-Pol	M-Pol
Horizontal	1.0000	0.1426	1.1427
Vertical	0.7335	0.1426	0.8761
45 degree Linear	0.5355	0.4778	1.0133
135 degree Linear	0.5278	0.4778	1.0056
Left Handed Circular	0.6278	0.3890	1.0177
Right Handed Circular	0.6084	0.3890	1.0012

偏波フィルタリングで着目したターゲットは、ボナンザ河流域の森と河原である。この2つのターゲットの偏波状態がどのようになっているかを調べるために、約40ピクセルからKennaugh行列の平均値を求め、

River side

$$[K]_1 = \begin{bmatrix} 2.5903 & 0.3716 & 0.0391 & 0.0060 \\ 0.3716 & 2.0150 & 0.0426 & -0.0274 \\ 0.0391 & 0.0426 & -0.9294 & -0.1669 \\ 0.0060 & -0.0274 & -0.1669 & 1.5047 \end{bmatrix}$$

Forested area

$$[K]_2 = \begin{bmatrix} 1.2749 & 0.3539 & -0.0614 & -0.0298 \\ 0.3539 & 1.0870 & -0.0007 & 0.0010 \\ -0.0614 & -0.0007 & 0.3154 & 0.7949 \\ -0.0298 & 0.0010 & 0.7949 & -0.1276 \end{bmatrix}$$

なる値を得た。これを基に、Co-pol, X-pol, M-polチャンネルの画像を比較した。Co-polで Polarimetric signatureを描いた結果を図4.5.5に示す。また、パワー比である Contrast signature も同時に(c)に示す。この結果から、希望するターゲット（河原）の最大値を与える偏波状態がコントラスト最大ではないことが分かる。共に特徴的な偏波状態でイメージングをしたものを図4.5.6に示す。X-polチャンネルの結果を図4.5.7, 図4.5.8に、M-polの結果を図4.5.9, 図4.5.10に示す。偏波フィルタリングの方法の違いがよく理解できると思われる。

Polarimetric elimination ・ ・ 偏波を使った消去

地中レーダへの応用

地中レーダは、地中に埋没した遺跡、遺構、パイプ、ケーブルなどのターゲット検出が目的である。レーダ探査を行う場合、航空機や人工衛星と異なり、広い領域を平面的にマッピングすることは難しい。地中レーダや雪中レーダでは、まず、表面でアンテナを走査し、深さ方向の情報を得るため、レーダ画像としてはいわゆるB-Scopeとなる。これは、地中を縦に切った断面を見ることに相当する。ここでは、ある測定ラインに沿って測った断面画像について示す。

大学内の砂地で金属板を埋め、250-1000MHzで動作する合成開口偏波FM-CWレーダを用いて探査した。HV基底の検出結果を図4.5.11に示す。

これらの図から分かるように、地中探査レーダでは表面からのクラッタが大きい。そこで、ターゲットを最大にするCo-Pol Maxと、地表面を消すCo-Pol Null偏波状態を用いて、再度イメージングを行った。図4.5.12にその結果を示す。



(a) Horizontal (H)



(b) 45 degree Linear

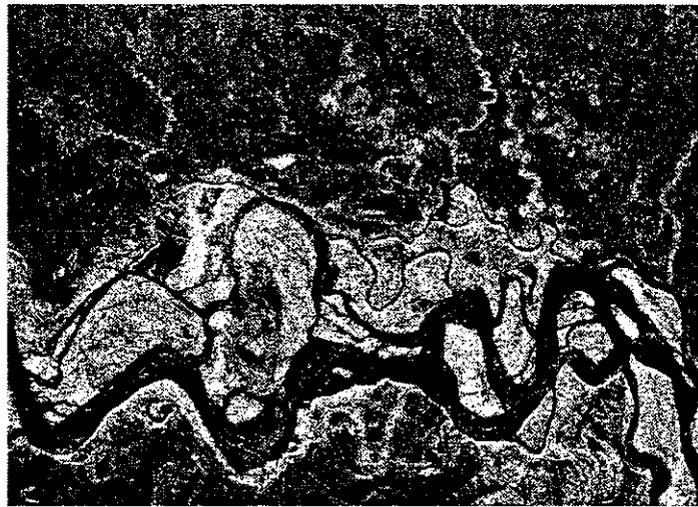


(c) Left Handed Circular (LHC)

☒ 4.5.2 Co-Pol Channel Imagery



(a) Horizontal (H)

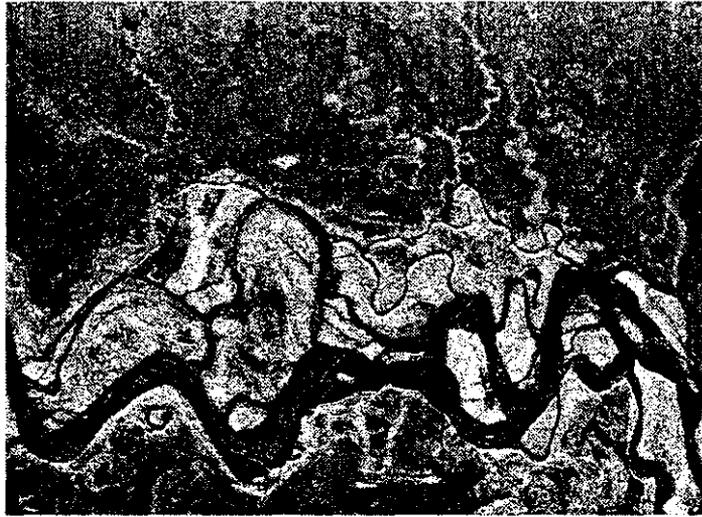


(b) 45 degree Linear

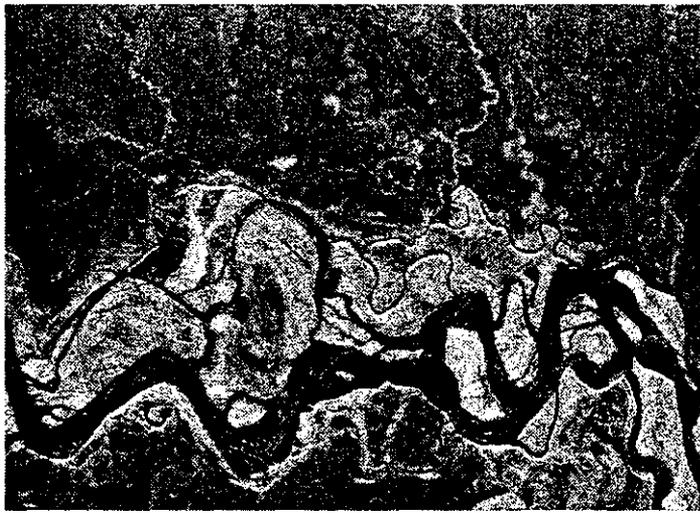


(c) Left Handed Circular (LHC)

☒4.5.3 X-Pol Channel Imagery



(a) Horizontal (H)

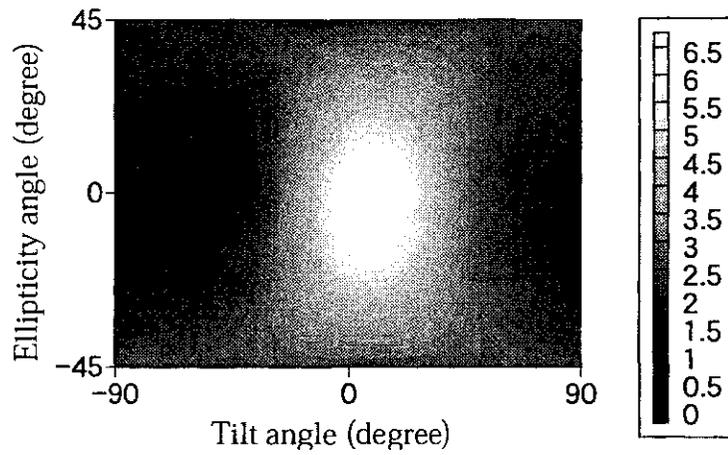


(b) 45 degree Linear

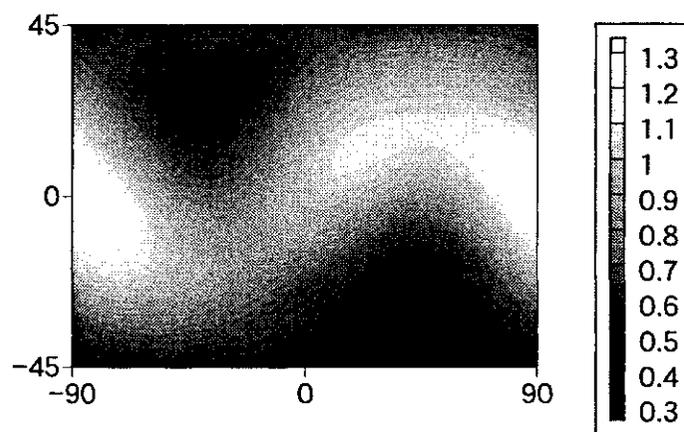


(c) Left Handed Circular (LHC)

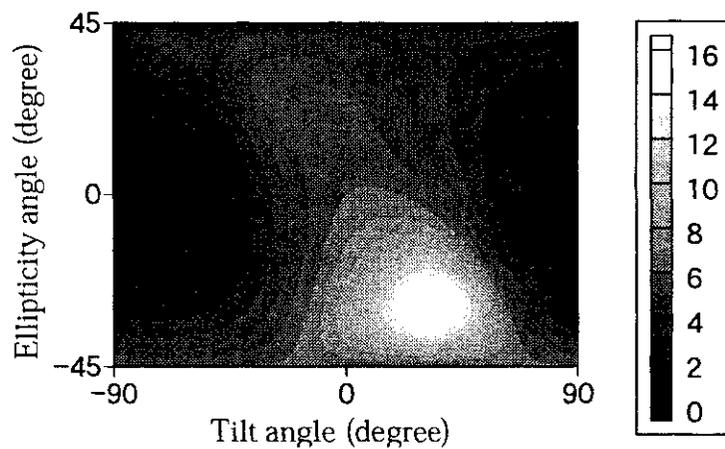
☒ 4.5.4 Matched-Pol Channel Imagery



(a) Polarization signature of river side

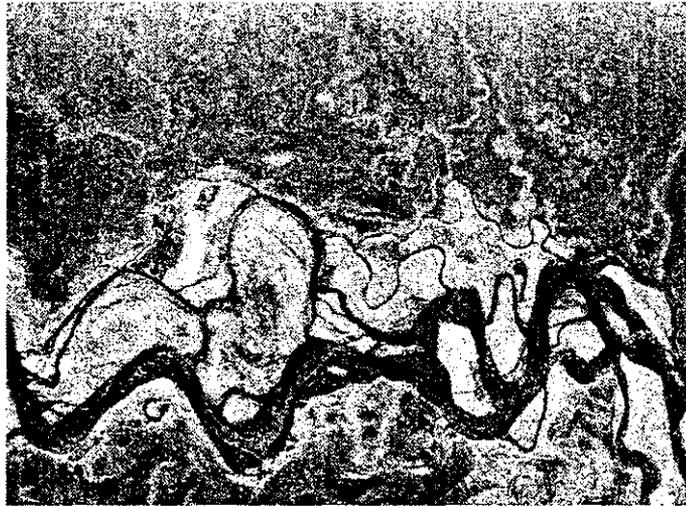


(b) Polarization signature of forest

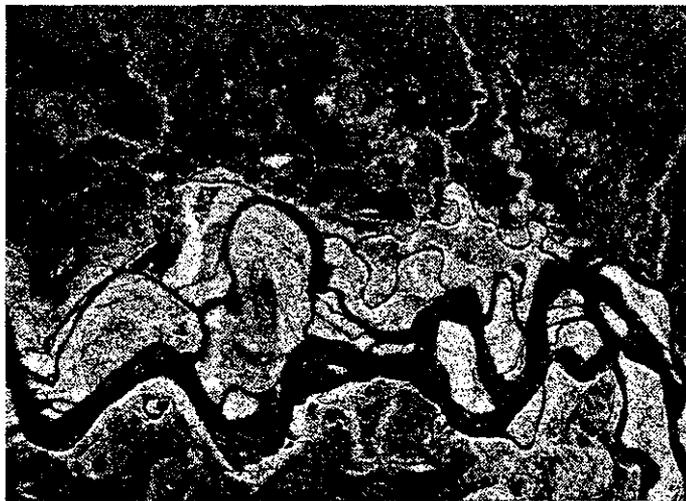


(c) Contrast signature

図4.5.5 Co-Pol ChannelでのPolarimetric signatureとContrast signature



(a) Co-Pol max image for river side

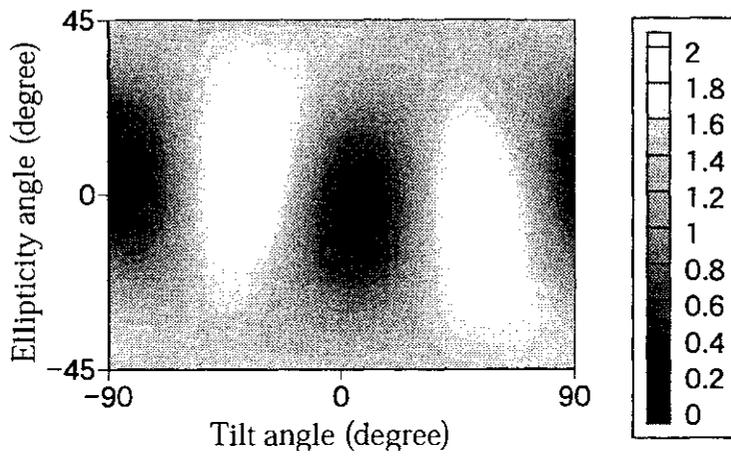


(b) Maximum contrast image (river side / forest)

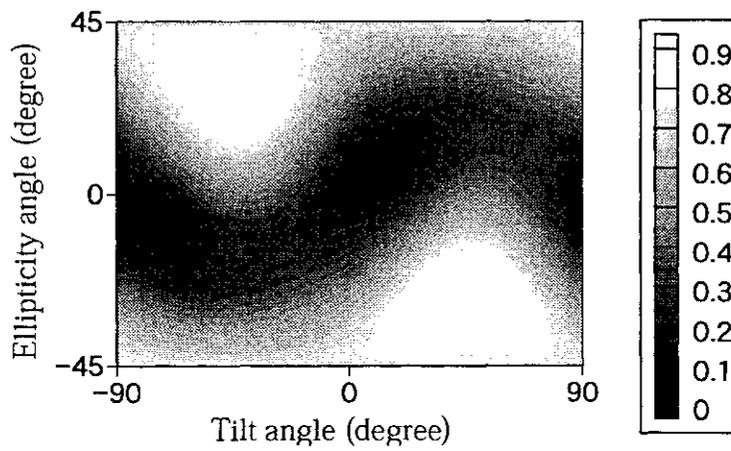


(c) Minimum contrast image (river side / forest)

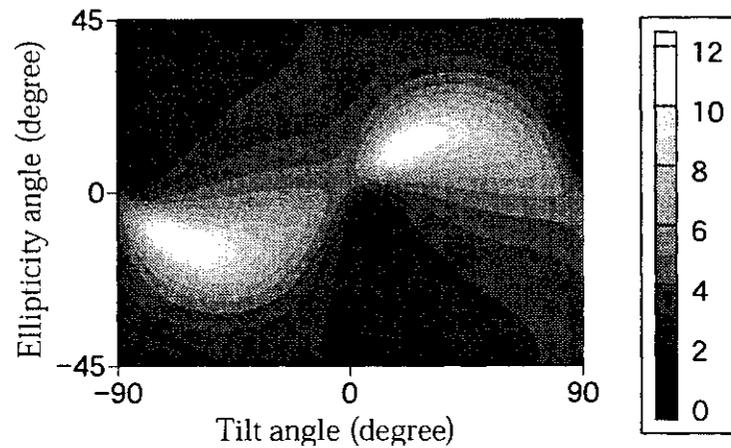
☒ 4.5.6 Polarimetric filtered images in the Co-Pol channel



(a) Polarization signature of river side

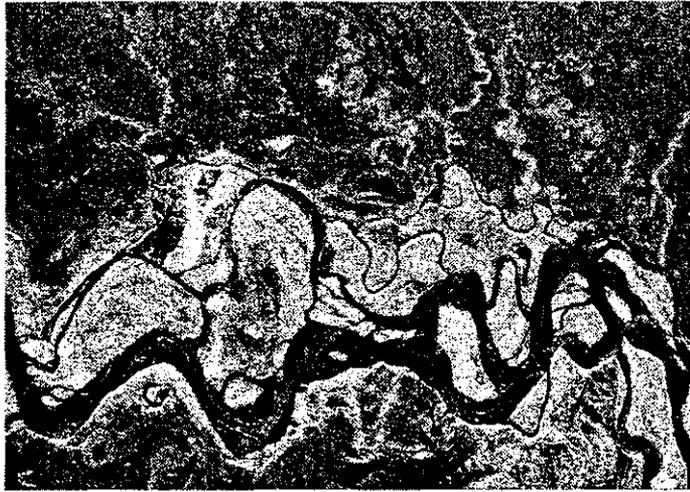


(b) Polarization signature of forest



(c) Contrast signature

図4.5.7 X-Pol ChannelでのPolarimetric signatureとContrast signature



(a) Co-Pol max image for river side

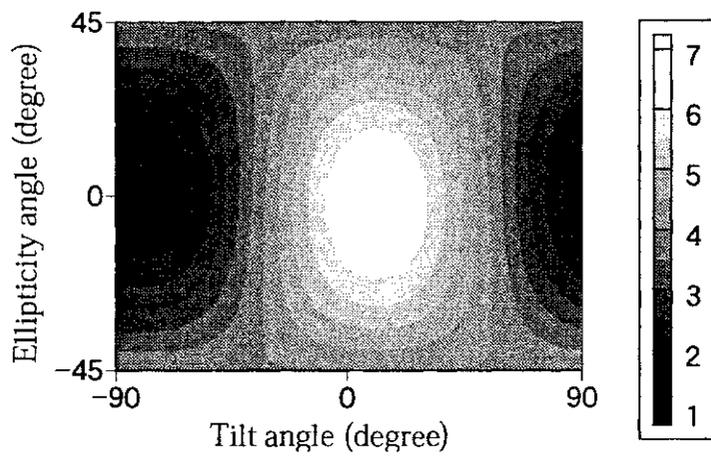


(b) Maximum contrast image (river side / forest)

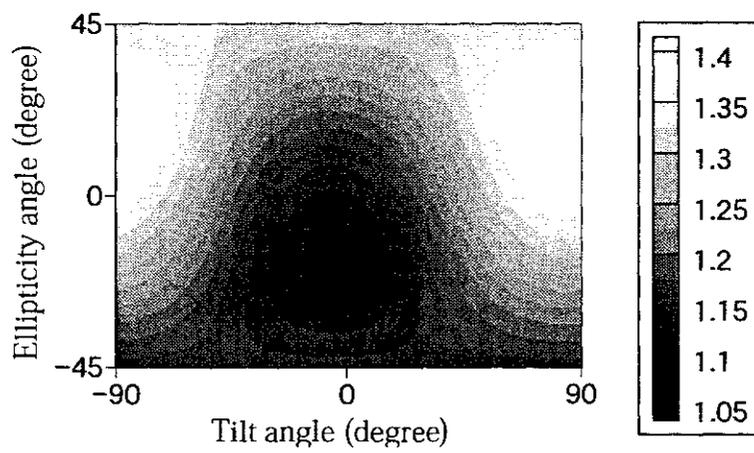


(c) Minimum contrast image (river side / forest)

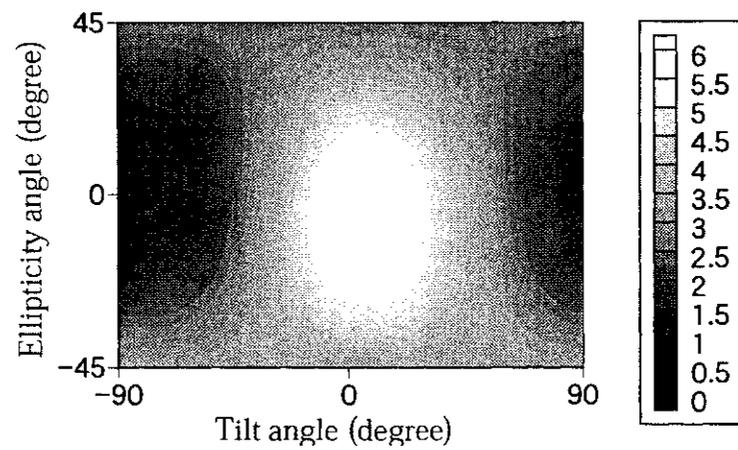
☒ 4.5.8 Polarimetric filtered images in the X-Pol channel



(a) Polarization signature of river side



(b) Polarization signature of forest



(c) Contrast signature

☒ 4.5.9 M-Pol ChannelでのPolarimetric signatureとContrast signature



(a) Co-Pol max image for river side



(b) Maximum contrast image (river side / forest)



(c) Minimum contrast image (river side / forest)

☒4.5.10 Polarimetric filtered images in the M-Pol channel

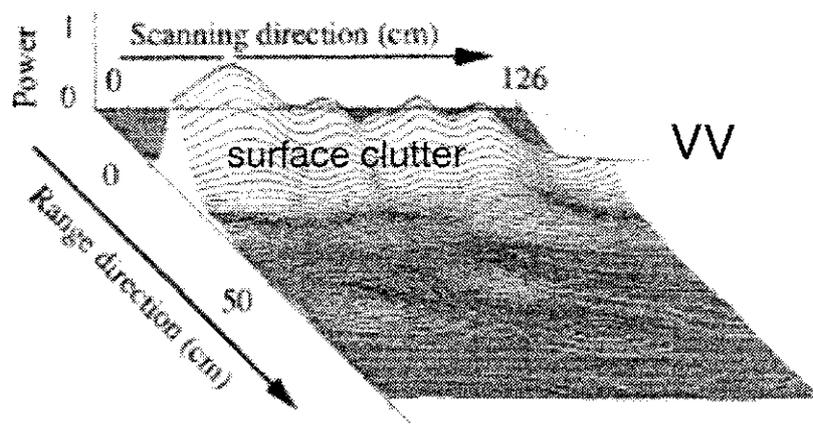
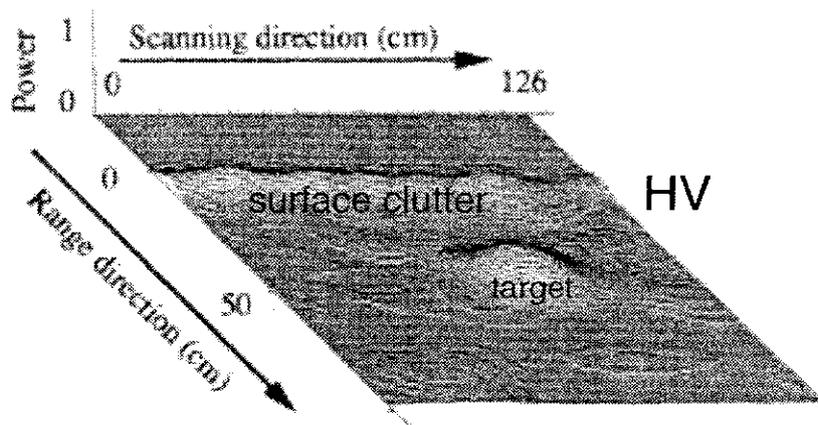
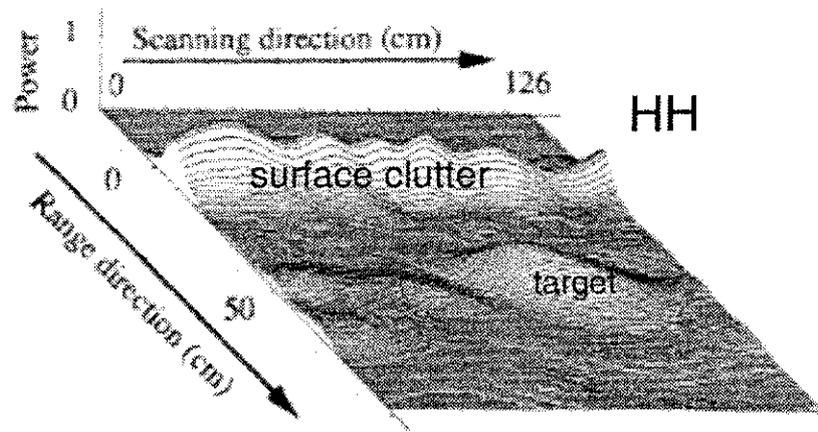
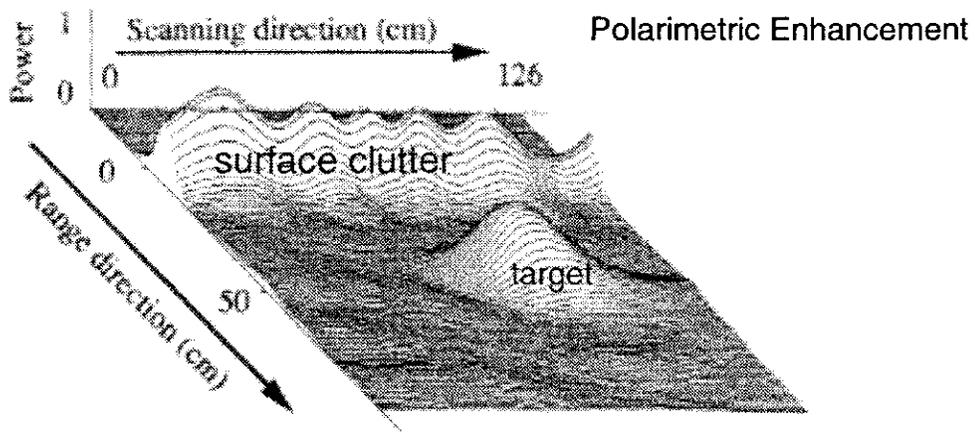
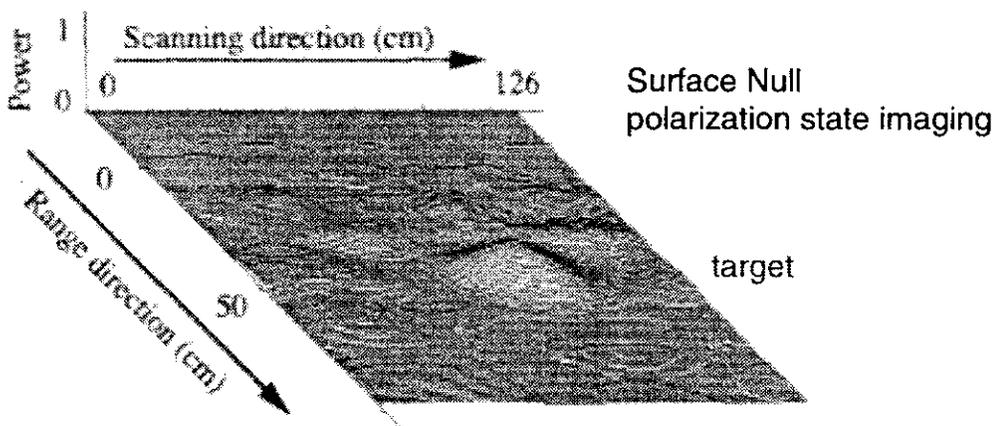


図4.5.11 HV基底での検出結果



(a) 金属板のCo-Pol Max イメージ



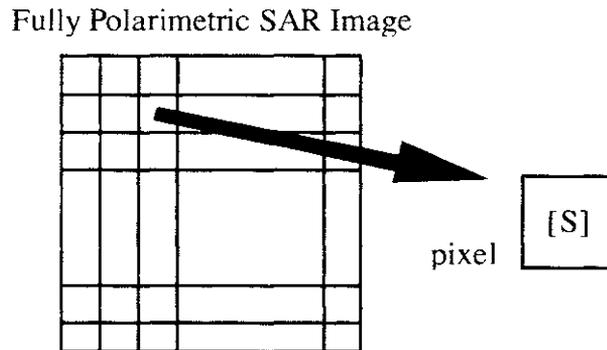
(b) 地表面のCo-Pol Nullイメージ

図4.5.12 偏波フィルタリングイメージ

Co-Pol Maxではターゲットが強調されていることが分かるが、そもそも地中探査レーダでの問題点として最初からターゲットの情報（深さや大きさ）は未知である。その情報を知り得た後に強調することはできるが、一般にはターゲットの情報は分からない。その意味で、ターゲット最大のCo-Pol Maxが必ずしも最適な偏波とは言えないことが分かる。レーダ探査する側として既知のものは地表面である。したがって、最初から地表面の反射を打ち消す偏波状態を用いてやれば地中内部が最もコントラスト良く見えるようになる。この点は、従来から問題であった地表面クラッタの抑圧が可能ということの意味し、偏波利用の最も寄与できる点である。

第5章 ターゲットの分類・識別

ポーラリメトリックレーダ画像には、数多くのピクセルがある。そのピクセル1個が1つの散乱行列に対応している。



ここでは、散乱行列が与えられたとき、その分類について考える。ターゲットはいくつかの散乱行列から構成されるが、散乱行列1つ1つが基本要素である。その分類について散乱メカニズムに対応した3成分分解方法、anisotropy係数、Polarimetric Entropyなどがある。

固有値から得られるanisotropy係数は、自然物体（偏波依存性が少ない）と人工物体（偏波依存性が大きい）との識別に有効で、偏波の向きによらず分類できるRobustな手法である。

また、数多くのピクセルが集合した画像中で、Polarimetric Entropyはターゲット分類に適した方法である。

5.1 散乱行列の3成分分解と3成分構成比による識別

散乱行列の分解について考えよう。あるターゲットを表していると思われるピクセルの散乱行列を選び出し、その散乱行列を基本的な散乱行列の和に分解してみる。基本的な散乱行列とは、球成分、コーナーリフレクタ成分、そして円偏波発生成分である。これらの3成分要素の構成割合を調べ、その構成割合からターゲットの散乱メカニズムを求め、ターゲットを分類したり、推定することができる。

5.1.1 散乱行列と偏波基底

散乱行列自体は取得する偏波基底によって変化する。例えば、直線偏波基底で測定したターゲットの散乱行列は、円偏波基底で測定したものと異なる。また、ターゲットが傾いたら、同じ直線偏波基底の中でも散乱行列の値が変わる。

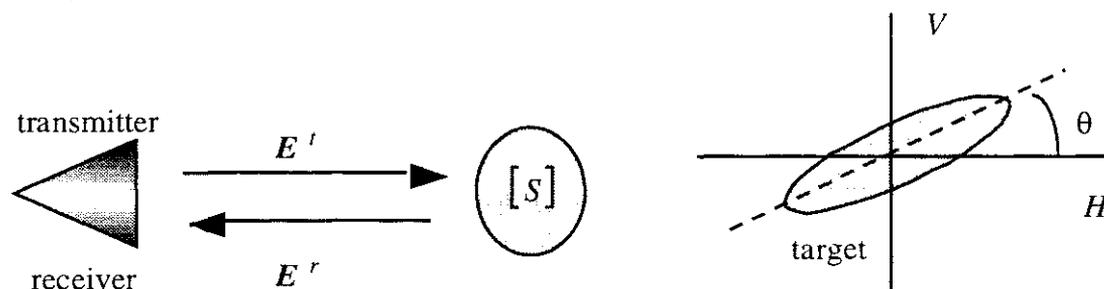


図5.1.1 傾いたターゲット

ターゲットが傾くとは、図5.1.1のようにオリエンテーション角（向き）が変化することで、これは、レーダから見たターゲットの偏波基底を回転させることに相当する。偏波基底を θ だけ回転させると散乱行列は

$$[S(HV)]_{\theta} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{hv} & S_{vv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (5.1.1)$$

$$= \begin{bmatrix} S_{hh} \cos^2 \theta + S_{vv} \sin^2 \theta - S_{hv} \sin 2\theta & \frac{S_{hh} - S_{vv}}{2} \sin 2\theta + S_{hv} \cos 2\theta \\ \frac{S_{hh} - S_{vv}}{2} \sin 2\theta + S_{hv} \cos 2\theta & S_{hh} \sin^2 \theta + S_{vv} \cos^2 \theta + S_{hv} \sin 2\theta \end{bmatrix} \quad (5.1.2)$$

HV偏波基底で、代表的なターゲットの散乱行列は表5.1のように表される。特に、 θ による散乱行列の変化は、線状ターゲットほど著しい。従って、傾き角に依存しない基底がとれること望ましい。

表5.1 散乱行列の角度依存性 (HV偏波基底)

	$\theta = 0^\circ$	$\theta = \theta$	$\theta = 90^\circ$
wire	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \frac{1}{2} \sin 2\theta \\ \frac{1}{2} \sin 2\theta & \sin^2 \theta \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
plate sphere	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
diplane	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
left helix	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & j \\ j & -1 \end{bmatrix}$	$\frac{e^{-j2\theta}}{2} \begin{bmatrix} 1 & j \\ j & -1 \end{bmatrix}$	$-\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & j \\ j & -1 \end{bmatrix}$
right helix	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -j \\ -j & -1 \end{bmatrix}$	$\frac{e^{j2\theta}}{2} \begin{bmatrix} 1 & -j \\ -j & -1 \end{bmatrix}$	$-\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -j \\ -j & -1 \end{bmatrix}$

傾き角に依存しない基底に円偏波基底がある。線状ターゲットなどは円偏波で測定すれば、直感的にも角度依存性が無いことが想像できる。円偏波基底では直線偏波基底と次のような関係がある。

$$[S(LR)] = [T]^T [S(HV)] [T] = \begin{bmatrix} S_{LL} & S_{LR} \\ S_{RL} & S_{RR} \end{bmatrix} \quad (5.1.3)$$

$$[T] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ j & -j \end{bmatrix} \quad (5.1.4)$$

$$\begin{aligned}
S_{LL} &= \frac{1}{2} (S_{HH} - S_{VV}) + j S_{HV} & S_{LR} &= \frac{1}{2} (S_{HH} + S_{VV}) \\
S_{LR} &= \frac{1}{2} (S_{HH} + S_{VV}) & S_{RR} &= \frac{1}{2} (S_{HH} - S_{VV}) - j S_{HV}
\end{aligned} \tag{5.1.5}$$

実験や実測では直線偏波基底で散乱行列を取得し、それを円偏波基底に変換すればよい。2つの偏波基底における、具体的なターゲットの散乱行列を調べてみよう。円偏波基底で散乱行列を求めると、表5.2が得られる。

表5.2 HV and LR polarization basis

	Linear basis (HV)	Circular basis (LR)
$[S]_{plate}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
$[S]_{diplane}$	$\begin{bmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} e^{j2\theta} & 0 \\ 0 & e^{-j2\theta} \end{bmatrix}$
$[S]_{wire}$	$\begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} e^{j2\theta} & 1 \\ 1 & e^{-j2\theta} \end{bmatrix}$
$[S]_{L-helix}$	$\frac{e^{-j2\theta}}{2} \begin{bmatrix} 1 & j \\ j & -1 \end{bmatrix}$	$e^{-j2\theta} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
$[S]_{R-helix}$	$\frac{e^{j2\theta}}{2} \begin{bmatrix} 1 & -j \\ -j & -1 \end{bmatrix}$	$e^{j2\theta} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

円偏波基底ではこれらの例から分かるように、非対角項は角度によって変化しない。つまり、非対角項に回転に対して不変な性質が出てくる。さらに重要な点は、この例からも予想されるように、非対角項の大きさによってターゲットを分類できる可能性がある。そこで、散乱行列の要素の大きさのみに着目し、散乱行列を分解するアルゴリズムを考える。

5.1.2 散乱行列の分解 --- 基本3成分 (sphere, diplane, helix)分解 ---

さて、散乱行列はモノスタティックレーダを想定すると、一般に

$$[S(HV)] = \begin{bmatrix} S_{HH} & S_{HV} \\ S_{VH} & S_{VV} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+b & c \\ c & a-b \end{bmatrix} \tag{5.1.6}$$

のように書くことができる。要素はすべて複素数である。

この散乱行列を分解する際、上の変換表でわかるように、同じターゲットでも要素の現れ方が異なる。そこで、理論的にわかっている直線基底の散乱行列をもとに次の形に書いてみる。

$$\text{HV} \quad \begin{bmatrix} a+b & c \\ c & a-b \end{bmatrix} = a \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} + c \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.1.7)$$

一般 sphere, plate diplane others

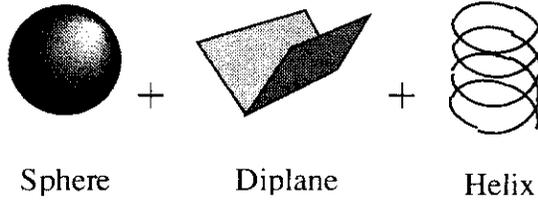
これを円偏波(LR)基底に書き換えると

$$[S(LR)] = \begin{bmatrix} S_{LL} & S_{LR} \\ S_{RL} & S_{RR} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b+jc & a \\ a & b-jc \end{bmatrix} = a \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + jc \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

すると、 a は非対角項のみに現れてくる。つまり、 S_{LR} 成分はsphere, plate成分を表していることとなる。

そこでKrogager, Czyzらは、円偏波基底で、次のようにsphere, diplane, helixの3成分に分解した。

$$[S] = e^{j\varphi} \left\{ e^{j\varphi_s} K_s [S]_{\text{sphere}} + K_d [S]_{\text{diplane}} + K_h [S]_{\text{helix}} \right\} \quad (5.1.8)$$



LR基底では、右回りHelix成分を含むターゲットに対して、

$$[S_{(LR)}] = e^{j\varphi} \left\{ e^{j\varphi_s} K_s \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + K_d \begin{bmatrix} e^{j2\theta} & 0 \\ 0 & e^{-j2\theta} \end{bmatrix} + K_h \begin{bmatrix} e^{j2\theta} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right\} \quad (5.1.9)$$

または、左回りHelix成分を含むターゲットに対して、

$$[S_{(LR)}] = e^{j\varphi} \left\{ e^{j\varphi_s} K_s \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + K_d \begin{bmatrix} e^{j2\theta} & 0 \\ 0 & e^{-j2\theta} \end{bmatrix} + K_h \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & e^{-j2\theta} \end{bmatrix} \right\} \quad (5.1.10)$$

係数 K_s, K_d, K_h は各sphere, diplane, helix散乱行列の大きさを示す。また、

K_s はターゲットでの奇数回反射成分の大きさ

K_d は偶数回反射成分の大きさ

K_h は直線偏波を円偏波に変える(Helix)成分の大きさ

を示す。また、 θ はターゲットの方向角であり、 φ は絶対位相、 φ_s はdiplane, helix成分に対するsphere成分の変位位相を表す。散乱行列の説明でも述べたとおり、LR基底での式の方が扱いやすく、上の円偏波での3成分分解法の式からも、 K_s, K_d, K_h の比や方向角 θ が散乱行列から容易に分かる。つまり式が単純になり、利用しやすく、考察を行いやすい。

K_s, K_d, K_h を求める式は以下の通り。

$$\begin{bmatrix} S_{(LR)} \end{bmatrix} = e^{j\varphi} \begin{bmatrix} (K_d + K_h) e^{j2\theta} & K_s e^{j\varphi_s} \\ K_s e^{j\varphi_s} & K_d e^{-j2\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |S_{LL}| e^{j\varphi_{LL}} & |S_{LR}| e^{j\varphi_{LR}} \\ |S_{LR}| e^{j\varphi_{LR}} & |S_{RR}| e^{j\varphi_{RR}} \end{bmatrix} \quad (5.1.11)$$

この式の要素を比較して、大きさから、

$$K_s = |S_{LR}|, \quad K_d = |S_{LL}|, \quad K_h = |S_{RR}| - |S_{LL}| \quad \text{for } |S_{RR}| > |S_{LL}| \quad (5.1.12)$$

$$K_s = |S_{LR}|, \quad K_d = |S_{RR}|, \quad K_h = |S_{LL}| - |S_{RR}| \quad \text{for } |S_{RR}| < |S_{LL}| \quad (5.1.13)$$

角度は

$$\theta = \frac{1}{4} (\varphi_{LL} - \varphi_{RR}) \quad (5.1.14)$$

$$\varphi = \frac{1}{2} (\varphi_{LL} + \varphi_{RR}) \quad (5.1.15)$$

$$\varphi_s = \varphi_{LR} - \frac{1}{2} (\varphi_{LL} + \varphi_{RR}) \quad (5.1.16)$$

このようにして得られた K_s, K_d, K_h を、表6.3と比較することにより、ターゲットの特徴を把握することが出来る。

表6.3 K_s, K_d, K_h 成分と基本散乱ターゲット

	K_s	K_d	K_h
Sphere, Plate, Trihedral	1	0	0
Corner reflector, Diplane	0	1	0
Wire, 線状物体	0.5	0.5	0
right left > Helix	0	0	1

5.1.3 方向角について

方向角が重要であるターゲットとしては、Corner reflector (Diplane), Wire, 線状物体がある。Corner reflectorについては、 90° 回転したターゲットに対して、絶対位相が 180° 異なる同型の散乱行列が得られる。現在のところ絶対位相を考慮することは困難であるため、Corner reflectorの方向角は正しいか若しくは 90° ずれた角度としてあらわれてしまう。

$$\begin{bmatrix} S \end{bmatrix}_{diplane(\theta)} = \begin{bmatrix} e^{j2\theta} & 0 \\ 0 & e^{-j2\theta} \end{bmatrix} \quad (5.1.17)$$

$$\begin{bmatrix} S \end{bmatrix}_{diplane(\theta + \pi/2)} = \begin{bmatrix} e^{j2(\theta + \pi/2)} & 0 \\ 0 & e^{-j2(\theta + \pi/2)} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} e^{j2\theta} & 0 \\ 0 & e^{-j2\theta} \end{bmatrix} \quad (5.1.18)$$

Wireについては、3成分分解法によりSphere成分とDiplane成分に分解されてしまう。このため、Corner reflectorと同様に正しいか若しくは 90° ずれた角度があらわれるが、Sphere

成分とDiplane成分の位相差がゼロという条件，すなわち $\varphi_s = 0$ を考慮することにより，正しい角度が得られる。

5.1.4 分類アルゴリズム

散乱行列の分類アルゴリズムは，要素の大きさを基本として図5.1.2のように行うことができる。任意の散乱行列を円偏波基底での成分の大きさに着目して分類していく方法で，ほとんどが基本散乱行列に分類される。

このようにして分解された散乱行列と，その構成要素の K_s, K_d, K_h から，求めたいピクセルを

$$\frac{K_i}{K_s + K_d + K_h} \quad (i = s, d, h) \quad (5.1.19)$$

の割合で評価する。もし，ある特定の要素が90%を越えているようなら，それで代表する方法である。ただし，ワイヤ成分に対しては

$$[S]_{wire} = \frac{1}{2} \left([S]_{diplane} + [S]_{sphere} \right) \quad (5.1.20)$$

のようにsphere, diplane成分が50%ずつである。

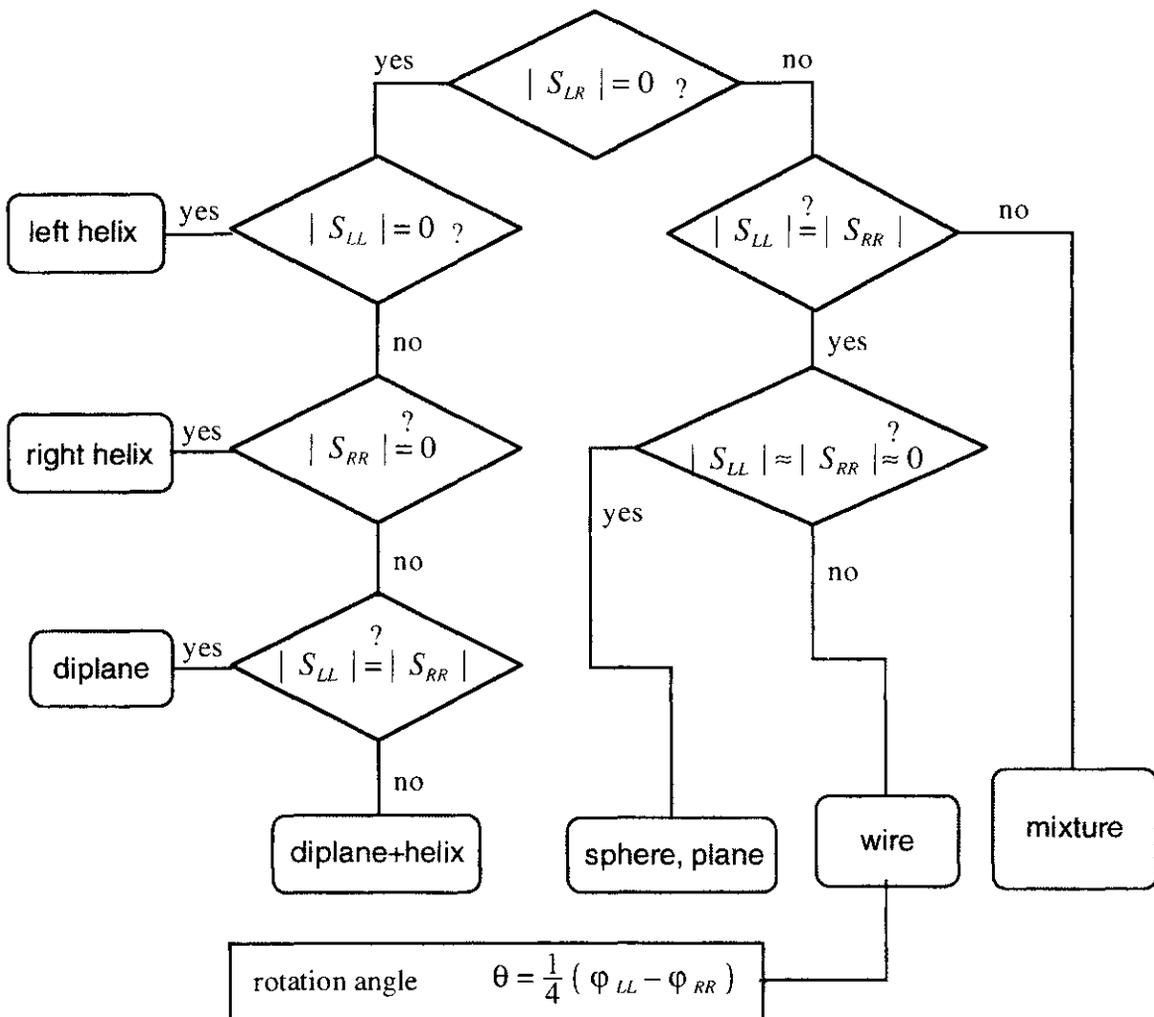


図5.1.2 円偏波基底での散乱行列分解アルゴリズム

5.1.4 各種ターゲットの分解結果

複数のターゲットを並べ、分解・認識を行った。ターゲットの配置は図5.1.3に示すとおりである。奇数回反射するターゲットとしてPlateを2種類、偶数回反射するターゲットとしてCorner reflectorを4種類、図に示すような角度で配置し、Wireの様なターゲットとして線状物体を1個配置した。この線状物体とは、10cm×8cmで厚さ1mmのPlateを垂直に立て、8mm間隔で10枚並べたものである。分解結果を図5.1.4に示す。図より非常によく分類できていることが分かる。

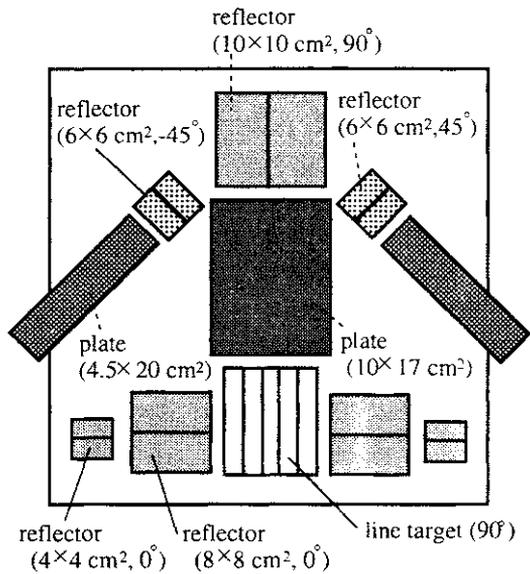


図5.1.3 ターゲットの配置

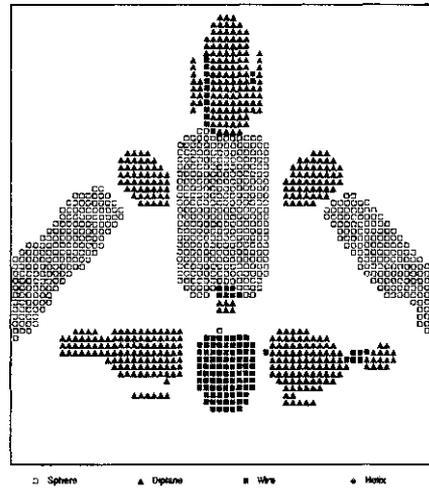
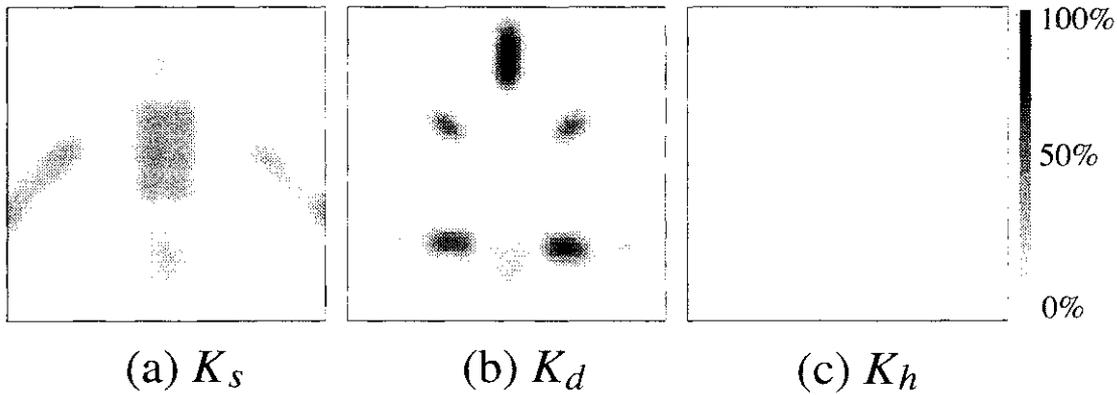


図5.1.4 分解結果



Three component distribution

Wireのようなターゲットでの方向角を求めるため、実験1で用いた線状物体を3個、図5.1.5の様にそれぞれ 90° 、 -45° 、 45° に配置して測定を行った。オリエンテーション角の測定結果を図5.1.6に示す。

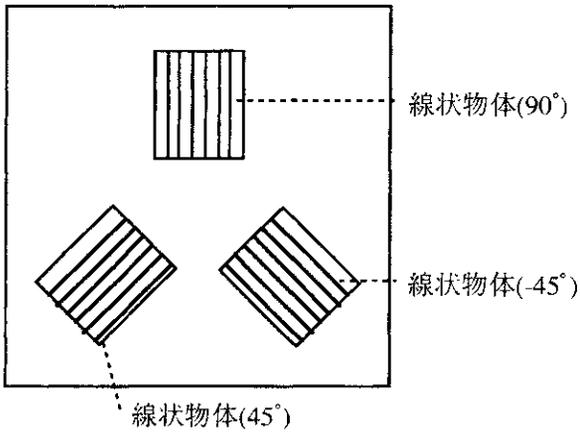


図5.1.5 ターゲット配置図

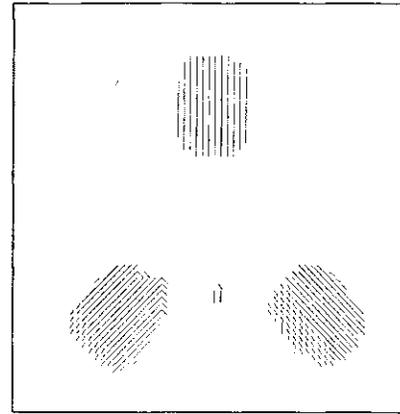


図5.1.6 認識した角度

ここでのWireの認識については、 K_s と K_d の比が(1:2)~(2:1)までとした。また、受信レベルの1割未満は表示していない。オリエンテーション角については、90(-90), 60, 45, 30, 0, -30, -45, -60度の8タイプに分類を行った。

図5.1.6より、ターゲットがWireとして分解されると同時に、角度を認識できることがわかる。なお、誤差はシステムの構造によるもの（アンテナを2つ並べてmonostaticなレーダを仮定しているなど）と思われる。

5.2 Polarization Anisotropy 係数による分類

レーダポーラリメトリによるターゲット識別方法のひとつとして、A. I. Kozlovらによって提案されたAnisotropy coefficientを用いる方法がある。このAnisotropy coefficientは、散乱行列の固有値から導出される量であり、偏波基底に依存しない量である。人工物などは比較的偏波依存性の高いものが多いため、散乱行列からターゲットの特徴を推定したり、見つけだす場合に有効である。

5.2.1 Anisotropy coefficient q

まず、散乱行列を固有基底に変換すると、

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{HH} & S_{HV} \\ S_{VH} & S_{VV} \end{bmatrix} \Rightarrow [S(\rho)] = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \quad (|\lambda_1| > |\lambda_2|) \quad (5.2.1)$$

のように対角化される。ここで λ_1, λ_2 は固有値である。このとき、得られた固有値から次の二つの関係が導かれる。

$$A = |S_{HH}|^2 + 2|S_{HV}|^2 + |S_{VV}|^2 = |\lambda_1|^2 + |\lambda_2|^2 \quad (5.2.2)$$

$$B = |S_{HH}S_{VV} - S_{HV}^2| = |\lambda_1\lambda_2| \quad (5.2.3)$$

散乱行列が偏波基底であっても、必ず成立する関係式であり、A, Bは偏波基底によらない量である。そしてこの二式より、Anisotropy coefficient q は

$$q = \sqrt{1 - 4 \frac{B^2}{A^2}} = \frac{|\lambda_1|^2 - |\lambda_2|^2}{|\lambda_1|^2 + |\lambda_2|^2} \quad (|\lambda_1| > |\lambda_2|) \quad (5.2.4)$$

として定義される。この値も固有値の大きさのみによって決まる量であり、偏波基底によらない量である。

5.2.2 Anisotropy coefficient q の性質

q の値は、式(5.2.4)より 0 から 1 までの範囲に限定される。固有値 λ_1, λ_2 が

$$\begin{aligned} |\lambda_1| &= |\lambda_2| \text{ のとき} & q &= 0 \\ |\lambda_1| \neq 0, |\lambda_2| &= 0 \text{ のとき} & q &= 1 \end{aligned}$$

$q=0$ のときのターゲットは、固有基底が直交する偏波状態において両方の偏波を反射するターゲットであり Isotropic target と呼ばれる。このような性質のターゲットには、金属平板や球がある。また、この場合は位相を無視しているので、コーナリフレクタもあてはまる。

一方、 $q=1$ のときのターゲットは、固有基底においてある偏波状態の電波は反射するが、それに直交する偏波状態の電波は反射しないターゲットであり、Anisotropic targetと呼ばれる。このような性質のターゲットとしては、ダイポール（ワイヤ）やヘリックスが相当する。

このことから、Anisotropy coefficient q が0に近い値を示したとき、ターゲットはプレートやコーナリフレクタに近い特性を示し、1に近い値を示した場合は、ワイヤに近い特性を示す。

しかし、 q は散乱行列の各成分がもつ位相を考慮してないため、プレートとコーナリフレクタを同一のターゲットとしてとらえてしまう。こうした状況を回避し、より詳細なターゲット特性の解析を行うためには、散乱行列の位相情報を含めた一般的な解析手段を講じる必要がある。そこで次に示すAnisotropy coefficient μ' を考える。

5.2.3 Anisotropy coefficient μ'

位相項を考慮した場合も式(5.2.1)と同様に、ターゲットから得られる散乱行列を固有基底に変換し対角化する。

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{HH} & S_{HV} \\ S_{VH} & S_{VV} \end{bmatrix} \Rightarrow [S(\rho)] = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \quad (|\lambda_1| > |\lambda_2|)$$

ここで得られた複素固有値 λ_1, λ_2 から次式の μ' を定義する。

$$\mu = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{|\lambda_1| e^{j\varphi_1} - |\lambda_2| e^{j\varphi_2}}{|\lambda_1| e^{j\varphi_1} + |\lambda_2| e^{j\varphi_2}} \quad (5.2.5)$$

$$= \frac{|\lambda_1|^2 - |\lambda_2|^2 + 2j|\lambda_1||\lambda_2|\sin(\varphi_1 - \varphi_2)}{|\lambda_1|^2 + |\lambda_2|^2 + 2j|\lambda_1||\lambda_2|\cos(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

$$\Rightarrow \mu' = \frac{|\mu| - 1}{|\mu| + 1} \quad (5.2.6)$$

ここで上式は、複素平面上で λ_1, λ_2 がとりうる範囲を、 μ の複素平面上に射影する等角射像変換を表すことになる。そして、この μ の大きさのみを注目して定義した μ' を Anisotropy coefficient として使用すれば、 μ' の範囲は拡張される ($-1 \leq \mu' \leq 1$)。

このように、散乱行列の位相項を考慮しない q と、位相項を考慮した μ' では違いがある。 μ' は Pol SAR 画像の全ての pixel を受信電力による表示だけでなく、位相に関する量を取り込んでいるので、この値からターゲットの特性を調べることや、認識、分類が可能であると考えられる。

5.2.4 Anisotropy coefficient μ' の性質

Anisotropy coefficient μ' の値は、-1から1までの範囲に拡張される。以下に代表的な散乱行列に対する q と μ' の値を示す。

target	$[S]$	eigenvalue	q	μ'
	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\lambda_1 = 1$ $\lambda_2 = 1$	0	-1
	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\lambda_1 = 1$ $\lambda_2 = 0$	1	0
	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$	$\lambda_1 = 1$ $\lambda_2 = -1$	0	1

5.2.5 μ の偏角 θ

ここで注意しなければならないことは、Anisotropy coefficient μ' は μ の大きさのみを取り出して定義しているという点である。従って μ の位相情報は使用されていない。この位相情報が、実際のターゲットの特性とどのような関わりをもち、いかなる物理的意味をもつかという点については、今後の検討が必要である。しかし、ターゲットの特性を様々な角度から解析するためには、この μ の位相情報も積極的に処理過程に組み込むことがポイントになると考えられる。

そこで、 μ から大きさ μ' のみでなく、位相情報として μ からの偏角 θ を定義し、 μ' と併せて利用することは意義があると考えられる。

$$\mu = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{|\lambda_1| e^{j\phi_1} - |\lambda_2| e^{j\phi_2}}{|\lambda_1| e^{j\phi_1} + |\lambda_2| e^{j\phi_2}} = A + jB$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{B}{A} \right) \quad (5.2.7)$$

5.3 Polarimetric Entropy

Polarimetric SAR画像解析を行うため、ターゲットの識別方法の候補として、エントロピーと α angleを使った方法がS.R.Cloud and E.Pottierによって提案された。Coherency Matrixの固有値と固有ベクトルからエントロピーを定義している。散乱行列は絶対位相を含めれば、6つの独立変数をもつ。複素成分としての3要素を持つCoherencyベクトル \mathbf{k} を定義し、 3×3 の行列で散乱特性を表現したものがCoherency Matrixである。

5.3.1 Coherency matrix と polarimetric entropyの定義

まず、後方散乱行列 $[S]$ とPauli matrixの積のTraceとり、Coherency vector \mathbf{k}_p を定義する。

$$\mathbf{k}_p = \left[\frac{1}{2} \text{Trace}([S]\sigma_0), \frac{1}{2} \text{Trace}([S]\sigma_1), \frac{1}{2} \text{Trace}([S]\sigma_2) \right]^T \quad (5.3.1)$$

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{HH} & S_{HV} \\ S_{VH} & S_{VV} \end{bmatrix} \quad \sigma_0 = \sqrt{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \sigma_1 = \sqrt{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \sigma_2 = \sqrt{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2$: Pauli matrix

この行列は以下の式と同等である。

$$\mathbf{k}_p = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} S_{HH} + S_{VV} \\ S_{HH} - S_{VV} \\ 2S_{HV} \end{bmatrix} \quad (5.3.2)$$

coherency matrix $[T]$ を以下のように定義し、その固有値、固有ベクトルを求める。

$$[T] = \mathbf{k}_p \mathbf{k}_p^{*T} = \begin{bmatrix} \frac{|S_{HH} + S_{VV}|^2}{2} & \frac{(S_{HH} + S_{VV})(S_{HH} - S_{VV})^*}{2} & (S_{HH} + S_{VV})S_{HV}^* \\ \frac{(S_{HH} - S_{VV})(S_{HH} + S_{VV})^*}{2} & \frac{|S_{HH} - S_{VV}|^2}{2} & (S_{HH} - S_{VV})S_{HV}^* \\ S_{HV}(S_{HH} + S_{VV})^* & S_{HV}(S_{HH} - S_{VV})^* & 2|S_{HV}|^2 \end{bmatrix} \quad (5.3.3)$$

$[T]$ の固有ベクトルを $\mathbf{e}_1 = [a \ b \ c]^T$ と置いたとき、 \mathbf{e}_1 が固有ベクトルになるためには式(5.3.4)を満たさなければならない。

$$|a|^2 + |b|^2 + |c|^2 = 1 \quad (5.3.4)$$

$$\mathbf{e}_1 = \begin{bmatrix} r_a e^{j\theta_a} & r_b e^{j\theta_b} & r_c e^{j\theta_c} \end{bmatrix}^T = e^{j\theta_a} \begin{bmatrix} r_a & r_b e^{j(\theta_b - \theta_a)} & r_c e^{j(\theta_c - \theta_a)} \end{bmatrix}^T \text{ とすると}$$

式(5.3.4)より, $|a| \leq 1$ なので $|a| = \cos \alpha_1$ と置くと

$$\begin{aligned} & |b|^2 + |c|^2 = \sin^2 \alpha_1 & (5.3.5) \\ \text{よって} & & \end{aligned}$$

$$|b| = \sin \alpha_1 \cos \beta_1 \quad (5.3.6)$$

$$|c| = \sin \alpha_1 \sin \beta_1 \quad (5.3.7)$$

と書くことができる。以上より, 固有ベクトルは次のように置くことができる。

$$\mathbf{e}_1 = e^{j\theta_a} \begin{bmatrix} \cos \alpha_1 & \sin \alpha_1 \cos \beta_1 e^{j\delta_1} & \sin \alpha_1 \sin \beta_1 e^{j\gamma_1} \end{bmatrix}^T \quad (5.3.8a)$$

$$\mathbf{e}_2 = e^{j\theta_a} \begin{bmatrix} \cos \alpha_2 & \sin \alpha_2 \cos \beta_2 e^{j\delta_2} & \sin \alpha_2 \sin \beta_2 e^{j\gamma_2} \end{bmatrix}^T \quad (5.3.8b)$$

$$\mathbf{e}_3 = e^{j\theta_a} \begin{bmatrix} \cos \alpha_3 & \sin \alpha_3 \cos \beta_3 e^{j\delta_3} & \sin \alpha_3 \sin \beta_3 e^{j\gamma_3} \end{bmatrix}^T \quad (5.3.8c)$$

これから, $[T]$ は次のように対角化することができる。 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ は固有値である。

$$[T] = [U] \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} [U]^*{}^T \quad [U] = [\mathbf{e}_1 \ \mathbf{e}_2 \ \mathbf{e}_3] \quad (5.3.9)$$

$[U]$: ユニタリ行列

以上より, $[T]$ の固有ベクトルによって角度 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ を求めることができ, 固有値を用いてエントロピー H と α を定義する。

$$H = \sum_{i=1}^3 P_i (-\log_3 P_i) \quad (5.3.10)$$

但し,

$$P_i = \frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^3 \lambda_i} = \frac{\lambda_i}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3} \quad (5.3.11)$$

$$\alpha = P_1 \alpha_1 + P_2 \alpha_2 + P_3 \alpha_3 \quad (5.3.12)$$

対角化された $[T]$ から得られる Anisotropy 係数は, 次のように定義される。

$$A = \frac{\lambda_2 - \lambda_3}{\lambda_2 + \lambda_3} \quad (5.3.13)$$

5.3.2 平均化された covariance matrix とエントロピー

単一のピクセルからの散乱行列だけでは, 教師付きデータを作成しても誤差が含まれるため, ターゲットの領域を表している数個のピクセルや, 平均化した代表値としての値が必要になる。そこで, 統計的なデータに対して, 画像の各ピクセルごとに得られた

covariance matrix $[T_i]$ の平均 $\langle T \rangle$ とエントロピー H を以下のように定義する.

$$\mathbf{k}_p = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} S_{HH} + S_{VV} \\ S_{HH} - S_{VV} \\ 2S_{HV} \end{bmatrix} \quad (5.3.14)$$

$$T_i = \mathbf{k}_i \mathbf{k}_i^{*T} \quad \langle T \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i \quad (5.3.15)$$

$$P_i = \frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^3 \lambda_i} \quad H = \sum_{i=1}^3 P_i (-\log_3 P_i) \quad (5.3.16)$$

さて、同じターゲットであるが、各ピクセルごとに傾き角が異なるような散乱行列が得られた場合を想定する。傾き角が異なっても、本質的に同じターゲットからの散乱行列なので、その散乱行列は以下のような対角行列の形でかける。この形式は散乱行列を固有基底で見たものに相当する。

$$[S] = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & d \end{bmatrix} \quad (5.3.17)$$

この場合、 $\mathbf{k}_p = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} a+d \\ a-d \\ 0 \end{bmatrix}$ (5.3.18)

$$[T] = \begin{bmatrix} \varepsilon & \mu & 0 \\ \mu^* & \nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{|a+d|^2}{2} & \frac{(a+d)(a-d)^*}{2} & 0 \\ \frac{(a-d)(a+d)^*}{2} & \frac{|a-d|^2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon = \frac{|a+d|^2}{2} \quad \mu = \frac{(a+d)(a-d)^*}{2} \quad \nu = \frac{|a-d|^2}{2} \quad (5.3.19)$$

次に、傾き角 θ を考慮した一般的な $[T_i]$ は、以下のような回転行列を掛けて次式のように表される。

$$[T(\theta)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & -\sin 2\theta \\ 0 & \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon & \mu & 0 \\ \mu^* & \nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ 0 & -\sin 2\theta & \cos 2\theta \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \varepsilon & \mu \cos 2\theta & \mu \sin 2\theta \\ \mu^* \cos 2\theta & \nu \cos^2 2\theta & \nu \cos 2\theta \sin 2\theta \\ \mu^* \sin 2\theta & \nu \cos 2\theta \sin 2\theta & \nu \sin^2 2\theta \end{bmatrix} \quad (5.3.20)$$

そこで、全ての角度 θ について平均をとると、

$$\langle T(\theta) \rangle = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi [T(\theta)] d\theta = \begin{bmatrix} \varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (5.3.21)$$

例えば、例題を考えてみよう。

$$(1) \quad \text{ワイヤ} \quad [S] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \langle T(\theta) \rangle = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} \end{bmatrix} \quad H = 0.95$$

$$(2) \quad \text{リフレクタ} \quad [S] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \langle T(\theta) \rangle = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad H = 0.63$$

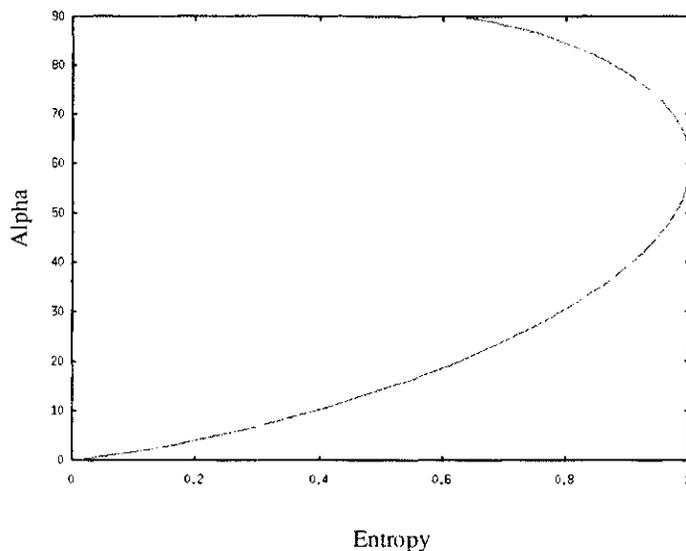
$$(3) \quad \text{プレート} \quad [S] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \langle T(\theta) \rangle = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad H = 0$$

従って、この例題によって分かるように、得られた H が各ターゲットのエントロピーの上
 限值である。さらに、エントロピーが最も高くなるような $\langle T(\theta) \rangle$ は、次のような形にな
 る。

$$\langle T(\theta) \rangle = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2\varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & \nu & 0 \\ 0 & 0 & \nu \end{bmatrix} \quad (5.3.22)$$

このようにエントロピー H は0から1までの範囲をとり、散乱のランダム性を表してい
 る。 $H=0$ で1つの散乱メカニズム（表面散乱）が発生することを表しており、 $H=1$ で3つ
 の散乱メカニズムが同程度で発生する（完全にランダムな散乱である）ことを表してい
 る。

角度 α は偏波依存性を表す値で、 0° でプレート、 45° でワイヤ、 90° でコーナーリフレク
 タになる。



曲線は各 α に対するエントロピーの上限を表している。曲線の内部に値は必ず入る。

Entropy H, Anisotropy A の値によって、散乱過程を以下の4つに分類することができる。

$$\cdot (1-H)(1-A) \quad \cdot H(1-A) \quad \cdot HA \quad \cdot (1-H)A$$

参考文献

- [1] S.R.Cloud and E.Pottier, "A review of target decomposition theorems in radar polarimetry, "IEEE Trans.Geosci.Remote Sensing, vol.34, pp.498-518, Mar.1996.
- [2] S.R.Cloud and E.Pottier, "A Entropy Based Classification Scheme for Land Applications of Polarimetric SAR, "IEEE Trans.Geosci.Remote Sensing, vol.35, no.1, pp.68-78, Jan.1997.

5.4 Covariance Matrix

散乱の要素を使って、次のベクトルを導入する。

$$S = \begin{bmatrix} S_{HH} \\ \sqrt{2} S_{HV} \\ S_{VV} \end{bmatrix}$$

Covariance matrixは以下のように定義されている。

$$[C] = S \otimes S^* = \begin{bmatrix} S_{HH} \\ \sqrt{2} S_{HV} \\ S_{VV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{HH}^* & \sqrt{2} S_{HV}^* & S_{VV}^* \end{bmatrix}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} \langle S_{HH} S_{HH}^* \rangle & \sqrt{2} \langle S_{HH} S_{HV}^* \rangle & \langle S_{HH} S_{VV}^* \rangle \\ \sqrt{2} \langle S_{HV} S_{HH}^* \rangle & 2 \langle S_{HV} S_{HV}^* \rangle & \sqrt{2} \langle S_{HV} S_{VV}^* \rangle \\ \langle S_{VV} S_{HH}^* \rangle & \sqrt{2} \langle S_{VV} S_{HV}^* \rangle & \langle S_{VV} S_{VV}^* \rangle \end{bmatrix}$$

ここで、対角成分の和は散乱行列のSpanになっている。さらに、電力比を

$$g = \frac{\langle S_{VV} S_{VV}^* \rangle}{\langle S_{HH} S_{HH}^* \rangle} \quad e = \frac{\langle S_{HV} S_{HV}^* \rangle}{\langle S_{HH} S_{HH}^* \rangle}$$

ととり、散乱断面積 $\sigma_{HH} = \langle S_{HH} S_{HH}^* \rangle = \langle |S_{HH}|^2 \rangle$

$$Cor(XY, AB) = \frac{\langle S_{xy} S_{ab}^* \rangle}{\langle S_{xy} S_{xy}^* \rangle \langle S_{ab} S_{ab}^* \rangle} \quad \text{によって相関を表すものとすれば}$$

$$\rho = Cor(HH, VV) = \frac{\langle S_{HH} S_{VV}^* \rangle}{\langle S_{HH} S_{HH}^* \rangle \langle S_{VV} S_{VV}^* \rangle}$$

$$\eta = Cor(HH, HV) = \frac{\langle S_{HH} S_{HV}^* \rangle}{\langle S_{HH} S_{HH}^* \rangle \langle S_{HV} S_{HV}^* \rangle}$$

$$\xi = Cor(VV, HV) = \frac{\langle S_{VV} S_{HV}^* \rangle}{\langle S_{VV} S_{VV}^* \rangle \langle S_{HV} S_{HV}^* \rangle}$$

最終的に

$$[C] = \sigma_{HH} \begin{bmatrix} 1 & \eta e & \rho \sqrt{g} \\ \eta \sqrt{e} & e & \xi \sqrt{e g} \\ \rho \sqrt{g} & \xi \sqrt{e g} & g \end{bmatrix}$$

Covariance Matrixの利点は、電力の測定でほとんどの要素が決まることである。森林など $\langle S_{HH} S_{HV}^* \rangle \approx \langle S_{VV} S_{HV}^* \rangle \approx 0$ が成り立つReflection Symmetricなターゲットでは、 $\eta = \xi = 0$ になるので、

$$[C] = \sigma_{HH} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \rho \sqrt{g} \\ 0 & e & 0 \\ \rho \sqrt{g} & 0 & g \end{bmatrix}$$

なお、Coherency Matrix をHuynen parameter を使って書くと

$$[T] = \begin{bmatrix} 2A_0 & C-jD & H+jG \\ C+jD & B_0+B & E+jF \\ H-jG & E-jF & B_0-B \end{bmatrix}$$

$2A_0 = \sigma_{HH} (1 + g + 2\sqrt{g} \rho \cos \delta)$	表面散乱
$B_0 + B = \sigma_{HH} (1 + g - 2\sqrt{g} \rho \cos \delta)$	2回反射
$B_0 - B = 2\sigma_{HH} e$	体積散乱
$C = \sigma_{HH} (1 - g)$	
$D = 2\sigma_{HH} \sqrt{g} \rho \sin \delta$	
$\rho = Cor(HH, VV) = \rho e^{i\delta}$	

第6章 SAR画像解析

この数年間で、人工衛星に搭載された光学センサー、合成開口レーダによって、地球上のほぼ全域が観測されるようになってきた。光学センサーと合成開口レーダでは、同じ電磁波というカテゴリーの中の情報を収集するが、周波数・波長が大きく異なるので、得られる情報はかなり異なる。例えば、光学センサーでは、遠赤外の波長領域において、熱に反応するバンド、葉緑素に反応するバンドがあるが、マイクロ波には存在しない。光学センサーでは、可視領域も含め、人間の感覚に近い波長領域の電磁波のため、人間にとって比較的理解しやすい画像が得られる。分解能はセンサーに依存し、最新の人工衛星は1 m四方かそれ以下の分解能を有する。一方、レーダではマイクロ波領域(1~10 GHz)の電磁波を扱い、このマイクロ波は本来人間には感知できないこと、その取り扱い・定式化が純粋に学問領域にゆだねられるため、人間の感覚・感性からは理解しにくい。しかし、マイクロ波では、雲を通して地表を見ることができ、天候に左右されないなど、光学センサーには無い特徴を持っている。雲を通して地表を見ることができるという点は、地球観測にとって非常に重要なことである。地球上で、雲に覆われていない場所・時間は限られるからである。また、レーダは自分で電波を発射し、その反射波を受信するので、システムの設計次第では、かなり高分解能な画像を得ることができる。現状では人工衛星搭載のレーダで10~20 mの分解能、航空機搭載レーダで1~3 m程度のものが得られている。そのため、レーダもようやく光学センサーのパートナーとなりつつあり、互いに補完しながら発展すべきものと考えられる。

さて、人工衛星による地球表面の観測データは、合成開口レーダに限ってみると、ERS-1、JERS-1、ERS-2、RADARSATによって、この数年で膨大な量のデータが蓄積されてきた。そして、ある衛星のSARシステムが完成すると、さらに分解能を向上させるべく、SARのシステムの改良が行われてきた。また、今後打ち上げ予定のSARに関しても、ハード面が主に議論されている。このことは世界各国共通の事実である。

しかし、いくつかの基本的な問題点、あるいは開発に関連する費用の点から、非難・批判もでてきている。なぜ、SARが必要なのか？SARによって何が分かるようになったか？などである。特に、SARとは分野の異なる人から、SAR画像をみて、きれいな絵ですね！カレンダーの表紙にはぴったりですね！という言葉がでてくることがある。これは非常に重大な問題であって、笑い事では済まされない事柄である。

6.1 リモートセンシングの目的

そのため、基本に戻り、なぜリモートセンシングか？何のために行うのか？から考えたい。特にSARの現状と問題点、そして将来のSARのあるべき姿について私見を述べたい。

レーダは軍事利用と共に発展してきた。その目的は敵の飛行機を見つけることから始まり、次第に敵の飛行場のマッピング、基地のイメージングへと発展していった。軍用レーダにとっての重要課題は、クラッタを抑えつつ、いかに高精度・高分解能にターゲットを検出するか、あるいはレーダ画像を作成するかである。

しかし、我々の目的は軍用ではない。最も主眼となるべきものは、地球環境の観測、それを基本にした環境保全対策である。災害の監視、水害、洪水、火山観測、地滑り、植生

の把握、砂漠化の監視、穀物の成育状況などの例があるが、農業、林業、土木分野などの人間が、地球上で生活を営む上で必要な全ての情報が観測対象である。現在は軍用で使われていた概念のMilitary Defenseから、地球環境を守るという意味の**Environmental Defense**への転換時期である。そのための手法として、レーダリモートセンシングは欠かせない技術である。

6.2 SARの分解能について

ある一つの衛星に搭載できるレーダでは、技術的な問題やスペース的な制限もあり、全ての分解能要求に応えるわけには行かない。どの程度の分解能が望ましいであろうか？あるいは軍用と比較して、どの程度の分解能が必要となってくるであろうか？

軍用では、分解能は細かければ細かいほど良い。検出という目的がはっきりしており、cmのオーダーで進んでいる。環境用・民生用では、例えば植生分布を取り上げた場合、林では20m位あれば十分であろうし、また、田んぼの稲作でも十分であろう。一方、広大な砂漠を観測するには、さらに粗い分解能でもかまわないであろうし、都市域の地形を観測するには数mの分解能が必要であろう。したがって、何を観測対象にするかによって、分解能への要求は変わってくる。つまり、何をターゲットに置くかによって必要とする分解能が変わってくることである。さらに20mで良いか？あるいは21mではどうなるか？などの問いかけに対しては、まだ電磁気学の研究成果を待たねばならない。この点がまだ現実問題として分かっていない。この分野の研究は始まったばかりであり、世界の研究機関、大学などで、電磁波の散乱問題（順問題、逆問題）として、勢力的に研究が行われつつある。

重要な点は何を観測対象に選ぶかによって、その研究手法も変わり、最終的に必要とする分解能もまた変わってくることである。

6.3 SAR systemの利点

SARの利点は良く知られているように、

- ・昼夜に関わらず、天候に左右されない
- ・focused image が得られる（合成開口レーダの分解能）。
- ・距離、波長に依存しない。
- ・分解能はアンテナ開口長にのみ依存する

ことである。

さて、レーダで実際に観測できる量は、マイクロ波の後方散乱の振幅と位相である。その情報を使って合成開口処理を行い、今までに

- ・植生のモニタリング
- ・水文
- ・海水のマッピング
- ・地質

interferometryを使って

- ・氷河
- ・火山活動による変位

に有効であるとされてきた。これらは、マイクロ波とターゲットの相互作用の結果であ

り、光学センサーよりも優れていると考えられている点である。

6.4 SARの現状

SAR systemは、人工衛星、航空機に搭載されているが、人工衛星では搭載する際にスペース的な制約があるのに対して、航空機ではスペース的な制約が少なく、技術的には実験的な試みもできる状況にある。その意味で、航空機搭載SAR systemは一步先行しており、その成果が期待されている。ただし、航空機では日常的な観測はできないので、互いに補完しあってリモートセンシングを発展させていくべきものと考えられる。現状では以下のシステムが活躍している。

・ Spaceborne	ERS-2, RadarSAT, SIR-C/X-SAR,	ENVISAT etc
	LIGHTSAR (2002-)	ALOS-PALSAR(2002-)
・ Airborne	AIRSAR NASA/JPL	CRL/NASDA Pi-SAR
	E-SAR P3-ERIM	etc

現在得られている分解能は、衛星で20 m程度、航空機で1～3 m程度である。2003年には、Polarimetric観測ができる世界最初のALOS-PALSAR人工衛星（日本）が打ち上げられる予定である。

6.5 SAR画像解析手法

ここでは、まず一般的なSAR画像解析について述べる。分類処理は通常次のような流れで進行する。

- 1) 分類クラスの設定
- 2) 判別法の選択
- 3) 特徴の選択
- 4) 標本の抽出
- 5) 母集団の統計量の推定
- 6) 判別
- 7) 精度
- 8) 後処理

第1段階の分類設定は、最終的に分類したいクラスを決定する。クラスの設定には、地上ターゲットに基づく設定と、散乱特性に基づく設定が考えられる。地上ターゲットに基づく設定は、画像データを構成する地上ターゲットが既知である場合のみ可能な設定法である。例えば、市街地、植生、水域など。一方、散乱特性に基づく設定は、画像データを構成する地上ターゲットが未知である場合、または既知である場合でも、同一ターゲット領域内（水域、植生、市街地など）で種々の散乱特性が考えられる場合に、より詳細な分類を行う（例えば、海域においては、海面の状態が異なっており、植生においては、広葉樹、針葉樹、樹冠の有無、密度が異なっている）ときに用いる設定法である。例えば、表面散乱、2回反射、体積散乱、散乱のランダム性など。

第2段階は、判別法の決定である。判別法は分類結果に大きな影響を及ぼす。一般に統計的手法（特にBaysの決定則に従うものが用いられる）は、必ずしも良い結果が得られるとは限らない。分類は、一般的に対象としている画像中のなんらかの特徴を用いて行われる。特徴というのは、例えば、2値画像の場合の形態的特徴（面積、周囲長）や、多値画

像の場合の各画素の濃度や、テクスチャなどである。偏波情報も含まれる。

第3段階では、対象とする画像の性質、用いる判別法などに最適な特徴を決定するとともに、必要に応じて元の画像を変換する。

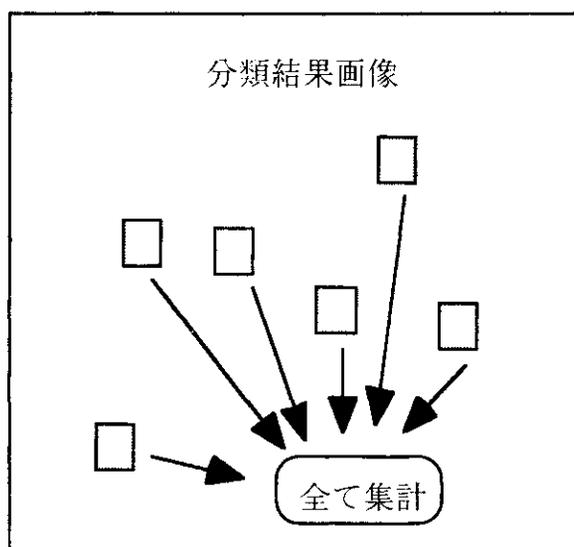
第4段階は、各分類クラスの判別基準を見出すのに用いられる標本を抽出する過程である。教師付き分類では、分類クラスは最終的に分類したいカテゴリーに基づいて決定される場合と、画像中で比較的均一な領域を指定することで決定される場合がある。いずれの場合も、標本はオペレータによる判断、あるいは対象とする画像以外の情報源（地図など）によって抽出される。教師なし分類では、一定基準下で均一とみなされる画素の集合が抽出される。

ここで、画像中の比較的均一な部分を、他の部分から分割する処理（画像の分類）によって得られるそれぞれの均質な集合を、分類クラスという。分類クラスは、必ずしも外界の事物とは対応せず、また、対応付けが行われた場合、それらをカテゴリーと呼ぶ。

第5段階には、前段階で抽出された標本を用いて、各分類クラスの母集団の性質を推定する。統計的判別法では、この段階で判断規則が決定される。

第6段階は、判別である。第5段階で推定された分類クラスの性質と、あらかじめ決定された判別法を用いて、全画像データの判断規則が決定される。

予め選ばれていたカテゴリーCのテストデータの位置



カテゴリーCの中に各カテゴリーがどれくらい含まれているか
= 分類精度

第7段階では、可能な場合、判断結果の精度を検討を行う。

	A	B	C
A	34.4	29.2	36.4
B	10.6	68.5	20.9
C	0.0	5.7	94.3

正しく分類されたクラス

第8段階は、分類の最終段階である。第1段階ないし第4段階で、分類クラスと最終的な分類カテゴリーが一致しなかった場合、この段階で両者の対応付けがなされる。

観測された濃淡画像には、対象物に関するさまざまな情報が含まれているが、対象物や観測機器の特性、観測条件などにより、その濃淡情報が偏っていたり、歪んでいたりする場合が少なくない。また、異なる時期に観測されたりリモートセンシング画像を比較するような場合も、それらの画像の濃度特性が違いすぎると比較しにくい。こうした場合、あらかじめコントラストの強調、濃度特性の正規化などの前処理を行っておくと、その後の特徴抽出や解析が行いやすい。

ここでは、前処理（正規化、アフィン変換等）については省略し、JERS-1のレベル2.1のようなピクセル毎に後方散乱値、あるいは散乱行列が対応したSAR画像を対象に考える。

Polarimetric SAR image

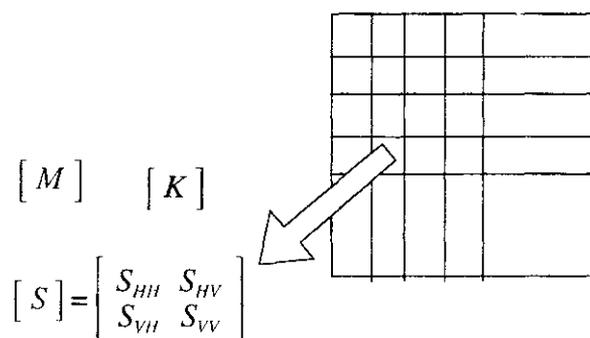


図6.1 SAR画像

分類方法で最終的に利用したものは、最尤法と最短距離法である。

6.5.1 最尤法

最尤法とは、未知の画素データと、既に求められた分類カテゴリーとの尤度（(6.5.1)参照）を求め、ピクセルを尤度が最大となるカテゴリーに属するとして分類する方法である。

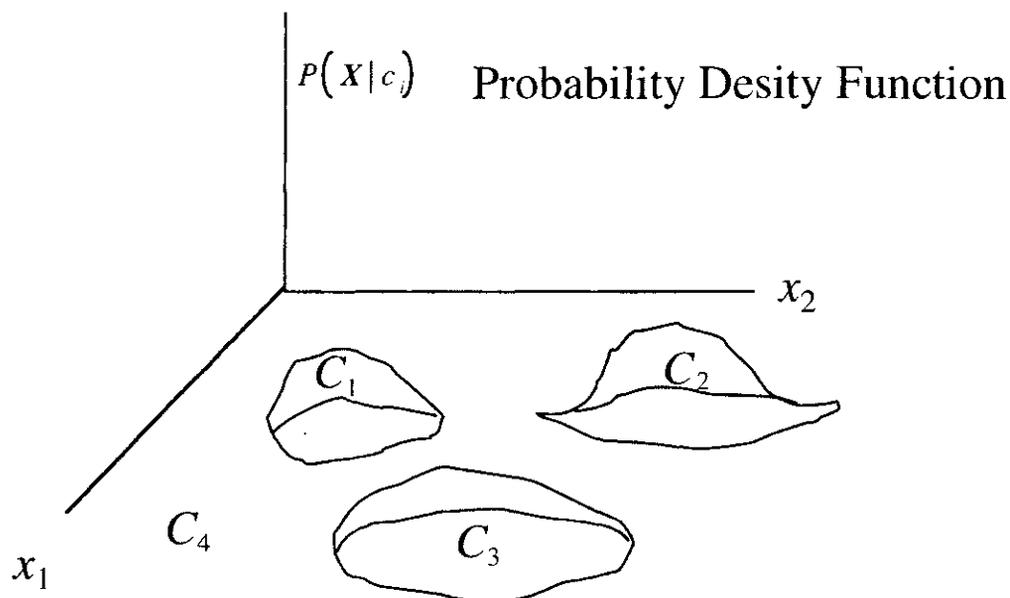


図6.2 最尤法分類

図6.2のように、確立密度関数と分類カテゴリー C_1, C_2, C_3, C_4 において、どこに最も大きい尤度が当てはまるかを次の基準で判別する。

$$G(k) = -\log |V_k| - (X - \bar{X}_k)^T V_k^{-1} (X - \bar{X}_k) \quad (6.5.1)$$

但し、 \mathbf{X} : 未知の画素データの特徴ベクトル

\mathbf{V}_k : k番目のカテゴリーの共分散行列

$\bar{\mathbf{X}}_k$: k番目のカテゴリーの平均特徴ベクトル

特徴ベクトルを決める際に、その成分と成分の数が重要であり、偏波データを使うと次元が増えるので、その分、より詳細な地上ターゲットの分類が可能となる。

6.5.2 最短距離法

ピクセルの値が特徴ベクトルによって、図6.3のように位置したとすると、その点がどのカテゴリーに入るかをユークリッド距離最小の概念によって決める方法である。

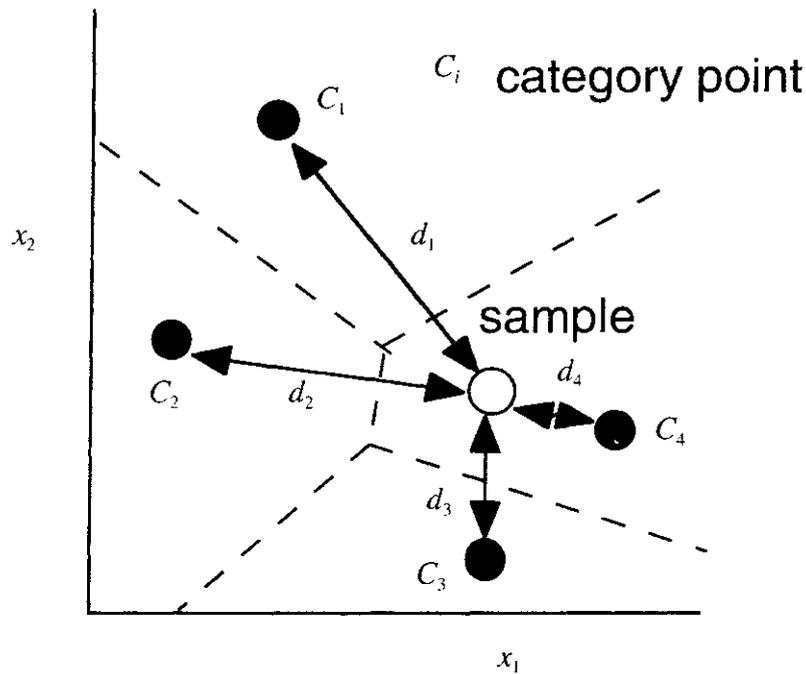


図6.3 ユークリッド最短距離法の特徴空間（2次元）

ユークリッド距離の式を式(6.5.2)に示す。トレーニングエリアそれぞれ数ヶ所から、各クラスの平均特徴ベクトルを取り出し、標本データとする。各画像上を、領域を走査させながら特徴ベクトルを取り出し、各クラスの平均特徴ベクトルとのユークリッド距離 $G_i(X)$ を求め、 $G_i(X)$ が最小となるクラス i に分類を行う。

$$G_i(X) = (X - \bar{X}_i)' (X - \bar{X}_i) \quad (6.5.2)$$

X : 任意の領域の特徴ベクトル, \bar{X}_i : 平均特徴ベクトル

従って、2つの方法とも特徴ベクトルをどのように作るか、そして分類カテゴリーをどのように選ぶかで、分類精度に大いに変化する。

6.5.3 特徴ベクトルの作り方

特徴ベクトルは
$$X = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)' \quad (6.5.3)$$

のように n 次元のベクトルである。その要素には、何を入れても良いが、独立な成分を使う方が、ベクトルとしての違いが明瞭になり、分類しやすい。 n 次元空間を張る軸は、互いに直交している方が扱いやすいことは明白である。そこで、直交成分に対応する軸に対して、どのようなものを取るかが問題である。

Fully Polarimetric dataでは散乱行列の要素を利用して、

$$[S(HV)] = \begin{bmatrix} S_{HH} & S_{HV} \\ S_{VH} & S_{VV} \end{bmatrix}$$

例えば,

1. $x_1 = |S_{HH}|^2$, $x_2 = |S_{HV}|^2$, $x_3 = |S_{VV}|^2$, $x_4 = \text{Span}[S]$
2. $x_1 = |S_{HH}|$, $x_2 = |S_{HV}|$, $x_3 = |S_{VV}|$, $x_4 = \text{Span}[S]$
3. $x_1 = |K_s|$, $x_2 = |K_d|$, $x_3 = |K_h|$, 他
4. $x_1 = |K_s|^2$, $x_2 = |K_d|^2$, $x_3 = |K_h|^2$, 他
5. 1+3, 2+4, その他の組み合わせ
6. 特徴的偏波状態の成分
7. Polarimetric entropy H 成分と角度 α
8. Polarimetric filtering 後の $[S(AB)]$ の成分
9. Anisotropy coefficient

など数多くの軸を作ることができ、それを基にした特徴ベクトルを作ることができる。単一偏波と比べた場合、少なくとも3倍に情報量が増えていることが理解される。ただし、独立な量は3つの複素数である。

一方、Polarimetric dataに限らず単一偏波の場合でも、その画像をtextureと見なして、Wavelet変換により、高い周波数成分、低い周波数成分を持つ特徴ベクトルを作ることでもできる。これは、直交Wavelet変換によって、導かれる成分の直交性を利用したものである。そのため、Wavelet変換をPolarimetric dataに応用すれば、情報量はさらに数倍に拡大する。

6.5.4 ウェーブレット変換

まず、次の図のような時間信号と、フーリエ変換した周波数スペクトラムを見てみよう。左のように幅の大きいパルスでは、低周波成分が多い。右に行くに従って、高周波成分が大きくなる。そこで、時間信号をフィルターとして、画像情報(2次元となるが、とりあえず、ピクセル毎に走査し、1次元データとして捉える)に畳み込めば、必要な周波数成分のデータが得られることになる。この時間信号の幅、高さのパラメータを変化させることにより、任意の周波数成分を取り出すことができる。このように、時間的、あるいは空間的に局在する関数を掛けて変換する方法が、ウェーブレット変換である。

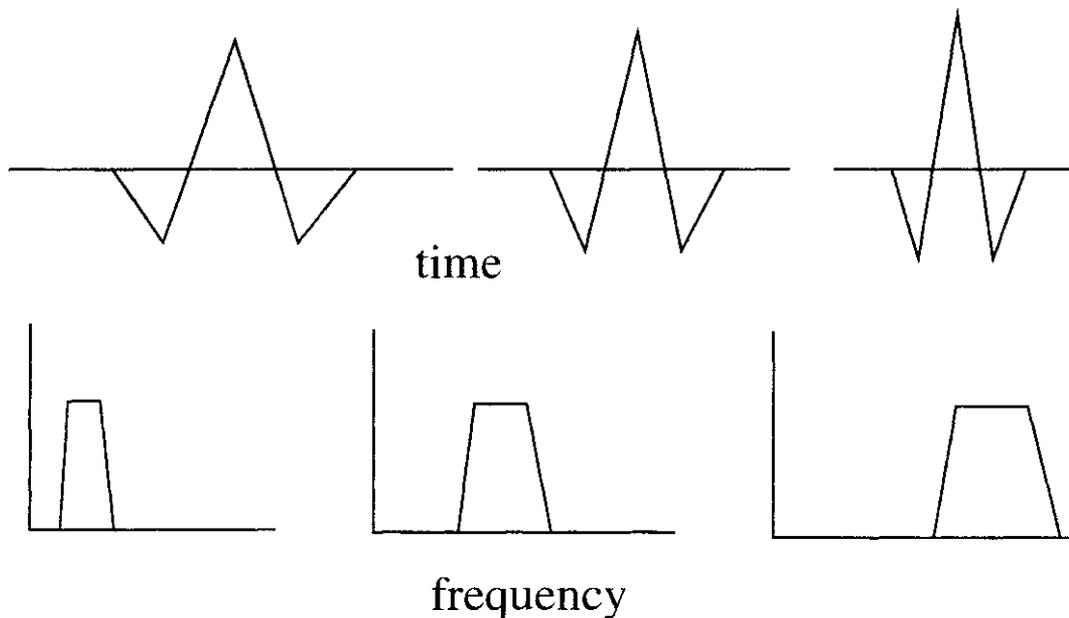


図6.4 フーリエ変換の関係

ウェーブレット変換は次のように定義される

$$Wf(b, a) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) f(t) dt$$

$f(t)$ は入力信号, $\frac{1}{\sqrt{a}} \psi \left(\frac{t-b}{a} \right)$ はウェーブレット, $\psi(t)$ はanalyzing wavelet関数であり, 時間と空間の局在する関数系で, 直交スケーリング関数 $\phi(x)$ から導くことができる。また, a は時間領域のスケールファクター, $\frac{1}{a}$ は空間領域のスケールファクターである。どのようなスケールファクターを選ぶこともできるので, 不確定性原理の範囲なら, 任意の分解能を選ぶことができ, それ故非定常信号の解析には有効である。もし, $\psi(t)$ が直交していれば, そのウェーブレット変換は直交変換と呼ばれる。そして, 直交変換は

- ・ 信号は逆変換によって再生される
- ・ 直交信号は取り扱いが簡単

という利点がある。

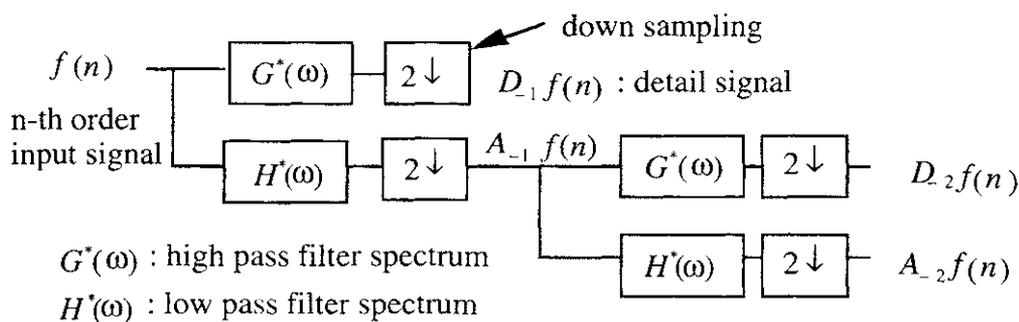


図6.5 ウェーブレット変換によるdown sampling

ウェーブレット変換を施すと, 基本的には図のように2つの周波数帯域に分けることにな

る。

これを2次元に拡張し、画像に適用すると、図6.6のように

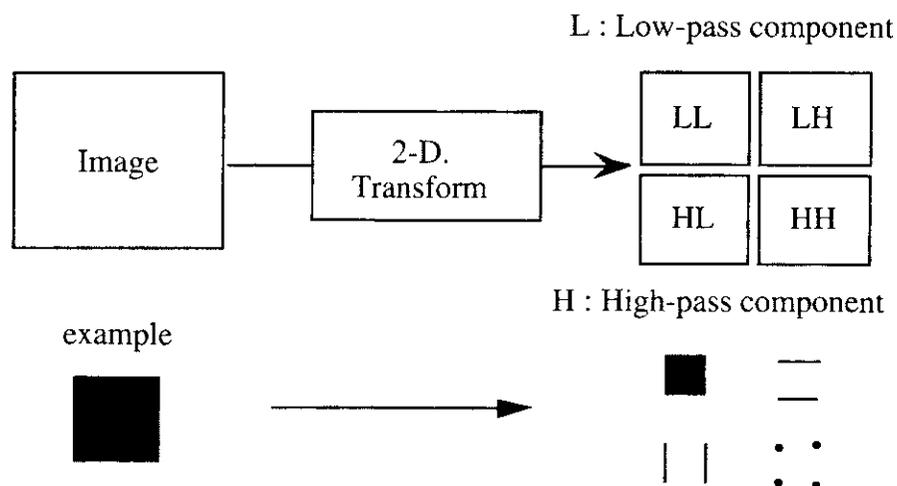


図6.6 2次元ウェーブレット変換

1回のウェーブレット変換で、4つの画像成分が得られる。そして、成分同士は直交している。そのため、これらLL, LH, HL, HHの成分が特徴ベクトルの成分になりうる。2回目のウェーブレット変換では、LL成分をさらに4分割することになり、そこでも、4つの成分が出てくる。

これらの成分を特徴ベクトルの成分として活用することができる。

6.6 解析例

前節のように、特徴ベクトルの成分に取り入れる要素はかなりの数がある。何を特徴ベクトルの成分に選べば良いかと言う点については、取得された画像そのものの性質（例えば、砂漠のみの画像、海域のみの画像、植生だけの画像、あるいは都市部が多く入っている画像）もあり、一概には結論することができない。

手元で使用できるPolarimetric画像は、人工衛星、航空機によるもの、また、研究室で作成したFM-CWレーダによるものなどがある。これらの画像はサイズの差があるものの、すべてピクセルは散乱行列に対応している。そこで、偏波を利用した画像解析、あるいはその有効利用という観点から、いくつかの解析やターゲットの分類を行ってみた。

6.6.1 利用データ：SIR-C/X-SAR

SIR-C/X-SAR (Shuttle Imaging Radar C / X-Band Synthetic Aperture Radar；シャトル画像レーダC/Xバンド合成開口レーダ)は、アメリカのNASA-JPL (National Aeronautics and Space Administration - Jet Propulsion Laboratory)と、ドイツ及びイタリアなどが共同で実施した、初めてのスペースシャトル搭載用多周波 (L-, C-, X-band), 多偏波 (HH, HV, VH, VV) の合成開口レーダによる地球観測ミッションである。観測は1994年4月と10月に行われた。

表6.6.1 測定条件

L-band; 1.249GHz	C-band; 5.298GHz
Getting Data	9 April, 1994
Processing Data	23 June, 1995
Polarization	HH, HV, VH, VV
Incidence Ang.	23.8dg
Line and Pixel Spacing	12.5m az × 12.5m rng

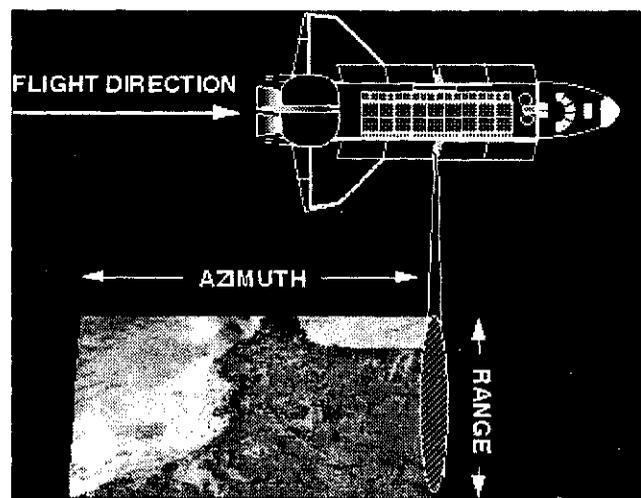


図6.6.1 シャトルによる測定

観測領域と分類クラス

用いたデータは、北海道のサロベツ原野を含む領域である。

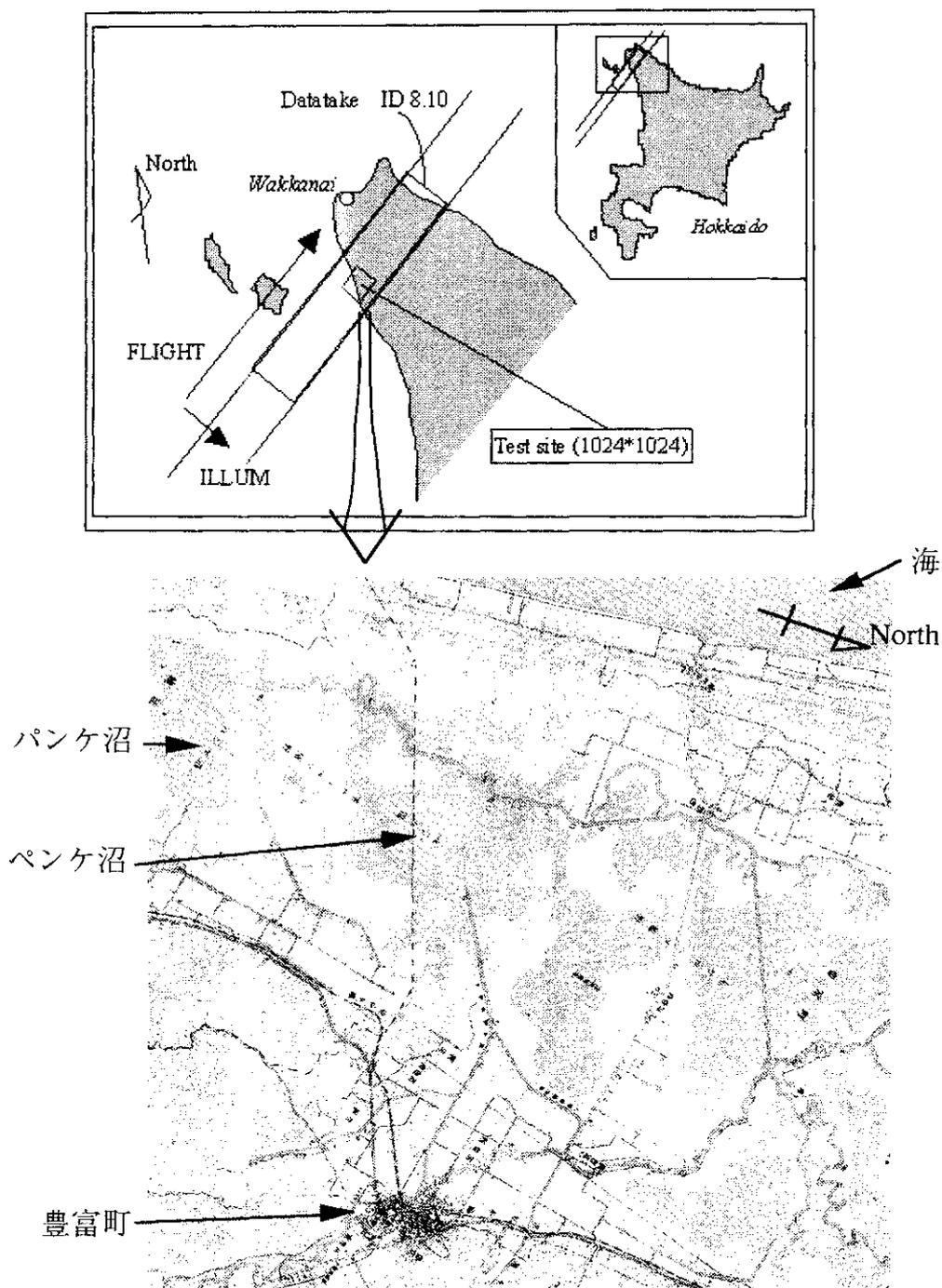


図6.6.2 測定地域

実際に分類に用いたのは、図6.6.2に示す12.8km×12.8km (1024×1024pixel) の領域 (パンケ沼, ペンケ沼, 豊富町などを含む) のL-band, C-bandのデータである。右上には海があり、海岸線には高植生の領域が広がっている。それと並行して2つの沼があり、それを囲むように湿地帯が広がっている。ここには熊笹や灌木が密集している。左下には山地があり、樹木に覆われている。左下中央寄りに市街地がある。湿地帯と山地, 市街地に挟まれた地域には畑や牧草地があり、その中に農道が見られる。以上の領域をもとに、地上ターゲット

を海域、沼地、農地、低植生、高植生、市街地の6クラスに設定し、分類を試みる。

◆ 3成分分解法による画像処理

前処理

使用するデータは1pixelにつき、10byteのデータ構造となっている。各1byteが4×4のストークス行列の各要素を決定するパラメータとなっている。このストークス行列をもとに、Total powerと相対散乱行列を取り出し、更に散乱行列[S]を求めることができる。このとき、Total powerデータによるヒストグラムは、図6.6.3(a)のように低い値(階級)に偏ったものとなる(軸に重なっている)。このため、そのまま画像に変換すると、濃淡のほとんどない一色の画像となってしまふ。これは、データの一部に誤った値が入っているためと思われる。そこで、本研究では分類に用いるデータを作成する際に、図6.6.3(b)のようにヒストグラムの端から総データ数の約3%を取り除き、その値を最大値とする256階調のデータに変換(ヒストグラム変換)し、分類に用いるデータとしている。

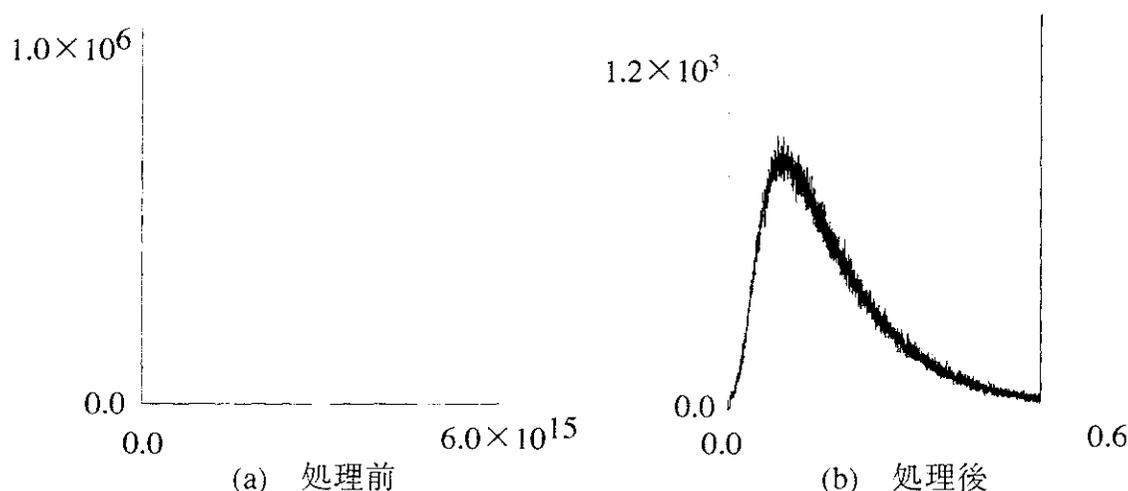


図6.6.3 C-band HH偏波成分のヒストグラム

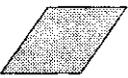
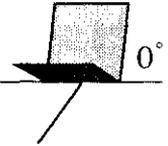
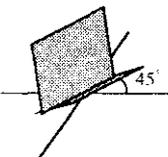
この様にして得られたデータによる画像(L, C-bandのTotal power, 各偏波成分(HH, HV, VV))を、図6.6.5~12に示す。

< 3成分分解法の利点 >

3成分分解法により得られる値 K_v , K_h , K_{Δ} は、Total powerの情報や各偏波成分の振幅値の情報と比べると、各偏波成分の相対位相を含んだものとなる。

このため、表6.6.2のようにPlateとCorner reflector(0° or 90°)の場合、各偏波成分の振幅値では区別できないが、3成分分解法では区別することができる。また、Corner reflector(0° or 90°)と(45° or -45°)では、同じターゲット(地形)であるにもかかわらず、各偏波成分の振幅値では全く異なった値となってしまふが、3成分分解法では同じ特徴の地形として認識可能である。このように、3成分分解法は相対位相情報を含むだけでなく、その地点のターゲット(地形)の性質を読み得ることができる。

表6.6.2 各ターゲット（地形）における理論値

	$ S_{hh} $	$ S_{hv} $	$ S_{vv} $	K_s	K_d	K_h
	1	0	1	1	0	0
	1	0	1	0	1	0
	0	1	0	0	1	0

< 3成分分解法による画像処理 >

本研究では、3成分分解法を用いた分類に使用するデータを作成する際に、次の2タイプのデータを用意した。一つは、3成分分解法により得られた値に対し、そのまま前処理で述べたコントラスト強調を行い、256階調のデータにするもの（タイプ1）で、もう一つは3成分分解法により得られた値に対し、式(5-1)を用いて、純粋な比に変換した後に、コントラスト強調を行うもの（タイプ2）である。

$$K_i = \frac{K_i}{K_s + K_d + K_h} \quad i = s, d, h$$

タイプ2の場合、コントラスト強調により比の情報が多少失われてしまうが、Helix成分は極端に小さい値となるので、Helix成分を有効に利用するには、コントラスト強調が必要である。3成分分解法を用いて得られたデータによる画像を、図6.6.13～24に示す。

K_s 成分（奇数回反射）は、画像中の海域や沼地、農地において、比較的強い反射が起こっているのが分かる。また K_d 成分（偶数回反射）では、市街地や植生域などで、比較的強い反射が起こっている。 K_h 成分も K_d 成分と似た傾向であるが、ペンケ沼の周りで比較的強い反射が起こっている。

< 平均・分散の追加 >

画像の持つ特徴としてテクスチャに着目し、分類を行う。テクスチャとは、ある局所的な領域に、模様パターンが一様に分布している状態のことであり、本研究では統計的テクスチャとして、ある領域からヒストグラムを作成し、その領域が持つ特徴として用いる。また、分類を行う際には、その判定基準となる標本値が必要となる。これには、教師付きと教師無しがあるが、本研究では画像から、予め各分類クラスの特徴を最もよく表していると思われる領域（トレーニングエリア）を抽出して、標本値とする教師付きの方法で行

う。

用いる全画像の同一の領域から、それぞれ特徴を取り出し、並べたものをその領域の特徴ベクトルとして用いる。特徴としては、その領域からヒストグラムを作成し、その平均、分散の値を用いる。よって、特徴ベクトルの最大次元は、((Total power, HH, HV, VV, Ks, Kd, Kh) × (L, C-band) × (平均, 分散))=28次元となる。

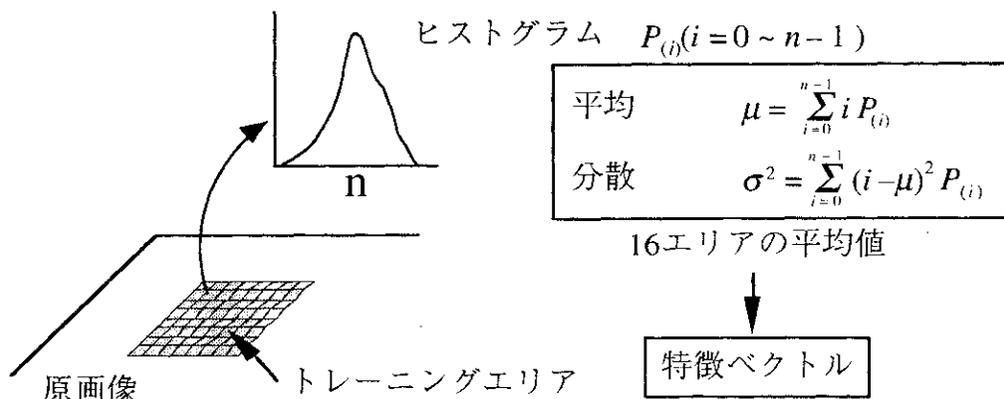


図6.6.4 特徴ベクトルの抽出

<最短距離法による結果>

表6.6.3~7に、Total powerの画像、各偏波の画像、3成分分解法による画像のL, C-bandを組合せて用いて分類した結果の精度表を示す（特徴ベクトルは最大で28次元）。それぞれ、特徴を取り出す領域の一辺と、その領域から作るヒストグラムの階級数 n を変化させた結果の精度（Total 値）を表している。タイプ1,2は、分類に用いた3成分画像のタイプである。

図6.6.26~30に分類結果の図を示す。パラメータは領域の一辺=12、ヒストグラムの階級数=16で平均、分散を用い、3成分画像についてはタイプ1を用いた結果である。下の表はその図の判別効率表である。表の見方は、縦が正しいクラスである参照クラスであり、横が分類されたクラスであり、各要素は分類された割合（%）を表す。よって対角要素の数値が、正しく分類された確率となる。

<考察>

図6.6.25に示したPolarimetric signatureに対し、L-bandにおいては、（海域、沼地、農地）と（低植生、高植生）でそれぞれ比較的似たような傾向の受信電力図が得られている。C-bandでは、L-bandと比べると異なった傾向を示しており、分類が行いやすいと思われる。

表6.6.3~7より、全てにおいて、領域の一辺の数を増すと分類精度は良好になり、ヒストグラムの階級数nによる変化は、それほど見られない。領域の一辺が6で75m四方、16で200m四方となる。6 → 8 → 10と変化させると分類精度の変化は激しいが、14 → 16の変化は、それほど多くはない。実際には200m四方が同一のクラスと考えるのは適当ではない。分類精度の変化から、領域の一辺は10又は12が適当であると思われる。

画像を1枚のみ使用した場合は、3成分画像の Ks や Kd を用いたものが比較的良好な結果となっている。また、C, L-bandによる違いはあまりみられない。

図6.6.27, 28を比較すると、3成分画像を用いた図6.6.28の方が、ペンケ沼周辺で良好な分類がされている。また、高植生が広がる山地においても、市街地への誤分類が少なくなっている。

図6.6.29, 30を比較すると, L-bandのデータは農地と沼地, 高植生と市街地で分類が困難となっている。それに対し, C-bandのみの結果では, 比較的良好な結果が得られている。周波数帯域の違いがかなり影響し, L-bandよりもC-bandの方が分類に適していると考えられる。

<まとめ>

SIR-C / X-SARによる多周波, 多偏波データに対し, 3成分分解法を用いて処理を行い, その結果をもとに画像の分類を行った。分類結果から, 3成分分解法を用いることにより, 良好な分類が行えることを示した。また, このデータと分類カテゴリーからはL-bandよりも, C-bandの方が分類に適していることを示した。

以上示した結果は, あらかじめ地上ターゲットを分類クラスとして設定し, 標本をおのおの該当する領域より抽出する教師付き推定によるものである。次に地上ターゲットが未知であるものとし, 散乱特性に基づいて分類クラスを設定する教師なし推定による結果を示す。なお, 標本の抽出において, LVQアルゴリズムを用いている。

LVQアルゴリズムの流れは以下に示す通りである。

●ステップ1 複数の画像データ中の対応する画素より特徴量を抽出し, 抽出した特徴量 x を要素とする特徴ベクトル $X = [x_1, x_2, \dots, x_N]$ を構成する。

●ステップ2 抽出した特徴ベクトル X と既存のクラスの標本ベクトル $C_i = [c_{1i}, c_{2i}, \dots, c_{Ni}]$ との距離

$$D_i = (X - C_i)(X - C_i)^T$$

を計算し(標本ベクトルが存在しない場合は, 抽出された特徴ベクトル X がそのまま1番目の分類クラスの標本ベクトル C_1 となる), 距離が最小となるクラス u を探索する。すなわち,

$$D_u = \min D$$

となる。ここで, D_u が閾値 T よりも小さい($T > D_u$)場合は, 特徴ベクトル X を分類クラス u に帰属させ, クラス u の標本ベクトルを次式で再定義する。

$$C_u(t+1) = C_u(t) + A(X - C_u(t))$$

式の中の $C_u(t)$ は再定義前のクラス u の標本ベクトル, $C_u(t+1)$ は再定義前のクラス u の標本ベクトルであり, また, A は利得であり $0 \leq A \leq 1$ である。利得 A は再定義により標本ベクトルが動く度合いを表す。 D_u が閾値 T よりも大きい($T < D_u$)場合は, 特徴ベクトル X を新しいクラスの標本ベクトルとする。従って, クラス数が1つ増える。特徴量の抽出は, 画像データの全画素より行うのではなく, 5画素間隔で特徴量を抽出している。これにより, 計算時間の短縮ができ, なおかつ十分なデータの抽出が可能である。また, 利得 A は0.005とした。次に得られた標本(分類クラスの平均特徴ベクトル)を用いて, 画像データの全画素に最短距離法を適用し, Euclid距離が最小となる分類クラスを割り当てる。最後に, 帰属した画素数が極端に少ない(ここでは300以下とした)分類クラスを除外し, 再び画像データの全画素に最短距離法を適用し, 分類を行う。得られた標本(分類クラスの平均特徴ベクトル)を用いて, 最短距離法を用いた結果を図6-32~38に示す。また設定した閾値 T , 最終分類クラス数も示す。用いた特徴量は, 直線, 円偏波成分, 偏波成分間位相差(HH-VV, HH-HV, LL-RR, LL-LR), 相関係数, Co-pol ratio (HH/VV), Cross-pol ratio (HH/HV,

VV/HV), 3成分, Polarimetric Entropy $H, \bar{\alpha}$ である。また, 16-Look処理, Yang's Decompositionによる散乱行列への変換を行っている。

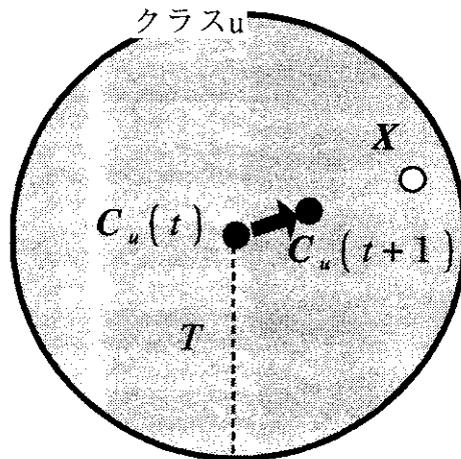


図6.6.31 標本の再定義

<考察>

地上ターゲットの教師付き分類では, 海域, 農地, 植生, 市街地などおおまかな分類は行える。しかし, 実際には同じ植生でも, 広葉樹, 針葉樹あるいは樹冠の有無, 密度などが異なっていたり, また同じ海域でも海面の状態が異なったり, 同じ農地でも作物の種類, 地面の粗さ(surface roughness), 含水率(soil moisture)が異なっている。地上ターゲットの教師付き分類では, トレーニングエリアの抽出の手間がかかったり, 地上ターゲットに関する情報は未知であることなどから, 同一のターゲット領域における詳細な分類は困難である。図6.32-38の教師なし分類結果を見ると, 同一ターゲット領域内に複数の分類クラスが存在しており, 同一のターゲットの詳細な分類は可能であると考えられる。また, 複数の特徴量, 周波数データを組み合わせることにより, より詳細な分類が可能であると考えられる。最後に, LVQアルゴリズムによる標本の抽出において, 利得Aは十分0に近い値に設定することが望ましい。また, 閾値 T の設定値により, 分類クラスの数が増えることは明らかである。

◆Polarimetric Enhancementについて

あるターゲットについて特徴的偏波状態を用いて偏波強調した画像に対して, ウェーブレット変換をかけて, 新たな特徴ベクトルを作ることができる。この考え方で, 同じサロベツ原野での分類を試みた。論文として提出した原稿を以下にそのまま示す。

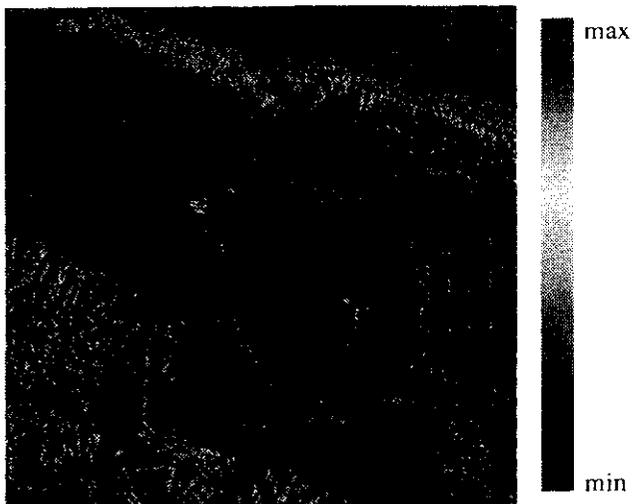


图6.6.5 Total power image (L-band)



图6.6.7 HH 偏波成分 (L-band)

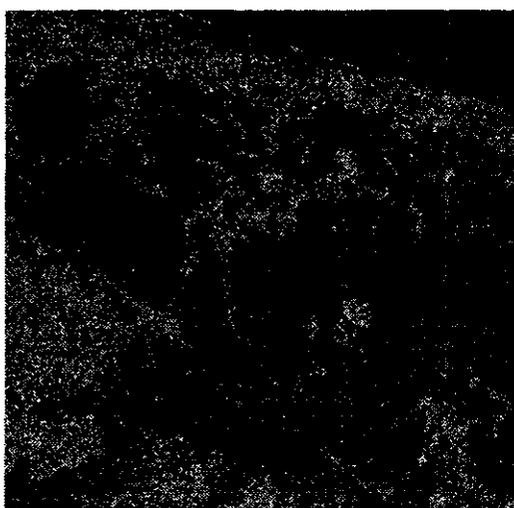


图6.6.6 HV 偏波成分 (L-band)



图6.6.8 VV 偏波成分 (L-band)



图6.6.9 Total power image (C-band)



图6.6.11 HH 偏波成分 (C-band)

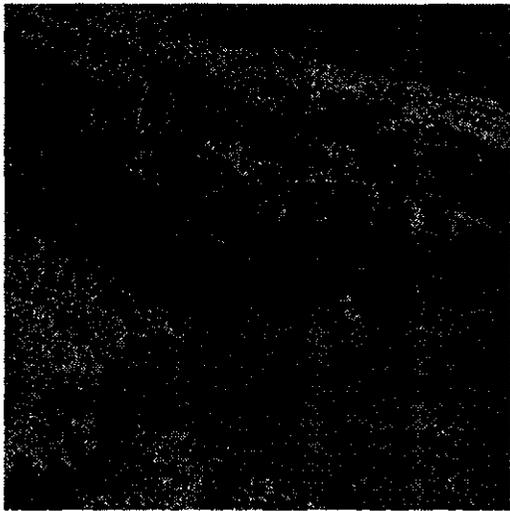


图6.6.10 HV 偏波成分 (C-band)



图6.6.12 VV 偏波成分 (C-band)



図6.6.13 K_s 成分 (L-band, タイプ1)

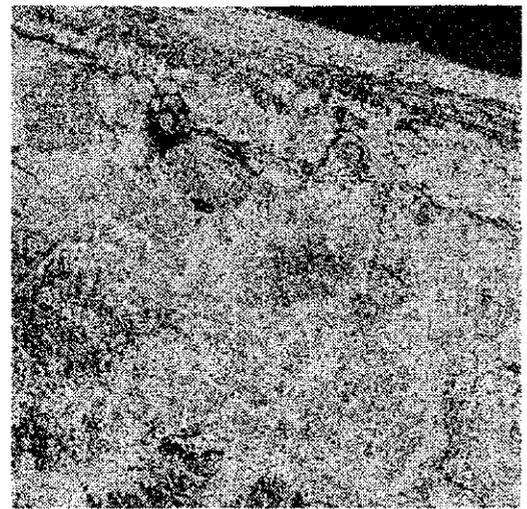


図6.6.16 K_s 成分 (C-band, タイプ1)

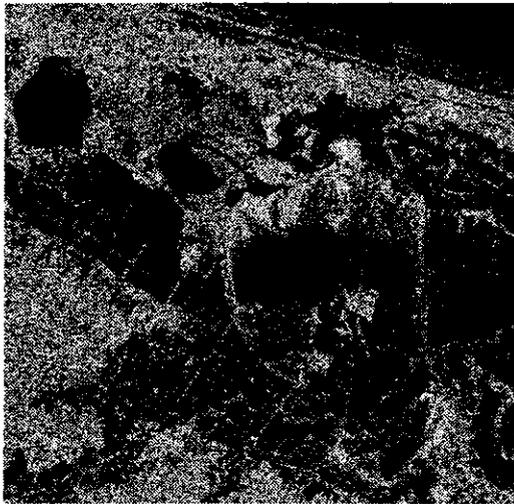


図6.6.14 K_d 成分 (L-band, タイプ1)

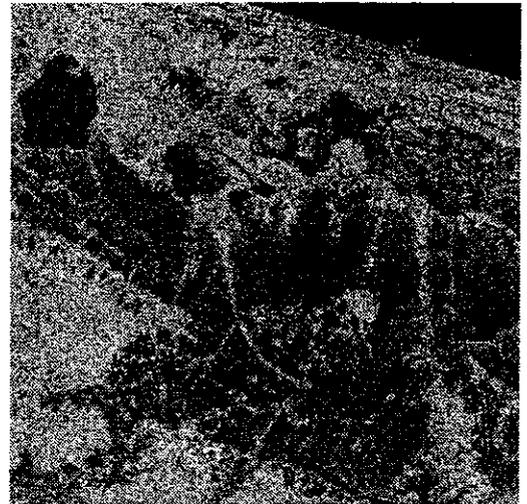


図6.6.17 K_d 成分 (C-band, タイプ1)

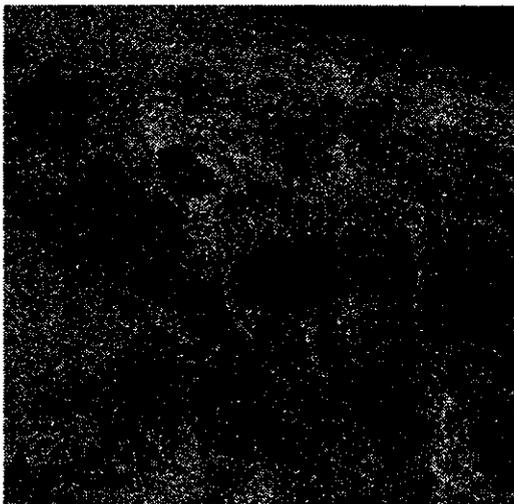


図6.6.15 K_h 成分 (L-band, タイプ1)

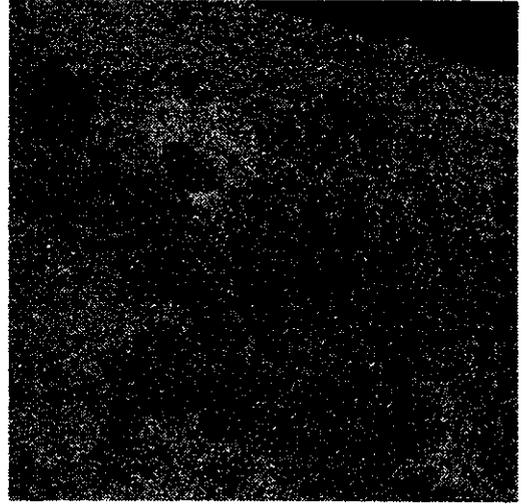


図6.6.18 K_h 成分 (C-band, タイプ1)



図6.6.19 K_c 成分 (L-band, タイプ2)

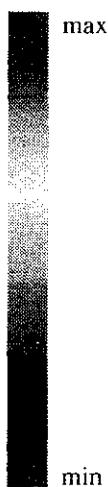


図6.6.22 K_c 成分 (C-band, タイプ2)

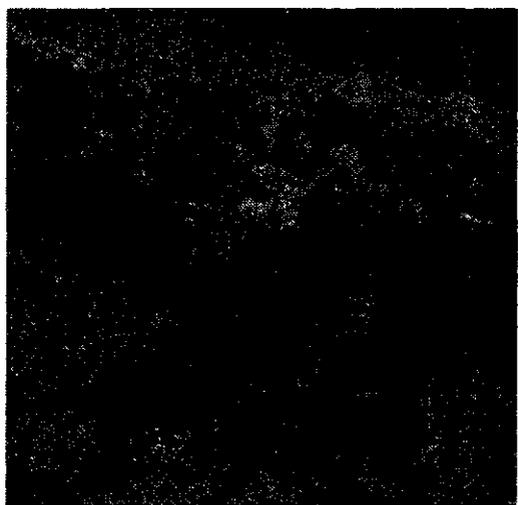


図6.6.20 K_d 成分 (L-band, タイプ2)

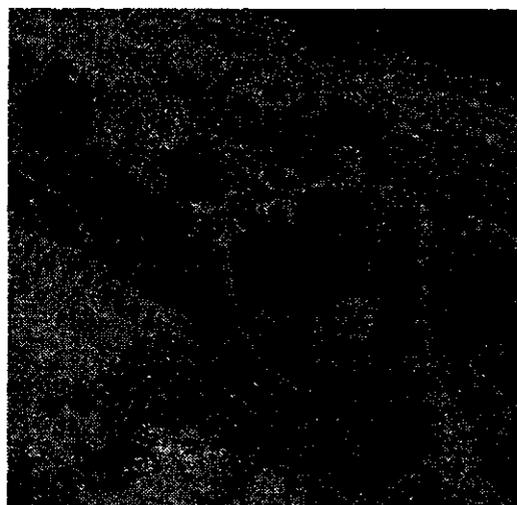


図6.6.23 K_d 成分 (C-band, タイプ2)



図6.6.21 K_h 成分 (L-band, タイプ2)

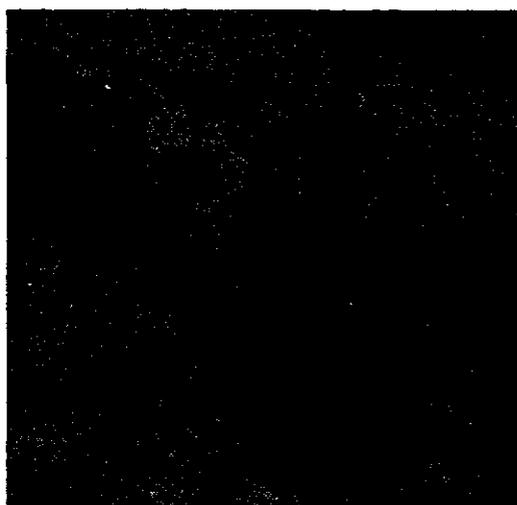
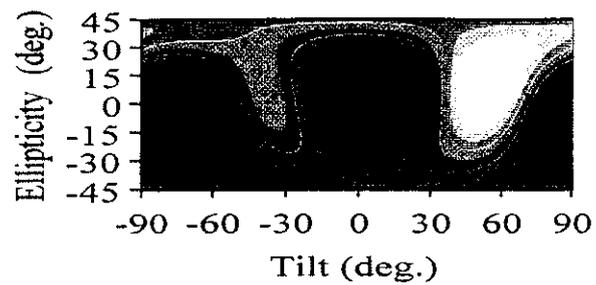
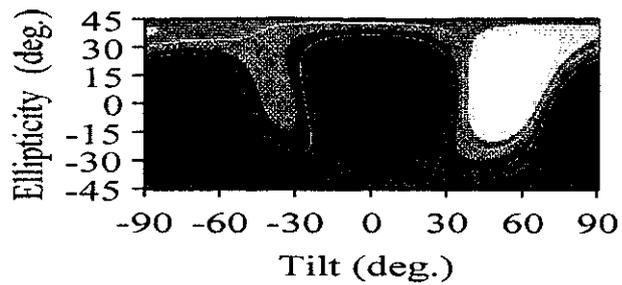


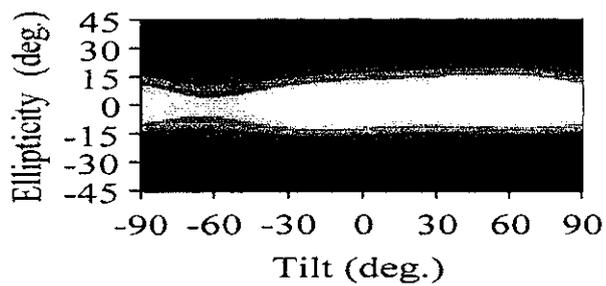
図6.6.24 K_h 成分 (C-band, タイプ2)



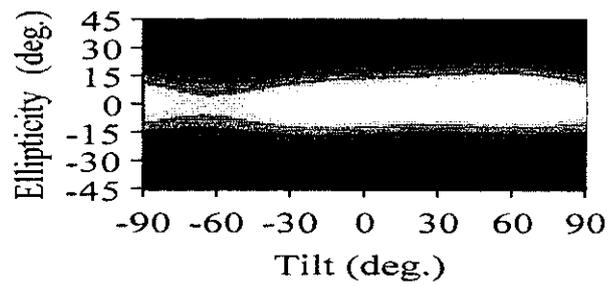
L-band市街地



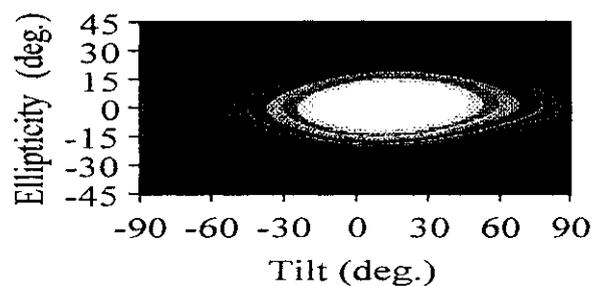
C-band市街地



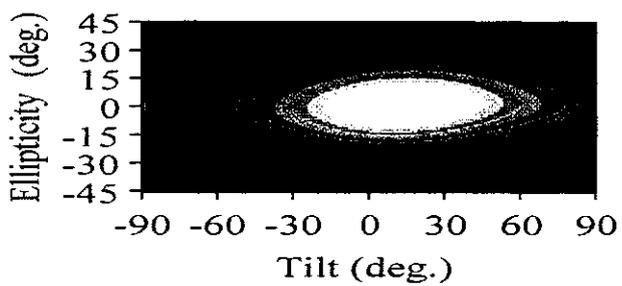
L-band植生域



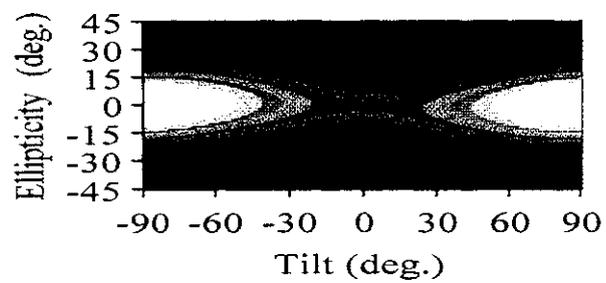
C-band植生域



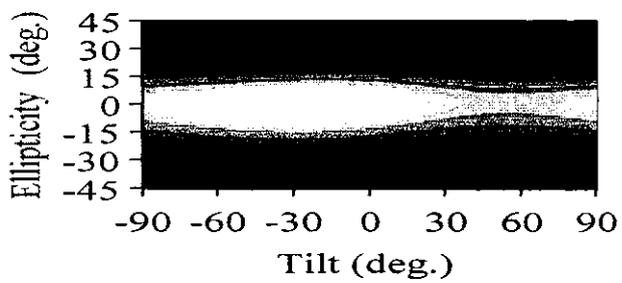
L-band農地域



C-band農地域



L-band水域



C-band水域

図6.6.25 各トレーニングエリアにおけるPolarimetric Signature

表6.6.3 L, C-Bandの (Total power+各偏波成分+ 3 成分)
を使用したときの分類精度

		ヒストグラムの階級数						
		タイプ1			タイプ2			
		8	16	32	8	16	32	
領域の1辺の数	平均のみ	6	72.917%	72.959%	73.129%	73.767%	73.151%	73.193%
		8	76.339%	76.233%	76.063%	76.552%	76.233%	76.063%
		10	79.273%	79.230%	79.167%	79.252%	79.294%	79.188%
		12	80.995%	80.931%	80.952%	81.144%	81.293%	81.165%
		14	82.589%	82.653%	82.653%	82.929%	82.951%	82.866%
		16	83.865%	84.014%	84.035%	84.418%	84.418%	84.418%
	分散のみ	6	60.991%	60.906%	61.182%	65.710%	59.821%	59.184%
		8	69.366%	69.792%	69.940%	71.301%	68.644%	68.665%
		10	74.554%	74.787%	75.106%	75.659%	74.022%	74.001%
		12	78.168%	78.550%	78.550%	79.294%	78.933%	78.827%
		14	81.569%	81.952%	81.548%	82.164%	82.015%	81.866%
		16	81.569%	82.270%	81.909%	82.908%	82.292%	82.185%
	平均+分散	6	75.149%	75.021%	74.936%	75.043%	74.298%	74.171%
		8	77.976%	78.210%	78.125%	77.636%	77.551%	77.551%
		10	80.634%	80.804%	80.740%	80.506%	80.357%	80.421%
		12	81.548%	81.420%	81.399%	81.952%	81.484%	81.441%
		14	82.908%	82.717%	82.696%	83.461%	82.696%	82.589%
		16	83.801%	83.759%	83.780%	84.205%	83.907%	83.865%

表6.6.4 L, C-Bandの (Total power+各偏波成分)
を使用したときの分類精度

		ヒストグラムの階級数			
		8	16	32	
		領域の1辺の数	平均のみ	6	68.282%
8	71.365%			71.386%	71.301%
10	73.937%			73.831%	73.937%
12	76.339%			76.127%	76.190%
14	78.231%			78.2741%	78.338%
16	80.378%			80.272%	80.357%
分散のみ	6		55.038%	55.506%	55.570%
	8		61.352%	61.777%	61.905%
	10		66.135%	66.518%	67.177%
	12		69.515%	69.983%	70.238%
	14		72.491%	73.363%	73.448%
	16		75.680%	75.319%	75.149%
平均+分散	6		70.174%	70.068%	70.217%
	8		72.300%	72.470%	72.598%
	10		75.149%	75.149%	75.255%
	12		78.061%	78.104%	78.168%
	14		79.507%	79.613%	79.677%
	16		80.591%	80.697%	80.846%

表6.6.5 L, C-Bandの (Total power+ 3成分)
を使用したときの分類精度

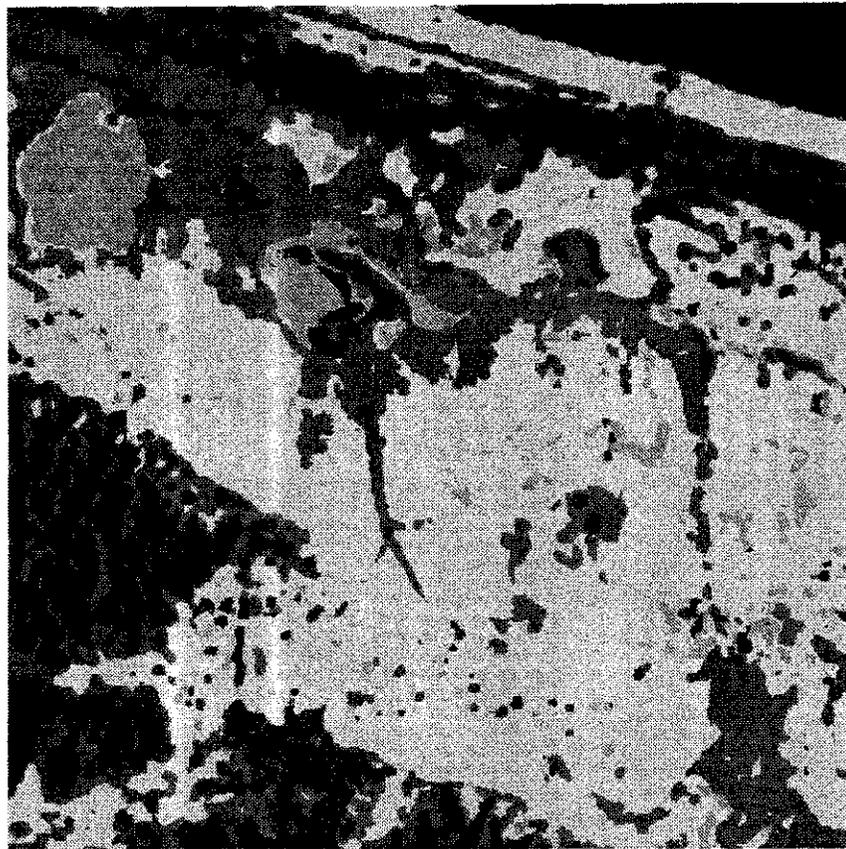
		ヒストグラムの階級数						
		タイプ1			タイプ2			
		8	16	32	8	16	32	
領域の1辺の数	平均のみ	6	72.236%	72.789%	72.513%	72.874%	72.938%	72.725%
		8	76.892%	77.317%	77.147%	77.636%	77.891%	77.381%
		10	80.676%	80.548%	80.421%	80.378%	80.825%	80.612%
		12	82.866%	83.248%	82.993%	82.972%	83.142%	83.057%
		14	84.460%	84.439%	84.396%	84.906%	84.843%	84.779%
		16	85.969%	85.948%	85.991%	86.373%	86.267%	86.331%
	分散のみ	6	52.912%	52.912%	53.295%	56.824%	52.360%	51.084%
		8	67.241%	67.113%	66.475%	65.731%	65.072%	65.689%
		10	74.298%	74.320%	73.937%	73.958%	73.618%	74.022%
		12	77.445%	77.147%	76.637%	78.635%	78.253%	78.210%
		14	80.527%	80.208%	79.507%	82.185%	81.548%	81.356%
		16	81.760%	80.931%	80.612%	83.206%	82.611%	82.249%
	平均+分散	6	69.940%	70.366%	70.004%	69.940%	69.940%	69.600%
		8	77.912%	78.104%	78.040%	76.807%	77.466%	77.381%
		10	82.398%	82.483%	82.313%	81.930%	82.164%	82.122%
		12	84.056%	83.929%	83.780%	83.886%	84.056%	83.971%
		14	84.035%	84.056%	83.929%	84.439%	84.864%	84.630%
		16	84.715%	84.885%	84.843%	85.013%	85.119%	85.077%

表6.6.6 L-Bandの (Total power+各偏波成分+3成分)
を使用したときの分類精度

		ヒストグラムの階級数						
		タイプ1			タイプ2			
		8	16	32	8	16	32	
領域の1辺の数	平均のみ	6	59.099%	59.503%	59.269%	58.865%	58.844%	58.546%
		8	62.840%	63.180%	63.223%	62.543%	62.628%	62.479%
		10	66.412%	66.454%	66.390%	65.753%	66.178%	65.859%
		12	68.920%	69.345%	69.239%	68.516%	68.537%	68.367%
		14	71.322%	71.641%	71.492%	71.110%	70.685%	70.344%
		16	72.194%	72.343%	72.258%	71.811%	72.151%	71.918%
	分散のみ	6	51.913%	51.616%	51.382%	55.485%	50.531%	49.702%
		8	58.397%	58.525%	58.099%	58.376%	56.059%	55.315%
		10	62.287%	62.500%	62.054%	63.563%	60.927%	60.821%
		12	64.966%	64.435%	64.222%	67.602%	64.371%	64.116%
		14	66.901%	67.156%	66.497%	69.005%	67.219%	66.858%
		16	67.326%	67.092%	66.709%	70.387%	68.282%	67.751%
	平均+分散	6	60.417%	60.608%	60.247%	59.418%	58.992%	58.652%
		8	65.264%	65.816%	65.710%	63.712%	63.712%	63.542%
		10	68.644%	69.218%	69.111%	67.474%	67.283%	67.071%
		12	70.366%	71.088%	70.727%	70.706%	70.727%	70.599%
		14	71.918%	72.088%	71.875%	71.960%	72.577%	72.491%
		16	72.449%	72.683%	72.321%	73.065%	72.938%	72.917%

表6.6.7 C-Bandの (Total power+各偏波成分+3成分)
を使用したときの分類精度

		ヒストグラムの階級数						
		タイプ1			タイプ2			
		8	16	32	8	16	32	
領域の1辺の数	平均のみ	6	69.388%	69.473%	69.537%	69.154%	69.133%	69.154%
		8	72.279%	72.194%	72.215%	72.088%	71.896%	71.769%
		10	74.490%	74.596%	74.639%	74.766%	74.851%	74.872%
		12	76.084%	76.063%	76.020%	75.999%	76.105%	76.148%
		14	77.487%	77.679%	77.594%	77.636%	77.679%	77.721%
		16	78.763%	78.933%	78.890%	78.869%	78.975%	78.975%
	分散のみ	6	47.385%	46.386%	46.110%	49.915%	45.111%	44.622%
		8	59.758%	60.353%	61.118%	62.245%	58.163%	59.099%
		10	67.687%	67.411%	67.645%	67.963%	65.476%	64.966%
		12	70.961%	71.684%	72.024%	71.492%	68.410%	68.495%
		14	74.511%	73.597%	73.661%	74.745%	70.302%	69.983%
		16	74.575%	74.702%	75.043%	74.724%	71.960%	71.939%
	平均+分散	6	68.516%	68.070%	68.091%	68.346%	66.688%	66.709%
		8	72.704%	72.513%	72.428%	72.385%	71.450%	71.535%
		10	76.403%	76.318%	76.254%	76.276%	75.446%	75.446%
		12	78.316%	77.955%	77.912%	77.764%	77.147%	77.041%
		14	79.592%	79.294%	79.167%	79.060%	78.699%	78.699%
		16	80.612%	80.293%	80.123%	80.145%	79.826%	79.741%



海域
 沼地
 農地
 低植生
 高植生
 市街地

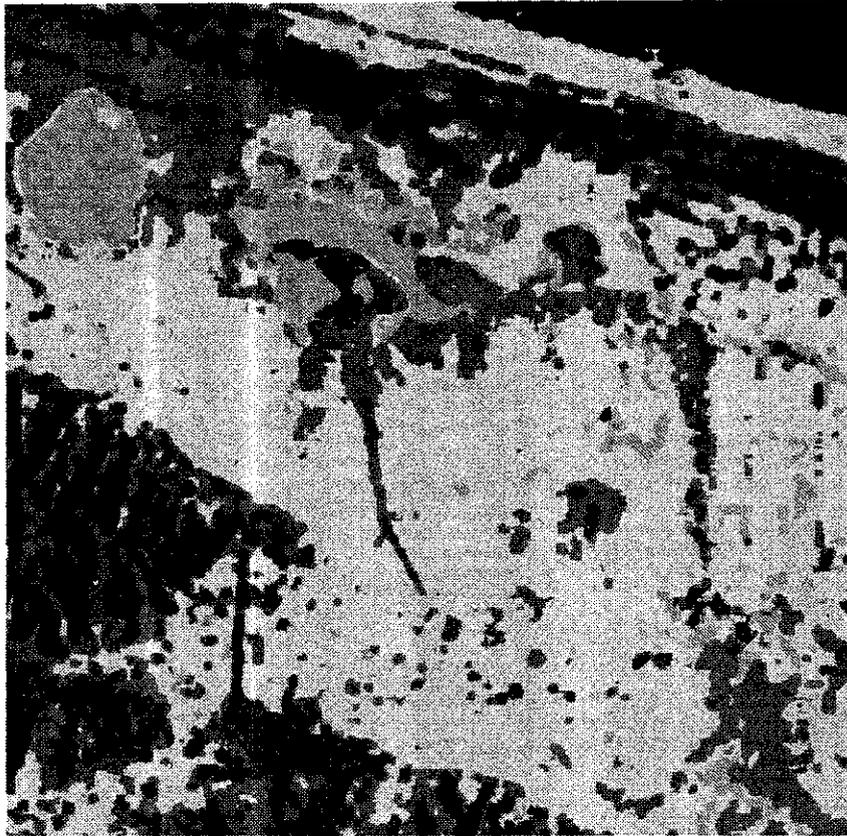
図6.6.26 分類結果(a)

L, C-Bandの (Total power+各偏波成分+3 成分) を使用

判別効率表(a)

Category	Classified as (%)					
	海域	沼地	農地	低植生	高植生	市街地
海域	100.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
沼地	11.99	69.26	17.35	1.40	0.00	0.00
農地	0.00	0.38	99.62	0.00	0.00	0.00
低植生	0.00	0.00	30.23	69.77	0.00	0.00
高植生	0.00	0.00	0.00	12.24	86.48	1.28
市街地	0.00	6.63	0.00	5.99	23.60	63.78

Total = 81.484%



海域
 沼地
 農地
 低植生
 高植生
 市街地

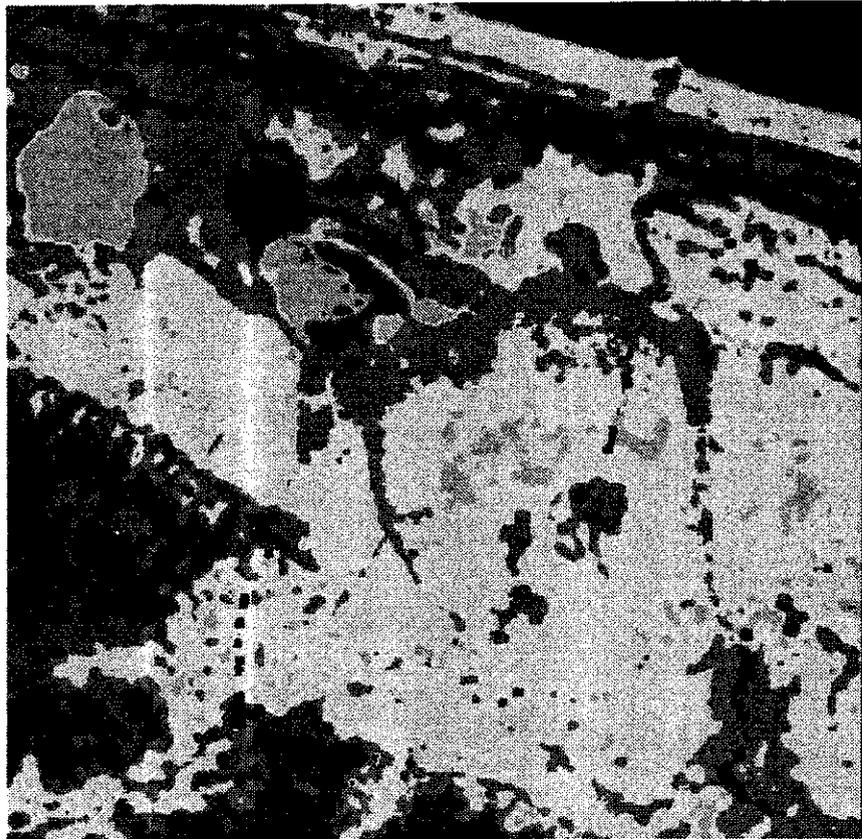
図 6.6.27 分類結果(b)

L, C-Bandの (Total power+各偏波成分) を使用

判別効率表(b)

Category	Classified as (%)					
	海域	沼地	農地	低植生	高植生	市街地
海域	100.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
沼地	14.80	66.45	17.60	1.15	0.00	0.00
農地	0.00	0.00	99.74	0.26	0.00	0.00
低植生	0.00	0.00	42.86	55.99	1.15	0.00
高植生	0.00	0.00	0.00	13.78	79.21	7.02
市街地	0.00	6.76	0.00	5.74	20.28	67.22

Total =78.104%



海域
 沼地
 農地
 低植生
 高植生
 市街地

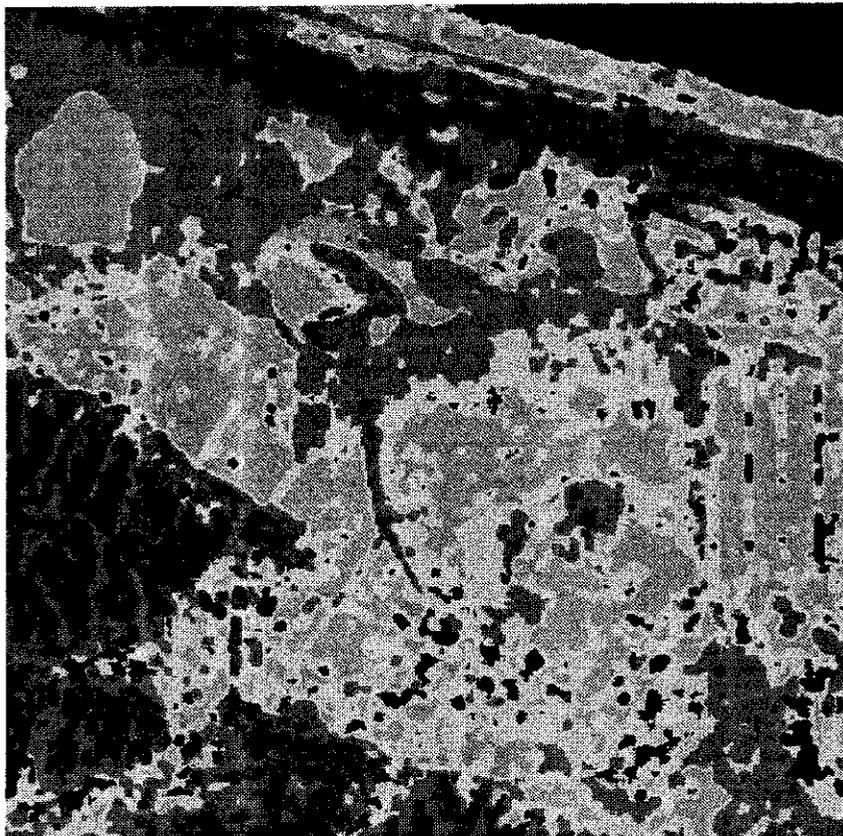
図 6.6.28 分類結果(c)

L, C-Bandの (Total power+ 3 成分) を使用

判別効率表(c)

Category	Classified as (%)					
	海域	沼地	農地	低植生	高植生	市街地
海域	100.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
沼地	0.00	79.72	18.24	2.04	0.00	0.00
農地	0.00	1.79	98.21	0.00	0.00	0.00
低植生	0.00	0.00	24.23	75.77	4.08	0.00
高植生	0.00	0.00	0.00	15.18	84.82	0.00
市街地	0.00	0.00	0.51	14.92	18.75	65.82

Total =84.056%



海域
 沼地
 農地
 低植生
 高植生
 市街地

図 6.6.29 分類結果(d)

L-Bandの (Total power+各偏波成分+3 成分) を使用

判別効率表(d)

Category	Classified as (%)					
	海域	沼地	農地	低植生	高植生	市街地
海域	100.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
沼地	1.02	75.89	21.81	1.28	0.00	0.00
農地	0.13	48.47	51.40	0.00	0.00	0.00
低植生	2.17	11.48	9.82	76.40	0.13	0.00
高植生	0.00	0.00	0.00	11.86	75.51	12.63
市街地	0.00	6.25	0.13	19.64	28.83	45.15

Total =70.727%



海域
 沼地
 農地
 低植生
 高植生
 市街地

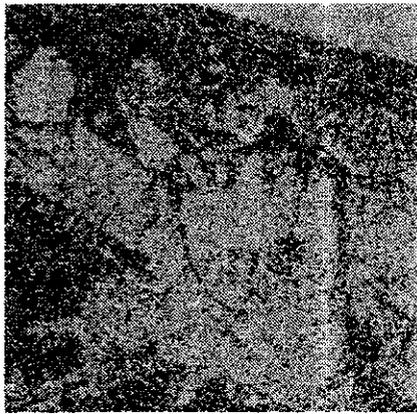
図 6.6.30 分類結果(e)

C-Bandの (Total power+各偏波成分+3成分) を使用

判別効率表(e)

Category	Classified as (%)					
	海域	沼地	農地	低植生	高植生	市街地
海域	98.98	1.02	0.00	0.00	0.00	0.00
沼地	5.99	69.77	10.08	14.16	0.00	0.00
農地	0.00	0.64	99.36	0.00	0.00	0.00
低植生	0.00	0.00	57.14	36.61	6.25	0.00
高植生	0.00	0.00	0.00	13.90	86.10	0.00
市街地	0.00	2.81	0.00	3.44	21.68	72.07

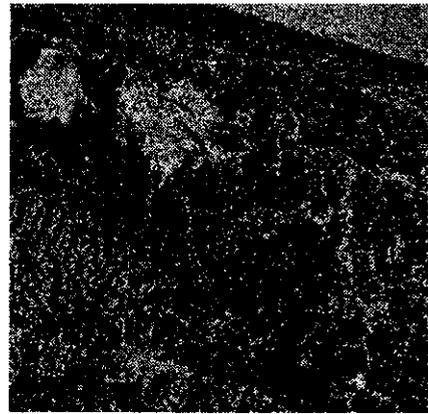
Total =77.147%



(a) L-band

閾値 $T = 0.05$

分類クラス数 15

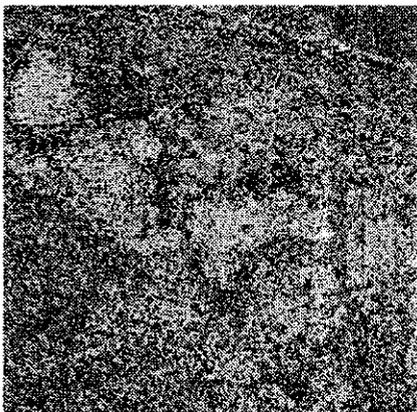


(b) C-band

閾値 $T = 0.05$

分類クラス数 12

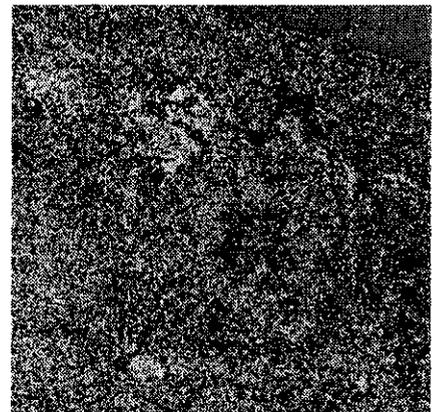
図6.6.32 直線偏波成分，成分間位相差



(a) L-band

閾値 $T = 0.05$

分類クラス数 31

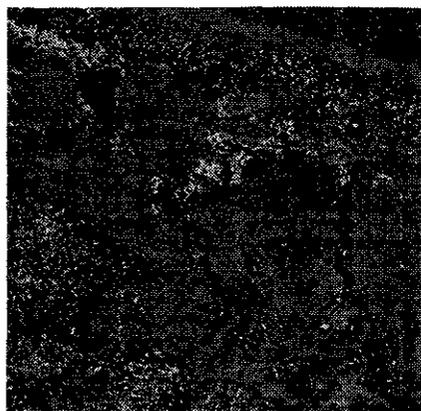


(b) C-band

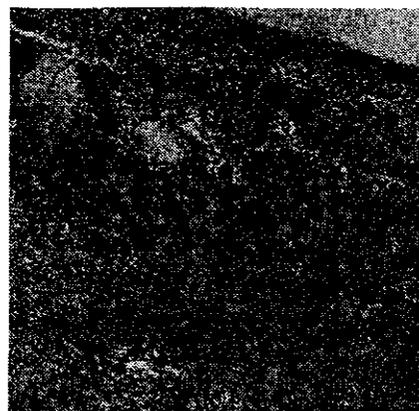
閾値 $T = 0.05$

分類クラス数 38

図6.6.33 円偏波成分，成分間位相差

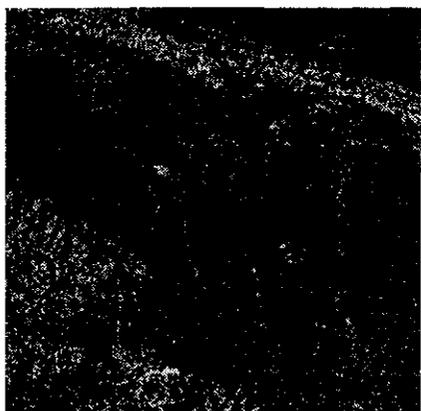


(a) L-band
 閾値 $T = 0.03$
 分類クラス数 10

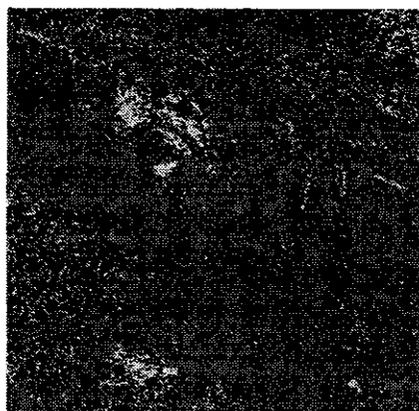


(b) C-band
 閾値 $T = 0.03$
 分類クラス数 9

図6.6.34 相関係数(HV基底)

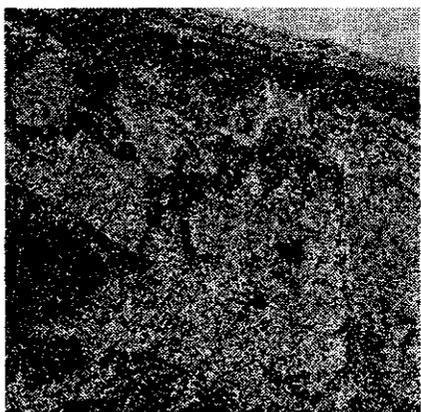


(a) L-band
 閾値 $T = 0.03$
 分類クラス数 7



(b) C-band
 閾値 $T = 0.03$
 分類クラス数 8

図6.6.35 相関係数(LR基底)

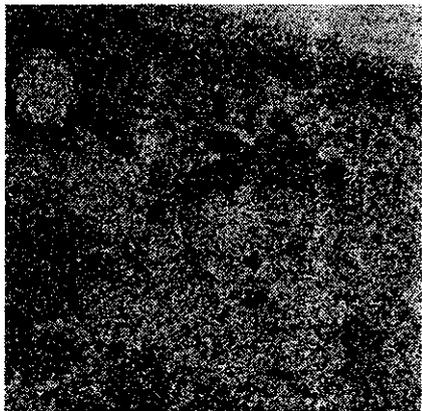


(a) L-band
 閾値 $T = 0.03$
 分類クラス数 15

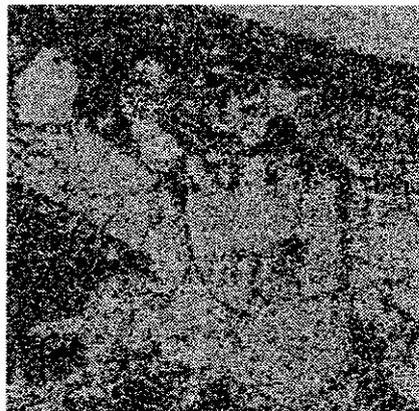


(b) C-band
 閾値 $T = 0.03$
 分類クラス数 13

図6.6.36 Co-pol ratio, Cross-pol ratio

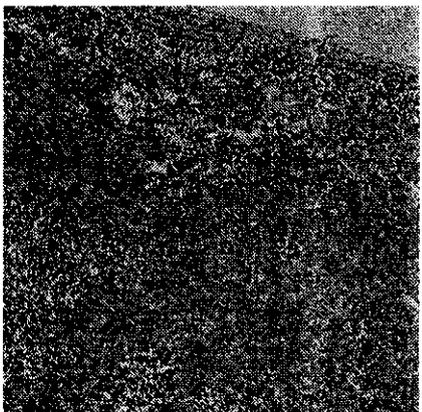


(a) L-band
 閾値 $T = 0.03$
 分類クラス数 12

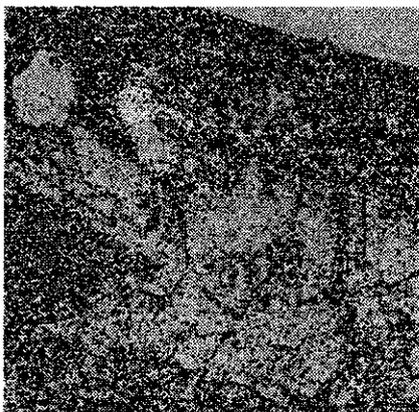


(b) C-band
 閾値 $T = 0.03$
 分類クラス数 15

図6.6.37 3成分



(a) L-band
 閾値 $T = 0.02$
 分類クラス数 10



(b) C-band
 閾値 $T = 0.02$
 分類クラス数 9

図6.6.38 Polarimetric Entropy $H, \bar{\alpha}$

第7章 Polarimetric FM-CWレーダ

レーダ(Radio Detection And Ranging)には軍用, 気象, 航空管制, 資源探査用などいろいろな種類のレーダがある。レーダは電磁波を使ってターゲットまでの距離を求めたり, ターゲットの検出を行う装置であるが, 最近はイメージングを主な目的にするようになってきた。

代表的なレーダの動作原理は図7.1に示すように, パルスをレーダアンテナから送り出し, ターゲットから跳ね返ってくる反射波を受信し, その遅延時間 τ から距離の情報を得ている。レーダとターゲットの距離を R とすると, 電磁波は $c = 3 \times 10^8$ m/sの速度で伝搬するので

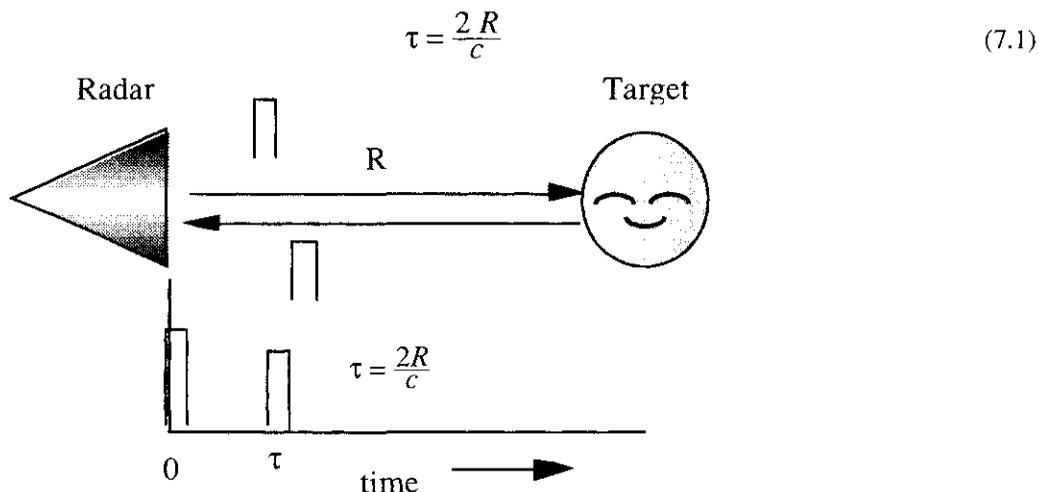


図7.1 時間領域 (パルス) レーダの距離計測の原理

この遅延時間を直接測定するのが, いわゆるパルスレーダの距離計測の原理である。一方, この時間領域の原理とは逆に, 周波数領域で距離を計測するレーダがある。それがFM-CWレーダであり, 逆とは時間と周波数を対極の量として扱うことを意味している。

表7.1 レーダ方式の比較

	Pulse	FM-CW
operation principle	time domain	frequency domain
range resolution	bandwidth	bandwidth
range accuracy	hardware	hardware
signal processing	RF	RF
hardware	rigid, expensive	simple, low cost
short range	△	○
far range	○	△
SAR processing	○	○
polarimetry	○	○

7.1 FM-CWレーダ原理

レーダの動作原理を表7.1に比較して示す。パルスレーダは遠くのターゲットの検出に適しているが、FM-CWは近くのターゲット検出に適している。合成開口処理やポーラリメトリはどちらにも適用できる。FM-CWとは、Frequency Modulated Continuous Waveの頭文字をとった略称であり、字の如く周波数変調した連続波を使う。図7.2(a)にレーダアンテナから放射される電磁波の時間と周波数の関係を示す。送信波は時間の経過と共に周波数が線形に高くなるような信号となる。FM-CWレーダでは周波数と時間が比例していることが重要で、このように送信信号に何らかの形を持たせた信号を変調信号という。図7.2(b)は(a)に対応する時間領域での波形である。時間が進むにつれて周波数が高くなり、音声で言えば低音から高音に移っていくので、鳥のさえずりに似ている。このことから、図7.2(b)の信号はチャープ信号とも呼ばれている。

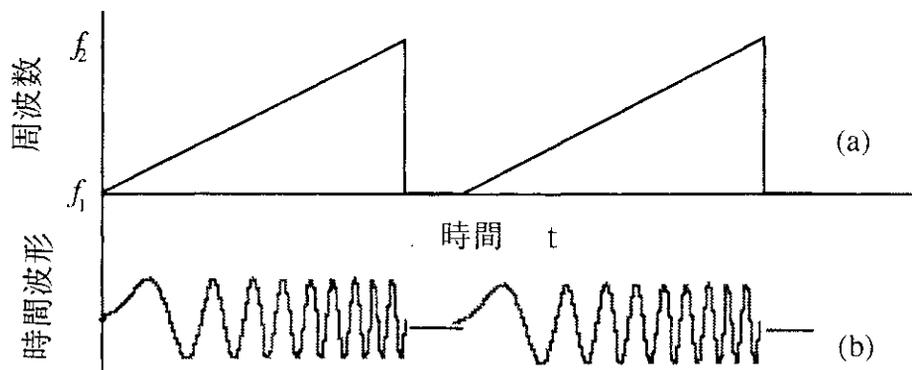


図7.2 FM-CWレーダの時間と周波数の関係

この送信波をアンテナから送り出し、距離 R_1 にある一つの物体に当てるとパルスレーダの時と同じように波は反射して遅延時間をもってレーダに戻ってくる(図7.3)。どの周波数でも速度は一定だから、反射波の時間と周波数の関係は図7.3(a)のようになる。そして、送信信号と受信信号は τ_1 だけ時間がずれる。つぎに、遠い距離 R_2 にある物体からの関係を調べると図7.3(b)のようになり、遠ければ遠いほど遅延時間の大きな反射波となる。ここで注意すべき点は、ある時間を固定したときの図7.3の縦軸から得られる値、すなわち送信波と受信波の周波数差である。時間と周波数が比例関係にあるので、遅延時間が周波数差に比例している。差の周波数をビート周波数 f_b 、掃引時間 Δt 、掃引周波数幅 Δf とすると

$$\tau = \frac{2R}{c} \sqrt{\epsilon_r} = \frac{\Delta t}{\Delta f} f_b \propto K f_b \quad (7.1.1)$$

の関係がある。 ϵ_r は電波の伝搬媒質中の比誘電率であり、空気中では1となる。従って、ビート周波数を計測すれば遅延時間が分かり、遅延時間が分かれば、式(7.1)の関係からターゲットまでの距離が分かる。これがFM-CWレーダの概念的な動作原理である。

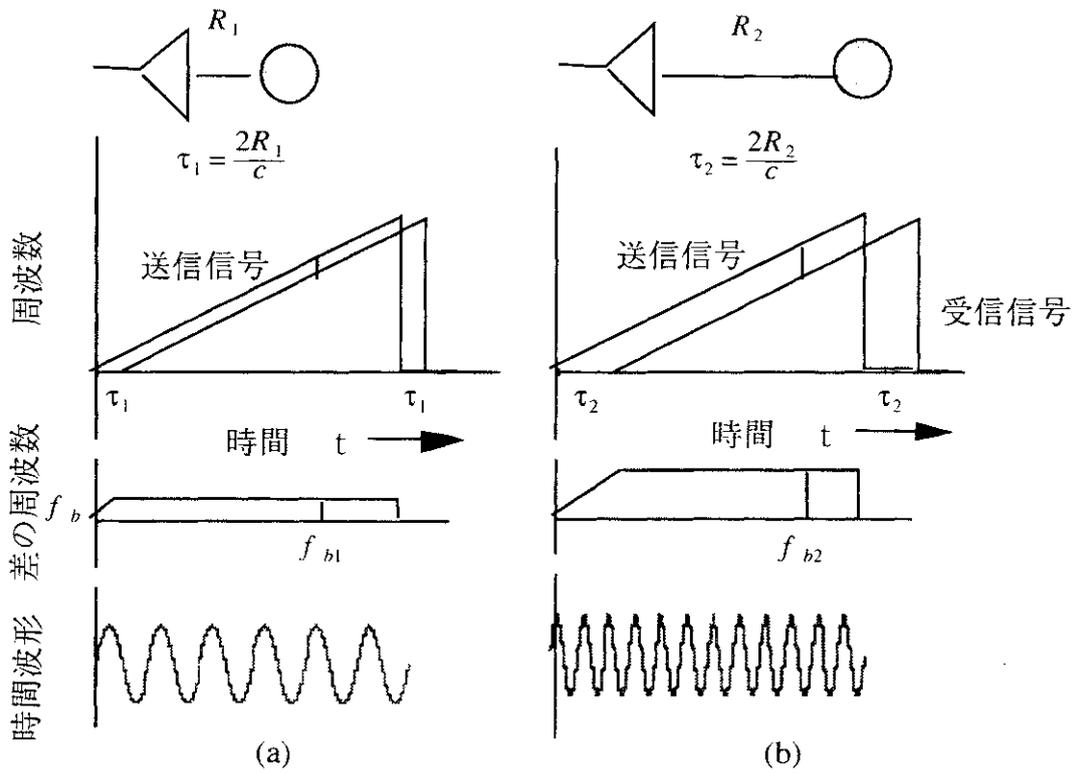


図7.3 FM-CWレーダの距離計測原理

さて、図7.4を参照して動作原理を具体的な式で示そう。 f_0 を送信信号の中心周波数とし、 Δf の周波数幅だけ掃引するとすれば、送信信号は次式で書くことができる。

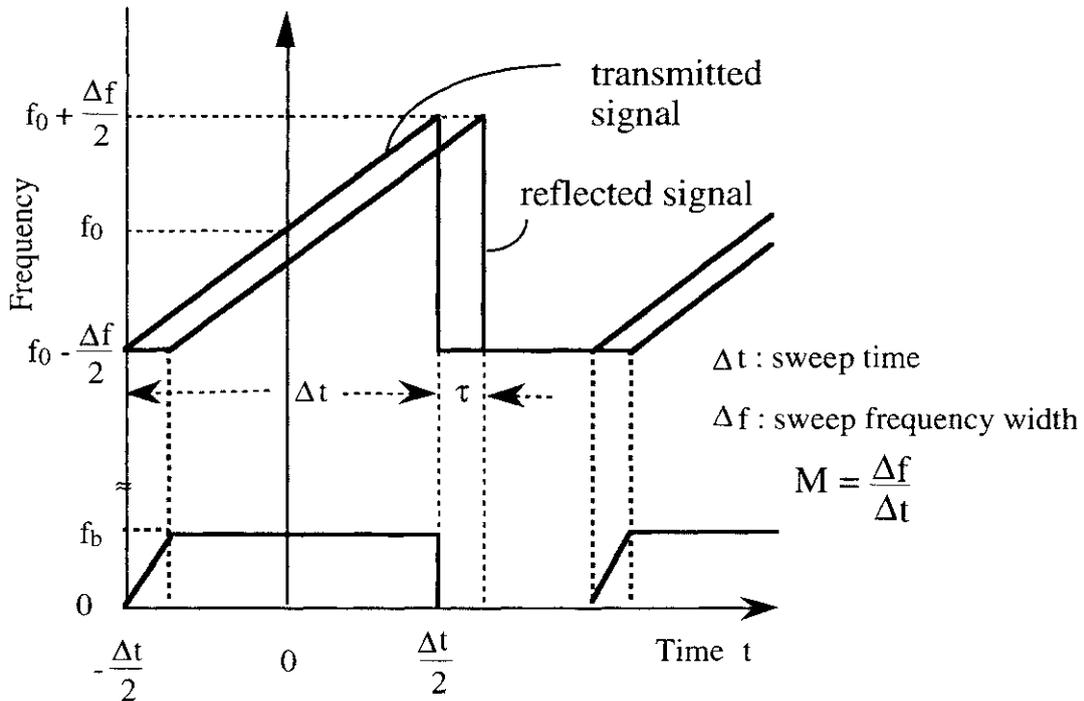


図7.4 FM-CWレーダの時間と周波数の関係

$$S_{tr}(t) = A \cos \left[2\pi \left(f_0 t + \frac{M}{2} t^2 \right) \right] \quad (7.1.2)$$

ここで、A: 振幅, t: 時間, $M = \frac{\Delta f}{\Delta t}$: 変調度, Δf : 掃引周波数幅, Δt : 掃引時間

もし、比誘電率 ϵ_r の媒質中でアンテナから距離 r に点ターゲットがあり、その点ターゲットの反射係数が

$$g = g(x_0, z_0),$$

$$(x_0, z_0): \text{coordinate of the object} \quad (7.1.3)$$

で表されるとすると、レーダアンテナに戻って来る受信信号は

$$S_{rec}(t) = gA' \cos \left[2\pi \left\{ f_0(t - \tau) + \frac{M}{2}(t - \tau)^2 \right\} \right] \quad (7.1.4)$$

となる。 A' は周波数と g に無関係な振幅で、 $\tau = \frac{2r}{c} \sqrt{\epsilon_r}$ は遅延時間である。この2つの信号を加えあわせ、非線形素子のミキサで2乗検波すると

$$\left[S_{tr}(t) + S_{rec}(t) \right]^2 \quad (7.1.5)$$

この信号のうち、十分低い周波数分 ($f \ll f_0$) のみをフィルターで拾い出すと

$$S_b(t) = gAA' \cos \left[2\pi \left(f_0\tau + M\tau t - \frac{M}{2}\tau^2 \right) \right] \quad (7.1.6)$$

のビート信号が得られる。この中で時間 t に関する項はビート周波数 f_b を表し、

$$M\tau = \frac{2M\sqrt{\epsilon_r}}{c} r = \frac{2\sqrt{\epsilon_r}}{c} \frac{\Delta f}{\Delta t} r = f_b \quad (7.1.7)$$

距離 r に比例していることが分かる。それ故、距離は

$$r = \frac{c}{2\sqrt{\epsilon_r}} \frac{\Delta t}{\Delta f} f_b \quad (7.1.8)$$

によって求められる。FM-CWレーダで得られる信号は式(7.1.6)で、図7.3の最下段に示すような時間領域の波形である。この時間領域の波形から周波数成分を取り出す方法として、よく知られたフーリエ変換がある。

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (7.1.9)$$

これは、時間領域の情報と周波数領域の情報の橋渡しをするもので、数学的には線形変換で、時間と周波数に1対1の対応関係がある。したがって、パルスレーダのように時間領域で物理現象を考えても、FM-CWレーダのように周波数領域で考えても、上式の関係から

本質は同等であると言える。掃引時間内で離散フーリエ変換を行うと、周波数スペクトラムは次の式のようになる。

$$S_b(f) = B g \exp(j 2\pi f_0 \tau) \frac{\sin [\pi (f - f_b) \Delta t]}{\pi (f - f_b) \Delta t} \quad (7.1.10)$$

この絶対値を描くと図7.5のようになり、ビート周波数 f_{b1} , f_{b2} に対応しているところにピークが得られる。図7.5では2つのターゲットがあると仮定している。ピークをもつ周波数軸上の位置が、ターゲットまでの距離に対応している。また、ピークをもつローブの隣はサイドローブと呼ばれ、本来ターゲットからのエコーではないので小さいほど望ましい。

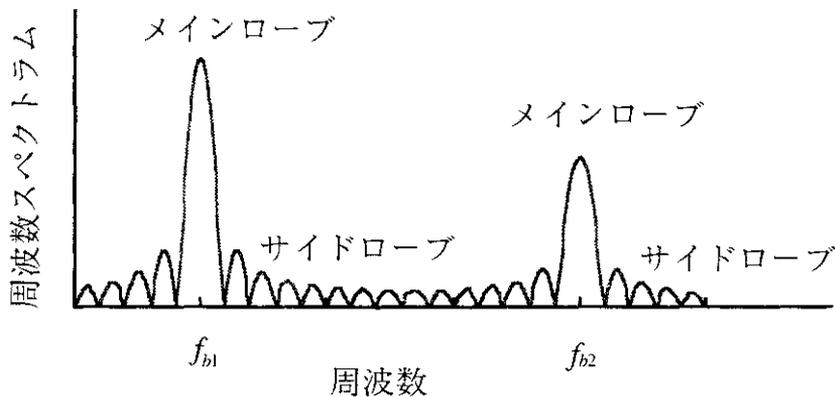


図7.5 周波数スペクトラム

距離方向の分解能 (Range resolution) ΔR

距離方向分解能とは、距離方向に置かれた2つのターゲットを分離できる能力のことである。図7.6に距離分解能の違いを示す。 ΔL を2つのターゲット間の距離とすると、ローブの重なりによって、右側に行くに従い識別できなくなる。ローブの横幅は掃引周波数幅に依存する。周波数幅が広いほど、鋭いローブが得られ、逆に周波数幅が狭いほどなだらかになる。

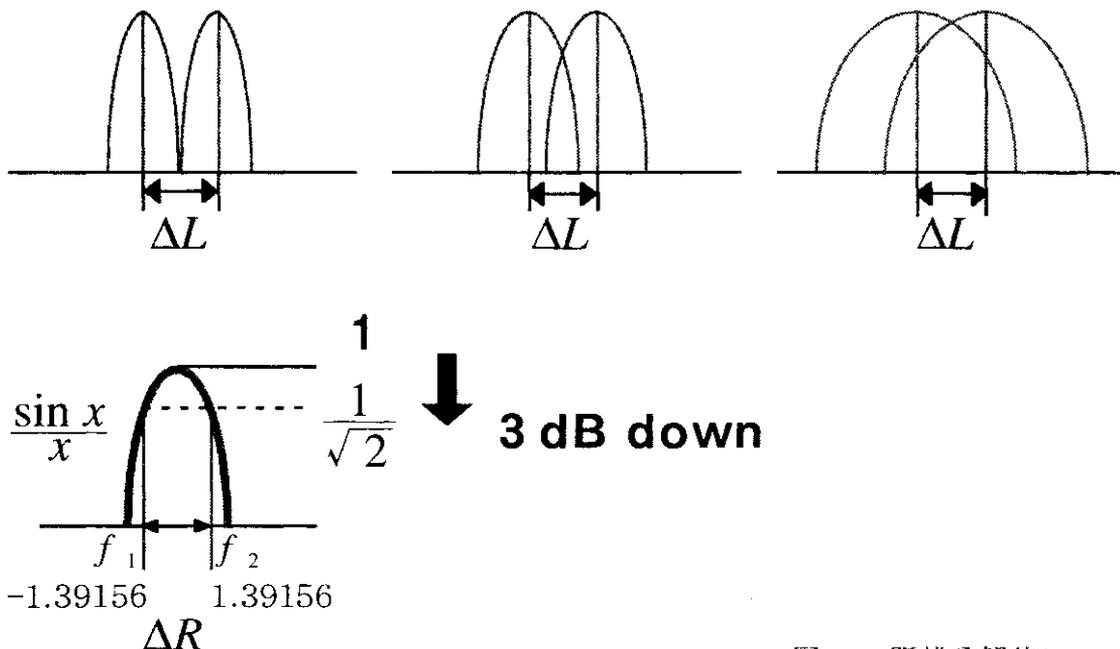


図7.6 距離分解能について

ローブの形は $\frac{\sin x}{x}$ のようになっているので、3 dB downした交点の幅を ΔR とすると次式が得られる。

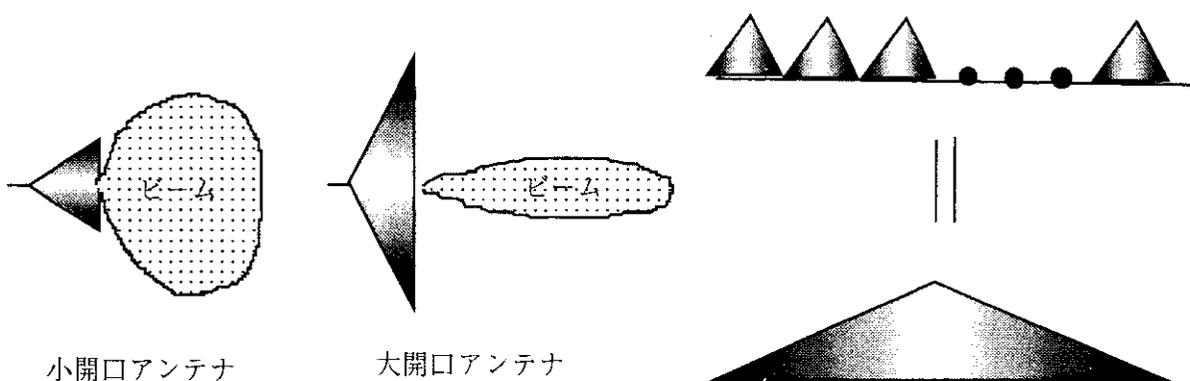
$$\pi(f_2 - f_1) \Delta t = 2 \times 1.39 = 2.78 < \pi$$

$$\Delta R = \frac{c \Delta t}{2} = \frac{2.78 c}{2\pi(f_2 - f_1)} \propto \frac{\text{const}}{\Delta f}$$

したがって、距離方向の分解能 ΔR は送信波の帯域に依存し、パルスレーダと同様である。パルスレーダでは時間幅の狭いパルスが望ましく、これは広い周波数帯域を使うことと同等である。

7.2 1次元合成開口法

レーダ画像には、距離（レンジ）方向と方位（クロスレンジ，アジマス）方向がある。距離方向で分解能を向上させるには、伝搬媒質やアンテナの周波数特性の制約があるが、周波数幅を広げればよい。一方、ターゲットのイメージングを行うには、レーダをアジマス方向に走査しなければならない。そのとき問題となるのは、アジマス方向に走査したときの分解能である。アンテナは使用する電波の波長に比べて大きいほど放射するビームが鋭くなる。図7.7にその概念図を示す。地中探査などでは使用周波数が1 GHz以下に限定されており、例えば100MHzを選んだとすると、波長は3mにもなり、その波長以上の大きさのアンテナは実用上不便である。実用の立場からはできるだけ物理的なサイズの小さいものが望ましい。電氣的にも小さなアンテナで鋭いビームを得られるように考え出されたものが、合成開口法である。これは小形のアンテナを図7.8のように基線上に並べ、基線の各点で送受信を行い、それを合成して結果的に下の大開口アンテナと同じような鋭いビームを形成する手法である。



小開口アンテナ

大開口アンテナ

図7.7 アンテナの大きさとビーム幅

図7.8 合成開口アンテナ

さて、ターゲットが図7.9のようにフレネル領域にあると仮定すると、アンテナからターゲットまでの距離は次式で近似できる。

$$r \approx z_0 + \frac{(x - x_0)^2}{2z_0} \quad (7.2.1)$$

遅延時間は、それゆえ、

$$\tau = \frac{2\sqrt{\epsilon_r}}{c} r \approx \frac{2\sqrt{\epsilon_r}}{c} \left[z_0 + \frac{(x - x_0)^2}{2z_0} \right] \quad (7.2.2)$$

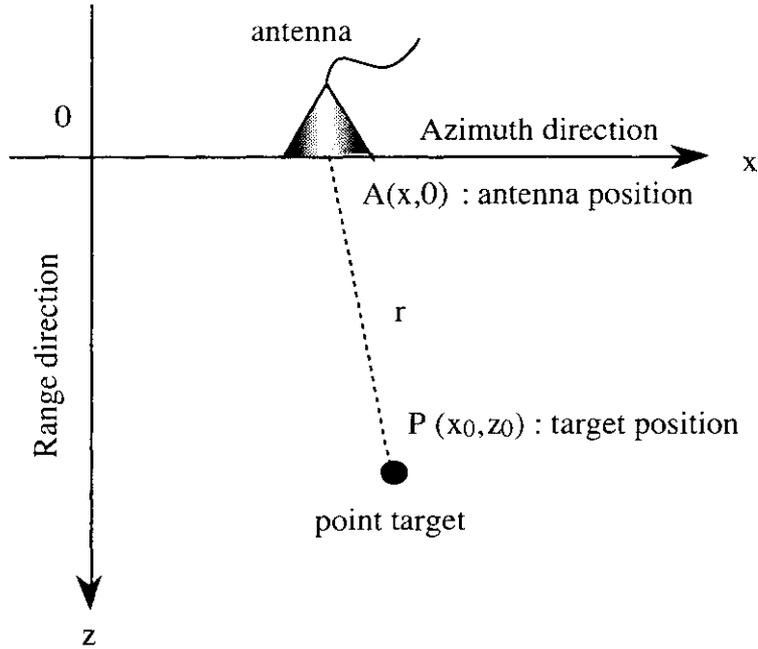


図7.9 アンテナとターゲットの位置関係

一方、式 (7.1.7) において、 $r \approx z_0$ と仮定すれば、ビート周波数は次式で近似できる。

$$f_b \approx \frac{2\sqrt{\epsilon_r}}{c} \frac{\Delta f}{\Delta t} z_0 \quad (7.2.3)$$

その結果、次の関係が分かる。

$$\pi(f - f_b) \Delta t \approx \frac{2\pi\sqrt{\epsilon_r}\Delta f}{c} (z - z_0) = \alpha(z - z_0), \quad \alpha = \frac{2\pi\sqrt{\epsilon_r}\Delta f}{c} \quad (7.2.4)$$

$$\frac{\sin[\pi(f - f_b) \Delta t]}{\pi(f - f_b) \Delta t} = \frac{\sin[\alpha(z - z_0)]}{\alpha(z - z_0)} \quad (7.2.5)$$

つまり、(7.1.10)は空間変数だけの関数となる。それゆえ、ビートスペクトラムを改めて $U(x, z)$ とおくと、(7.1.10)は

$$\begin{aligned} U(x, z) &\equiv S_b(x, z, f) \approx S_b(x, z, \frac{\alpha}{\pi\Delta t} z) = S_b(x, z) \\ &= B g(x_0, z_0) \exp \left[j \frac{4\pi\sqrt{\epsilon_r}f_0}{c} \left\{ z_0 + \frac{(x - x_0)^2}{2z_0} \right\} \right] \frac{\sin[\alpha(z - z_0)]}{\alpha(z - z_0)} \end{aligned} \quad (7.2.6)$$

となって、位相項が含まれていることが分かる。実開口レーダでは大きさだけを調べるので、この位相項は無視している。合成開口レーダではこの位相項が重要な役割を果たす。簡単のために、この式を3つの関数に分解する。

$$\text{距離方向関数} \quad f(z - z_0) = \frac{\sin[\alpha(z - z_0)]}{\alpha(z - z_0)} = \text{Sinc}[\alpha(z - z_0)] \quad (7.2.7)$$

$$\text{伝搬関数} \quad h(x-x_0, z_0) = \exp \left[j \frac{4\pi\sqrt{\epsilon_r} f_0}{c} \left\{ z_0 + \frac{(x-x_0)^2}{2z_0} \right\} \right] \quad (7.2.8)$$

$$\text{物体関数} \quad g = g(x_0, z_0) \quad (7.2.9)$$

それゆえ、ビートスペクトラム $U(x, z)$ は、次式でかけることになる。

$$U(x, z) = B f(z-z_0) g(x_0, z_0) h(x-x_0, z_0) \quad (7.2.10)$$

点ターゲットが x, z 方向にも分布しているような場合、 $U(x, z)$ はそれらの合成となるので、

$$U(x, z) = B \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty f(z-z_0) g(x_0, z_0) h(x-x_0, z_0) dx_0 dz_0 \quad (7.2.11)$$

ここで、 $z = z_0$ の近傍では $f(z-z_0)$ は最大となり、

$$U(x, z_0) = B \int_{-\infty}^\infty g(x_0, z_0) h(x-x_0, z_0) dx_0 \quad (7.2.12)$$

と近似できる。この形式は、フレネルキルヒホッフ回折積分と同一の形式であるので、一種のフレネルホログラムとみなせる。そのため、物体の反射係数は、逆伝搬関数を掛けることによって得られる。

$$g(x_0, z_0) = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} U(x, z_0) h^*(x_0-x, z_0) dx \quad (7.2.13)$$

積分の L はアンテナの走査幅であり、 $*$ は複素共役を表す。この式が合成開口レーダの原理を示している。つまり、アンテナの走査によって等価的に大開口のアンテナを合成し、それをレーダアンテナとして用いることができる。具体的な演算は

$$g(x_0, z_0) = FT^{-1} \left[FT(U) \cdot FT(h^*) \right] \quad (7.2.14)$$

のようにフーリエ変換を行うことによって物体関数を取り出すことができる。ここで、 FT はフーリエ変換、 FT^{-1} は逆フーリエ変換を表わす。なお、ターゲットが十分遠方にあるときは、結果的に

$$g(x_0, z_0) = FT[U] \quad (7.2.15)$$

の一回のフーリエ変換で得られる。

7.3 2次元合成開口法

図7.10で示されるような2次元平面上のアンテナと物体の位置関係において、反射係数 g をもつ物体に対して得られる自由空間でのビート信号は次式のようにになる。

$$s_b(t) = g A \cos \left[\frac{4\pi r}{c} \left(\frac{\Delta f}{\Delta t} t + f_0 \right) \right] \quad (7.3.1)$$

ただし、 A : 振幅, c : 光速, f_0 : 初期周波数, Δt : 掃引時間, Δf : 掃引周波数幅
式(7.1.1)より, アンテナから物体までの距離 r を求めるには, 周波数成分

$$f_b = \frac{2\Delta f}{c\Delta t} r \quad (7.3.2)$$

が必要であるので, 式 (7.3.1) を時間に対してフーリエ変換すると, 次式のようなビート
スペクトラムが得られる。

$$S_b(f) = g B \exp\left(j \frac{4\pi f_0}{c} r\right) \frac{\sin[\pi(f-f_b)\Delta t]}{\pi(f-f_b)\Delta t} \quad (7.3.3)$$

B : 振幅

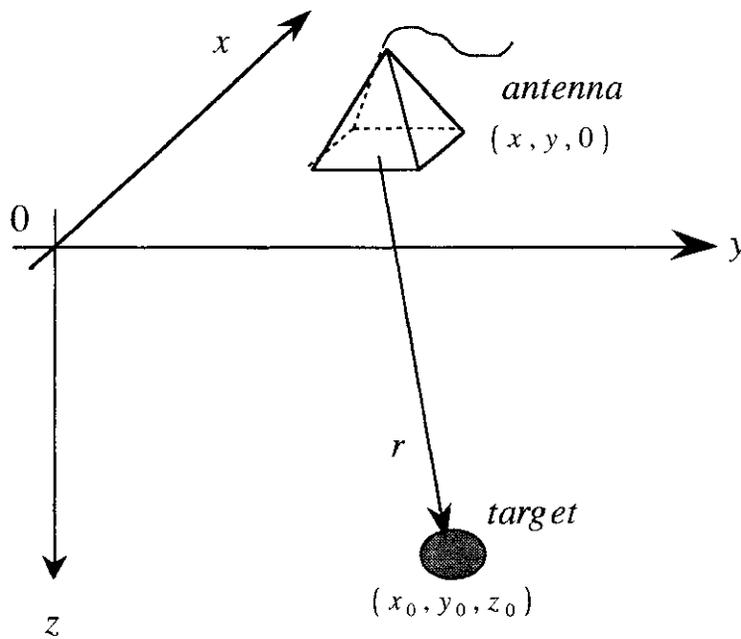


図7.10 アンテナと物体の位置関係

ただし, 上式はビートスペクトラムの正の範囲の周波数成分のみである。また, 図7.10にお
いて, 物体がアンテナの位置に対して, フレネル領域内にあると仮定すると, アンテナ-
物体間の距離 r は次式のように書ける。

$$r \approx z_0 + \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2z_0} \quad (7.3.4)$$

実際の物体は空間的に広がりをもつので, その反射係数 g は, 任意の空間点の関数となる
分布として考え, 次のようにおく。

$$g = g(x_0, y_0, z_0) \quad \text{ただし, } x_0, y_0 : \text{物体方位座標}$$

z_0 : 物体距離座標

観測されたビートスペクトラムは, 各領域について積分された信号として次式のように表
される。

$$U(x, y, z) = \int_u^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty f(z-z_0) g(x_0, y_0, z_0) h(x-x_0, y-y_0, z_0) dx_0 dy_0 dz_0 \quad (7.3.5)$$

ただし,

$$f(z-z_0) = \frac{\sin[\alpha(z-z_0)]}{[\alpha(z-z_0)]}, \quad \alpha = \frac{2\pi\Delta f}{c}$$

$$h(x-x_0, y-y_0, z_0) = \exp \left[j \frac{4\pi f_0}{c} \left\{ z_0 + \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2z_0} \right\} \right] \quad (7.3.6)$$

物体が存在する距離 $z \approx z_0$ では

$$U(x, y, z_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x_0, y_0, z_0) h(x-x_0, y-y_0, z_0) dx_0 dy_0 \quad (7.3.7)$$

となる。これは畳み込み積分の形であり、形式上フレネルホログラムの一種とみなすことができる。よって、物体の反射係数分布は次のような逆伝搬関数

$$h^*(x, y, z_0) = \exp \left[-j \frac{4\pi f_0}{c} \left\{ z_0 + \frac{x^2 + y^2}{2z_0} \right\} \right] \quad (7.3.8)$$

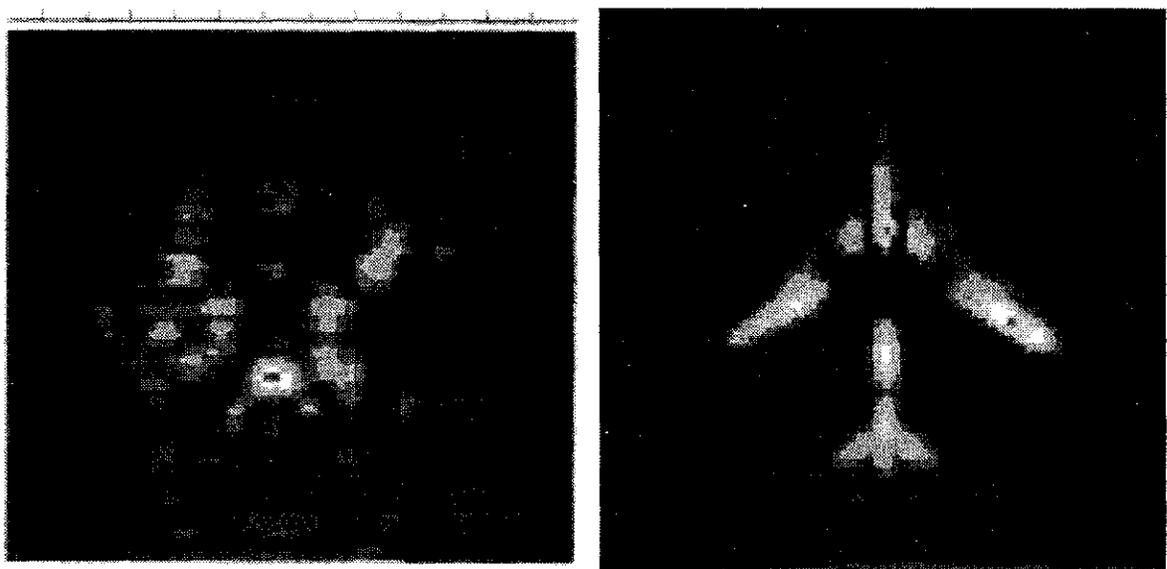
を用いて、各方位方向に逆フレネル変換することによって次式のように求めることができる。

$$g(x_0, y_0, z_0) = \int_{-\frac{L_x}{2}}^{\frac{L_x}{2}} \int_{-\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} U(x, y, z_0) h^*(x-x_0, y-y_0, z_0) dx dy \quad (7.3.9)$$

ただし、 L_x 、 L_y はアンテナの各方位方向の走査範囲、* は複素共役を示す。これは2次元の合成開口法で、この処理によって物体の反射係数分布がビートスペクトラムから取り出せる。

7.3.1 2次元の合成開口法例

実開口と合成開口のイメージの違いを下図に示す。



実開口イメージ

合成開口イメージ

図7.11 実開口と合成開口イメージの違い

7.3.2 合成開口幅

式(7.2.13), (7.3.9)を見る限りでは, アンテナの走査幅によって分解能が変化する。これらの式では, アンテナが無指向性であることを仮定しているため, アンテナの走査幅は広いほど良い。ターゲットに原点をおいてレーダのアンテナを見たとき, アンテナの走査によって電波が照射されている区間が長いほど, レーダに情報が取得されることになる。図7.12にターゲットから見える走査アンテナの開口幅と伝搬関数の関係を示す。開口長=走査幅が長いほど, 伝搬関数の高周波成分が多く取り込まれることになる。

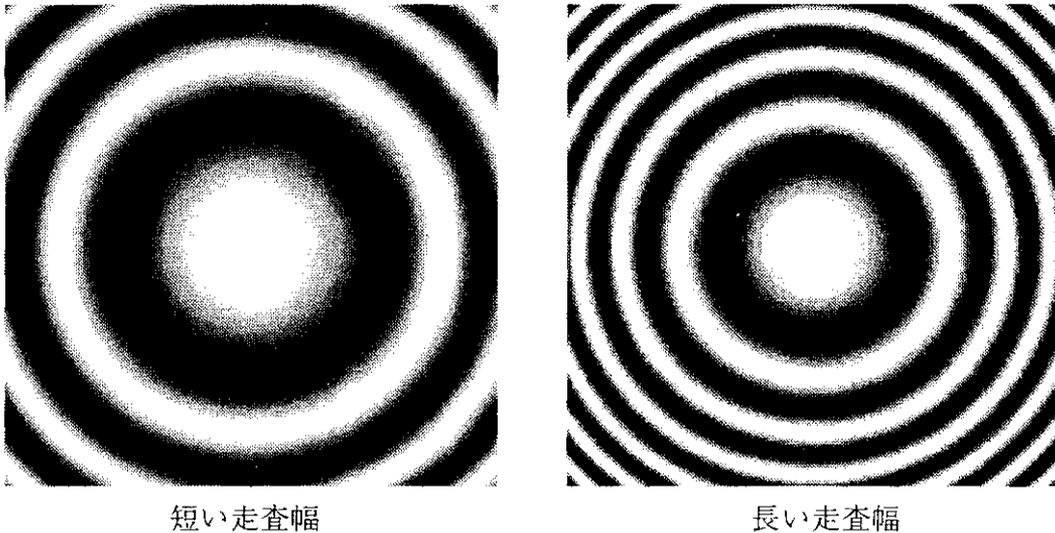


図7.12 走査幅と伝搬関数

しかし, ターゲットからアンテナが見えていても, アンテナから放射されるビームは必ずしも一様にターゲットに照射されている訳ではない。この点に, アンテナの指向性パターンが影響してくる。開口面の大きなアンテナほどビームが鋭いので, 照射される区間は短い。逆に開口面の小さなアンテナほど, 照射される区間は長い。小さなアンテナほど合成開口に適している。そのため, 合成開口幅や指向性によってどの程度分解能が変化するかが問題となる。アンテナの指向性もイメージングには重要な要素であり, その逆補正を含めた処理が必要であることが分かる。

一方, 小さなアンテナほど合成開口に適しているものの, 伝搬媒質に損失がある場合, メインローブ以外の方向のエネルギーはすぐに吸収されてしまう。例えば, 積雪中や土壌中などの媒質では, 電波の伝搬状態が実際のところ不明であり, メインローブ以外の方向では伝搬距離が長いので, 波の減衰が大きい。媒質によって吸収されたり散乱されたりする場合には, 合成開口法が厳密に行えるかどうかは未知の部分も残されている。

7.4 Fully Polarimetric Radarによる散乱行列の取得

偏波を考慮した物体の反射係数分布は, 送受信の偏波の組み合わせによって得ることができる。式(7.3.9)は, 物体の散乱情報を表わす複素量であるから, 送受信の各偏波状態における反射係数を散乱行列の各要素とみなし, 次のようにおく。

$$[S(HV)] = \begin{bmatrix} S_{HH} & S_{HV} \\ S_{VH} & S_{VV} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{HH} & g_{HV} \\ g_{VH} & g_{VV} \end{bmatrix} \quad (7.4.1)$$

ただし、反射係数 g_{pq} の添字は、 p が受信、 q が送信を示す。これにより、FM-CWレーダにおいて散乱行列が取得され、レーダポーラリメトリの理論が適用できると思われる。

ところで、この反射係数は周波数を掃引した結果として得られるものであり、単一の周波数での反射係数ではない。つまり、レーダポーラリメトリの理論の基になっている単一周波数でのものではない。ここでは掃引している周波数にわたって反射係数が不変と仮定しているので、この置き換えが本当に正しいかどうかは実験にて検証することが必要であり、次のような装置で検証を行った。

7.5 ハードウェア構成

FM-CWレーダは構成が簡単であり、比較的安価にできる。図7.13は構成したFM-CWレーダ装置のブロックダイアグラムである。基本的には、マイクロ波帯の部品としては、FM信号の発振器、方向性結合器、アンテナ、ミキサ、IF帯の部品として、フィルター、アンプ、A/Dコンバータ、パソコンなどの表示用装置

だけである。このうち、IF帯以下の処理は、マイクロ波帯の周波数が何であれ、同じ装置を使うことができる。そのため、一度作成すれば、どのような周波数でも対応できる利点がある。

ポーラリメトリックレーダとして必要なのは、偏波の純度の良いアンテナを使用することである。ここでは、アンテナとして広帯域であり、かつ、偏波の組み合わせができるように標準ホーンアンテナを使った。アンテナの切り替えは、ピンダイオードスイッチや手動など、目的に応じて行えばよい。

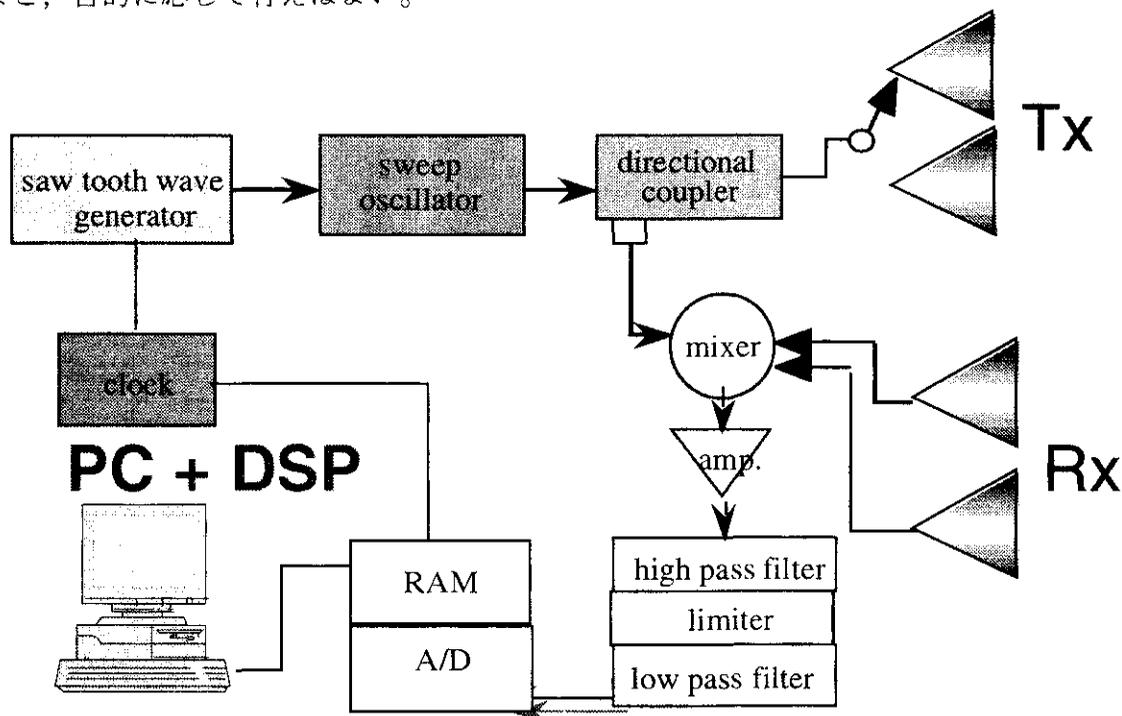


図7.13(a) FM-CWレーダ装置のブロックダイアグラム

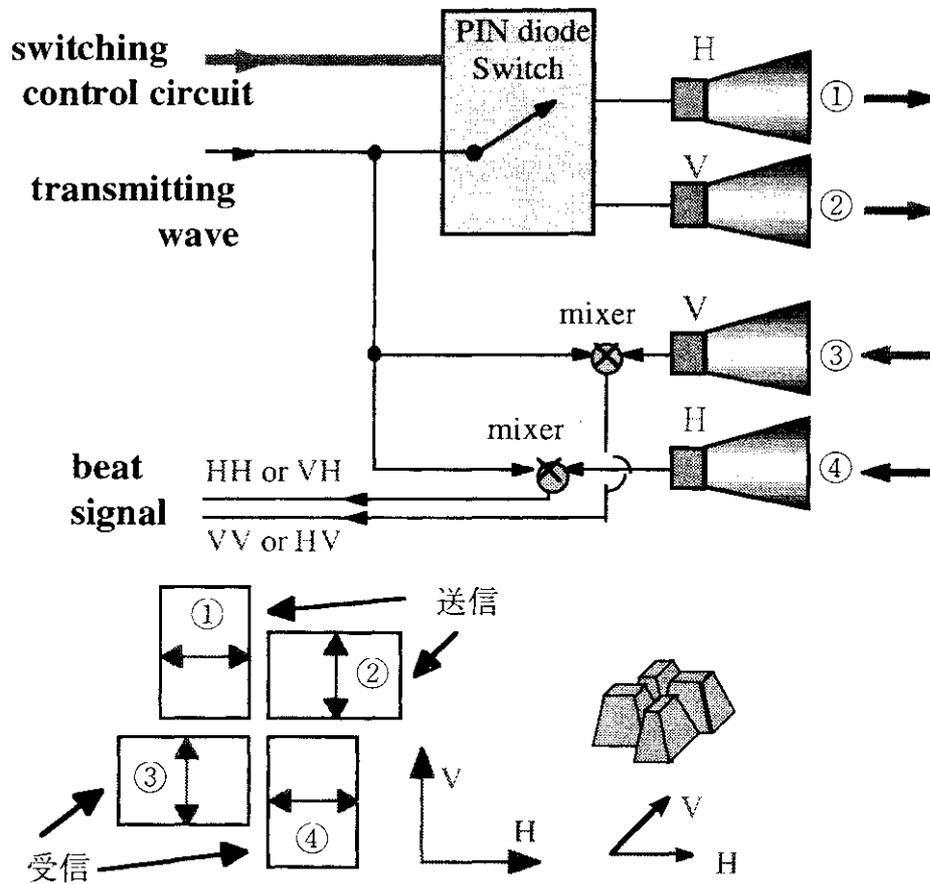


図7.13(b) FM-CWレーダ装置のブロックダイアグラム (続き)

7.6 実時間レーダ

動作原理で説明したように、FM-CWレーダでは距離を求める際、ビート信号のフーリエ変換を用いている。この処理は、専用の信号処理プロセッサ(DSP)を使うことにより、極めて高速に実行できる。パルスレーダと比較した場合、FM-CWレーダでは図7.14に示すように、一回のFFT処理で済むので、近距離での測定には有利である。

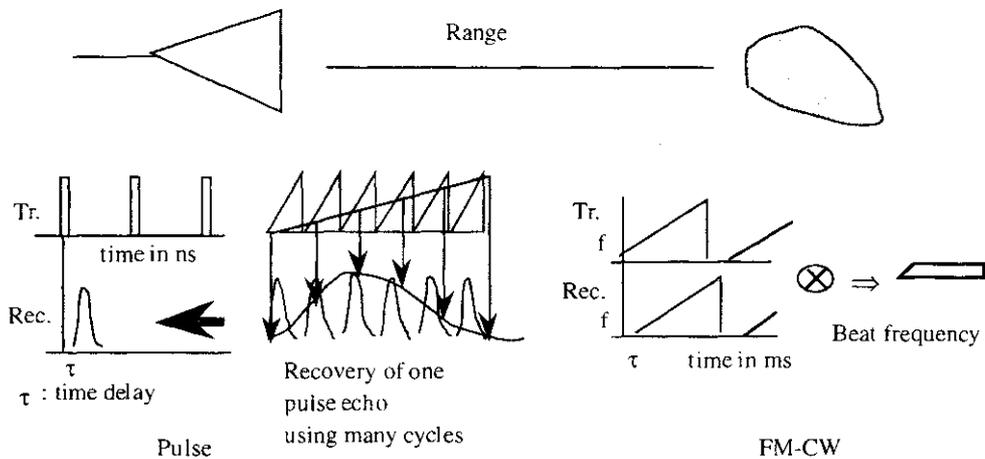


図7.14 距離計測方法の違い

ビート信号のフーリエ変換をDSPにまかせることにより、パソコン程度のコントローラで、かなりの速度まで対応することができる。作成したレーダの処理の流れを以下に示す。機械語で命令を書き下し、1秒間に44回のスナップショットが可能で、散乱行列を実時間で取得できる。

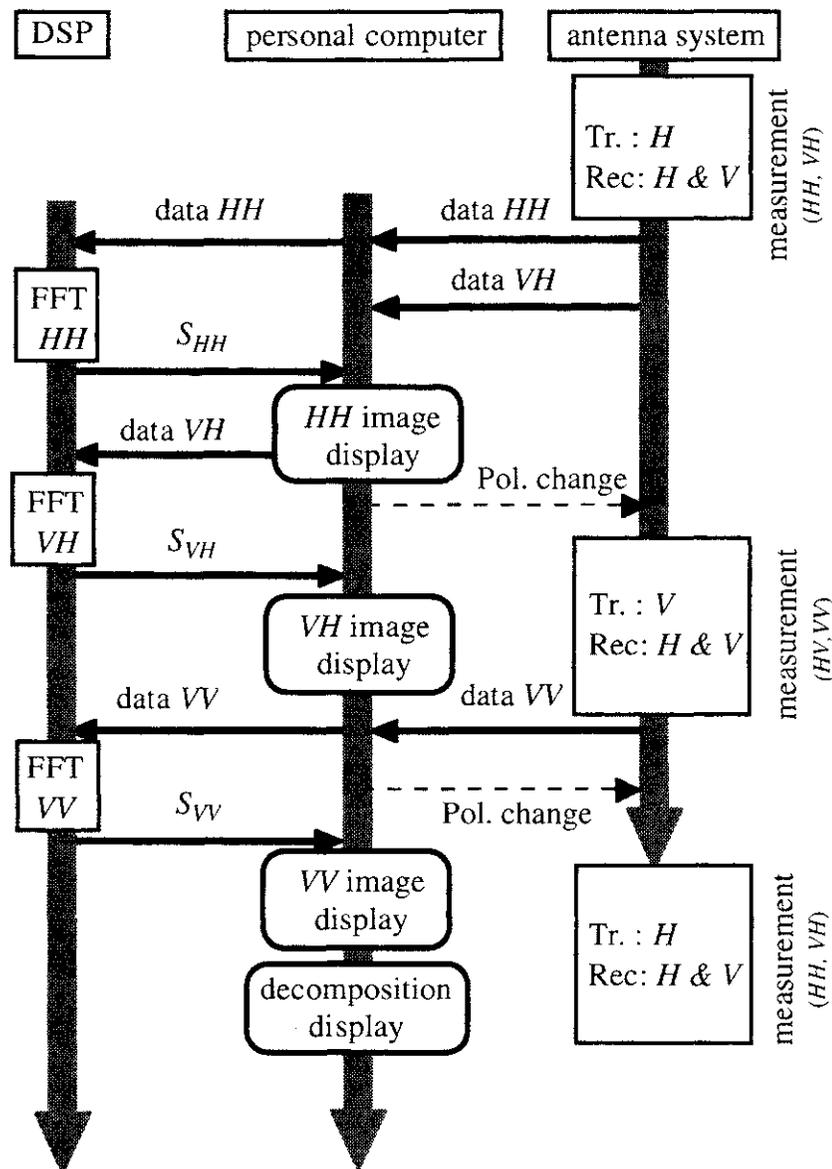


図7.15 処理の流れ

7.7 Polarimetric Calibration

以上のシステムから得られる散乱行列は、図7.13、図7.16のように各成分の測定経路が異なるため、要素間で相関がとれておらず、また、アンテナ配置の誤差などを含んだものとなっている。そこで、正しい散乱行列を求めるには、Polarimetric Calibrationが必要である。ターゲットでの実際の散乱行列を[S]、システムにより測定される散乱行列を[Z]とすると、式(7.7.1)のような関係が成り立つ。

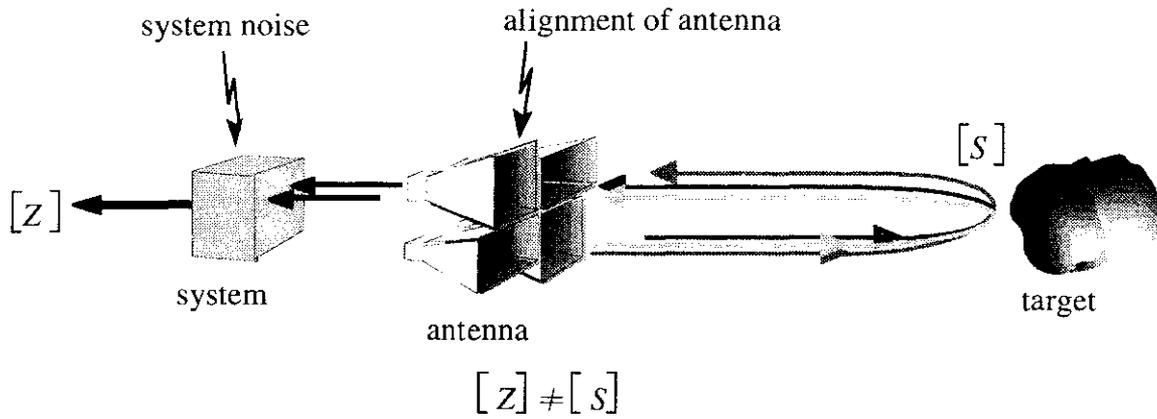


図7.16 測定経路の違いと散乱行列

$$\begin{bmatrix} Z_{HH} & Z_{HV} \\ Z_{HV} & Z_{VV} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & f_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{HH} & f_2 S_{HV} \\ f_2 S_{HV} & S_{VV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & f_1 \end{bmatrix} \quad (7.7.1)$$

ここで f_1 はCo-pol channel imbalance, f_2 はX-pol channel imbalance という。この f_1, f_2 を求めることにより, Calibration が可能となる。

f_1, f_2 の導出には, 45° に配置した線状物体を用いた。このときの散乱行列の理論値は以下の通りである。

$$[S] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.7.2)$$

この行列は, 次のような性質を持っているため,

$$\arg(S_{HH}^* S_{VV}) = 0, \quad \arg(S_{HH}^* S_{HV}) = 0 \quad (7.7.3)$$

$$\frac{S_{VV}^* S_{VV}}{S_{HH}^* S_{HH}} = 1, \quad \frac{S_{HV}^* S_{HV}}{S_{HH}^* S_{HH}} = 1 \quad (7.7.4)$$

f_1, f_2 は,

$$|f_1| = \left| \frac{Z_{VV}^* Z_{VV}}{Z_{HH}^* Z_{HH}} \right|^{1/4}, \quad \arg(f_1) = \frac{1}{2} \arg(Z_{HH}^* Z_{VV}) \quad (7.7.5)$$

$$|f_2| = \left| \frac{Z_{HV}^* Z_{HV}}{(Z_{HH}^* Z_{HH})(f_1^* f_1)} \right|^{1/2}, \quad \arg(f_2) = \arg\left(\frac{Z_{HH}^* Z_{HV}}{f_1}\right) \quad (7.7.6)$$

として求めることができる。これにより, ターゲットでの実際の散乱行列[S]は, [Z]から式(7.7.7)として求めることができる。

$$S_{HH} = Z_{HH} \quad S_{HV} = \frac{Z_{HV}}{f_1 f_2} \quad S_{VV} = \frac{Z_{VV}}{f_1 f_1} \quad (7.7.7)$$

7.8 等価STC回路（レーダの性能改善）

自由空間において、ターゲットからの反射信号の強度は、レーダの種類に関わらず、レーダ方程式から距離の4乗に反比例する。従って、レーダ探知距離が受信器の最小感度との関係で定義されているが、パルスレーダでは、受信チャンネルにゲートをかけ、遠い距離にある物体からの反射波を増幅しながら受信するSensitivity Time Control法が使われている。これによって、探知距離を延ばす試みがなされている。しかし、FM-CWレーダの様な連続波レーダに対しては、そのような手法は存在しなかった。そこで、FM-CWレーダの原理に戻り、等価なSTC手法を見出し、遠い物体でも感度を上げて受信できる方法を考案した。

ビート信号は近似的に次のように与えられる。

$$S_b(t) = gAA' \exp \left[j 2\pi (f_0\tau + f_b t) \right] \quad (7.8.1)$$

ビートスペクトラムを求めるために、この式を用いてフーリエ変換を行っていたが、微分信号のフーリエ変換の性質

$$FT \left[S_b(t) \right] = S_b(f) \quad (7.8.2)$$

$$FT \left[\frac{\partial^n S_b(t)}{\partial t^n} \right] = \left(j 2\pi f_b \right)^n S_b(f) \quad (7.8.3)$$

を使うと、大きさとして、式(7.8.3)の右辺は(7.8.2)の $(j 2\pi f_b)^n$ 倍になる。 f_b は距離に比例しているため、遠くにある物体ほど減衰が補正されることになる。そのため、右辺全体を改めて、ビート信号のスペクトラムとして取り扱えば、遠くにあるターゲットの振幅を増幅する等価的なSTC回路が達成できる。

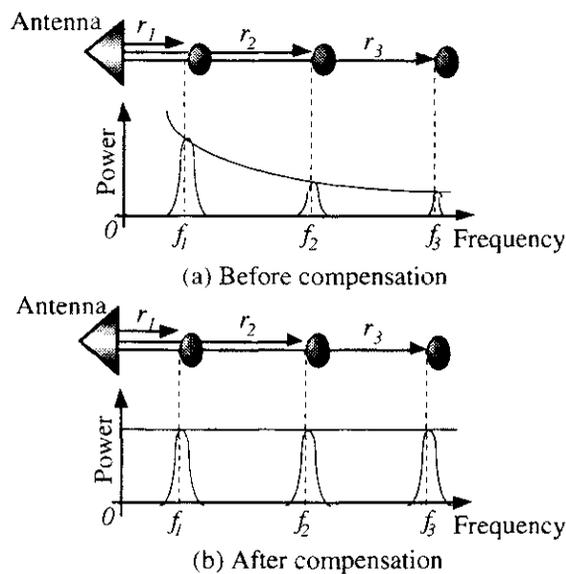


図7.17 受信信号の振幅補正

この方法の有利な点は、単にフーリエ変換したスペクトラムに、計算機上で $(j 2\pi f_b)^n$ を掛けることにより達成でき、特にハードウェアも必要ないことである。もし、ハードウェア

アを付加するにしてもIF帯での微分回路を取り付けるだけでよいことにある。

自由空間では図7.17のように、電波の振幅が減少するが、この微分信号のフーリエ変換を使うと、距離に依存する要因を取り除くことができる。本来、遠方のターゲットからの反射信号は微小になる。SN比やノイズとの識別の問題があるが、この点に関しては、どの方法を用いても同じである。FM-CWレーダでは、偏波情報を組み合わせることにより、SN比を多少改善できると思われる。

また、自由空間の距離による減衰だけでなく、雪中、地中などのような損失媒質の導電率によって指数関数的に減衰する場合も、この手法を使うことができる。実際、地中のような減衰の激しい媒質でも、感度よく物体が検出できるようになった。

第8章 建物倒壊実験

8.災害監視サーベイランスシステムでは、都市が地震によって倒壊したような場合、倒壊はどの程度か、どの範囲まで影響を受けているか、迅速に調べる必要がある。偏波レーダで観測すれば、倒壊前と倒壊後で、散乱波の強度のみならず、偏波状態の変化も計測できるはずである。偏波理論によれば、散乱波を1回反射成分、2回反射成分、円偏波発生成分に分離できる。ここではその偏波理論を利用して、建物倒壊に伴う各成分の発生割合の変化、建物の傾き角などの情報を抽出し、それらによって建物倒壊状況の把握や災害状況監視に応用することを目的とした。自由空間中に置かれた建物のモデルを作成し、ビル等が倒壊した場合を想定し、倒壊に伴う3成分の現れ方や3成分同士の割合、さらに建物の傾きが検出できるかどうかを検討した。また、レーダ分解能が劣化した場合に、3成分分解がうまく行えるかという現実的な問題に対して、故意に分解能を劣化させ、そのデータに対して3成分分解を試みた。これが達成できれば、航空機などによる新しい災害サーベイランスシステムができることになる。

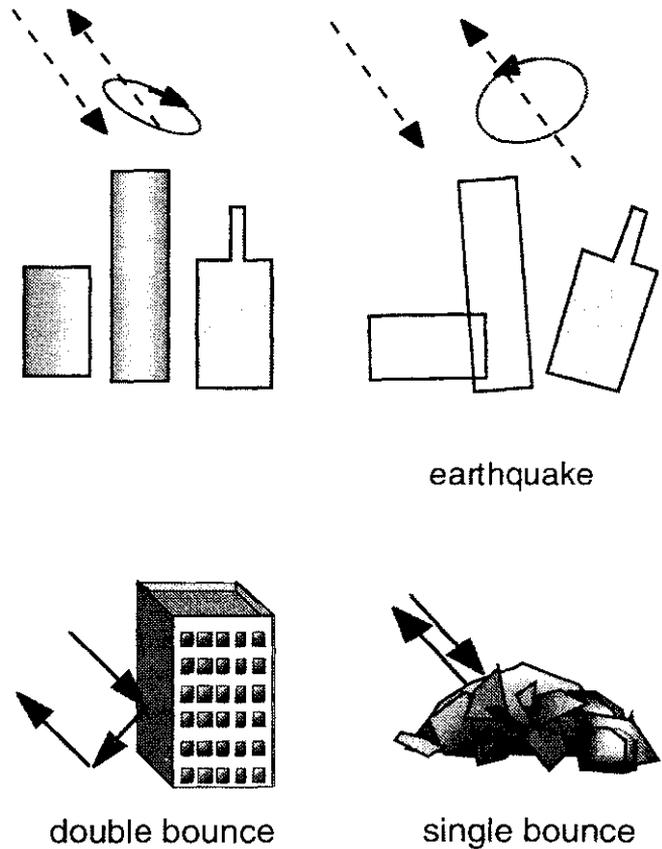
8.1 ミニチュアモデル実験

図8.1に測定状況図を示す。市販のコンクリートブロックをビルのミニチュアモデルとして用い、積み木のように組み合わせ、ビル群（市街地）のモデルを作成した。レーダ実験で反射強度が小さかったため、大きな反射が得られるようブロックにアルミ箔を張り付けている。

実験では、レーダアンテナをレールの上に乗せて、1cm毎に64cm移動させ、計64点の水平走査測定を行った。これにより、擬似的なSARを実現している。周波数はXバンドで、FM-CWレーダの掃引周波数幅を1GHzと300MHzに設定した。300MHzは分解能を低下させた場合を想定している。掃引周波数幅が1GHzの場合、画像の1ピクセルの大きさは

1.52 cm * 1 cm、掃引周波数幅が300 MHzの場合、5.06 cm * 1 cmとなる。オフナディア角は45度である。ブロックを適当な数だけ倒すことにより、倒壊状況（倒壊率）をモデル化した。

図8.2に測定状況の写真、表8.1に測定時のパラメータを示す。図8.3、8.10、8.17にレーダ側から見たブロックの配置写真を示す。図8.3はアンテナの走査方向とブロックを平行に配置し、ブロックを徐々に倒した場合である。これを倒壊パターン1とする。この倒壊パターン1で測定した結果や散乱行列を処理して得られた結果を、図8.4～図8.9にまとめて示して



ある。同様に、倒壊パターン2の結果は図8.11～図8.16、倒壊パターン3の結果は図8.18～図8.23にまとめて示す。図8.10ではブロックの配置は倒壊パターン1と同じであるが、隣のブロックにもたれ掛かるように倒しており、アンテナの走査方向と平行に倒れている場合である。これを倒壊パターン2と呼ぶ。図8.17ではブロックの倒し方は倒壊パターン2と同じであるが、配置全体がアンテナの走査方向に対し30度傾いている場合である。これを倒壊パターン3と呼ぶ。ブロックを配置する際の間隔等は各倒壊パターンで共通である。

8.2 3成分分解

倒壊パターン1に対して、掃引周波数幅1 GHzでFully Polarimetric測定を行い、合成開口処理後に散乱行列を得た。そして、その散乱行列に対して3成分分解法を適用して分類を行った結果を図8.4に、掃引周波数幅300 MHzでの結果を図8.5に示す。これらの出力図面と写真のターゲットの配置はほぼ対応している。ただし、幾何補正は行っていない。Kd成分を青色、Ks成分を赤色、Kh成分を黄緑色とした。また、色が濃いほど、反射強度が大きいことを表している。これらの図から、倒壊率が大きくなるにつれて、反射強度が小さくなっていることがわかる。倒壊率100%では極端なレベルの低下が見られる。そして、倒れていないブロックからは、青色（Kd成分）が多いことが読みとれる。

倒壊パターン2の3成分分解法による分類図を図8.11、8.12に、倒壊パターン3の3成分分解法による分類図を図8.18、8.19に示す。どの倒壊パターンでも掃引周波数幅によらず、倒壊が進むにつれて受信レベルが低下している。倒壊が進むと建造物の形状が複雑になるため、電波にとってはランダム媒質に近くなり、受信レベルが低下すると思われる。

この3成分表現で倒壊の様子を把握することは難しいが、各成分がどのような割合でレーダ画像に現れてくるかを図8.6、図8.13、図8.20に示した。図8.6、図8.13、図8.20は、倒壊パターン1、2、3に対する倒壊率と成分比率の関係を表している。倒壊パターン1、2の成分比率は、Kd成分が最も強く、続いてKs成分、Kh成分となっている。この倒壊パターン1、2では、ブロックがアンテナの走査方向と平行であるため、地面とブロックでの2回反射が起こりやすく、その結果としてKd成分が強く現れていると思われる。倒壊パターン1では、倒壊が進むにつれてKd成分が減少し、Kh成分の比率が上昇している。これは、倒壊が進むと共に建造物の形状が複雑になり、地面とブロックでの2回反射が減少すると共に、建物の角からの反射や、エッジからの反射が強くなるためと思われる。また、倒壊率100%では、各成分の比率がほぼ等しくなっている。従って、この結果からは建造物が完全に倒壊した状況では、各成分がほぼ均等になるようにも考えられる。倒壊パターン2（図8.13）では、最前列のブロックをアンテナ走査方向に向けて倒したため、散乱機構から予想されるようにKd成分が依然として大きい。そして1回反射成分Ksは減少傾向にあり、逆にKh成分は増加傾向にある。一方、倒壊パターン3（図8.20）では、ブロックがアンテナ走査方向と30度傾いているため、地面とブロックの2回反射が減少し、Kd成分は倒壊パターン1、2に比べ大幅に少なくなっており、倒壊前から相対的にKh成分の比率が高くなっている。300 MHzで測定を行った場合は、倒壊が進むにつれてKh成分が増加する傾向が見られる。

8.2.1 方向角度の変化

散乱行列が得られれば、円偏波基底での分解により、方向角を導出できる。1ピクセルに1つの偏波情報が入っているので、それを基に円偏波基底表現からターゲットの傾き（方

向角)を導出できる。物理的に最も分かりやすいターゲットはワイヤであるが、diplaneなどでも方向角がある。傾いているビルからは、レーダ観測からも大きな傾き角が検出されるのではないかと予想されるので、この角度を倒壊率と共に調べれば、倒壊の様子を推測できる可能性がある。そこで、ターゲットを特に区別せず、角度を算出してみた。エッジ稜線からの散乱と、その向きによって倒壊の様子を探るためである。倒壊パターン1に対して図8.7, 8.8は、それぞれ掃引周波数幅1 GHz, 300 MHzで測定した場合に、散乱行列から得られるピクセル毎のターゲットの方向角を示した図である。倒壊パターン2の場合の方向角を図8.14, 8.15, 倒壊パターン3の場合の方向角を図8.21, 8.22に示す。

倒壊パターン1では、倒壊率が低い場合、0度の方向角が多く(水平方向を0度と考える)、倒壊が進むにつれて様々な方向角が現れている。水平方向を0度としているのは、建物の壁面と床で構成するDiplane(2面コーナリフレクタ)が、水平方向(=0度)を向いている場合に、最も大きな散乱が起こるためである。倒壊パターン2は、最前列のブロックを、アンテナ走査方向のみに倒した特別な場合であるが、0度付近の方向角が多く現れている。これも、床とブロック面のDiplane散乱機構によるものと思われる。倒壊パターン3においては、Diplane散乱機構が少なく、建物の垂直方向のエッジからの影響が強いと考えられる。そのため倒壊が進むにつれて、様々な方向角が現れている。この角度の検出結果全体から、角度情報を使って倒壊率の推定が可能と思われる。これは、災害サーベイランスにおいて非常に重要な点であり、今後更なる実験によって検討することが必要である。

8.2.2 実開口データとの比較

なお、分解能が変化した場合、どのようにデータが変化するかを調べるために、倒壊パターン1で掃引周波数幅300MHzで測定した実開口データに対して3成分分解法を適用し、分類を行った。その結果を図8.24に示す。実開口では、アンテナビーム内(照射領域は70 cm * 120 cm程度)に入るターゲットからの反射波を全て取り入れるため、分解能は最も劣化しているが、参考のために表示した。図8.25に倒壊率と3成分比率の関係を示す。この図から、分解能を劣化させても、3成分比率の検出結果にあまり大差はないことがわかる。

また、図8.26に方向角を、検出角度の比率を図8.27に示す。方向角の変化も、合成開口した高分解能のレーダ画像のものと同傾向が似ている。

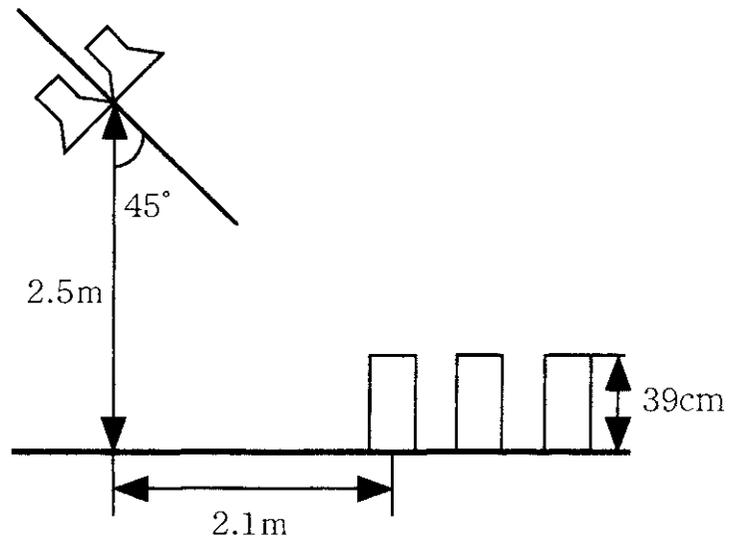
実開口でも合成開口でも似た傾向が現れるため、分解能にあまり依存しないことが理解される。このことより、逆に偏波レーダであれば、その特徴を捉えることができるので、偏波レーダの重要性が確認される。

8.3 Polarization Anisotropy 係数

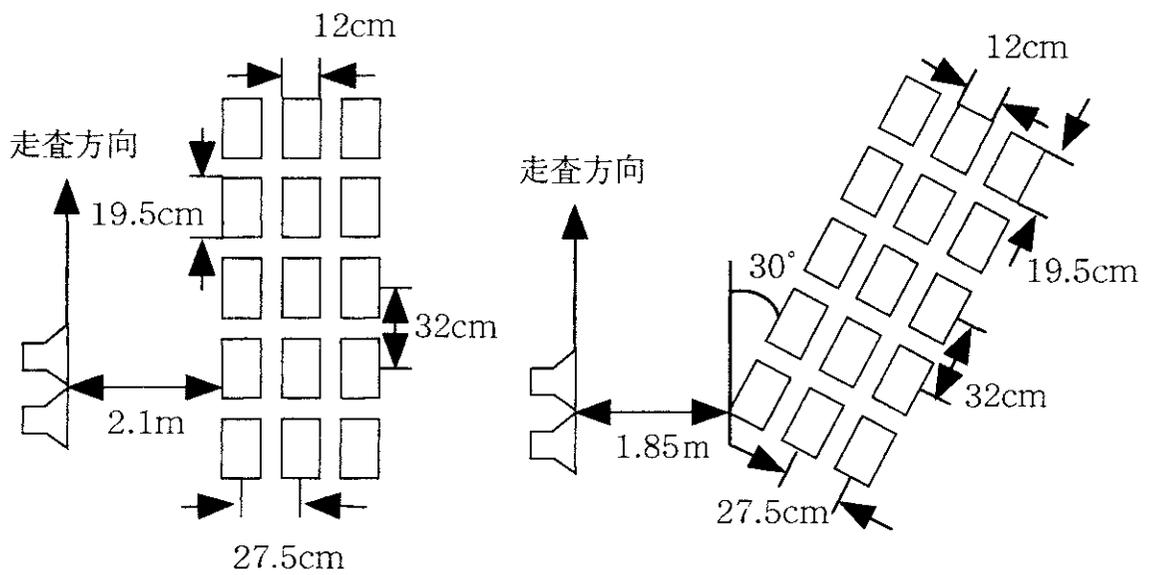
散乱行列を対角化したとき、
$$[S(\rho)] = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}$$

固有値の比
$$\mu = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{|\lambda_1| e^{j\phi_1} - |\lambda_2| e^{j\phi_2}}{|\lambda_1| e^{j\phi_1} + |\lambda_2| e^{j\phi_2}}$$

を実数化し、
$$\Rightarrow \mu' = \frac{|\mu| - 1}{|\mu| + 1}$$



(a) 側面図



(b) 倒壊パターン 1, 2 の平面図 (c) 倒壊パターン 3 の平面図

図8.1 測定状況図



図8.2 測定状況写真

表8.1 測定パラメータ

中心周波数	11GHz
掃引周波数幅	1GHz, 300MHz
測定点数	64点
測定間隔	1cm
使用偏波	HH, VH, VV

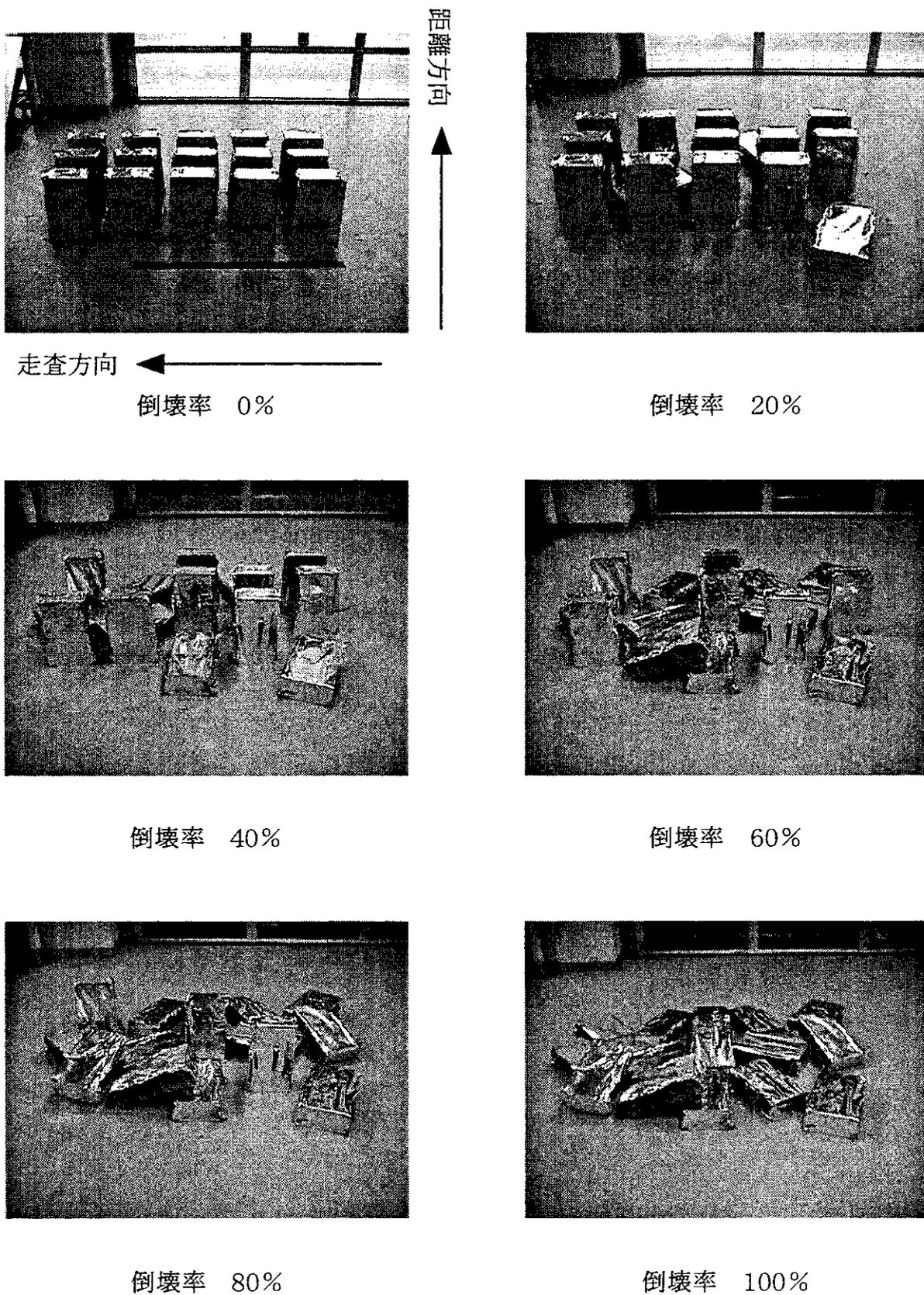


図8.3 倒壊パターン1 倒壊状況写真

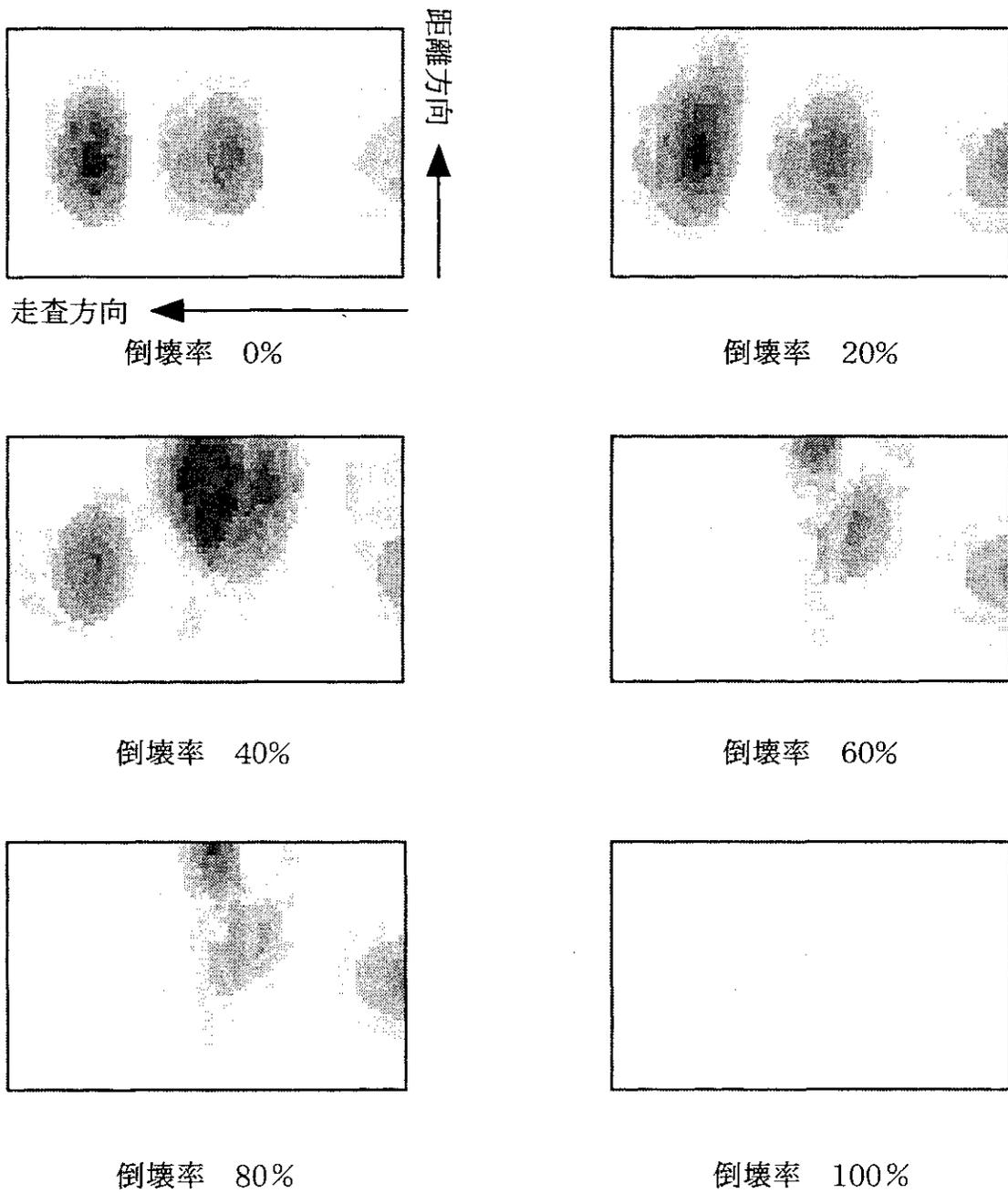
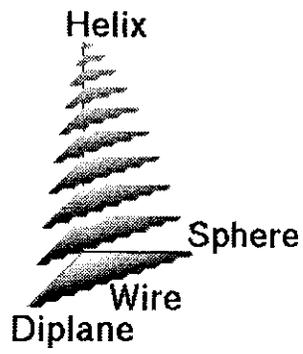


図8.4 倒壊パターン1の3成分分解図 (1GHz)

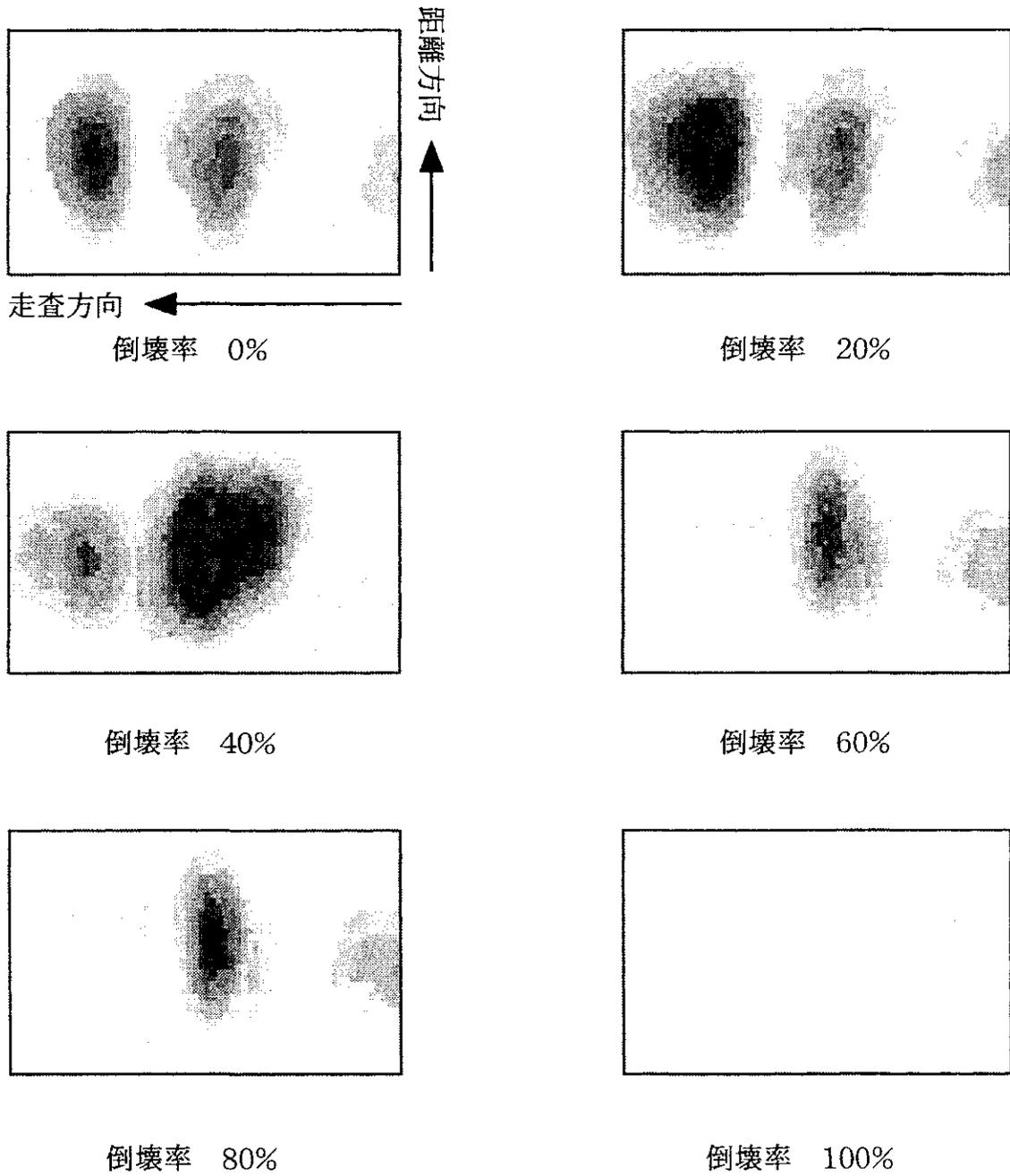
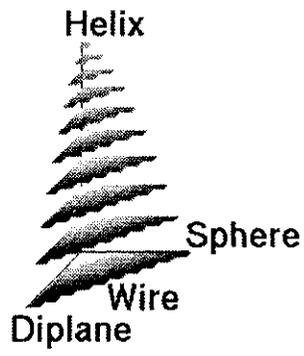


図8.5 倒壊パターン1の3成分分解図 (300MHz)

—●— Sphere成分 (1GHz) - - - - Sphere成分 (300MHz)
 —●— Diplane成分 (1GHz) - - - - Diplane成分 (300MHz)
 —●— Helix成分 (1GHz) - - - - Helix成分 (300MHz)

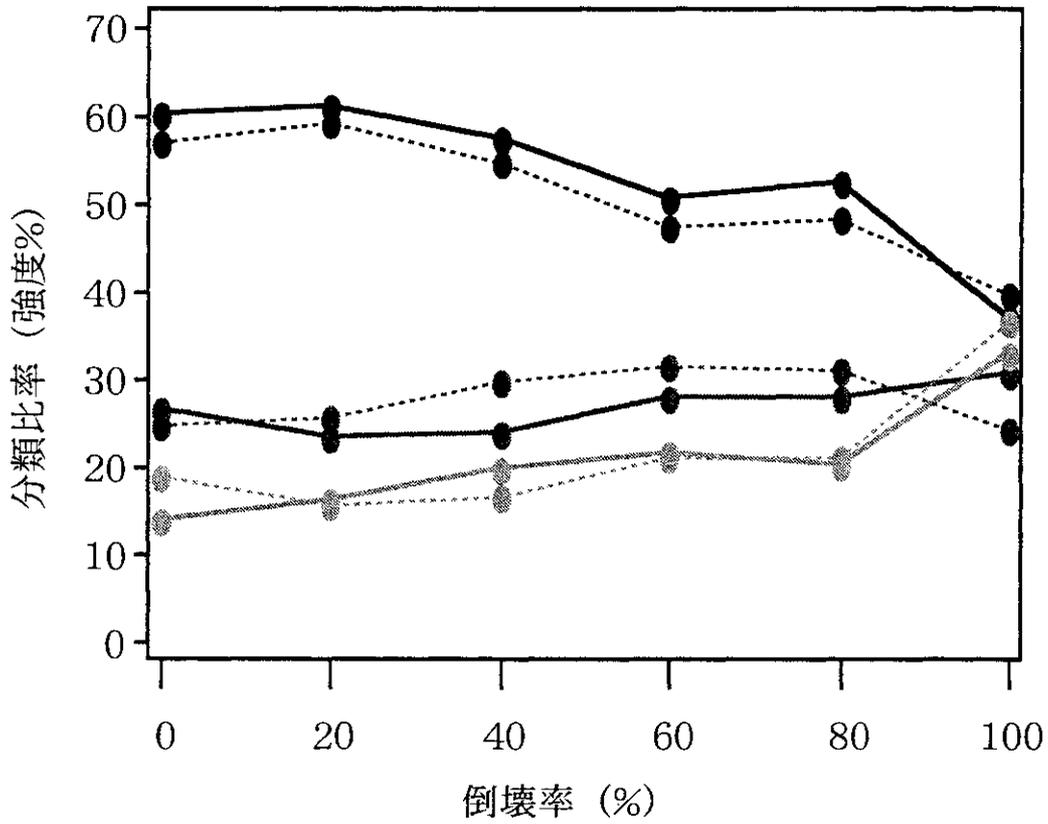


図8.6 倒壊パターン1の倒壊率と分類比率の関係

-90 -45 0 45 90 (度)

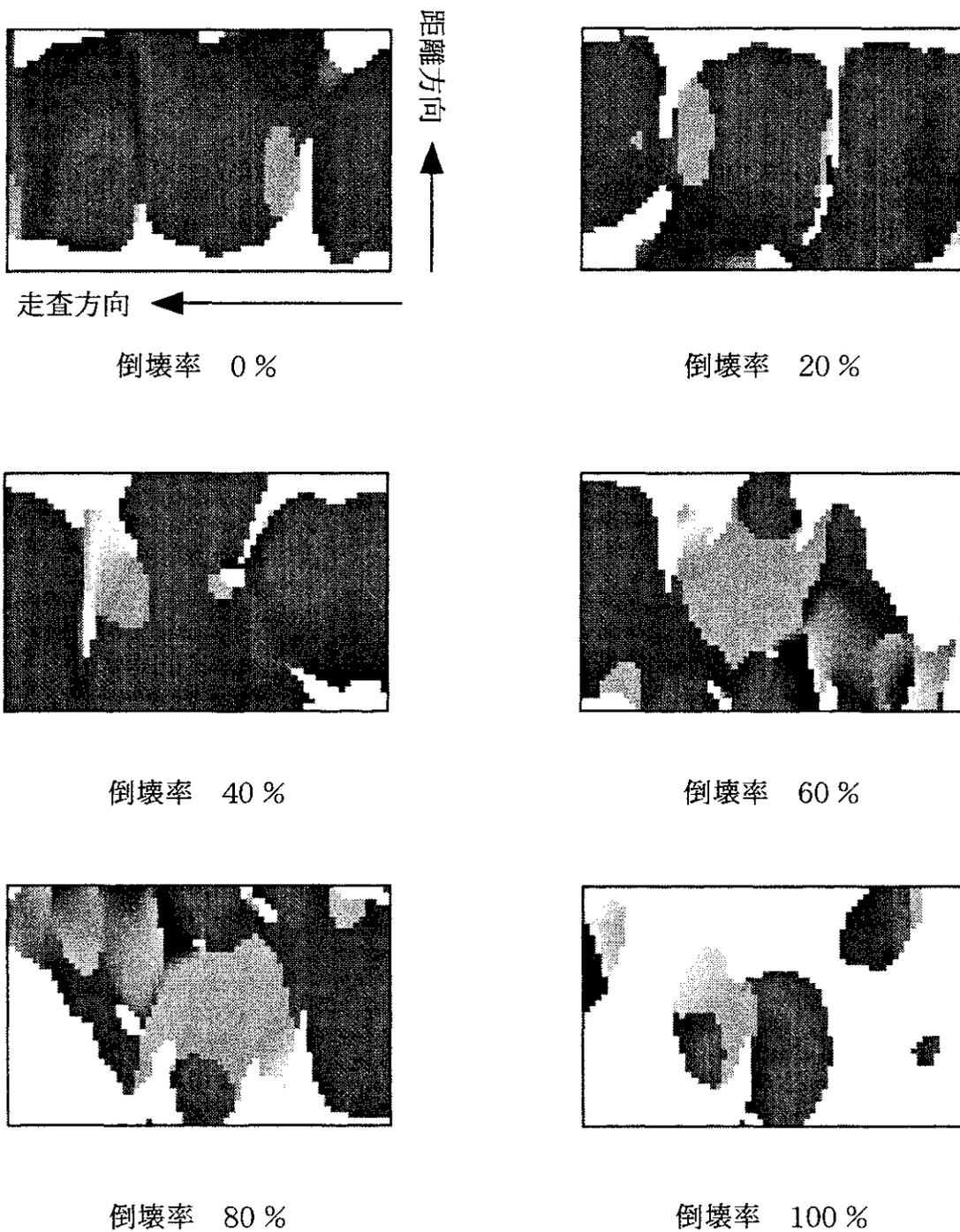


図8.7 倒壊パターン1の方向角 (1GHz)

-90 -45 0 45 90 (度)

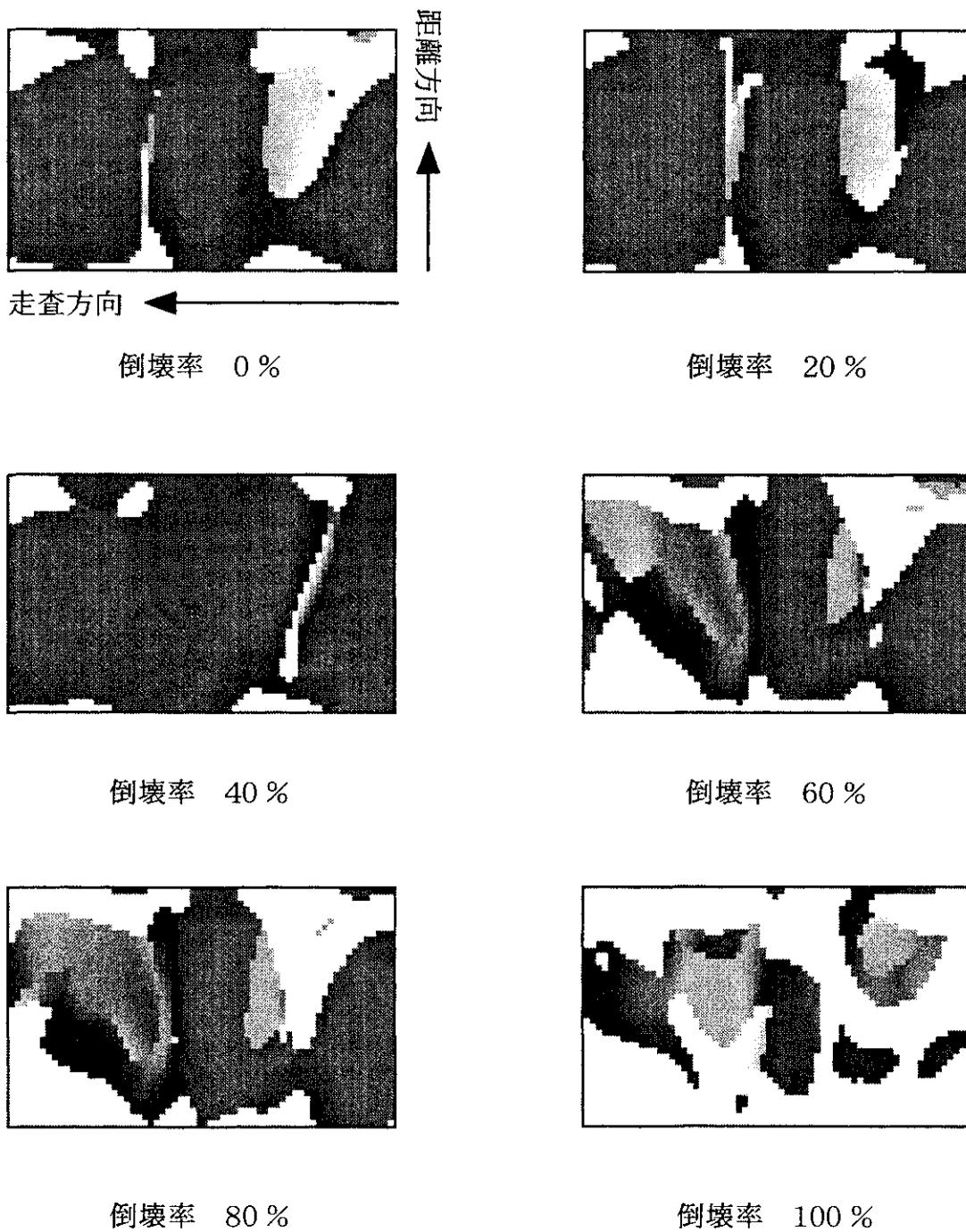
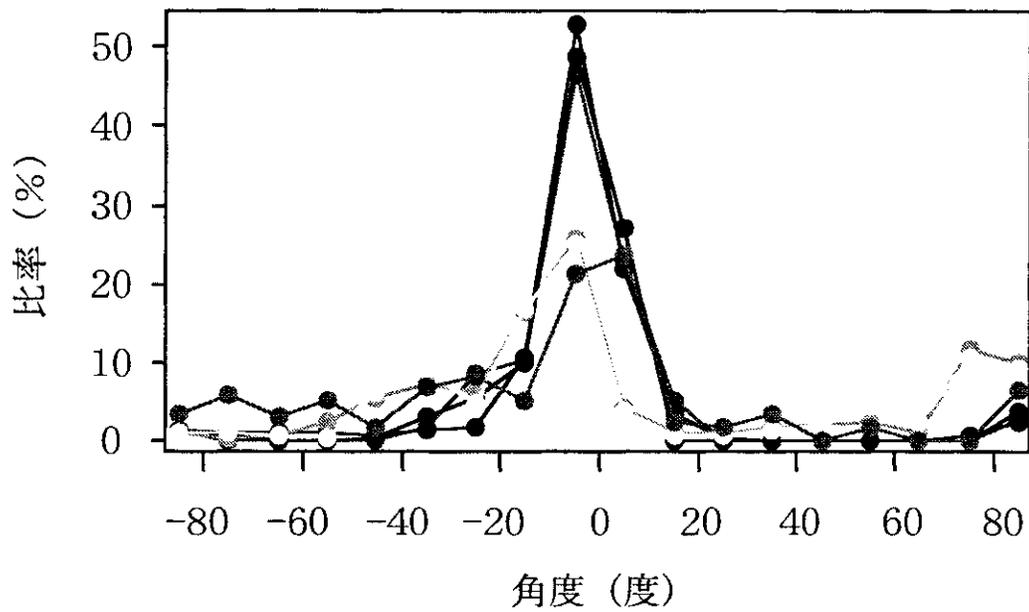
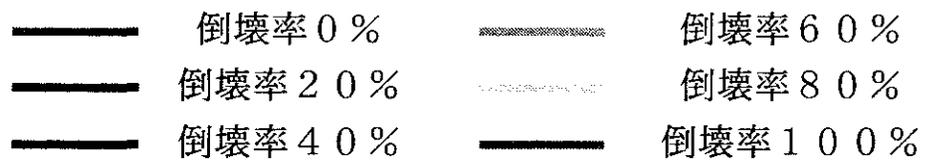
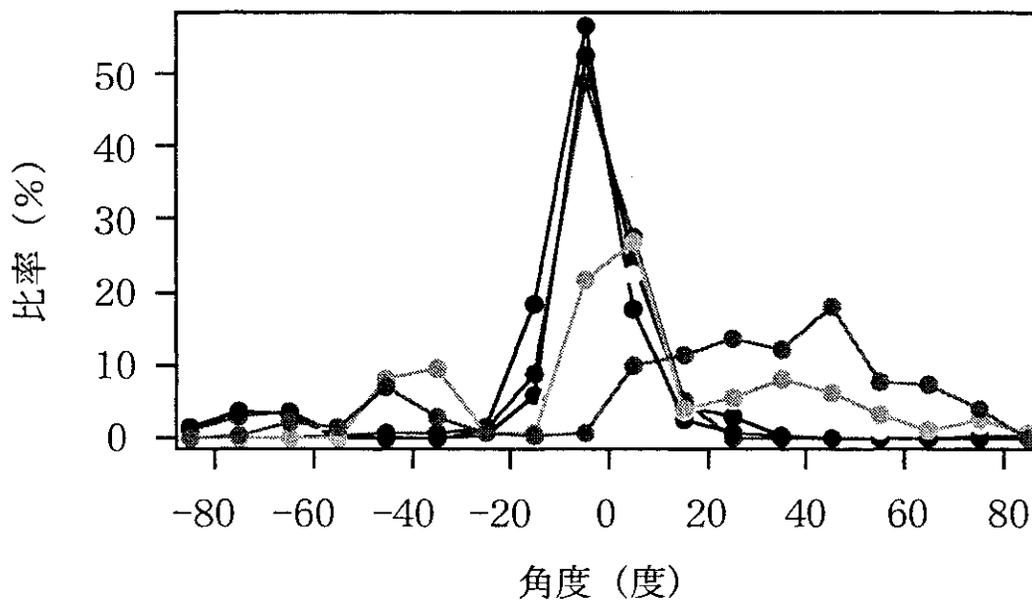


図8.8 倒壊パターン1の方向角 (300MHz)



(a) 掃引周波数幅1GHz



(b) 掃引周波数幅300MHz

図8.9 倒壊パターン1の検出角度比率

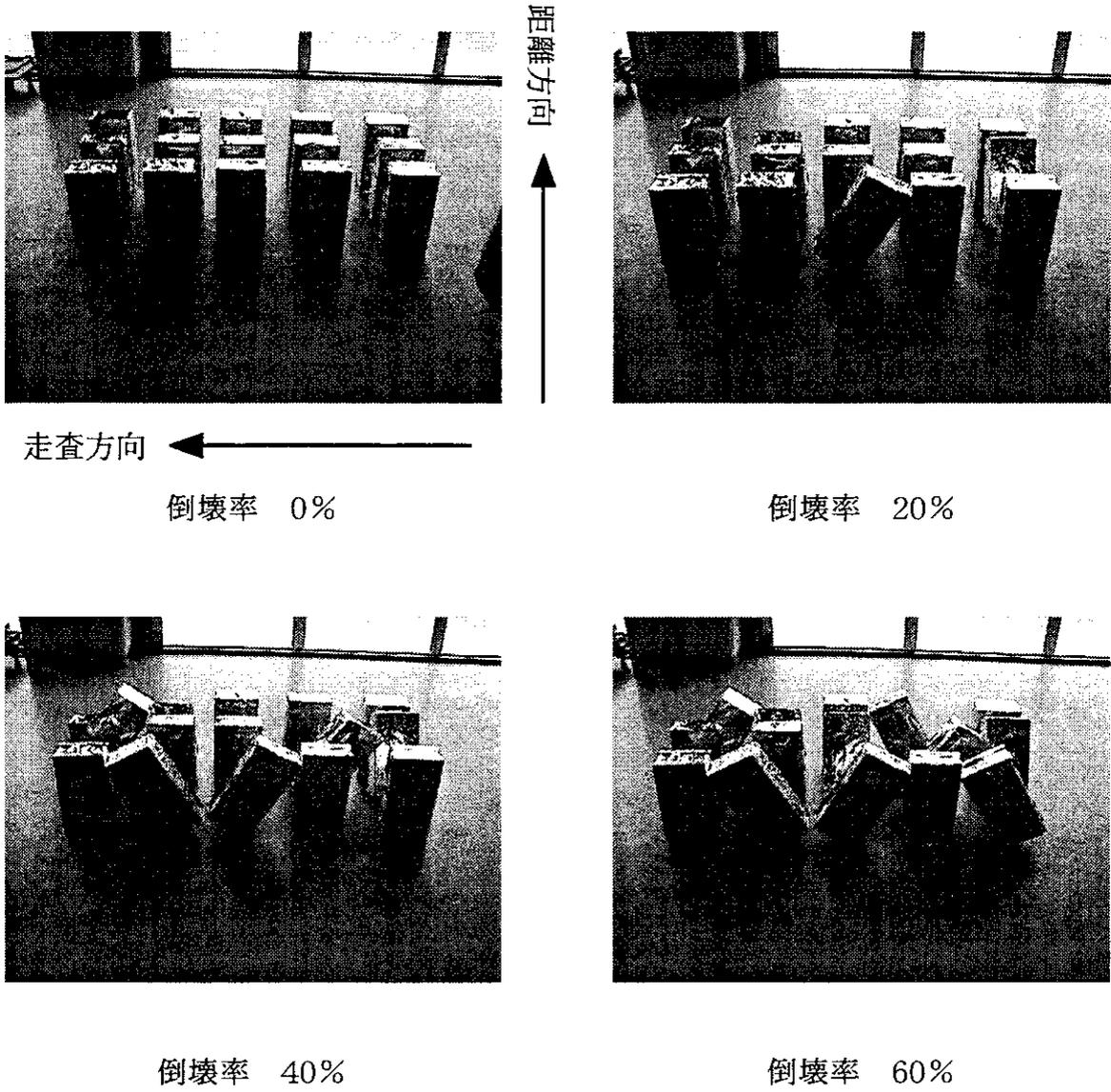


図8.10 倒壊パターン2 倒壊状況写真

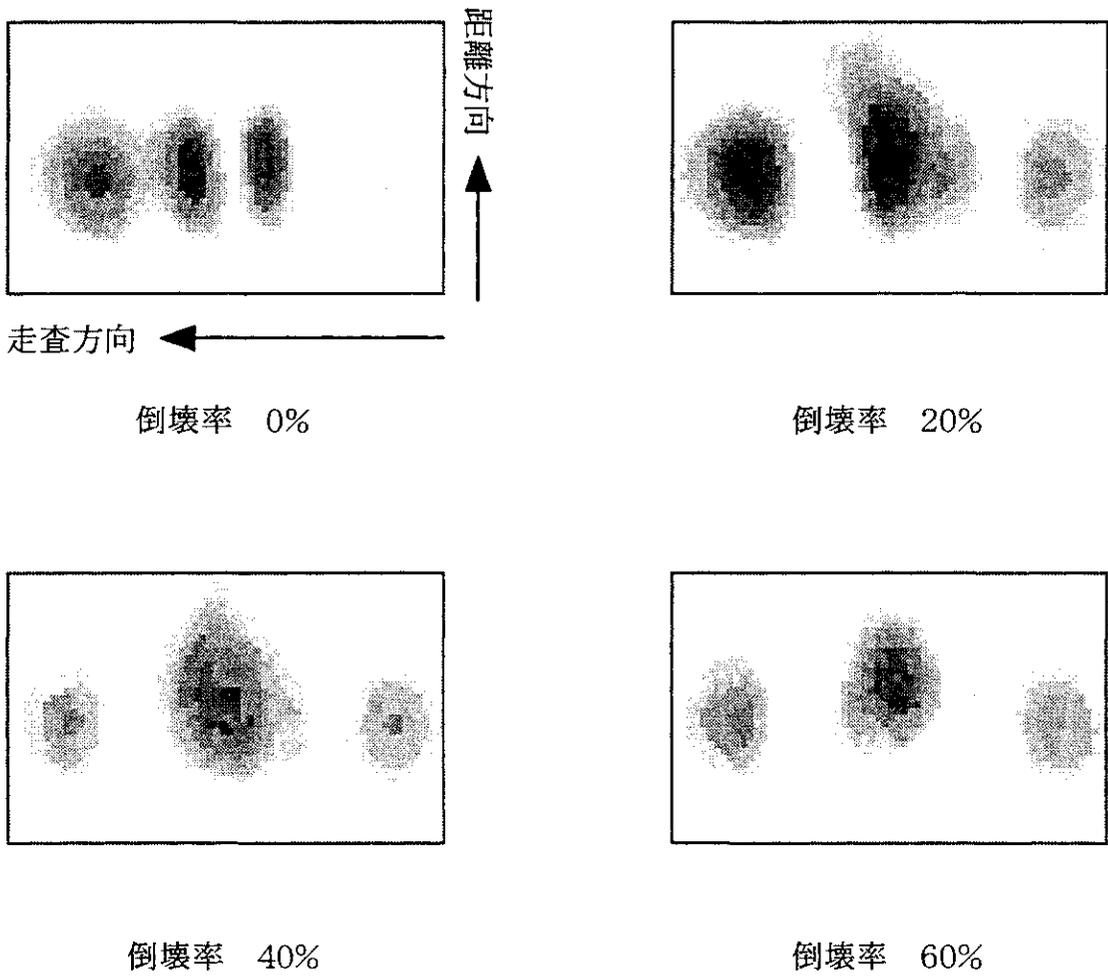
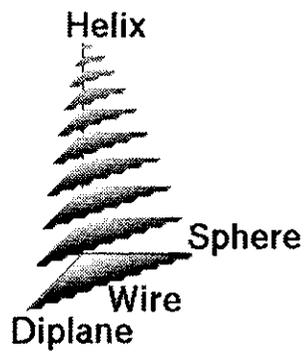


図8.11 倒壊パターン2の3成分分解図 (1GHz)

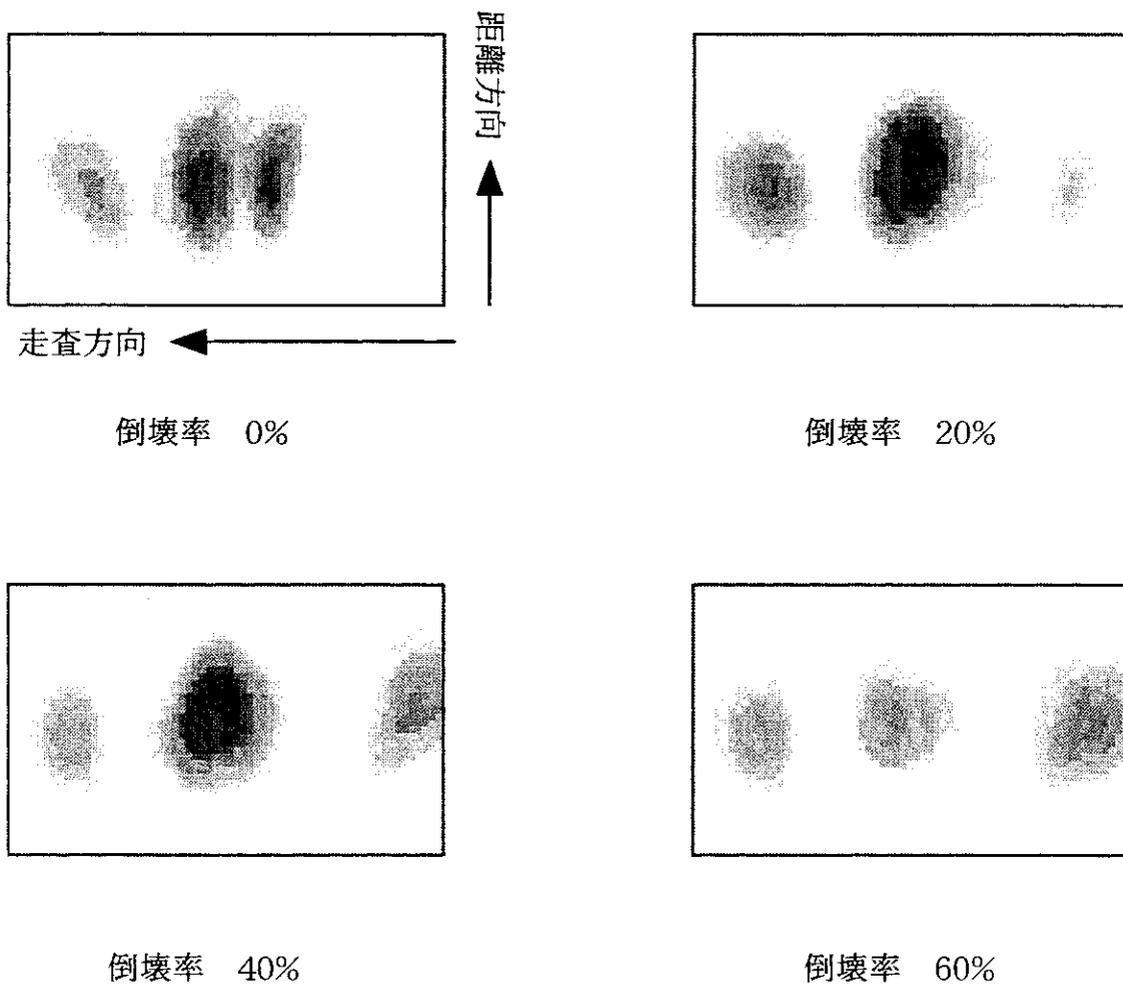
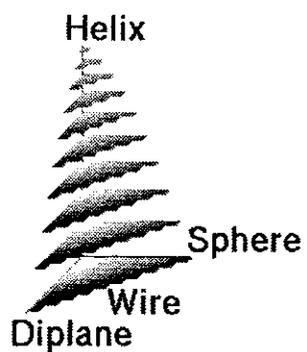


図8.12 倒壊パターン2の3成分分解図 (300MHz)

—●— Sphere成分 (1GHz) Sphere成分 (300MHz)
 —●— Diplane成分 (1GHz) Diplane成分 (300MHz)
 —●— Helix成分 (1GHz) Helix成分 (300MHz)

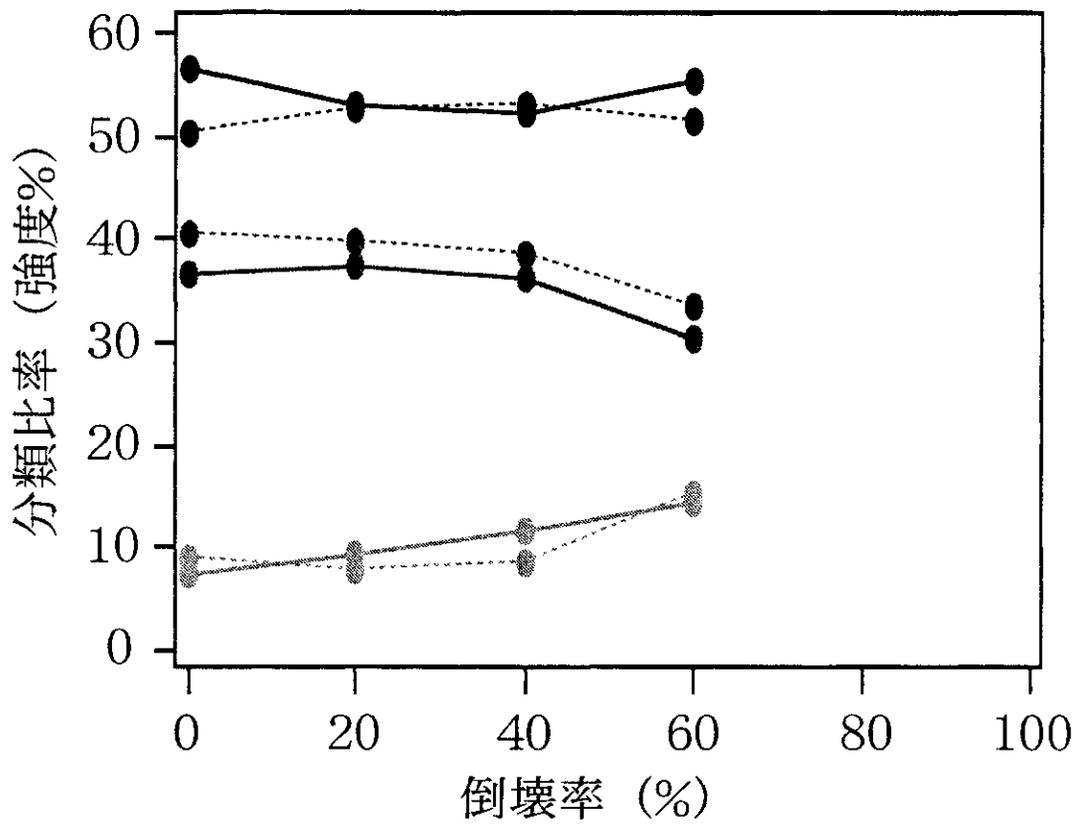
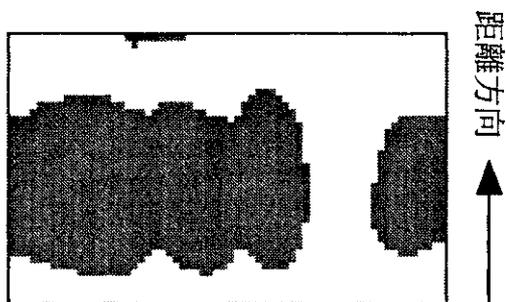


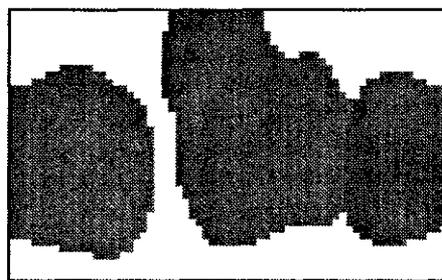
図8.13 倒壊パターン2の倒壊率と分類比率の関係

-90 -45 0 45 90 (度)

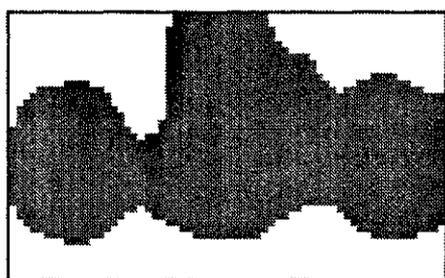


走査方向 ←

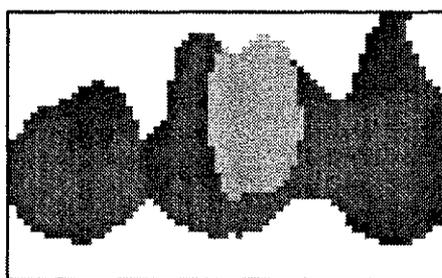
倒壊率 0%



倒壊率 20%



倒壊率 40%



倒壊率 60%

図8.14 倒壊パターン2の方向角 (1GHz)

-90 -45 0 45 90 (度)

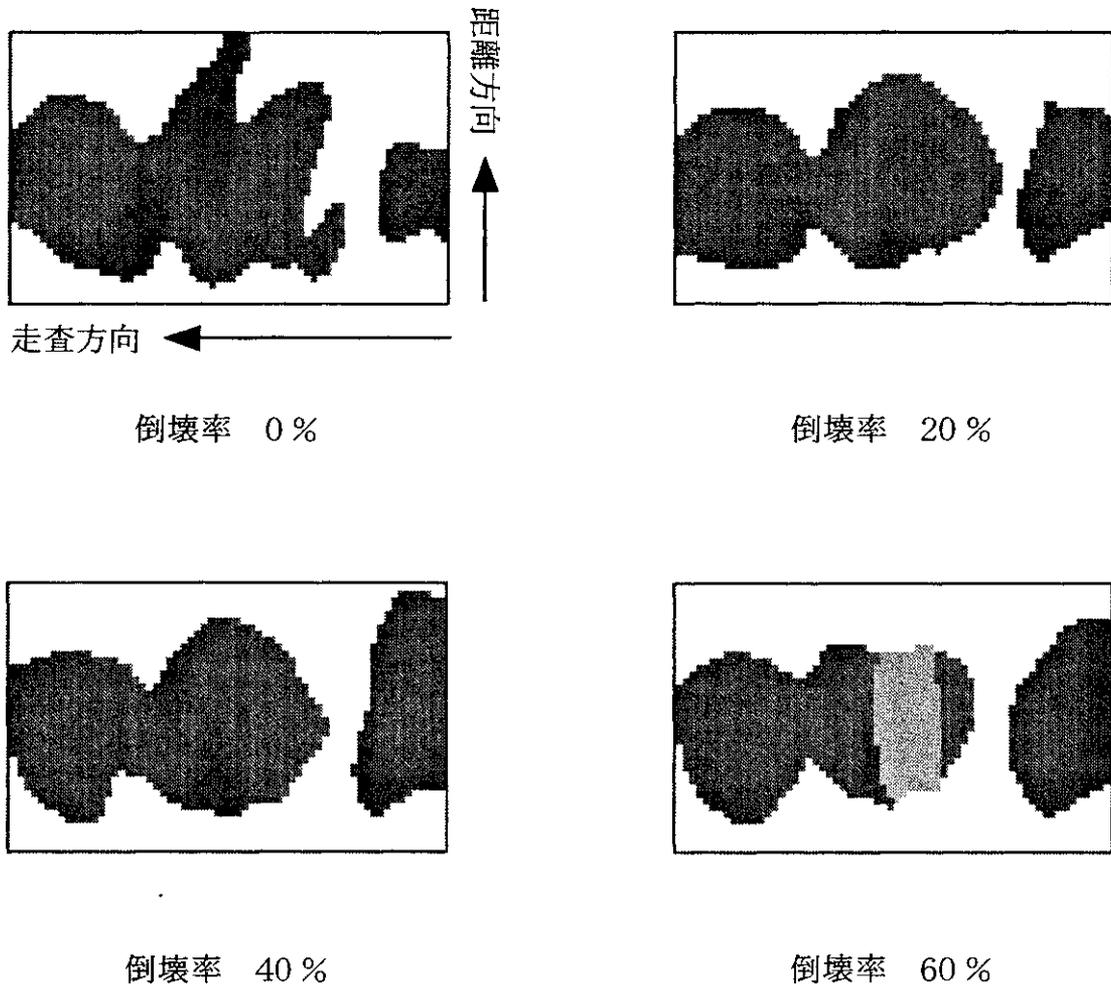
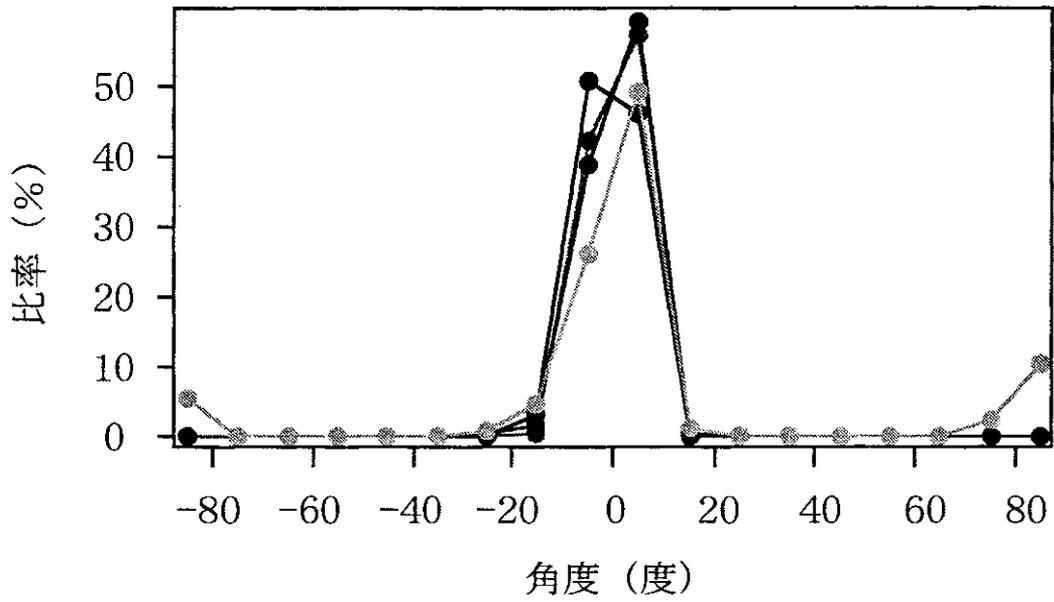


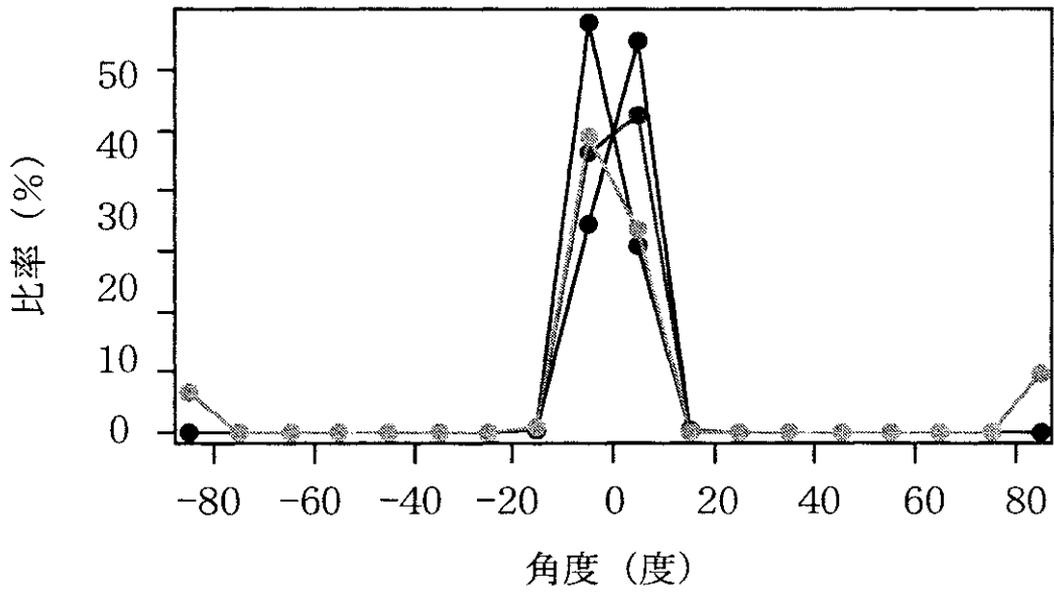
図8.15 倒壊パターン2の方向角 (300MHz)

倒壊率 0 %
 倒壊率 40 %

倒壊率 20 %
 倒壊率 60 %



(a) 掃引周波数幅1GHz



(b) 掃引周波数幅300MHz

図8.16 倒壊パターン2の検出角度比率

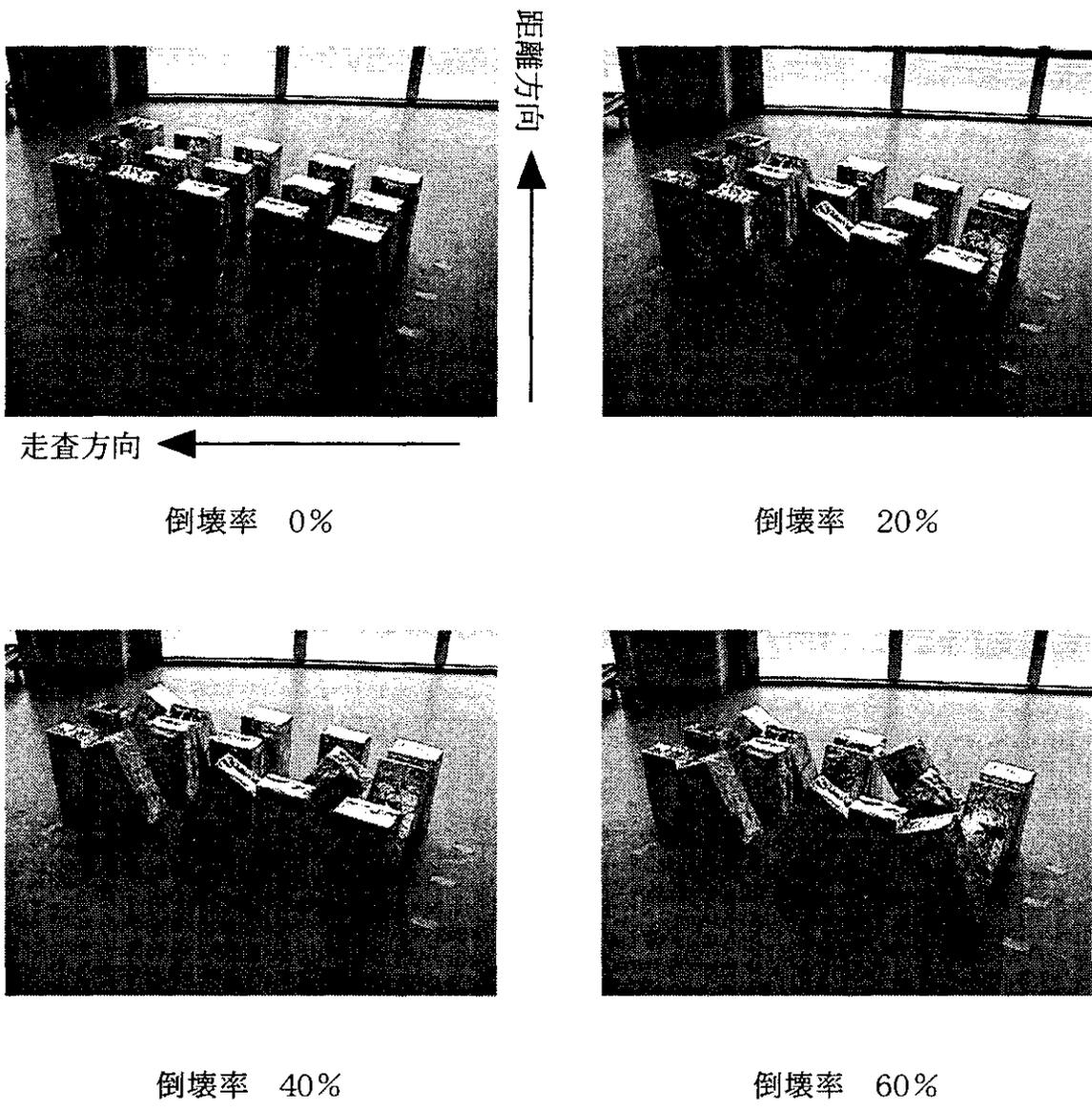


図8.17 倒壊パターン3 倒壊状況写真

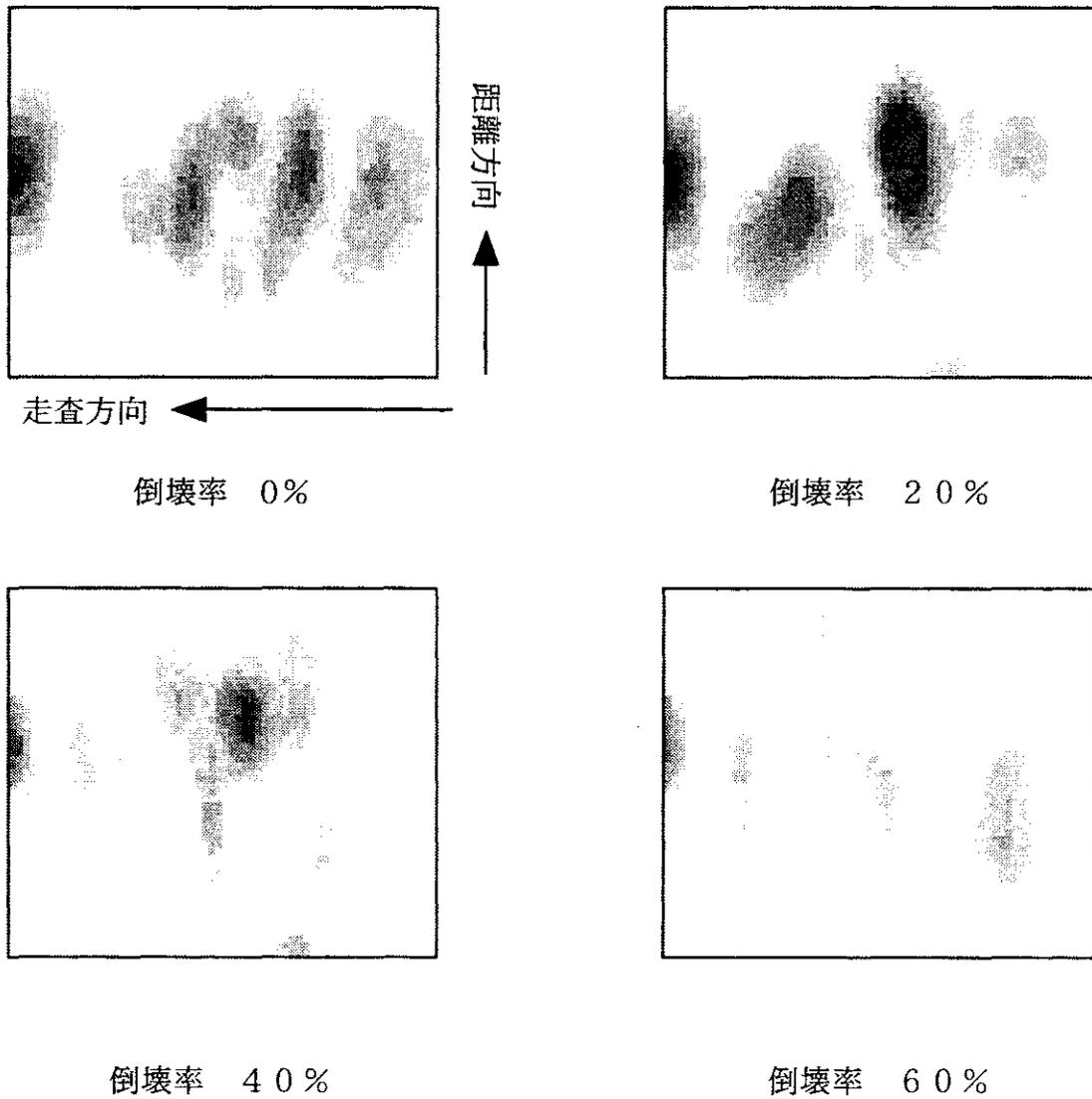
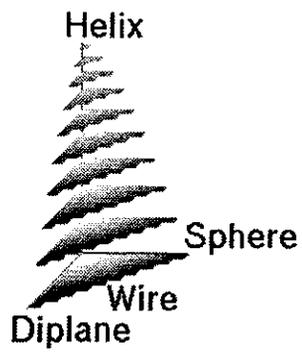


図8.18 倒壊パターン3の3成分分解図 (1GHz)

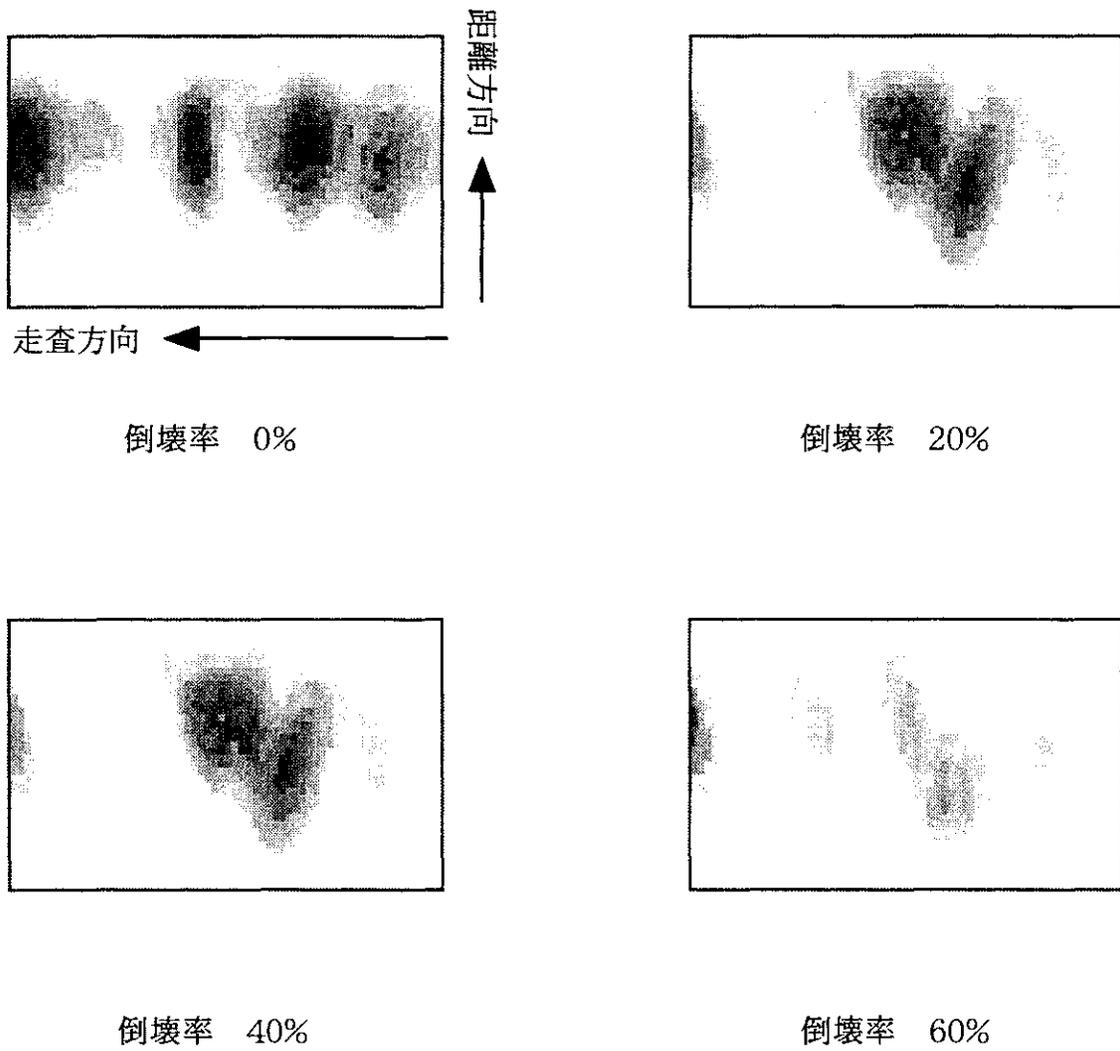
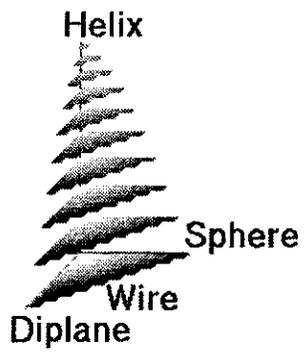


図8.19 倒壊パターン3の3成分分解図 (300MHz)

—●— Sphere成分 (1GHz) Sphere成分 (300MHz)
 —●— Diplane成分 (1GHz) Diplane成分 (300MHz)
 —●— Helix成分 (1GHz) Helix成分 (300MHz)

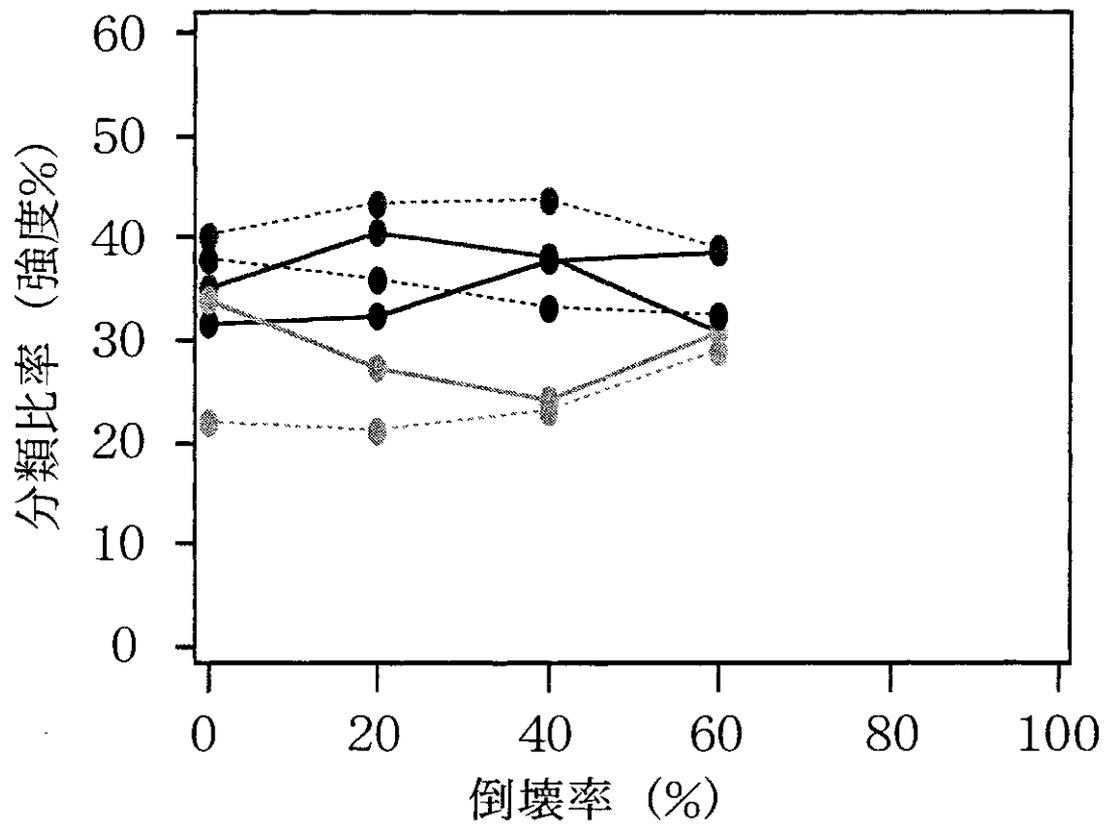
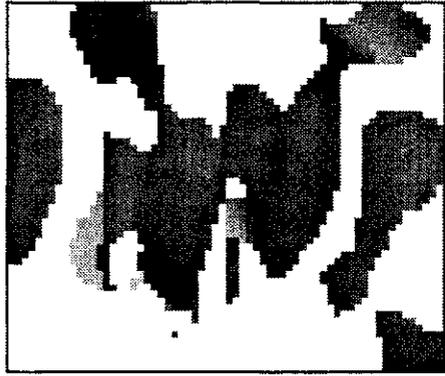
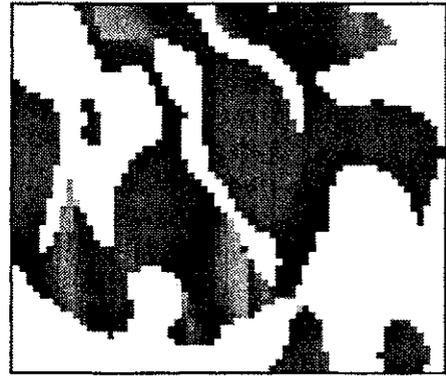


図8.20 倒壊パターン3の倒壊率と分類比率の関係

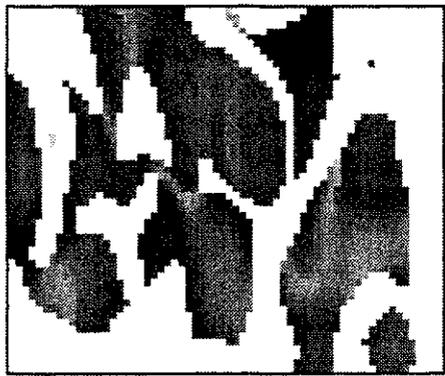
-90 -45 0 45 90 (度)



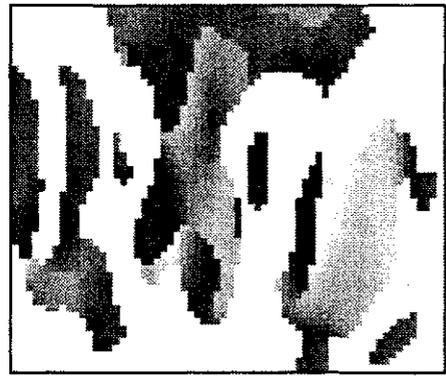
走査方向 ←
倒壊率 0%



倒壊率 20%



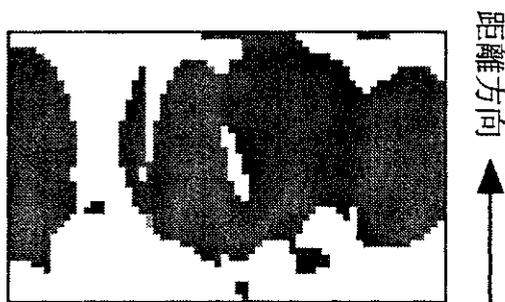
倒壊率 40%



倒壊率 60%

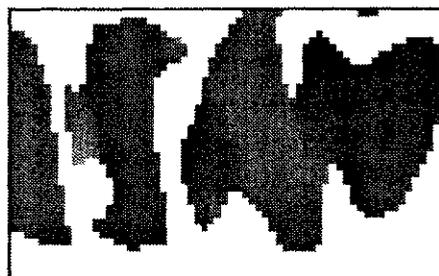
図8.21 倒壊パターン3の方向角 (1GHz)

-90 -45 0 45 90 (度)



走査方向 ←

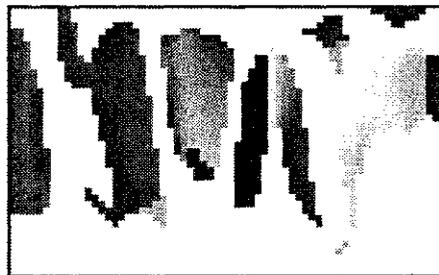
倒壊率 0%



倒壊率 20%

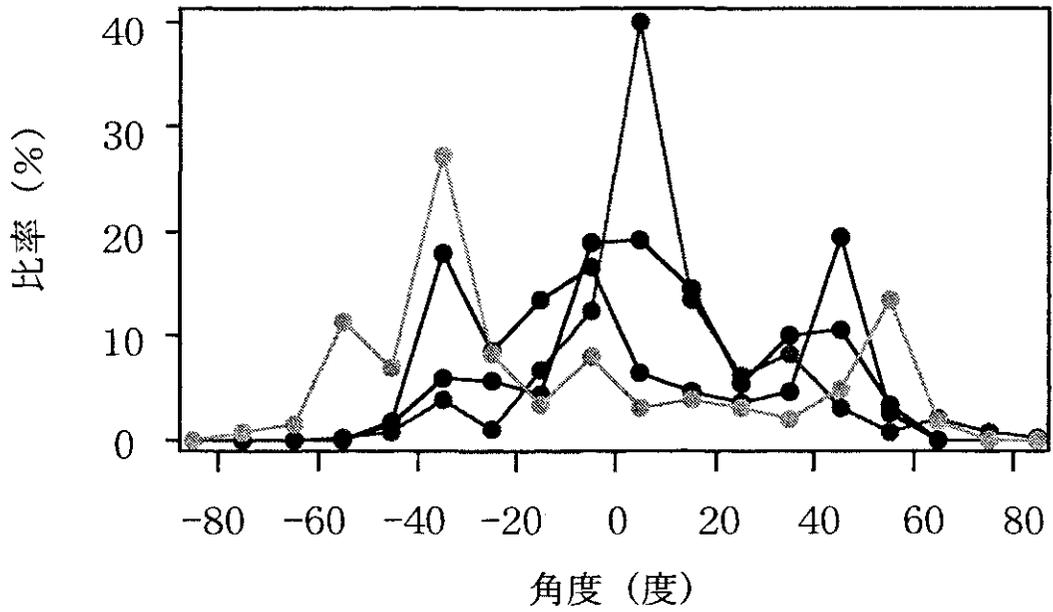
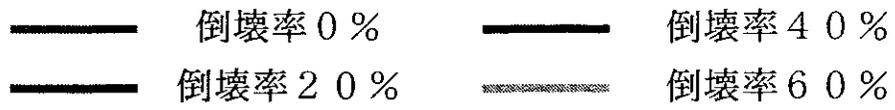


倒壊率 40%

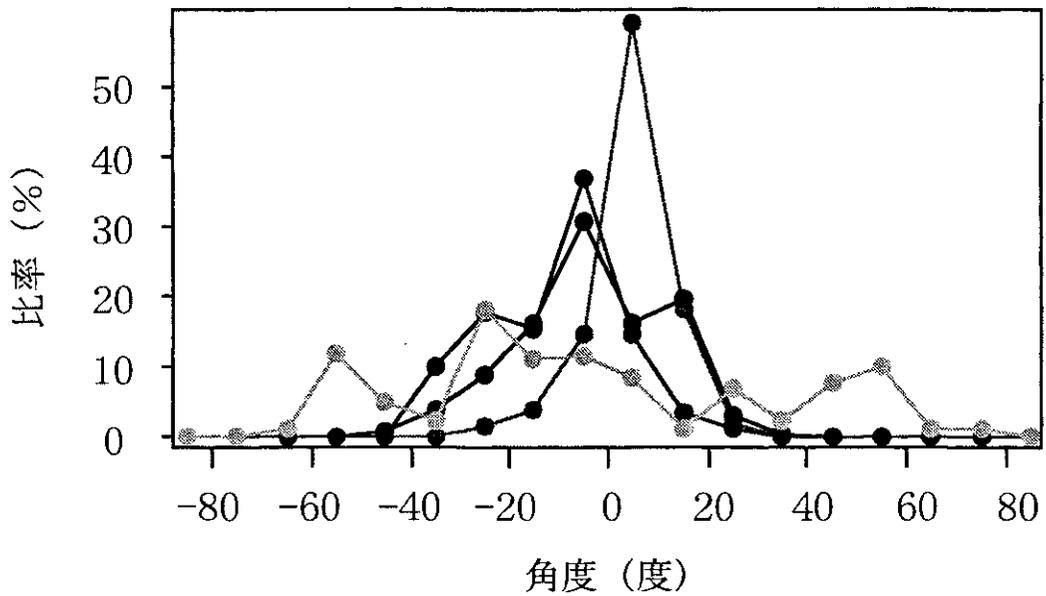


倒壊率 60%

図8.22 倒壊パターン3の方向角 (300MHz)



(a) 掃引周波数幅1GHz



(b) 掃引周波数幅300MHz

図8.23 倒壊パターン3の検出角度比率

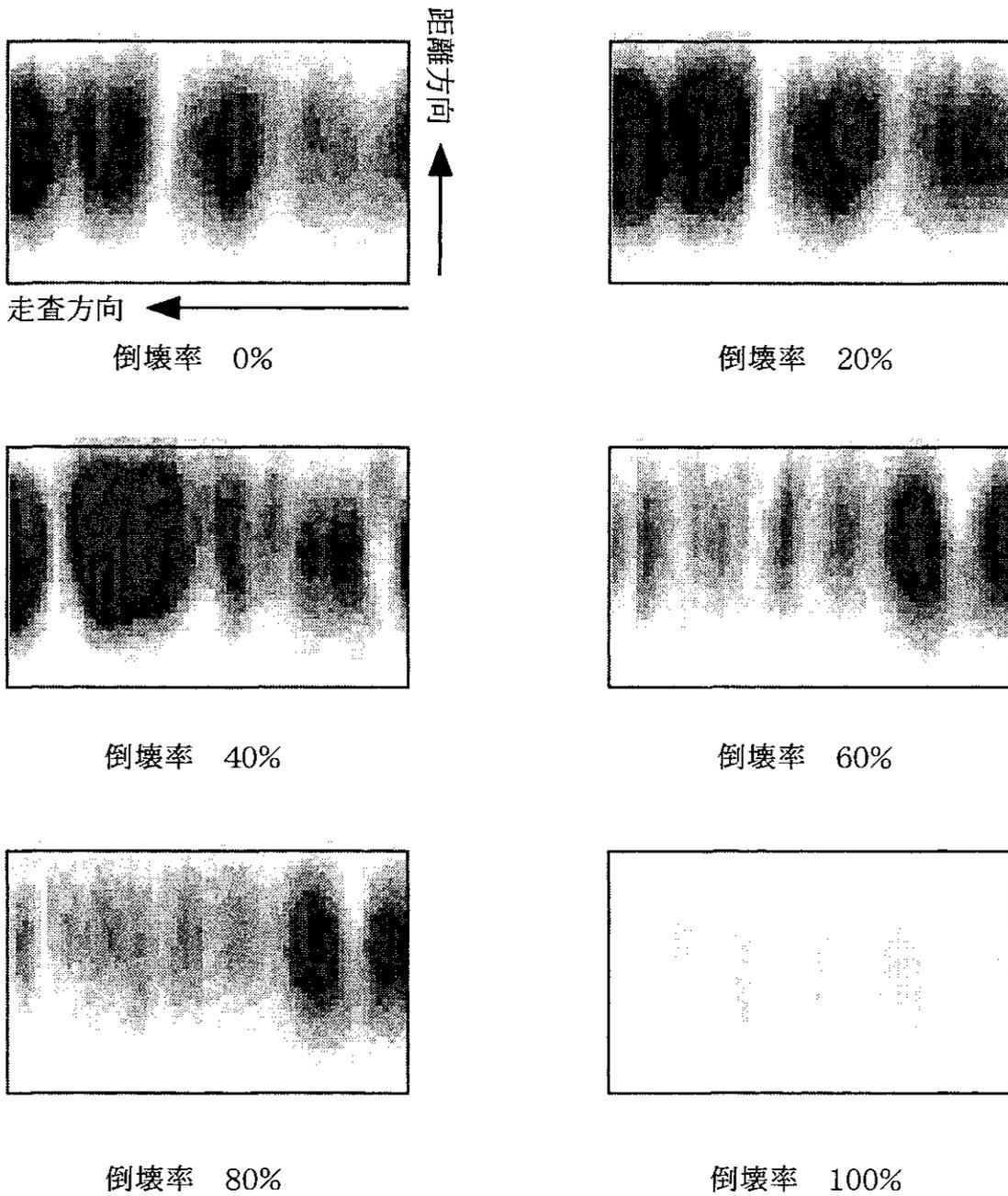
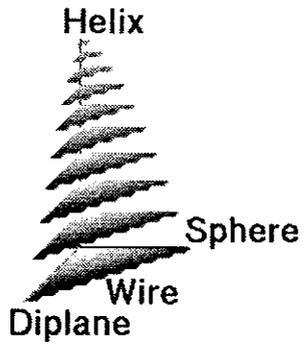


図8.24 倒壊パターン1の3成分分解図 (実開口300MHz)

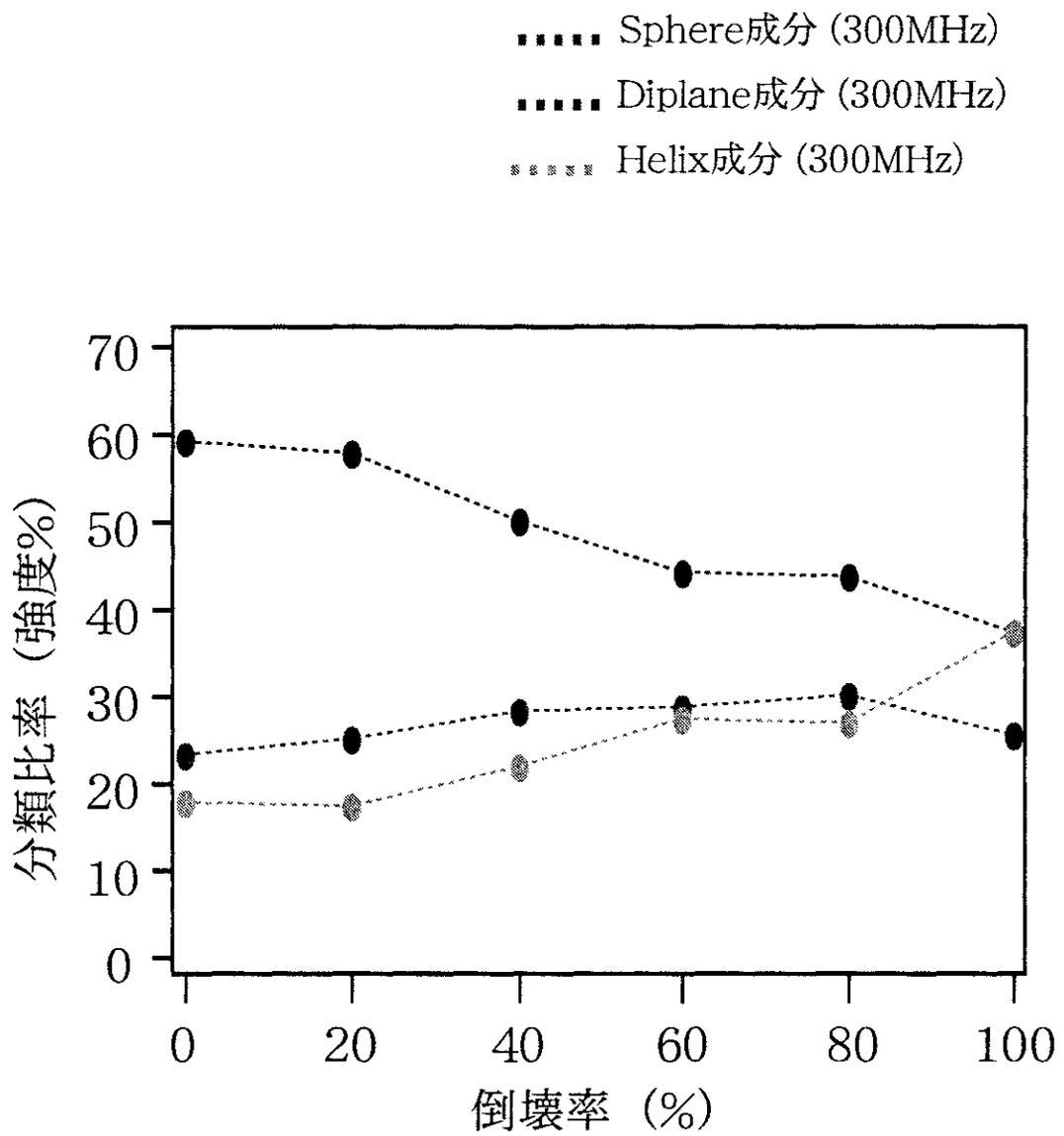


図8.25 倒壊パターン3の倒壊率と分類比率の関係 (実開口)

-90 -45 0 45 90 (度)

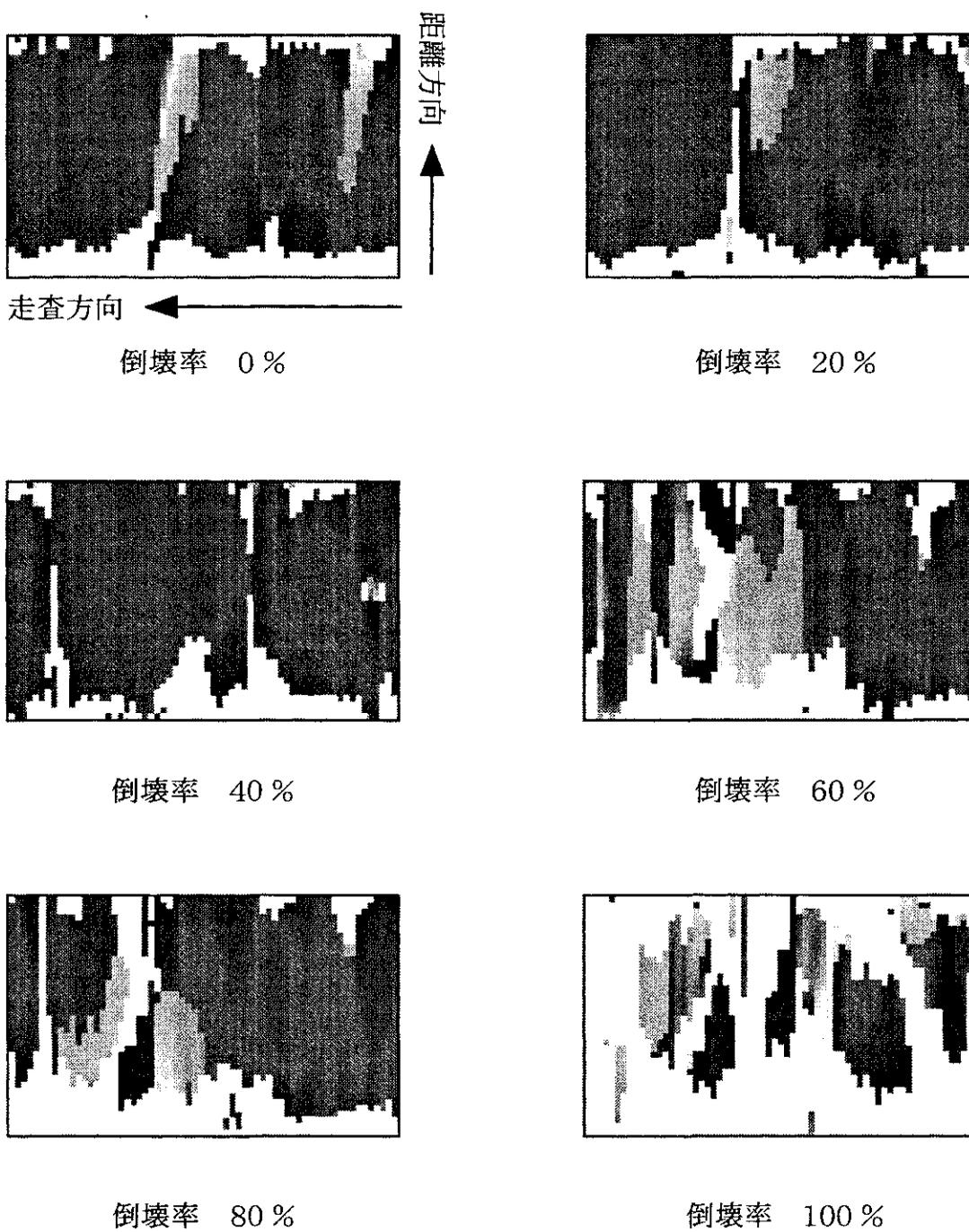
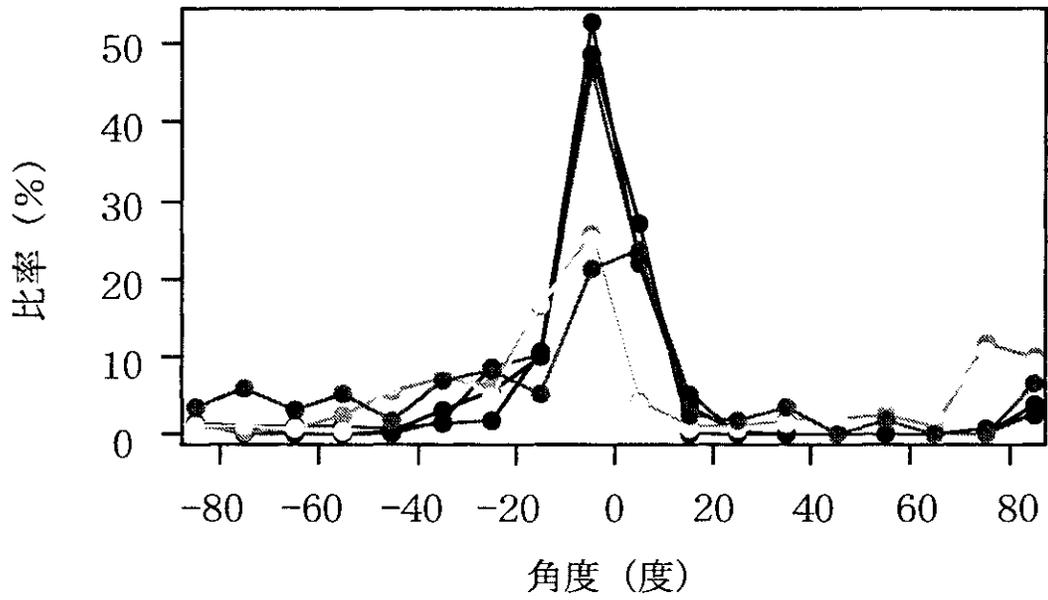
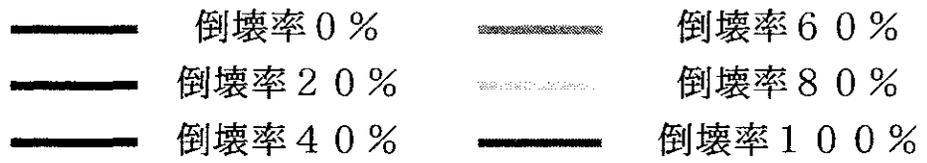


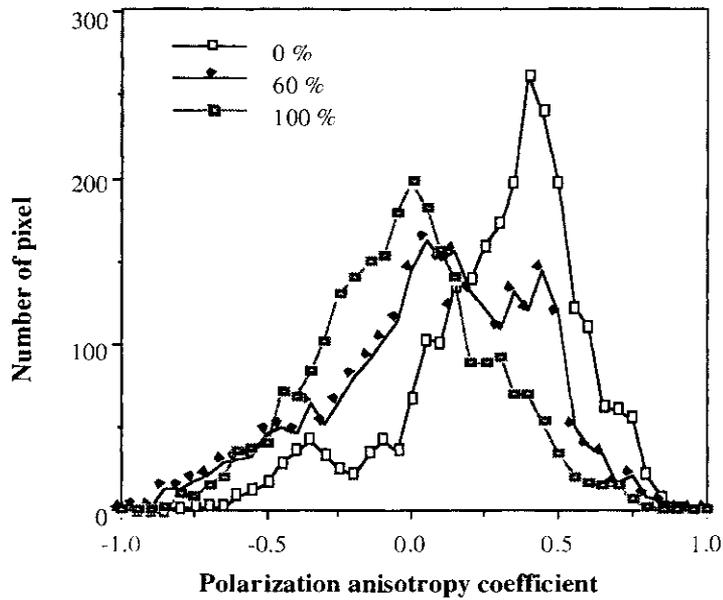
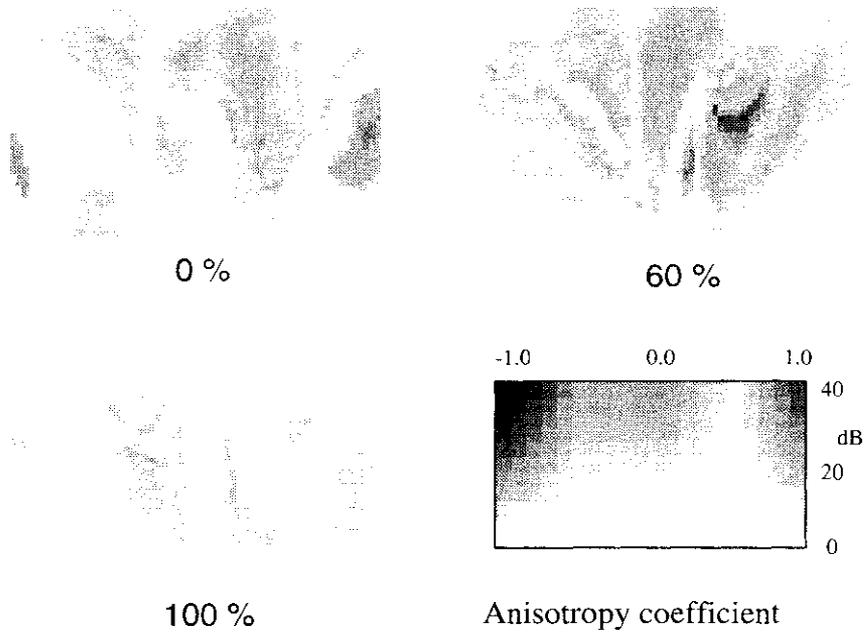
図8.26 倒壊パターン1の方向角 (実開口300MHz)



掃引周波数幅 300 MHz

図8.27 倒壊パターン1の検出角度比率 (実開口)

をPolarization Anisotropy係数として、同じ取得データで比較してみた。図8.28に示す。倒壊と共に、レベルが小さくなっていく様子が分かる。



Anisotropy coefficient distribution

図8.28 倒壊に伴うAnisotropy係数の変化

8.4 電波暗室内でのモデル実験

前節とはサイズの異なるモデルを使って、再度実験を繰り返した。図8.4.1は測定状況を示している。電波暗室内でX-Y Positionerにて、4個のXバンドアンテナを移動させた。位置精度は1 mmである。このPositionerによって、アンテナを精度良く移動させることができた。正確なアンテナの位置が決定できるので、合成開口処理でも画像精度は格段に向上した。前節と同様の実験であるが、航空機SARを模擬して、得られた画像をSlant rangeから地上投影し、最終結果は地図と同じように見えるように工夫した。

Experiment in anechoic chamber

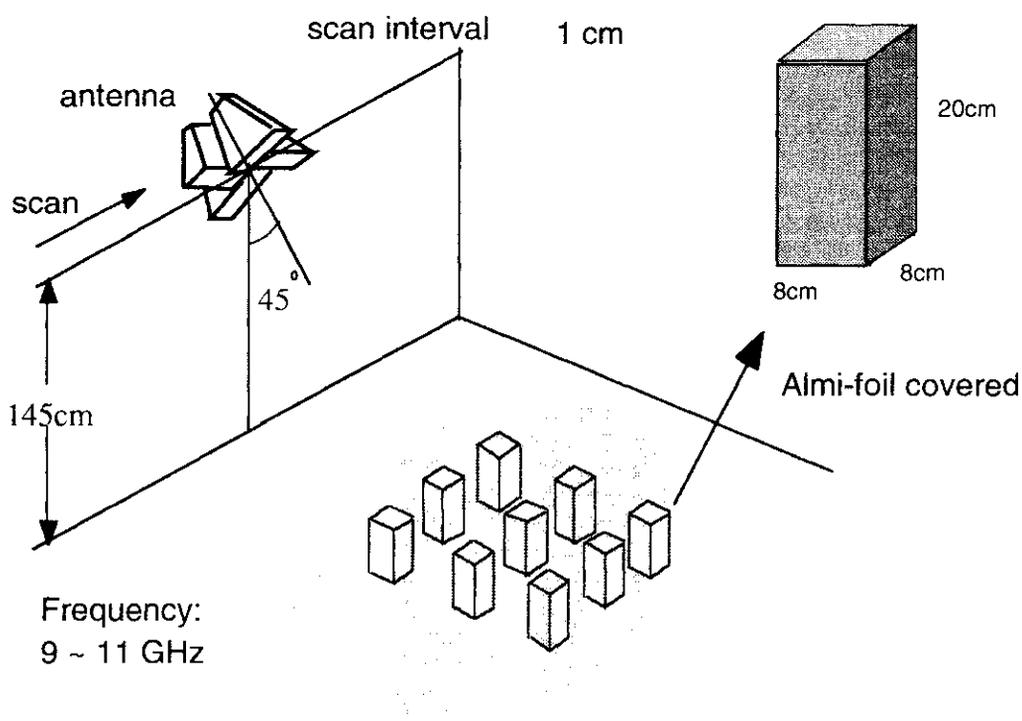


図8.4.1 測定状況

図8.4.2は、9個の建物の配置と倒壊によってつぶれた建物の位置を示す。壊れた建物の数で倒壊率を算定している。

Experimental situations

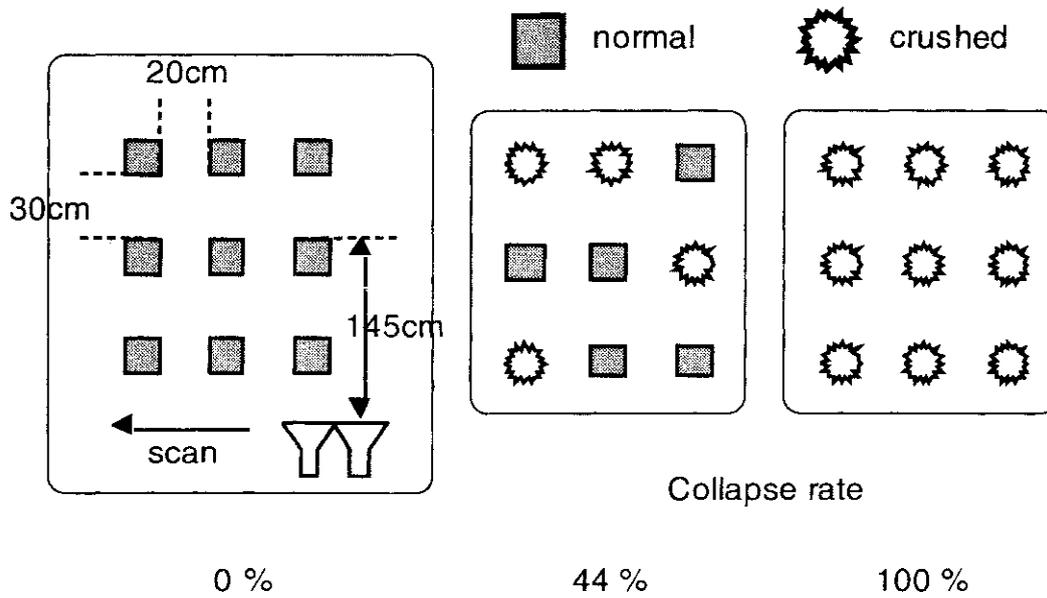


図8.4.2 上から見下ろした配置

この状況に対して、散乱行列を取得し、3成分分解を施した。図8.4.3に倒壊率と3成分の関係を示す。

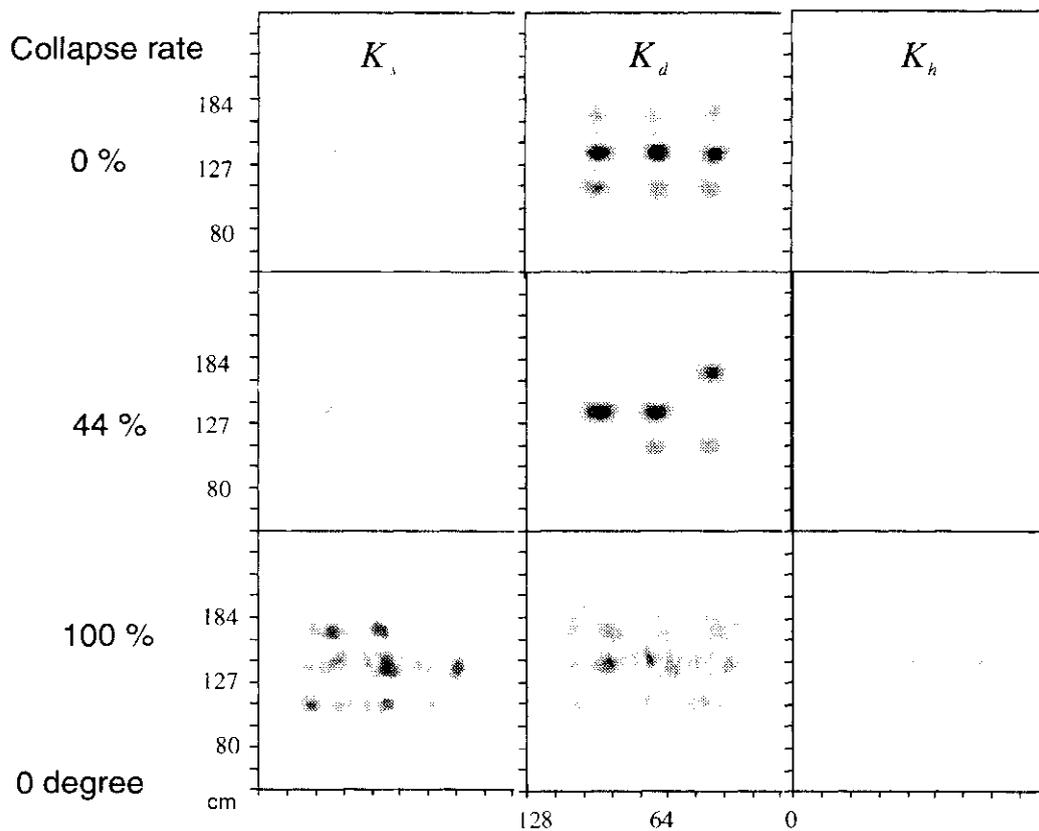


図8.4.3 倒壊率と3成分

Experimental situations

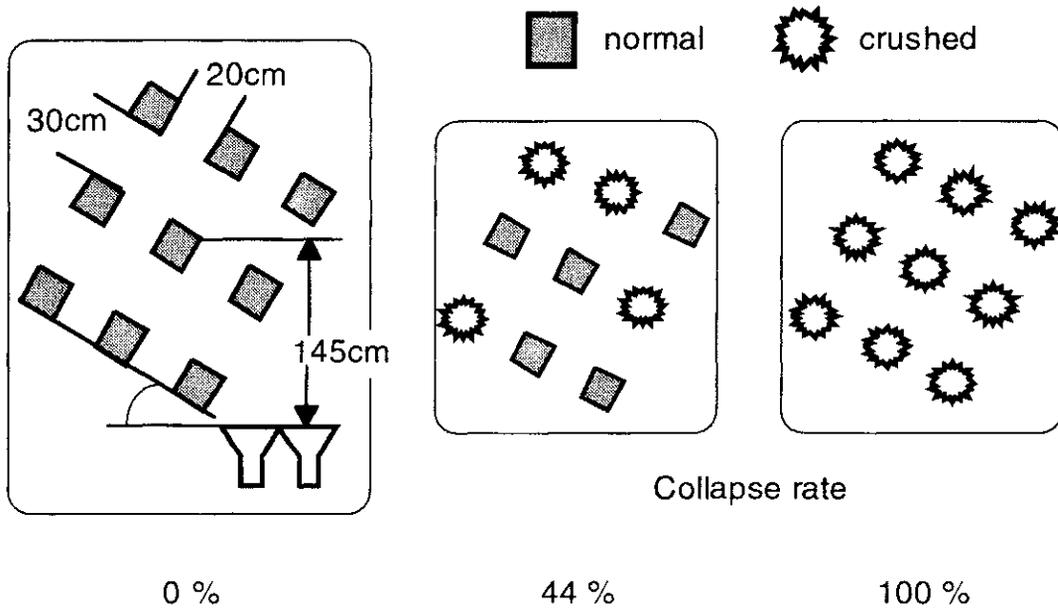


図8.4.4 上から見下ろした配置

この状況に対して、図8.4.5に倒壊率と3成分の関係を示す。

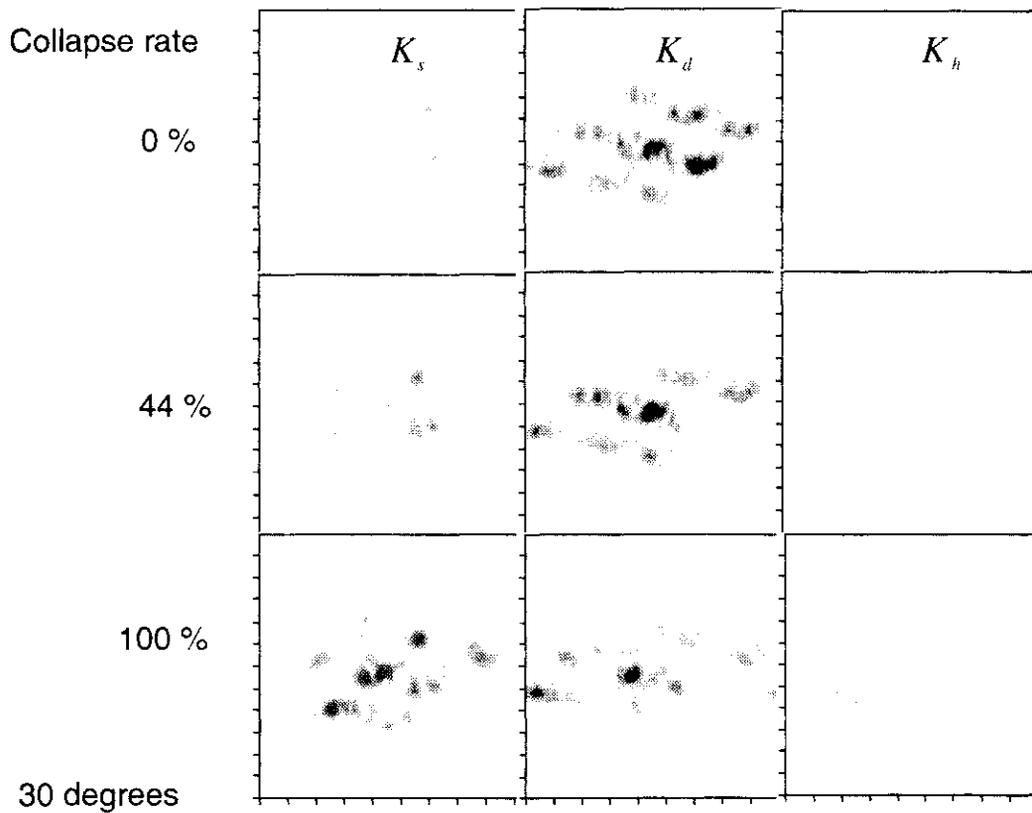


図8.4.5 倒壊率と3成分

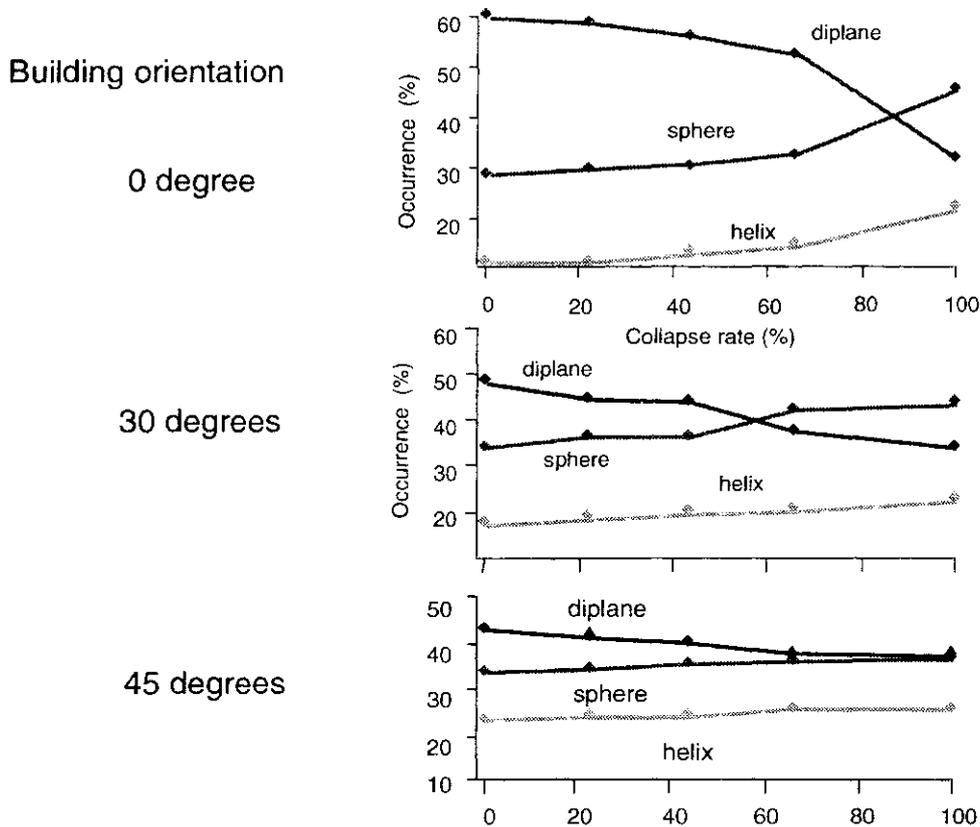


図8.4.6 倒壊率と3成分の変化

倒壊率と3成分の変化を調べたものが図8.4.6である。8.2での結果と同様の傾向を示していることがわかる。どの角度でも倒壊が進むにつれて、複雑な散乱の合成になり、1回に見える反射成分が多くなる。

次に、entropyと角度 $\bar{\alpha}$ による評価を行った。図8.4.7に2つのケースでの分布を示す。倒壊が進むにつれて、全体的に $\bar{\alpha} = 45^\circ$ (ワイヤに相当)に向かって移動して行くような傾向が見られる。

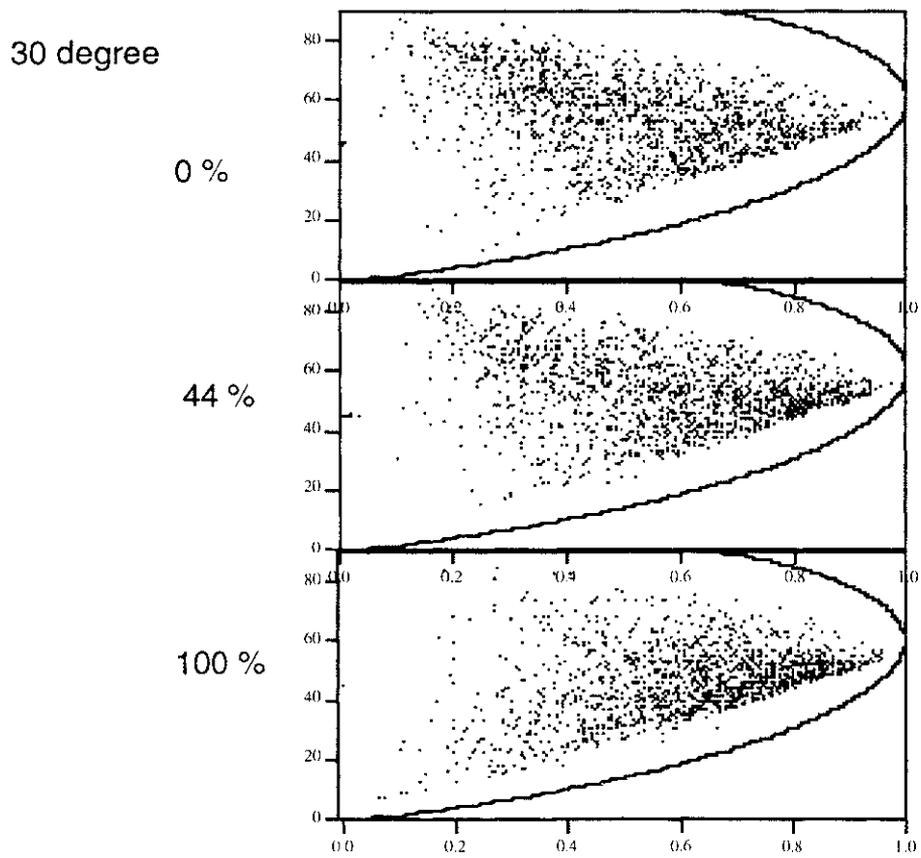
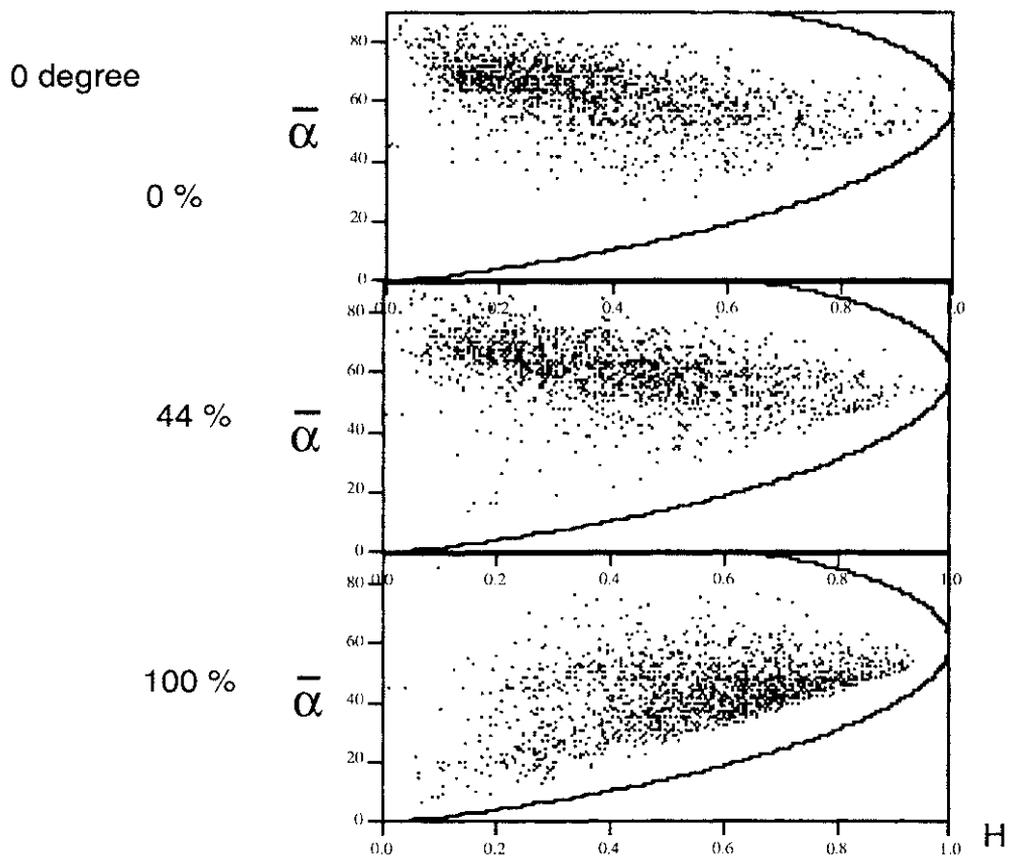


図8.4.7 entropy と角度 α

8.5 今後の課題

建物倒壊率に関しては、散乱行列からある程度の情報が得られた。倒壊が進むと、2回反射成分が減少し、1回反射が多くなる。導出できるパラメータから、これらの現象も確かめられた。

しかし、SARデータのみで倒壊率の推定を行うことは難しい。今後の課題として

- ・ 3成分分解によってピクセル毎の情報は得られるので、倒壊率と成分毎の出現パターンの変化の様子や、テクスチャとして成分の分布を捉えた場合の倒壊率の評価
- ・ 偏波情報を使った他のパラメータでの評価

が挙げられる。

さらに、レーダターゲットとしてコンクリートブロックのみならず、木製のターゲット、ワイヤのようなターゲット、金属フレームなど数多くの材料を使って、倒壊のモデルを作成し、倒壊率の程度を推定できるような検証が必要である。その際、

- ・ 入射角
- ・ 方位角
- ・ 分解能の変化
- ・ コヒーレンス

をパラメータとして、数多くの基礎的データ取得が望まれる。