

偏波干渉レーダによる地表の 新しい3次元イメージング

課題番号 13650457

平成14年度科学研究費補助金 (基盤研究 (C))

研 究 成 果 報 告 書

平 成 15 年 3 月

研究代表者 山 口 芳 雄
(新潟大学工学部情報工学科)

はしがき

この報告書は、平成 13-14 年度の文部科学省科学研究費補助金、基盤研究 (C)、課題番号 13650457「偏波干渉レーダによる地表の新しい 3 次元イメージング」の成果をまとめたものである。

この研究は、電波の持つベクトル性（偏波）と可干渉性を利用した新たな 3 次元イメージングに関するものであり、特に近年、地球温暖化において問題となっている森林領域の高機能イメージングの可能性を理論的に検討し、実際の合成開口レーダにおいて得られたデータに適用し、有効性を実証することを目的とした。従来の干渉手法、すなわちインターフェロメトリにおいて、既に精度の良い地表の 3 次元イメージングが実現されているが、ここでは、ポーラリメトリ技術を如何に有効にインターフェロメトリに組み込むかを問題とした。この研究では、特に、一部の電磁波が森林の樹冠を透過し、地表面まで達する L バンド (約 1.2GHz) 帯の性質に着目し、森林領域における電磁波の偏波散乱特性を成分分解手法を用いて解析し、さらに樹冠や地表面などの森林領域の高度の違う位置からの電磁波散乱が一般に異なる偏波特性を有することに着目し、偏波散乱特性の違いを利用した森林領域の 3 次元イメージングの理論を構築した。この理論のコンセプトは polarimetric SAR interferometry として既に提案されているものと類似であるが、従来法は森林モデルのに基づくモデルフィッティングであるのに対し、この研究で開発した手法は物理的に存在する散乱点の位置情報を利用した 3 次元解析であるという特徴を有する。米国 NASA の SIR-C/X-SAR データ、ドイツ DLR の E-SAR データ解析においても、開発手法の有効性が確認できた。

この研究を進めるにあたり、日頃お世話になっている新潟大学工学部情報工学科・仙石正和教授に感謝する。お手伝いいただいた新潟大学工学部情報工学科・阿達透技 官、さらに、共同研究者でもある大学院学生（木村晃治君、佐藤晃一君、小林弘晃 君、他）、卒業生諸氏に感謝します。

研究組織

研究代表者	山口芳雄	新潟大学・工学部・情報工学科・教授
研究分担者	山田寛喜	新潟大学・工学部・情報工学科・助教授
研究分担者	楊 健	清華大学・電子工程系・助教授

研究経費

平成 13 年度	1800 千円
平成 14 年度	1600 千円
計	3400 千円

研究発表

(1) 学会誌等

- [1] Makoto Murase, Yoshio Yamaguchi, Hiroyoshi Yamada, "Polarimetric correlation coefficient applied to tree classification," IEICE Trans. Commun., vol.E84-C, no.12, pp.1835-1840, Dec. 2001
- [2] Hiroyoshi Yamada, Yoshio Yamaguchi, Yunjin Kim, Ernesto Rodriguez, Wolfgang-Martin Boerner, "Polarimetric SAR Interferometry for Forest Analysis Based on the ESPRIT Algorithm," IEICE Trans. Electron., vol.E84-C, No.12, pp.1917-1924, Dec.2001
- [3] Koichi Sato, , Hiroyoshi Yamada, Yoshio Yamaguchi, "Polarimetric Characteristics of Forest at Coherent Decomposition in Polarimetric SAR Interferometry," IEICE Trans. Electron., vol.E84-C, No.12, pp.1829-1834, Dec.2001
- [4] Hiroyoshi Yamada, Yoshio Yamaguchi, Ernesto Rodriguez, Yunjin Kim, Wolfgang-M.Boerner, "Polarimetric SAR Interferometry for Forest Canopy Analysis by Using the Super-resolution Method", Proc. of International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGRASS 2001)
- [5] H. Yamada, Y. Yamaguchi, E. Rodorigues, Y. Kim, "Polarimetric SAR interferometry for vegetation analysis using ESPRIT algorithm," PIERS2001, p.267, July 2001
- [6] K. Sato, H. Yamada, Y. Yamaguchi, "On polarimetric coherency matrix in optimized POL InSAR image," PIERS2001, p.266, July 2001
- [7] K. Kimura, Y. Yamaguchi, H. Yamada, "Polarimetric calibration of PI-SAR image data and its image analysis," PIERS2001, p.271, July 2001
- [8] M. Murase, Y. Yamaguchi, H. Yamada, "Polarimetric correlation coefficient applied to tree classification," PIERS2001, p.272, July 2001
- [9] W. -M. Boerner, Y. Yamaguchi, "Advances in extra-wide-band multi-modal sensing and imaging," AP-RASC'01, p.163, Aug. 2001
- [10] J. Yang, Y. Yamaguchi, "Rotation of a target and its scattering matrix," AP-RASC'01, p.163, Aug. 2001
- [11] Y. Yamaguchi, K. Kimura, H. Yamada, "PI-SAR Image Analyses," AP-RASC'01, p.165, Aug. 2001
- [12] H. Yamada, Y. Yamaguchi, E. Rodrigues, Y. Kim, and W. -M. Boerner, "Dual polarization SAR interferometry for vegetation analysis," AP-RASC'01, p.166, Aug. 2001

- [13] Y. Yamaguchi, K. Kimura, H. Yamada, H. J. Eom, "Complex permittivity of flat ground in terms of polarization ratio," Proc. of KJJC, pp.23-26, Sept. 2001
- [14] Y. Yamaguchi, Polarimetric Radar Remote Sensing. Special session, International Symposium on EMEA01, Sept. 2001
- [15] Y. Yamaguchi, M. Murase, H. Yamada, "Scattering characteristic analysis of conifer and broad-leaf trees by polarimetric radar," Proc. of EMEA01, pp.18-27, Sept. 2001
- [16] Yoshio Yamaguchi, Jian Yang, Ying-Ning Peng, "Distribution of the received voltage's phases in the cross-polarized channel case," 2001 CIE Intn'l Conf. on Radar, pp.415-417, Oct. 2001
- [17] Yoshio Yamaguchi, Makoto Murase, Hiroyoshi Yamada, Jian Yang, "Polarimetric classification of trees," 2001 CIE Intn'l Conf. on Radar, pp.440-443, Oct. 2001
- [18] 山口ほか, ERSDAC 編集, 宇宙からの地球観測, 資源環境リモートセンシングシリーズ 1, pp.157-166, ERSDAC, 2001
- [19] J. Yang, Y. Yamaguchi, H. Yamada, Z. H. Czyz, W.-M. Boerner, H. Mott, E. Luneburg, Y. Peng, "The characteristic polarization states and the equi-power curves," IEEE Trans. Geoscience Remote Sensing, vol.40, no.2, pp.305-313, 2002
- [20] H. Yamada, K. Sato, Y. Yamaguchi, W. M. Boerner, "Interferometric phase and coherence of forest estimated by ESPRIT-based polarimetric SAR interferometry", International Geoscience and Remote Sensing Symposium 2002 (IGRASS 2002), Toronto, Canada, June, 2002.
- [21] Y. Yamaguchi, K. Kimura, H. Yamada, "ALOS-PALSAR image simulation in various polarization basis", International Geoscience and Remote Sensing Symposium 2002 (IGRASS 2002), Toronto, Canada, June, 2002.
- [22] Y. Yamaguchi, K. Kimura, H. Yamada, S. Uratsuka, W.M.Boerner, "L-band polarimetric AIR/PI-SAR images around Niigata city", Proc. of International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS 2002), Toronto, Canada, June, 2002.
- [23] Y. Yamaguchi, T. Moriyama, H. Yamada, "Polarimetric detection of buried objects by FM-CW radar." URSI-General Assembly, CD-ROM, Aug. 2002. (invited)
- [24] H. Yamada, K. Sato, Y. Yamaguchi, "Superresolution polarimetric sar interferometry for forest analysis", 2002 Asia-Pacific Microwave Conference (APMC2002), vol.3, pp.1718-1721, Nov.2002.

(2) 口頭発表

- [1] 村瀬 誠, 山口芳雄, 山田寛喜, "Radar Polarimetry による木々の散乱特性 の解析," 電子情報通信学会技術研究報告 AP2001-22, 2001-5, 平成 13 年 5 月
- [2] 脇田喜之, 渡部清一, 山田寛喜, 山口芳雄, "T-bar fed slot antenna による Polarimetric 地中探査レーダ", 電子情報通信学会技術研究報告 SANE2001-73, pp.153-160, 平成 13 年 10 月
- [3] 鶴巻浩一, 山口芳雄, 山田寛喜, "ミニチュアモデル実験による建造物の偏 波散乱特性に関する検討", 電子情報通信学会技術研究報告 AP2001-151, pp.47-52, 平成 13 年 11 月
- [4] 木村晃治, 山口芳雄, 山田寛喜, "Covariance 行列を用いた偏波校正と PI-SAR 画像解析", 2001 年電子情報通信学会ソサイエティ大会, B-1-29, pp.35, 平成 13 年 9 月
- [5] 佐藤晃一, 山田寛喜, 山口芳雄, "Pol in SAR 画像における偏波特徴の検討 ", 平成 13 年度電子情報通信学会信越支部大会講演論文集, E2, pp.119-120, 平成 13 年 10 月
- [6] 鶴巻浩一, 山口芳雄, 山田寛喜, "Radar Polarimetry による建造物の倒壊状 況の把握について", 平成 13 年度電子情報通信学会信越支部大会講演論文集, E3, pp.121-122, 平成 13 年 10 月
- [7] 小林弘晃, 山口芳雄, 山田寛喜, "方位分解能内に含まれるターゲットの散 乱行列の解析" 平成 13 年度電子情報通信学会信越支部大会講演論文集, E4, pp.123-124, 平成 13 年 10 月
- [8] 木村晃治, 山口芳雄, 山田寛喜, "教師なし Pi-SAR 画像分類", 平成 13 年度電 子情報通信学会信越支部大会講演論文集, E7, pp.129-130, 平成 13 年 10 月
- [9] 木村晃治, 山口芳雄, 山田寛喜, "レーダ分解能と偏波散乱特性", 第 4 6 0 回 URSI-F 資料, 平成 13 年 10 月
- [10] 木村晃治, 山口芳雄, 山田寛喜, "レーダ分解能と偏波散乱パラメータ", SAR Workshop 2002 資料, 平成 14 年 1 月
- [11] 小林弘晃, 山口芳雄, 山田寛喜, "誘電体コーナーリフレクタからの散乱行 列," 電子情報通信学会技術研究報告 AP2002-15, 2002-5, 平成 14 年 5 月
- [12] 佐藤晃一, 山田寛喜, 山口芳雄, "Polarimetric SAR Interferometry による 地面とキャノピーの散乱パラメータについて", SAR Workshop 2002, pp.24-27, 2002-01
- [13] 木村晃治, 山口芳雄, 山田寛喜, "レーダ分解能と偏波散乱パラメータ", SAR Workshop 2002, pp.12-19, 2002-01
- [14] J. Yang, J. Xu, Y. Peng, Y. Yamaguchi, "Ship detection using polarimetric SAR data," PISAR Workshop 02, Aug. 2002

- [15] H. Yamada, K. Sato, Y. Yamaguchi, "Effective tree height estimation by using ESPRIT-based polarimetric SAR interferometry," PISAR Workshop 02, Aug. 2002
- [16] K. Kimura, Y. Yamaguchi, H. Yamada. "ALOS-PALSAR simulation using polarimetric scattering parameters," PISAR Workshop 02, Aug. 2002
- [17] 小林弘晃, 山口芳雄, 山田寛喜, "誘電体コーナーリフレクタからの散乱行列." 電子情報通信学会技術研究報告 AP2002-15. 2002-5, 平成 14 年 5 月
- [18] 脇田喜之, 渡部清一, 山田寛喜, 山口芳雄, "T-bar fed slot antenna による Polarimetric 地中探査レーダー —Polarimetric anisotropy, entropy の検討—", 2002 年電子情報通信学会総合大会. B-2-14, , 2002-03
- [19] 山口芳雄, 山田寛喜, "Polarimetric imaging radar", Tutorial lecture, 2002 年電子情報通信学会ソサイエティ大会. 2002-09

研究成果

研究経過の概要

研究期間の前半は、理論的な電磁波の偏波の取り扱い、すなわち偏波の表現方法、レーダ受信電力、物体の偏波散乱特性の表現を踏まえて、観測される森林領域の散乱行列をどのように解析することで、森林領域の特徴を捉えることができるかを理論的に考察した。ここでは特に成分分解手法である3成分分解法、三成分散乱モデル分解法やポーラリメトリックエントロピー、アルファといったパラメータに着目した。さらに偏波に加え干渉特性を加えた解析に取り組み、森林領域のコヒーレンスに関する詳細な解析を行い、超解像手法である ESPRIT 法を利用した Polarimetric SAR Interferometry の理論を構築した。

研究期間の後半は、ESPRIT 法による Polarimetric SAR Interferometry の有効性と従来法との関係を明らかにし、開発された手法の有効性を実証するためのデータ解析に主眼を移した。スペースシャトルにより取得された NASA の SIR-C/X-SAR データ、および、航空機 SAR であるドイツ DLR の E-SAR データにより、いずれのプラットフォームにより取得されたデータにおいても開発手法が有効に機能することを確認した。

以下に、この研究の具体的な内容と成果を示す。

本報告書の構成は、以下の目次のようになっている。

目次		
第1章	序論	1
第2章	偏波の基礎	3
第3章	レーダポーラリメトリの基礎	33
第4章	レーダポーラリメトリと成分分解法	80
第5章	Interferometry	91
第6章	Polarimetric Interferometry	100
第7章	ESPRIT 法による Polarimetric Interferometry	121
第8章	まとめ	144
付録	関連した発表論文	145

第1章 序論

近年の爆発的な人口増加や科学技術の目覚ましい発展は、地球に存在するあらゆる生物の存在そのものを脅かしかねないさまざまな環境問題を発生させている。とりわけ化石燃料の消費から発生する二酸化炭素をはじめ、メタンや亜酸化窒素などの温室効果ガスの増加より、地球温暖化は非常に深刻な問題となっている。

グローバルな地球環境変化を捉える手法として、リモートセンシングは重要な役割を果たしている。従来から光学センサによる様々な観測が行われてきたが、例えば、二酸化炭素収支を捕らえる上で重要となる熱帯雨林の変化などを定期的にモニタするには天候や昼夜に左右されるという制約が存在していた。一方、この数十年でマイクロ波レーダ技術が飛躍的に進歩し、合成開口レーダ (Synthetic Aperture Radar) 技術の確立により、その分解能も飛躍的に向上した。これにより光学センサを補うグローバルな観測が可能となりつつある。マイクロ波を利用したレーダ観測される森林データでは、光学センサとは異なる性質が観測可能となる。これにより多くの新たな情報を得られることとなるが、未だ、森林領域のマイクロ波散乱特性は十分に明らかになっていない。特に、偏波や干渉性といったマイクロ波の特徴を生かしたセンシングを実現する上での課題は、未だ数多く残されている。

本研究では、マイクロ波リモートセンシングの中で関心が高まっているポーラリメトリック (Polarimetric) SAR インターフェロメトリ (Interferometry) に着目し、新たな3次元イメージングを実現することを目的としている。これまでマイクロ波リモートセンシングでは、主にインターフェロメトリ (Interferometry) とレーダポーラリメトリ (Radar Polarimetry) の2つの技術が利用されてきた。インターフェロメトリは、わずかに異なる2つの軌道から同一領域のデータを受信したとき、2つの受信信号の干渉位相差が地面の高度変化と共に変化する性質を利用した高度計測技術である。一方、レーダポーラリメトリは、マイクロ波の持つベクトルの性質である偏波を最大限に利用する技術であり、多偏波を用いて受信観測したときに得られる散乱行列をもとに観測対象物から多くの情報を得ようとするものである。これまで、インターフェロメトリとレーダポーラリメトリは個々に研究が行われ発展してきたが、S.R.Cloudé等は2つの技術を組み合わせた森林高の推定手法を発表し、その有効性が注目されている。これは、コヒーレンスの最適化問題をもとに局所散乱中心を3つに分解 (コヒーレント分解) し、推定するものであった。しかし、コヒーレント分解による高さ推定では、地面とキャノピーの散乱特性がある仮定のもとで可能とされていたが、実際の散乱特性については明らかにされていない。

そこで、本研究では、まず、森林領域においてコヒーレント分解された各局所散乱波の偏波特性を明らかにしている。次に、ポーラリメトリック SAR インターフェロメトリによる森林の高さ推定として ESPRIT (Estimation of Signal via Rotational Invariance Techniques) 法をもとにした推定について検討を行う。ESPRIT 法は、高分解能推定手法

として知られており，森林の高さ推定においては地面とキャノピーの散乱中心でその偏波状態が異なる性質を利用している．この性質をもとに，2つの軌道から得られた受信信号の相関行列を固有値解析することで，各散乱中心(位相差)が求められ，森林の高さ推定が可能となる．本論文では，2波推定と3波推定の推定結果を比較すると同時に，コヒーレント分解を拡張した森林のコヒーレンスモデルと ESPRIT 法により推定された散乱中心の関係について明らかにしている．米国 NASA JPL の SIR-C/X-SAR データ，および，ドイツ DLR の F-SAR データを用いた実験結果により，開発された森林イメージング手法の有効性を示す．

第2章 偏波の基礎

2.1 平面波

ある観測点で到来した電波を受信しようとした場合，送信アンテナから遠く離れた場所，あるいは波源となる散乱体から遠い場所では，受信アンテナに入射してくる電波は平面波と近似してよい．遠いとは，図2.1.1に示すように波長に比べて距離が十分長いことを意味しており，観測点Pの近くでは，等位相面が局所的には平面とみなせる状態にある．平面波とは，波の等位相面が平面になっている波のことである．電波で通信や計測を行うとき，ほとんど図2.1.1のような状態になっているので，平面波の性質を理解しておくことは実用上最も重要である．

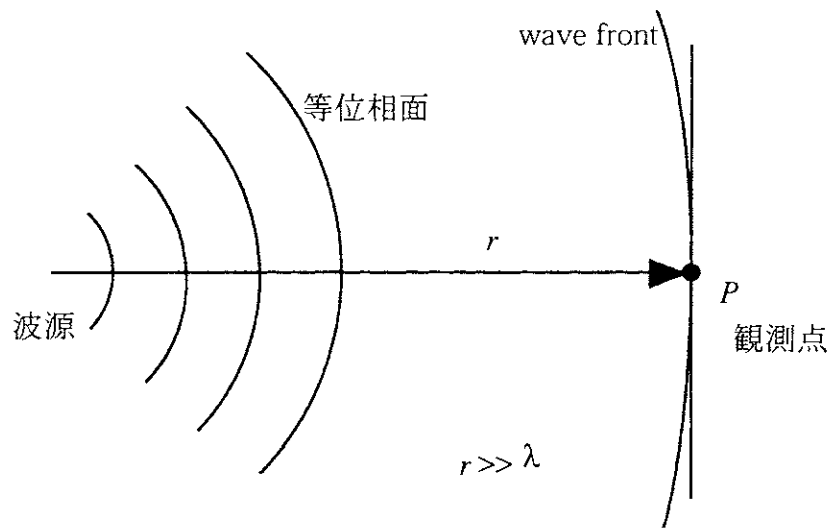


図2.1.1 観測点での電波の状態（平面波近似）

平面波は，偏波を理解をする際に基本となるので，この章ではMaxwellの方程式から出発して，平面波の特徴・性質を説明する．特に，単一周波数や準単一周波数をもつ電波の偏波の性質を解析するための事柄を述べる．

2.1.1 時間領域における Maxwell 方程式とベクトル波動方程式

\mathbf{r} を 3 次元空間中の任意点の位置ベクトル ($\mathbf{r} = x\mathbf{a}_x + y\mathbf{a}_y + z\mathbf{a}_z$) とする．時刻 t で点 \mathbf{r} における電界 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ と磁界 $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ は，次の Maxwell 方程式を満たす．

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \quad (2.1.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) \quad (2.1.2)$$

ここで、ベクトル \mathbf{B} は磁束密度、 \mathbf{D} は電束密度を表わす。場の発散をとると

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (2.1.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) + \frac{\partial}{\partial t} \rho(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (2.1.4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \rho \quad (2.1.5)$$

ただし、 \mathbf{J} は電流密度、 ρ は電荷密度である。場が存在する媒質中で、その媒質の巨視的な性質は、構成パラメータの誘電率 ϵ 、透磁率 μ 、導電率 σ によって記することができる。媒質が均質であれば

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (2.1.6)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (2.1.7)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (2.1.8)$$

が成立する。式(2.1.6)-(2.1.8)は構成方程式と呼ばれている。

波源となるsource電流 \mathbf{J}_s がある場合、電流密度 \mathbf{J} は導電電流 $\mathbf{J}_c = \sigma \mathbf{E}$ との和で表わされるので

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_c + \mathbf{J}_s = \sigma \mathbf{E} + \mathbf{J}_s \quad (2.1.9)$$

これを式(2.1.2)に代入し、次のベクトル演算子の公式

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$$

を利用して、式(2.1.1)、(2.1.2)から \mathbf{E} と \mathbf{H} に関するベクトル波動方程式を得ることができる。

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \epsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \mu \frac{\partial \mathbf{J}_s}{\partial t} + \frac{\nabla \rho}{\epsilon} \quad (2.1.10)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \epsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = -\nabla \times \mathbf{J}_s \quad (2.1.11)$$

式(2.1.10)、(2.1.11)は厳密な一般式で、近似は何も入っていない。これを解けば、電界・磁界に関するあらゆる情報が得られるが、境界条件などを含め、一般的に解くことは非常に難しい。また、式(2.1.10)、(2.1.11)を満たす時間関数としての偏波状態の表現を見いだせば望ましいが、今までにそのような表現方法は得られていない。そこで、ここでは波源の無い (source-free) 空間での平面波の伝搬を考え、単一周波数領域で偏波状態が唯一に決まる場合を考察する。

2.1.2 フェイザー表現を用いたベクトル波動方程式とその解

時間変化を含めて式(2.1.10)、(2.1.11)を直接解くことは難しいので、場が角周波数 ω で調和時間振動 $e^{j\omega t}$ をしていると仮定し、フェイザー表現を用いて簡単化してから考えよう。まず、IEEE Standard [1] に定義されたフェイザー(Phasor)表現を採用する。フェイザーと

は、以下に示すように、時間因子 $e^{j\omega t}$ を除いた複素数の量である。角周波数 ω で調和時間振動をしている場で、瞬時ベクトルを $A(\mathbf{r}, t)$ とすれば、

$$A(\mathbf{r}, t) = A(x, y, z, t) = a_x A_x(x, y, z, t) + a_y A_y(x, y, z, t) + a_z A_z(x, y, z, t) \quad (2.1.12)$$

と展開できる。 a_x, a_y, a_z は、 x, y, z 方向の単位ベクトルである。一方、観測される量は実数であり、この観測量は一般的に次のように書ける。

$$a_x A_{mx} \cos(\omega t + \theta_{mx}) + a_y A_{my} \cos(\omega t + \theta_{my}) + a_z A_{mz} \cos(\omega t + \theta_{mz}) \quad (2.1.13)$$

$\theta_{mx}, \theta_{my}, \theta_{mz}$ は、それぞれ x, y, z 成分の位相を表す。また、下添字 m はmeasuredの頭文字をとったものである。 x 成分のみを取り出して変形すると

$$\begin{aligned} A_{mx} \cos(\omega t + \theta_{mx}) &= \text{Re} \left[A_{mx} e^{j(\omega t + \theta_{mx})} \right] = \text{Re} \left[A_{mx} e^{j\theta_{mx}} e^{j\omega t} \right] \\ &= \text{Re} \left[A_{mx} (\cos \theta_{mx} + j \sin \theta_{mx}) e^{j\omega t} \right] = \text{Re} \left[(A_{mx} \cos \theta_{mx} + j A_{mx} \sin \theta_{mx}) e^{j\omega t} \right] \\ &= \text{Re} \left[(A_{rx} + j A_{ix}) e^{j\omega t} \right] = \text{Re} \left[\dot{A}_x e^{j\omega t} \right] \end{aligned}$$

ここで、 Re は実数部をとることを意味する。このように、 x 成分は時間因子 $e^{j\omega t}$ と複素量 \dot{A}_x の積で表すことができる。 y, z 成分についても同様である。したがって、ベクトル全体としては

$$A(\mathbf{r}, t) = \text{Re} \left[A(\mathbf{r}) e^{j\omega t} \right] \quad (2.1.14)$$

ただし、

$$A(\mathbf{r}) = a_x \dot{A}_x + a_y \dot{A}_y + a_z \dot{A}_z \quad (2.1.15)$$

$$\dot{A}_x = A_{rx} + j A_{ix}, \quad \dot{A}_y = A_{ry} + j A_{iy}, \quad \dot{A}_z = A_{rz} + j A_{iz} \quad : \text{複素スカラー量} \quad (2.1.16)$$

と表現でき、この $A(\mathbf{r})$ をフェイザー(Phasor)表現と言う。つまり、場のベクトルは $A(\mathbf{r}) e^{j\omega t}$ という複素表現で表すことができ、フェイザー自身は複素量であり、時間因子の項を取り除いたものである。これを使うと微分方程式において、時間に関する微分演算が代数演算に置き換わり、計算が簡単になる。したがって、観測量を求めるには、フェイザー表現を使って代数解析し、その後 $e^{j\omega t}$ を掛けて実部をとれば得られることになる。

さて、調和振動する場で、 $\rho = 0, \mathbf{J}_s = 0$ の場所では、(2.1.10)、(2.1.11)はフェイザー表現により

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + (\omega^2 \epsilon \mu - j \omega \mu \sigma) \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{0} \quad (2.1.17)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}) + (\omega^2 \epsilon \mu - j \omega \mu \sigma) \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{0} \quad (2.1.18)$$

となる。波数 k を定義することによって、ヘルムホルツ方程式を得ることができる。

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + k^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{0} \quad (2.1.19)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}) + k^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{0} \quad (2.1.20)$$

$$k^2 = \omega^2 \varepsilon \mu - j \omega \mu \sigma \quad (2.1.21)$$

電界・磁界の各成分毎に(2.1.19), (2.1.20)が成り立たねばならないので, 例えば E_x をとって具体的に直角座標系で展開してみると

$$\nabla^2 E_x(\mathbf{r}) + k^2 E_x(\mathbf{r}) = \frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} + k^2 E_x = 0 \quad (2.1.22)$$

変数分離法を用いて $E_x = X(x) Y(y) Z(z)$ とおき, 式(2.1.22)に代入すれば

$$Y(y) Z(z) \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} + X(x) Z(z) \frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2} + X(x) Y(y) \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} + k^2 X(x) Y(y) Z(z) = 0$$

$$\therefore \frac{1}{X(x)} \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} + \frac{1}{Y(y)} \frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2} + \frac{1}{Z(z)} \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} + k^2 = 0$$

各項は変数毎に独立であり, 定数でなければ成立しないので, それぞれ $-k_x^2, -k_y^2, -k_z^2$ (定数) とおくと,

$$\frac{1}{X(x)} \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} = -k_x^2, \quad \frac{1}{Y(y)} \frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2} = -k_y^2, \quad \frac{1}{Z(z)} \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} = -k_z^2 \quad (2.1.23)$$

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 \quad (2.1.24)$$

が得られる。これより,

$$X(x) = A_0 e^{-jk_x x} + A_1 e^{jk_x x} \quad (2.1.25)$$

となる。これらを合計して E_x 成分は次のようになる。

$$E_x(\mathbf{r}) = \left(A_0 e^{-jk_x x} + A_1 e^{jk_x x} \right) \left(B_0 e^{-jk_y y} + B_1 e^{jk_y y} \right) \left(C_0 e^{-jk_z z} + C_1 e^{jk_z z} \right) \quad (2.1.26)$$

A_0, \dots, C_1 : 振幅係数

(2.1.19), (2.1.20)に対する一般解は, その x, y, z 成分の合計として, 次のようにまとめて書くことができる。

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 \exp(-j \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) + \mathbf{E}_1 \exp(+j \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \quad (2.1.27a)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_0 \exp(-j \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) + \mathbf{H}_1 \exp(+j \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \quad (2.1.27b)$$

ただし,

$$\mathbf{k} = k_x \mathbf{a}_x + k_y \mathbf{a}_y + k_z \mathbf{a}_z \quad (2.1.28)$$

$$\mathbf{r} = x \mathbf{a}_x + y \mathbf{a}_y + z \mathbf{a}_z \quad (2.1.29)$$

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = k_x x + k_y y + k_z z$$

$\mathbf{E}_0, \mathbf{E}_1, \mathbf{H}_0, \mathbf{H}_1$ は一定の値をもつ振幅係数ベクトル

それゆえ, 時間を含めた観測量としての瞬時電界ベクトルは

$$E(\mathbf{r}, t) = \text{Re} \left\{ E(\mathbf{r}) e^{j\omega t} \right\} = E_+(\mathbf{r}, t) + E_-(\mathbf{r}, t) \quad (2.1.30a)$$

$$E_+(\mathbf{r}, t) = \text{Re} \left\{ E_0 \exp \left[j(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \right] \right\} \quad (2.1.30b)$$

$$E_-(\mathbf{r}, t) = \text{Re} \left\{ E_1 \exp \left[j(\omega t + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \right] \right\} \quad (2.1.30c)$$

となる． $\exp \left[j(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \right]$ 中の $\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}$ は，位相を表している．簡単のために，式を $E_0 \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$ として，時間の経過と共にどのように変化していくか描いたものが図 2.1.2 である．

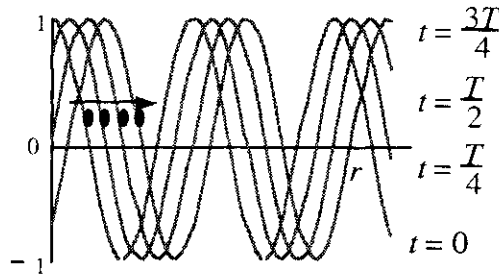


図2.1.2 一定位相点の時間的变化

いま，位相の中の 1 点に着目し（図 2.1.2 の ● 印）， $\theta_1 = \omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}$ として，時間的に変化しない位置を調べると

$$\frac{d\theta_1}{dt} \equiv 0 = \omega - \mathbf{k} \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

したがって，

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v} = \frac{\omega}{k} \quad [\text{m/s}]$$

が得られる．これは速度の単位をもっているので，図の矢印のように正の \mathbf{r} 方向に移動していることになる．したがって $\exp \left[j(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \right]$ は時間と共に正の \mathbf{r} 方向 (+) に進む波に対応し， $\exp \left[j(\omega t + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \right]$ は負の \mathbf{r} 方向 (-) に進む波を表わしている．特に，この $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}$ の前に付いている符号は，偏波変換など偏波解析を展開していく場合に重要な係数であるから注意を要する．物理学・光学の分野では， $\exp \left[i \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} \right]$ が最初に用いられてきたため，工学とは逆の関係にあり， $\exp \left[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) \right]$ ， $\exp \left[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \omega t) \right]$ がそれぞれ + \mathbf{r} ，- \mathbf{r} 方向に進む波を表わしている．

式 (2.1.27) において， $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = k_x x + k_y y + k_z z = \text{constant}$ であれば，場の位相は一定である． $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = \text{const}$ となる \mathbf{r} は平面を定義する式なので，その平面では位相は一定である．それゆえ，式 (2.1.30) は時間的変動を含めた平面波を表すことになる．

平面波は図 2.1.3 から分かるように， \mathbf{r} が \mathbf{r}_0 方向のときに最も位相変化が大きく， $\mathbf{r}_0 \propto \mathbf{k}$ 方向に伝搬していく．式 (2.1.28) で定義される波数ベクトル \mathbf{k} の方向が平面波の伝搬方向となる．

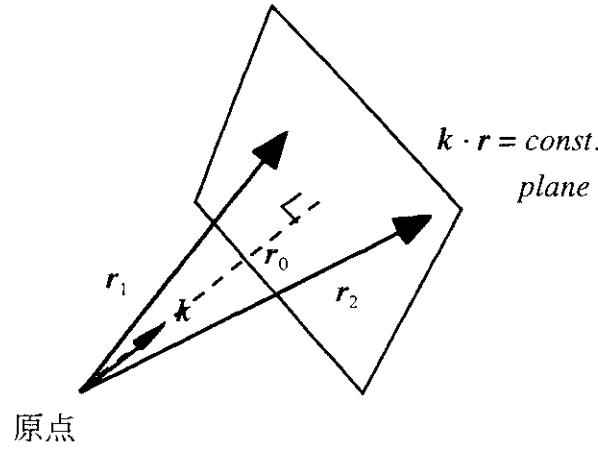


図2.1.3 一定位相面

損失の無い等方性媒質では、波数ベクトル k の成分は実数となり、その大きさは

$$k = \omega \sqrt{\epsilon \mu} = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.1.31)$$

v は媒質中の電磁波の速度、 λ はその波長である。もし、比誘電率が ϵ_r の媒質であれば、自由空間での値（添字 0）と比較して以下のようなになる。

$$\text{波数} \quad k = k_0 \sqrt{\epsilon_r} \quad (2.1.32a)$$

$$k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \quad (2.1.32b)$$

$$\text{位相速度} \quad \frac{dr}{dt} = v = \frac{\omega}{k} = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{3 \times 10^8}{\sqrt{\epsilon_r}} \text{ [m/s]} \quad (2.1.33)$$

$$\text{波長} \quad \lambda = \lambda_0 / \sqrt{\epsilon_r} \quad (2.1.34)$$

2.1.3 単一周波数のTEM (Transverse Electro-Magnetic) 波

前節で波動方程式を解いて電界の数学的な解が得られたが、ここでは、自由空間における電界と磁界の関係を求めておこう。自由空間では、 $\epsilon = \epsilon_0$ 、 $\mu = \mu_0$ 、 $\sigma = 0$ が成り立つ。(2.1.1)のMaxwell 方程式にフェイザー表現を使えば、

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = -j\omega\mu_0 \mathbf{H}(\mathbf{r}) \quad (2.1.35)$$

$+r$ 方向に向かう電界(2.1.30b)のフェイザーを代入して

$$\nabla \times \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ -jk_x & -jk_y & -jk_z \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = -j\omega\mu_0 \mathbf{H}_0(\mathbf{r})$$

従って, $\mathbf{k} \times \mathbf{E}_0 = \omega \mu_0 \mathbf{H}_0$ (2.1.36a)

もし, $\hat{\mathbf{k}} = \frac{\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|} = \frac{k_x \mathbf{a}_x + k_y \mathbf{a}_y + k_z \mathbf{a}_z}{\sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}}$: 単位ベクトル (2.1.37)

とおけば, 自由空間では $|\mathbf{k}_0| = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = \frac{2\pi}{\lambda_0}$

$$\hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{E}_0 = \frac{\omega \mu_0}{\omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \mathbf{H}_0 = \eta_0 \mathbf{H}_0 \quad (2.1.36b)$$

$$\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120 \pi \quad (2.1.38a)$$

ここで, η_0 は自由空間での固有インピーダンスである.

同様に, 式 (2.1.2) より $\mathbf{k} \times \mathbf{H}_0 = -\omega \epsilon_0 \mathbf{E}_0$ (2.1.39a)

$$\eta_0 \mathbf{H}_0 \times \hat{\mathbf{k}} = \mathbf{E}_0 \quad (2.1.39b)$$

$$|\mathbf{E}_0| = |\eta_0 \mathbf{H}_0| \quad (2.1.40)$$

また, $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$, $\nabla \cdot \mathbf{D} = 0$ というソース無しの式から

$$\hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{H}_0 = 0 \quad (2.1.41)$$

$$\hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{E}_0 = 0 \quad (2.1.42)$$

それゆえ, \mathbf{E}_0 と $\eta_0 \mathbf{H}_0$ は大きさが等しく, 図2.1.4のように互いに直交し, 伝搬方向 \mathbf{k} にも垂直であることが分かる. 即ち, \mathbf{E}_0 と \mathbf{H}_0 は伝搬方向と垂直な面内 (横断面: Transverse 面) に存在しているので, TEM (Transverse Electro-Magnetic) 波と呼ばれる.

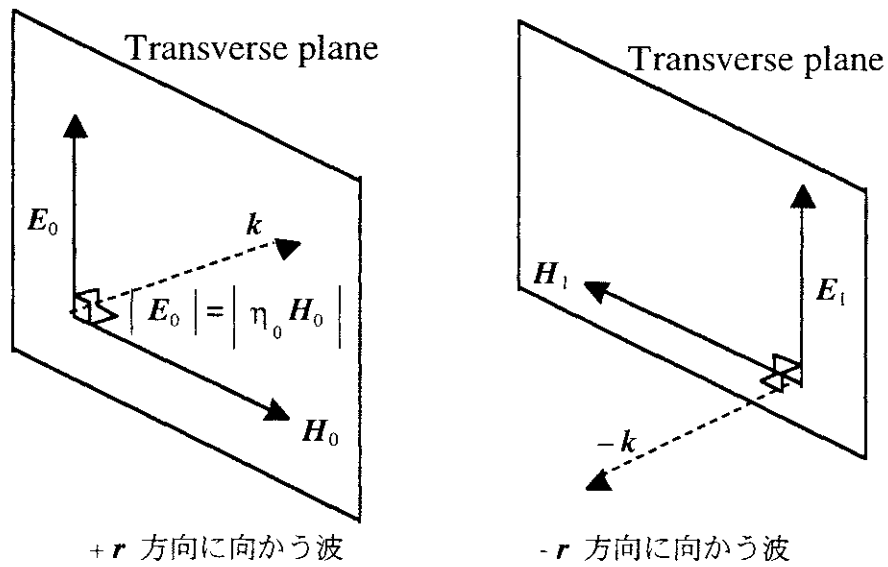


図2.1.4 平面波の電界, 磁界と伝搬方向の関係

$-\mathbf{r}(-\mathbf{k})$ 方向に向かう電界(2.1.30c)についても

$$-\mathbf{k} \times \mathbf{E}_1 = \omega \mu_0 \mathbf{H}_1 \quad (-\hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{E}_1 = \eta_0 \mathbf{H}_1), \quad (2.1.43a)$$

$$-\mathbf{k} \times \mathbf{H}_1 = -\omega \varepsilon_0 \mathbf{E}_1 \quad (\hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{H}_1 = \frac{1}{\eta_0} \mathbf{E}_1), \quad (2.1.43b)$$

$$\hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{H}_1 = \hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{E}_1 = 0 \quad (2.1.43c)$$

が成り立ち、ベクトルの的に書くと、 $+\mathbf{r}$ 方向に向かう波と全く同じ位置関係が得られる。つまり、図2.1.4から分かるように、どちらの方向に進む波でも $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$ の向きが進行方向になっている。

波の進む方向は任意 ($\mathbf{k} = k_x \mathbf{a}_x + k_y \mathbf{a}_y + k_z \mathbf{a}_z$) であるが、直角座標系の z 軸方向を進行方向とすれば、 $\mathbf{k} = k \mathbf{a}_z$ となる。その場合、電界・磁界は横断面 (x - y) 面内にあり、電界 \mathbf{E} と磁界 \mathbf{H} は図2.1.5に示すようになる。

$$\mathbf{H}_0(z, t) = \frac{1}{\eta_0} \mathbf{a}_z \times \mathbf{E}_0(z, t) = \mathbf{a}_z \times \text{Re} \left\{ \frac{\mathbf{E}_0}{\eta_0} \exp \left[j \left(\omega t - k z \right) \right] \right\} \quad (2.1.44a)$$

$$\mathbf{H}_1(z, t) = -\frac{1}{\eta_0} \mathbf{a}_z \times \mathbf{E}_1(z, t) = -\mathbf{a}_z \times \text{Re} \left\{ \frac{\mathbf{E}_1}{\eta_0} \exp \left[j \left(\omega t + k z \right) \right] \right\} \quad (2.1.44b)$$

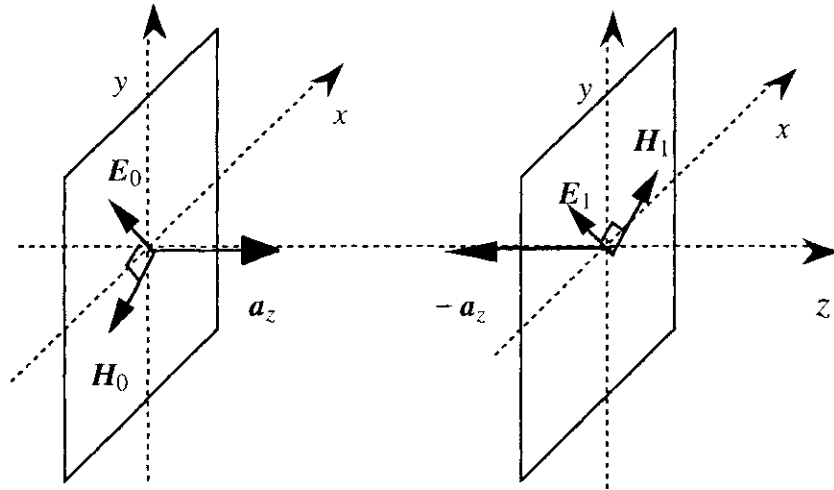


図2.1.5 電界・磁界ベクトルの方向

2.1.4 TEM 波のPower

Poyntingの定理によれば、Poynting Vector \mathbf{S} は瞬時ベクトル \mathbf{E} 、 \mathbf{H} と次の関係式で結ばれている。

$$\mathbf{S} = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) \quad (2.1.45)$$

これに式(2.1.30a), (2.1.44a), (2.1.44b)を代入すると

$$S(z, t) = a_z \frac{|E_0|^2}{\eta_0} \cos^2(\omega t - kz) - a_z \frac{|E_1|^2}{\eta_0} \cos^2(\omega t + kz) \quad (2.1.46)$$

$z=\text{const}$ の面を考えたとき、時間平均した電力密度の流れは、時間 T を 1 周期とすると

$$\langle S(z, t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T S(z, t) dt = a_z \frac{|E_0|^2}{2\eta_0} - a_z \frac{|E_1|^2}{2\eta_0} \quad (2.1.47)$$

によって与えられる。すなわち、 (E_0, H_0) と (E_1, H_1) の成分毎に、独立に電力が運ばれることが分かる。

さて瞬時Poynting Vector \mathbf{S} と、フェイザー表現を使って電流を求めるのに都合の良い複素Poynting Vector \mathbf{P} との関係を調べてみよう。まず、フェイザー表現を使ったMaxwell の方程式から次の関係が得られる。

$$\nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) = -j \left[\mathbf{B} \cdot \mathbf{H}^* - \mathbf{E} \cdot \mathbf{D}^* \right] - \mathbf{E} \cdot \mathbf{J}^* \quad (2.1.48)$$

ただし、 $*$ は複素共役を示す。複素Poynting Vector \mathbf{P} は次のように定義されている。

$$\mathbf{P} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* \quad (2.1.49)$$

フェイザーを実部と虚部の2つに分解し、各成分を実ベクトルで表すと

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_r(\mathbf{r}) + j\mathbf{E}_i(\mathbf{r}) \quad , \quad \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_r(\mathbf{r}) + j\mathbf{H}_i(\mathbf{r}) \quad (2.1.50)$$

複素Poynting Vector \mathbf{P} はそれゆえ

$$\mathbf{P} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* = \mathbf{E}_r \times \mathbf{H}_r + \mathbf{E}_i \times \mathbf{H}_i + j \left(\mathbf{E}_i \times \mathbf{H}_r - \mathbf{E}_r \times \mathbf{H}_i \right) \quad (2.1.51)$$

一方、瞬時観測量としてのベクトルは

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \text{Re} \left\{ \mathbf{E}(\mathbf{r}) e^{j\omega t} \right\} = \mathbf{E}_r \cos \omega t - \mathbf{E}_i \sin \omega t \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= \text{Re} \left\{ \mathbf{H}(\mathbf{r}) e^{j\omega t} \right\} = \mathbf{H}_r \cos \omega t - \mathbf{H}_i \sin \omega t \end{aligned} \quad (2.1.52)$$

であるので、瞬時Poynting Vector \mathbf{S} は

$$\mathbf{S}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_r \times \mathbf{H}_r \cos^2 \omega t + \mathbf{E}_i \times \mathbf{H}_i \sin^2 \omega t - \left(\mathbf{E}_i \times \mathbf{H}_r + \mathbf{E}_r \times \mathbf{H}_i \right) \sin \omega t \cos \omega t \quad (2.1.53)$$

となる。明らかに複素Poynting Vector \mathbf{P} と瞬時Poynting Vector \mathbf{S} は違うが、瞬時Poynting Vector の時間平均をとると

$$\langle \mathbf{S}(\mathbf{r}, t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{S}(\mathbf{r}, t) dt = \frac{1}{2} \left[\mathbf{E}_R \times \mathbf{H}_R + \mathbf{E}_I \times \mathbf{H}_I \right] = \frac{1}{2} \text{Re} \{ \mathbf{P} \} \quad (2.1.54)$$

つまり、瞬時Poynting Vector の時間平均は、複素 Poynting Vector の実部の半分に等しい。

$$\left\langle \mathbf{E} \times \mathbf{H} \right\rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{E} \times \mathbf{H} dt = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* \right\} \quad (2.1.55)$$

したがって、複素 Poynting Vectorにより、時間平均した電力の流れが簡単に表現できる。

さて、上の例では、フェイザーを実部と虚部に分けてみたが、次に、フェイザーの中で座標系や成分に関わる成分について考えてみよう。z方向に伝搬する平面波に対して

$$\mathbf{P} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* = \mathbf{E} \times \frac{1}{\eta_0} \left(\mathbf{a}_z \times \mathbf{E}^* \right) = \frac{\mathbf{a}_z}{\eta_0} |\mathbf{E}|^2 \quad (2.1.56)$$

であるから、時間平均のエネルギーの流れは

$$\frac{1}{2} \operatorname{Re} (\mathbf{P}) = \frac{\mathbf{a}_z}{2\eta_0} |\mathbf{E}|^2 \quad (2.1.57)$$

で与えられる。つまり、電界の大きさの2乗 $|\mathbf{E}|^2$ に比例する。Transverse面内で、電界は任意の方向を向いていてもかまわないので、一般性を持たせるために電界の成分を複素数として

$$\mathbf{E} = \mathbf{a}_x E_x + \mathbf{a}_y E_y = \mathbf{a}_x (E_{xr} + j E_{xi}) + \mathbf{a}_y (E_{yr} + j E_{yi}) \quad (2.1.58)$$

と書くことができる。これを代入して

$$\begin{aligned} |\mathbf{E}|^2 &= \left| \left(\mathbf{a}_x E_{xr} + \mathbf{a}_y E_{yr} \right) + j \left(\mathbf{a}_x E_{xi} + \mathbf{a}_y E_{yi} \right) \right|^2 = \left(\mathbf{a}_x E_{xr} + \mathbf{a}_y E_{yr} \right)^2 + \left(\mathbf{a}_x E_{xi} + \mathbf{a}_y E_{yi} \right)^2 \\ &= |E_x|^2 + |E_y|^2 \end{aligned} \quad (2.1.59)$$

となり、結果的にz方向に伝搬する平面波のエネルギーは、各成分の2乗和で表されることになる。これは、一見当然のことであるが、3.5節以降に述べるように、偏波の観点からは $|\mathbf{E}|^2$ は偏波基底によらない不変量であり、また、空間的に直交する電界成分は、互いに独立にエネルギーを運ぶことを意味している。

2.2 だ円偏波の表現方法

偏波とは、空間のある定まった点で、単一の周波数をもつ電波の進行方向の後ろ側から電界ベクトルの先端を観測したときに、時間の関数として電界ベクトルの先端が描く軌跡のことである。IEEE Standard Dictionary [1][2]によれば、

"That property of a radiated electromagnetic wave describing the time-varying direction and amplitude of the electric field vector: specifically, the figure traced as a function of time by the extremity of the vector at a fixed location in space, as observed along the direction of propagation."

となっている。時間的に調和振動している電界ベクトルの先端の軌跡は、一般にだ円形となることが知られている。図2.2.1に示すように、だ円形の極限として直線や円がある。また、回転の方向もある。このだ円を表わすのに、ellipticity angle, tilt angle, size, 相対位相, 偏波比, Stokesパラメータ, ポアンカレー球(Poincare Sphere)などが用いられる。この節ではだ円偏波を表現する際に使われるいくつかの記号と、その定義およびそれらの関係を紹介する。なお、章末の注1), 注2)に関連情報を載せてあるので参照されたい。

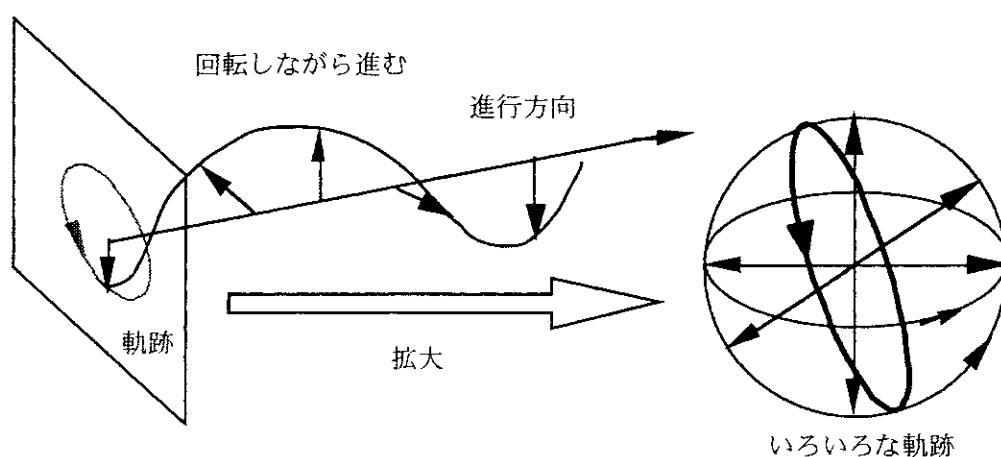


図2.2.1 電界の先端の軌跡

2.2.1 一般的表現

単一周波数で均質な媒質中のTEM波の電界は、横断面内で2つの直交成分に分解できる。この波が+z方向に伝搬すると仮定して、x-yの直交成分に分解しよう。（+z方向に伝搬する場合、電界のz方向成分は存在しない）すると、時間関数としての瞬時電界ベクトル $\mathbf{E}(z, t)$ (観測量でフェイザー表現ではない) は次のようにかける。

$$\mathbf{E}(z, t) = \begin{bmatrix} \varepsilon_x(z, t) \\ \varepsilon_y(z, t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |E_x| \cos(\omega t - kz + \phi_x) \\ |E_y| \cos(\omega t - kz + \phi_y) \end{bmatrix} \quad (2.2.1)$$

ここで、 $|E_x|$, $|E_y|$ は振幅, ϕ_x , ϕ_y は絶対位相を表わす。空間を固定して $z=0$ の面で観測すると、式(2.2.1)は

$$\boldsymbol{\varepsilon}(t) = \begin{bmatrix} \varepsilon_x(t) \\ \varepsilon_y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |E_x| \cos(\omega t + \phi_x) \\ |E_y| \cos(\omega t + \phi_y) \end{bmatrix} \quad (2.2.2)$$

となり、各成分は

$$\begin{aligned} \varepsilon_x(t) &= |E_x| \cos(\omega t + \phi_x) = |E_x| \cos \omega t \cos \phi_x - |E_x| \sin \omega t \sin \phi_x \\ \varepsilon_y(t) &= |E_y| \cos(\omega t + \phi_y) = |E_y| \cos \omega t \cos \phi_y - |E_y| \sin \omega t \sin \phi_y \end{aligned} \quad (2.2.3)$$

である。 $\phi = \phi_y - \phi_x$ において、(2.2.3)を変形すると

$$\begin{aligned} |E_y| \varepsilon_x(t) \cos \phi_y - |E_x| \varepsilon_y(t) \cos \phi_x &= |E_x| |E_y| \sin \phi \sin \omega t \\ |E_y| \varepsilon_x(t) \sin \phi_y - |E_x| \varepsilon_y(t) \sin \phi_x &= |E_x| |E_y| \sin \phi \cos \omega t \end{aligned} \quad (2.2.4)$$

が得られる。これから時間因子 ωt の項を消去すると

$$\frac{\varepsilon_x^2(t)}{|E_x|^2} - \frac{2 \varepsilon_x(t) \varepsilon_y(t)}{|E_x| |E_y|} \cos \phi + \frac{\varepsilon_y^2(t)}{|E_y|^2} = \sin^2 \phi \quad (2.2.5)$$

式(2.2.5)は、傾いただ円の方程式を表している（注を参照）。それ故、瞬時電界ベクトルの成分 $\varepsilon_x(t), \varepsilon_y(t)$ は、図2.2.2に示すようなだ円の軌跡を描くことがわかる。

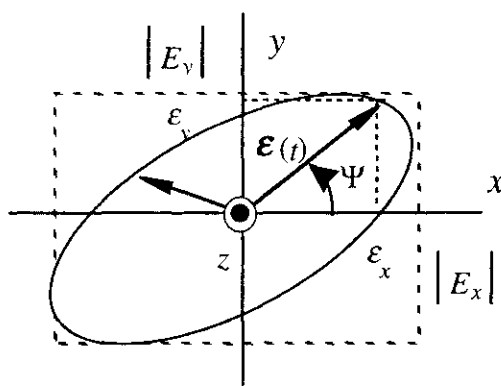


図2.2.2 電界ベクトル先端の軌跡

注) $a = |E_x|, b = |E_y|, x = \varepsilon_x(t), y = \varepsilon_y(t)$ とおくと式(2.2.5)は

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{2xy}{ab} \cos \phi + \frac{y^2}{b^2} = \sin^2 \phi$$

$\phi = \phi_y - \phi_x = \pm \frac{\pi}{2}$ のとき $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 傾きのないだ円の方程式

さらに $a = b$ なら $x^2 + y^2 = a^2$ 円の方程式

$\phi = \phi_y - \phi_x = 0, \pi$ のとき $\frac{x^2}{a^2} \mp \frac{2xy}{ab} + \frac{y^2}{b^2} = \left(\frac{x}{a} \mp \frac{y}{b} \right)^2 = 0$

$$y = \pm \frac{b}{a} x \quad \text{直線の方程式}$$

電界ベクトルの回転の向きは、相対位相差に依存することが次の式よりわかる。x 軸とベクトル $\mathbf{E}(t)$ のなす角 ψ を

$$\psi = \tan^{-1} \frac{E_y(t)}{E_x(t)} = \tan^{-1} \frac{|E_y| \cos(\omega t + \phi_y)}{|E_x| \cos(\omega t + \phi_x)} \quad (2.2.6)$$

とすると、その時間変化は微分操作より、

$$\begin{aligned} \frac{d\psi}{\cos^2 \psi} &= \frac{|E_y|}{|E_x|} \frac{-\omega \sin(\phi_y - \phi_x)}{\cos^2(\omega t + \phi_x)} dt \\ \frac{d\psi}{dt} &= \frac{-\omega |E_x| |E_y| \sin \phi}{|E_x|^2 \cos^2(\omega t + \phi_x) + |E_y|^2 \cos^2(\omega t + \phi_y)} = \frac{-\omega |E_x| |E_y| \sin \phi}{|\mathbf{E}(t)|^2} \end{aligned} \quad (2.2.7)$$

となる。これより、

$$0 < \phi < \pi \quad \text{に対して} \quad \frac{d\psi}{dt} < 0 \quad (\text{左回り, 反時計回り}) \quad (2.2.8a)$$

$$-\pi < \phi < 0 \quad \text{に対して} \quad \frac{d\psi}{dt} > 0 \quad (\text{右回り, 時計回り}) \quad (2.2.8b)$$

図2.2.3に電波のやってくる方向と後ろ側から見た回転の方向を示す。図2.2.2や図2.2.3(a)の直角座標系 x - y 平面では、 z 軸は紙面から読者側に向き、また、電波は正の z 方向に進むと仮定しているので、電波がやってくる方向を見込んでいることになる。また、図2.2.3(b)は後ろ側から見た図である。

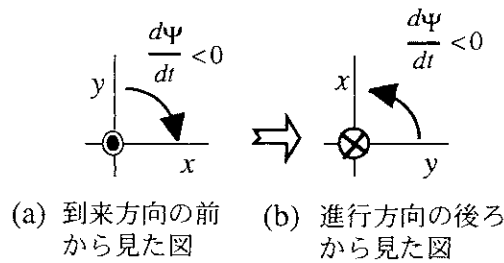


図2.2.3 回転の方向（左回り偏波）

回転方向の定義は、伝搬方向の後ろ側から電界ベクトルの先端を見たときに、時間の経過と共にどちら方向に回るかで決めている。IEEE Standard [1]によれば、 $z=\text{const}$ の面内で、時間と共に時計回りに回転するものを「右回り」と定義し、逆に、反時計回りに回転するものを「左回り」と定義している。図2.2.3(a)のように書いた場合は、 $\frac{d\psi}{dt} < 0$ は時計回りで、一見すると右回りに見えるが、電波を見る方向が逆なので、図2.2.3(b)のように左回りである（左回り偏波）。

数式的には、 $\phi = \phi_y - \phi_x$ のとる範囲を調べ、

$0 < \phi < \pi$ は 左回り, Left handed rotation sense

$-\pi < \phi < 0$ は 右回り, Right handed rotation sense

であると理解すればよい。それゆえ、相対位相差 $\phi = \phi_y - \phi_x$ を調べることで、ベクトルの先端の回転方向がわかる。 $\phi > 0$ ならば、左回りのだ円偏波となり、 $\phi < 0$ では右回りのだ円偏波となる。もし、相対位相差 $\phi = \phi_y - \phi_x$ が π の整数倍ならば、2つの成分は同相・逆相となり、直線を描く（図2.2.4）。

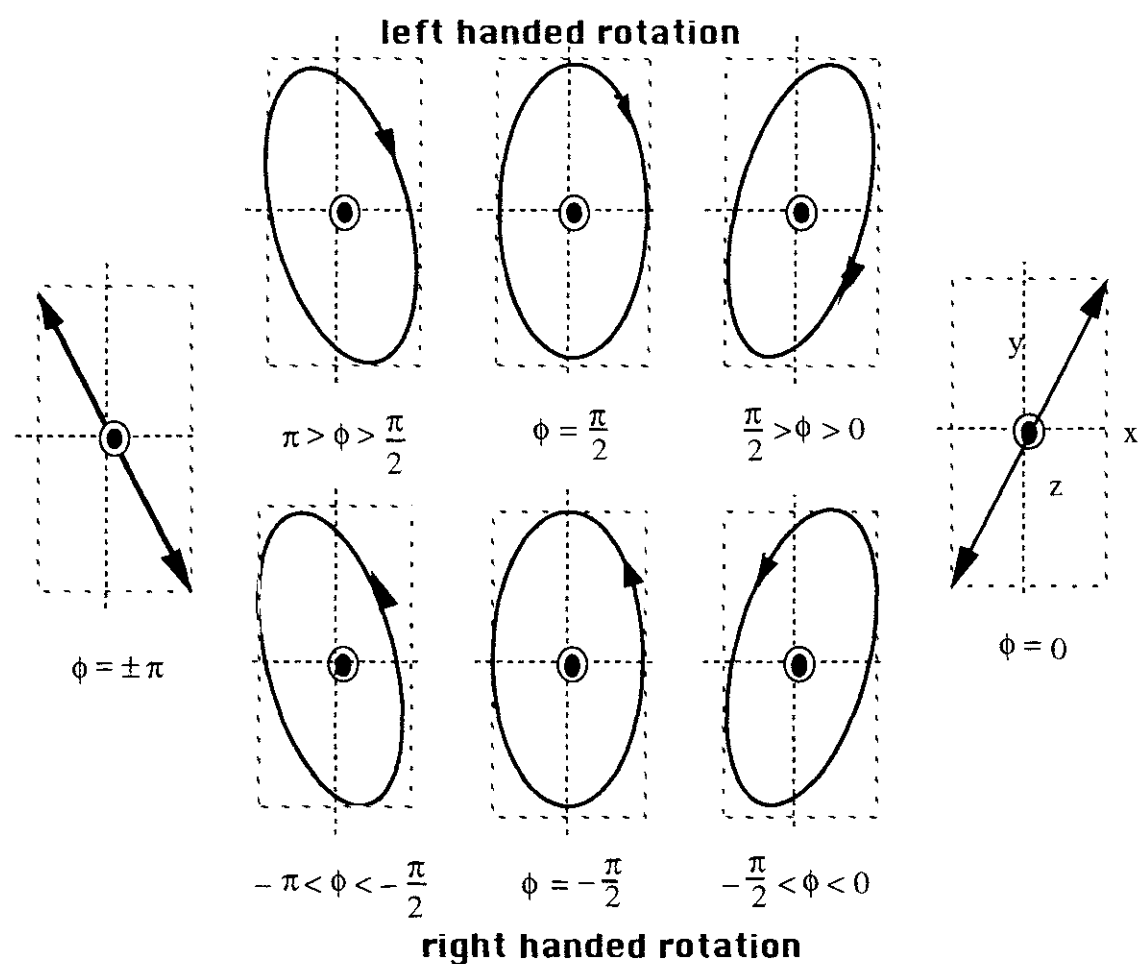


図2.2.4 一般的なだ円偏波
(到来方向から見ているので注意)

2.2.2 幾何学的パラメータ (τ, ε, A) による表現

電界ベクトルの先端の軌跡は、一般にだ円を描くので、だ円偏波を表現するのに図2.2.5に示すような幾何学的パラメータの (τ, ε, A) を使う方が便利ことが多い。これらのパラメータは、それぞれ傾き角(tilt(orientation) angle) τ , ellipticity angle ε , size A であり、次のように定義されている。

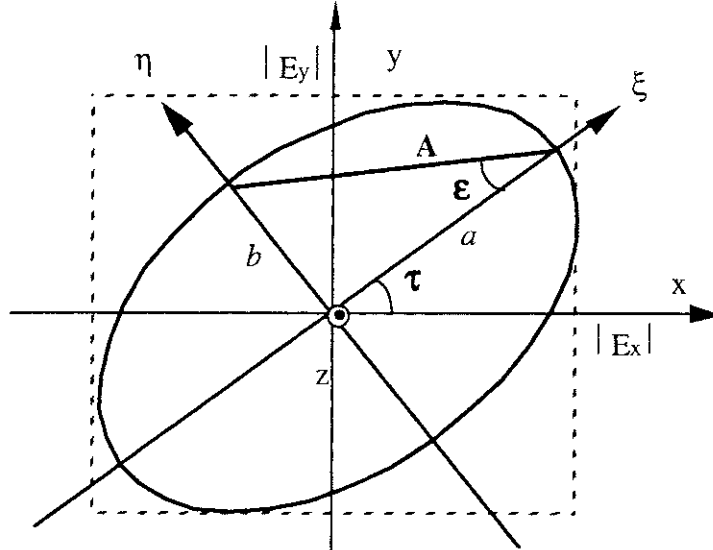


図2.2.5 だ円偏波を表すパラメータ

$$\text{Ellipticity angle } \varepsilon \quad \varepsilon = \tan^{-1} \frac{b}{a} \quad \left(-\frac{\pi}{4} \leq \varepsilon \leq \frac{\pi}{4}\right) \quad (2.2.9)$$

b はだ円の短軸、 a はだ円の長軸の長さである。これはだ円の膨らみ具合を表しており、 $\varepsilon = \pm \frac{\pi}{4}$ で完全な円、 $\varepsilon = 0$ で直線となる。符号は回転の向きに対応しており、左回りだ円偏波では $\varepsilon > 0$ 、右回りだ円偏波に対しては $\varepsilon < 0$ である。式(2.2.19)を参照。

なお、ellipticity angle の記号 ε は誘電率と同じ記号なので混同しやすい。以後は、特に断らない限り、 ε をellipticity angleとしてあらわすものとする。

Tilt angle (傾き角) τ は、だ円の長軸と正の x 軸のなす角度であり、だ円の傾きを表す。その範囲は $(-\frac{\pi}{2} \leq \tau \leq \frac{\pi}{2})$ である。なお、Tilt angleの頭文字に対応して、 τ の記号を採用しているが、書物や文献によっては別の記号を用いたり、呼び名もOrientation Angleと言ったりすることが多い。

だ円の大きさは

$$A = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (2.2.10)$$

によって与えられる。 A^2 は電力を表し、偏波情報とは直接に関係しない。

だ円偏波の状態は、幾何学的パラメータによって全て表現することができる。図2.2.6に幾何学的パラメータを変数とするだ円偏波を示す。 $\varepsilon = \pm \frac{\pi}{4}$ では、 τ がどのような値になっ

ても円偏波である。この表現方法は後の偏波シグネチャで用いる。

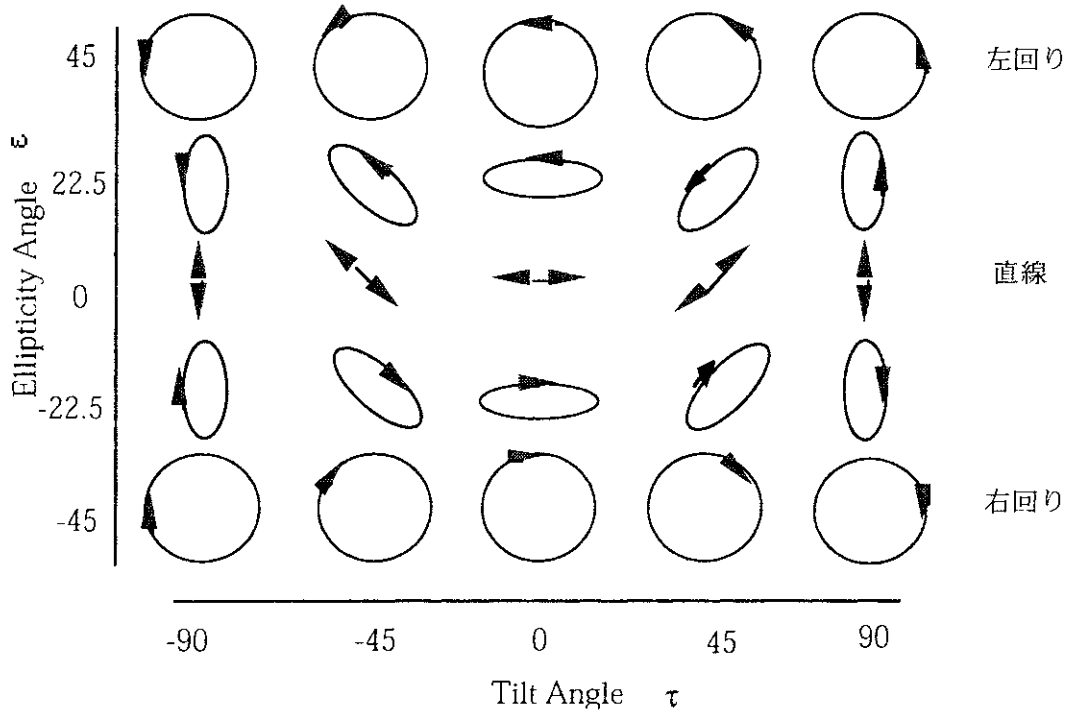


図2.2.6 幾何学的パラメータによるだ円偏波の表現

だ円偏波の状態は、幾何学的パラメータ (Tilt angle, Ellipticity angle) によって表現することができるので、単一周波数の平面波のだ円偏波状態を表わす2つのパラメータ ($|E_x|, |E_y|, \phi_x, \phi_y$) と (A, ϵ, τ) の間の関係を求めてみよう。そして、その後に (ϵ, τ) を使ったストークスパラメータ、偏波ベクトルPの関係を求める。

図2.2.5において、 ξ 軸と η 軸をそれぞれ、新しい長軸と短軸方向に選ぶ。この新しい座標系で、だ円偏波は傾きのない正規のだ円となる。このだ円座標で電界の各成分は

$$\begin{bmatrix} \epsilon_\xi \\ \epsilon_\eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \cos(\omega t + \phi_\xi) \\ b \cos(\omega t + \phi_\eta) \end{bmatrix}$$

と書くことができるが、だ円の方程式(2.2.5)からも分かるように、位相的には $\phi_\eta - \phi_\xi = \frac{\pi}{2}$ となり、(2.2.1) は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \epsilon_\xi \\ \epsilon_\eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \cos(\omega t + \phi_\xi) \\ b \cos(\omega t + \phi_\eta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \cos(\omega t + \phi_\xi) \\ -b \sin(\omega t + \phi_\xi) \end{bmatrix} \quad (2.2.11)$$

新しい軸はx-y 軸を τ だけ回転して得られるので、x-y座標における電界は、 (ξ, η) 座標では次のように変換できる。

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_\xi \\ \varepsilon_\eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \tau & \sin \tau \\ -\sin \tau & \cos \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \end{bmatrix} \quad (2.2.12)$$

式(2.2.1), (2.2.11)を式(2.2.12)に代入することによって

$$\begin{aligned} |E_x| \cos(\omega t + \phi_x) \cos \tau + |E_y| \cos(\omega t + \phi_y) \sin \tau &= a \cos(\omega t + \phi_\xi) \\ |E_x| \cos(\omega t + \phi_x) \sin \tau - |E_y| \cos(\omega t + \phi_y) \cos \tau &= b \sin(\omega t + \phi_\xi) \end{aligned}$$

\sin, \cos 関数を展開し、 $\sin \omega t$, $\cos \omega t$ の係数を比較すれば

$$\begin{aligned} |E_x| \cos \phi_x \cos \tau + |E_y| \cos \phi_y \sin \tau &= a \cos \phi_\xi \\ |E_x| \sin \phi_x \cos \tau + |E_y| \sin \phi_y \sin \tau &= a \sin \phi_\xi \\ |E_x| \cos \phi_x \sin \tau - |E_y| \cos \phi_y \cos \tau &= b \sin \phi_\xi \\ |E_x| \sin \phi_x \sin \tau - |E_y| \sin \phi_y \cos \tau &= -b \cos \phi_\xi \end{aligned} \quad (2.2.13)$$

演算の結果、次の関係式が得られる。

$$\frac{b}{a} = \frac{|E_x| \cos \phi_x \sin \tau - |E_y| \cos \phi_y \cos \tau}{|E_x| \sin \phi_x \cos \tau + |E_y| \sin \phi_y \sin \tau} \quad (2.2.14a)$$

$$\frac{b}{a} = \frac{-|E_x| \sin \phi_x \sin \tau + |E_y| \sin \phi_y \cos \tau}{|E_x| \cos \phi_x \cos \tau + |E_y| \cos \phi_y \sin \tau} \quad (2.2.14b)$$

$$a^2 + b^2 = |E_x|^2 + |E_y|^2 \quad (\text{エネルギー一定}) \quad (2.2.15)$$

$$\frac{1}{2} \left(|E_x|^2 - |E_y|^2 \right) \sin 2\tau = |E_x| |E_y| \cos 2\tau \cos(\phi_y - \phi_x) \quad (2.2.16)$$

$\phi = \phi_y - \phi_x$ を代入して

$$\tan 2\tau = \frac{2 |E_x| |E_y| \cos \phi}{|E_x|^2 - |E_y|^2} \quad (2.2.17)$$

$$ab = |E_x| |E_y| \sin(\phi_y - \phi_x) = |E_x| |E_y| \sin \phi \quad (2.2.18)$$

となる。ellipticityの定義と(2.2.14)を使って

$$\sin 2\varepsilon = \frac{2 \sin \varepsilon \cos \varepsilon}{\sin^2 \varepsilon + \cos^2 \varepsilon} = \frac{2 \tan \varepsilon}{1 + \tan^2 \varepsilon} = \frac{2(b/a)}{1 + (b/a)^2} = \frac{2 |E_x| |E_y| \sin \phi}{|E_x|^2 + |E_y|^2} \quad (2.2.19)$$

(2.2.17), (2.2.19)から, $\varepsilon, \tau, |E_x|, |E_y|, \phi$ の関係がわかる. また, (2.2.11)から,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \varepsilon_\xi \\ \varepsilon_\eta \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} a \cos(\omega t + \phi_\xi) \\ -b \sin(\omega t + \phi_\xi) \end{bmatrix} = \sqrt{a^2 + b^2} \begin{bmatrix} \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos(\omega t + \phi_\xi) \\ \frac{-b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin(\omega t + \phi_\xi) \end{bmatrix} \\ &= A \begin{bmatrix} \cos \varepsilon \cos(\omega t + \phi_\xi) \\ -\sin \varepsilon \sin(\omega t + \phi_\xi) \end{bmatrix} = \text{Re} \left\{ A \begin{bmatrix} \cos \varepsilon \\ j \sin \varepsilon \end{bmatrix} \exp \left[j(\omega t + \phi_\xi) \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.2.20)$$

(2.2.12)より,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos \tau & -\sin \tau \\ \sin \tau & \cos \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_\xi \\ \varepsilon_\eta \end{bmatrix} = \text{Re} \left\{ A \begin{bmatrix} \cos \tau & -\sin \tau \\ \sin \tau & \cos \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varepsilon \\ j \sin \varepsilon \end{bmatrix} \exp \left[j(\omega t + \phi_\xi) \right] \right\} \\ \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \end{bmatrix} &= \text{Re} \left\{ \begin{bmatrix} |E_x| e^{j\phi_x} \\ |E_y| e^{j\phi_y} \end{bmatrix} \exp(j\omega t) \right\} \quad \text{だから, 偏波状態は次のように書ける.} \\ \begin{bmatrix} |E_x| e^{j\phi_x} \\ |E_y| e^{j\phi_y} \end{bmatrix} &= A \begin{bmatrix} \cos \tau & -\sin \tau \\ \sin \tau & \cos \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varepsilon \\ j \sin \varepsilon \end{bmatrix} e^{j\phi_\xi} \end{aligned} \quad (2.2.21)$$

もし, 振幅を $A = 1$ と正規化すれば, 絶対位相 ϕ_ξ を除き, (2.2.21)は単位ベクトル $\begin{bmatrix} \cos \varepsilon \\ j \sin \varepsilon \end{bmatrix}$ を $-\tau$ だけ回転 $\begin{bmatrix} \cos \tau & -\sin \tau \\ \sin \tau & \cos \tau \end{bmatrix}$ させたものに等しいと解釈できる. (2.2.6節で使う)

2.2.3 Jones ベクトルによる表現

2.2.1節では, 電界を実数の観測量 $\mathcal{E}(\mathbf{r}, t)$ として記述した. ここでは, 複素電界ベクトル (フェイザー) を考える. 周波数 ω の場では, 瞬時ベクトルは次の形をとる.

$$\mathcal{E}(\mathbf{r}, t) = \text{Re} \left\{ \mathbf{E}(\mathbf{r}) \exp(j\omega t) \right\} \quad (2.2.22)$$

電界ベクトル $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ は空間座標の関数であり, フェイザーである.

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = E_0 \exp(-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \quad (2.2.23)$$

正の z 軸方向に伝搬する平面波に対して、 E_0 は複素振幅を持つベクトルであり、次の形式でかける。

$$E(z) = \begin{bmatrix} |E_x| e^{j\phi_x} \\ |E_y| e^{j\phi_y} \end{bmatrix} e^{-jkz} \quad (2.2.24)$$

また、 z が一定の面では、 z に関する項を取り除くことができ、 $z=0$ とすると

$$E(0) = \begin{bmatrix} |E_x| e^{j\phi_x} \\ |E_y| e^{j\phi_y} \end{bmatrix} \quad (2.2.25)$$

このベクトルは "Jones vector" と呼ばれている。絶対位相は観測点や伝搬距離によって大きく変化するので、一般に計測は難しい。そこで、 x 成分を実数化するように、 x の絶対位相 ϕ_x を抜き出し、相対位相 $\phi = \phi_y - \phi_x$ を使うと次の形になる。

$$E_0 = \begin{bmatrix} |E_x| \\ |E_y| e^{j\phi} \end{bmatrix} \quad (2.2.26)$$

偏波比 (Polarization ratio) ρ による表現

平面波の電界はベクトルなので、Transverse 面内で2つの直交成分に分解できる。その直交成分は $x-y$ 成分のような直線基底での分解が最も一般的である。しかし、円、だ円などの直交基底もあり、成分分解の方法は一意ではなく、偏波基底に依存する。ベクトルの2つの直交成分は任意の偏波基底の成分として表すことができる。互いに直交する単位ベクトル \widehat{A}, \widehat{B} をもつ基底(AB)に対して、その電界ベクトルを次のように書くことができる。

$$E(A, B) = E_A \widehat{A} + E_B \widehat{B} \quad (2.2.27)$$

ここで、 E_A と E_B は複素数で、偏波比は次のように定義される。

$$\rho_{AB} = \frac{E_B}{E_A} = \frac{|E_B|}{|E_A|} e^{j(\phi_B - \phi_A)} = |\rho_{AB}| e^{j\phi_{AB}} \quad (2.2.28)$$

$\phi_{AB} = \phi_B - \phi_A$ は E_A と E_B の位相差である。この複素数の偏波比 ρ_{AB} は、偏波基底(AB)に依存するが、Jones vector で電界を表現すると

$$E(AB) = \begin{bmatrix} E_A \\ E_B \end{bmatrix} = |E_A| e^{j\phi_A} \begin{bmatrix} 1 \\ \rho_{AB} \end{bmatrix}$$

$$= |E_A| e^{j\phi_A} \frac{\sqrt{1 + \frac{E_B E_B^*}{E_A E_A^*}}}{\sqrt{1 + \frac{E_B E_B^*}{E_A E_A^*}}} \begin{bmatrix} 1 \\ \rho_{AB} \end{bmatrix} = \frac{|E| e^{j\phi_A}}{\sqrt{1 + \rho_{AB} \rho_{AB}^*}} \begin{bmatrix} 1 \\ \rho_{AB} \end{bmatrix} \quad (2.2.29)$$

但し, $|E| = \sqrt{E_A E_A^* + E_B E_B^*}$

もし, 振幅を $|E| = 1$ と選び, 絶対位相 ϕ_A を無視すれば, 上の表現式は

$$E(AB) = \frac{1}{\sqrt{1 + \rho_{AB} \rho_{AB}^*}} \begin{bmatrix} 1 \\ \rho_{AB} \end{bmatrix} \quad (2.2.30)$$

となる. 偏波比を使ったこの表現方法も, 偏波状態の1つの表し方であり, コヒーレント波での解析によく用いられる.

(a) 直線偏波基底(HV)における偏波比 ρ_{HV}

直線基底(HV)では偏波状態は $E(HV) = E_H \widehat{H} + E_V \widehat{V}$ (2.2.31)
 であるので, 偏波比 ρ_{HV} は

$$\rho_{HV} = \frac{E_V}{E_H} = \frac{|E_V|}{|E_H|} e^{j(\phi_V - \phi_H)} = \tan \gamma_{HV} e^{j\phi_{HV}} \quad (2.2.32)$$

ここで γ_{HV} は図2.2.7に定義される角度である.

$$|E_H| = \sqrt{E_H^2 + E_V^2} \cos \gamma_{HV} \quad , \quad |E_V| = \sqrt{E_H^2 + E_V^2} \sin \gamma_{HV} \quad (2.2.33)$$

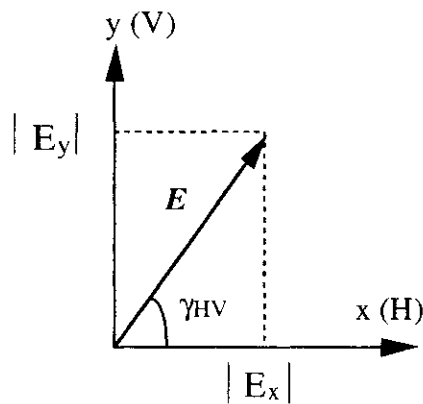


図2.2.7 電界成分と角度

この表現によると, 例えば水平偏波の場合, $E_V = 0$ となるので $\rho_{HV} = 0$ となり

$$E(HV) = 1 \widehat{H} + 0 \widehat{V} = \frac{1}{\sqrt{1 + 0 \cdot 0}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.2.34a)$$

45度傾いた直線偏波では

$$E(HV) = \frac{1}{\sqrt{1+1 \cdot 1}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.2.34b)$$

である。また、右回り円偏波 \mathbf{R} を表現しようとする場合、IEEEの定義では、

$$|E_H| = |E_V|, \quad \phi_{HV} = \phi_V - \phi_H = -\frac{\pi}{2}, \quad \rho_{HV} = -j \quad \text{なので}$$

$$E(HV) = \mathbf{R}(HV) = RHC = \frac{1}{\sqrt{1+(-j)(j)}} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix} \quad (2.2.34c)$$

同様に左回り円偏波では、 $\rho_{HV} = j$ で

$$E(HV) = \frac{1}{\sqrt{1+j(-j)}} \begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix} \quad (2.2.34d)$$

となっている。しかし、本文では基底変換の性質も含めて、左回り円偏波(LHC)に対しては以下の表現を使う。

$$E(HV) = \mathbf{L}(HV) = LHC = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -j \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{-j}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix} \quad (2.2.34e)$$

注：IEEEの定義では、(2.2.34c)、(2.2.34d)のJones Vector表現で円偏波が規定されており、互いに複素共役の関係にある。しかし、第3章に述べるユニタリ基底変換ではユニタリ行列の行列式が+1にならないなど大きな問題が生じてくる。

(b) 円偏波基底(RL)における偏波比 ρ_{RL}

円偏波基底において、単位ベクトルは $\hat{\mathbf{R}}$ と $\hat{\mathbf{L}}$ であり、 $\hat{\mathbf{R}}$ は右回り円偏波の単位ベクトル、 $\hat{\mathbf{L}}$ は左回り円偏波の単位ベクトルである。従って、円偏波基底を用いた平面波の偏波状態は

$$E(RL) = E_R \hat{\mathbf{R}} + E_L \hat{\mathbf{L}} \quad (2.2.35)$$

ここで E_R と E_L はRとLの成分である。偏波比は定義により、

$$\rho_{RL} = \frac{E_L}{E_R} = \frac{|E_L|}{|E_R|} e^{j(\phi_L - \phi_R)} = |\rho_{RL}| e^{j\phi_{RL}} = \tan \gamma_{RL} e^{j\phi_{RL}} \quad (2.2.36)$$

これらのパラメータは、後述するポアンカレ球上で-z軸の交点を起点として、直線偏波の場合と同様に定義される。直線偏波の基底による表現とは異なることに注意する必要がある。振幅が1の右回り円偏波は円偏波基底で

$$E(RL) = 1\hat{R} + 0\hat{L} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.2.37a)$$

と表わされ、同様に左回り円偏波は

$$E(RL) = 0\hat{R} + 1\hat{L} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.2.37b)$$

となる。

物理的には同じ偏波状態を表わしていても、偏波基底のとり方が異なると偏波比は違った値となる。表2.2.1にいくつかの偏波状態を示す。

表2.2.1 正規化されたJones Vectorの幾何学的パラメータ (ϵ, τ) : (ellipticity, tilt angle) と polarization ratio ρ による偏波状態表現

Polarization	Tilt τ	Ellip. ϵ	(HV) basis ρ_{HV}	E
Linear Horizontal	0	0	0	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$
Linear Vertical	$\frac{\pi}{2}$	0	∞	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
45° Linear	$\frac{\pi}{4}$	0	1	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$
135° Linear	$-\frac{\pi}{4}$	0	-1	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$
Right-Handed Circular	any	$-\frac{\pi}{4}$	$-j$	$\frac{e^{j\tau}}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix}$
Left-Handed Circular	any	$\frac{\pi}{4}$	j	$\frac{e^{-j\tau}}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -j \\ 1 \end{bmatrix}$

ところで、偏波比 $\rho = \infty$ となって発散してしまうような場合には、解析に不便ことがある。そのような場合、以下のようにスピナーパラメータを使うことがある。(2.2.1)を変形すると瞬時ベクトルは

$$\mathcal{E}(z, t) = \sqrt{E_H^2 + E_V^2} \operatorname{Re} \left\{ \begin{bmatrix} \cos \gamma_{HV} \\ \sin \gamma_{HV} e^{j\phi} \end{bmatrix} e^{j(\omega t - kz + \phi_x)} \right\}$$

となるので

$$\phi = \phi_y - \phi_x, \quad \alpha = \phi_x \quad x = H, y = V \text{ とすると一般形として}$$

$$\mathcal{E}(z, t) = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} \operatorname{Re} \left\{ \begin{bmatrix} \cos \gamma \\ \sin \gamma e^{j\phi} \end{bmatrix} e^{j(\omega t - kz + \alpha)} \right\} \quad (2.2.38)$$

この[] で囲まれた項目はスピナーと呼ばれ、伝搬する波の時間、空間依存には無関係な量である。スピナーのパラメータ γ, ϕ は、ポアンカレ球(Poincare Sphere)上で偏波状態を指定するときにも使われる。

あるいは、(2.2.21)に示した幾何学的パラメータを使うこともある。

$$\begin{bmatrix} |E_x| e^{j\phi_x} \\ |E_y| e^{j\phi_y} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \cos \tau & -\sin \tau \\ \sin \tau & \cos \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varepsilon \\ j \sin \varepsilon \end{bmatrix} e^{j\phi_s^x} \quad (2.2.21)$$

2.2.4 Stokesベクトルによる表現

前節では、完全偏波(Completely polarized wave)について扱った。完全偏波した波とは、 $|E_A|$, $|E_B|$, ϕ_{AB} が観測時間中に定数であるか、あるいは少なくとも時間に関して非常にゆっくり変動する波で、位相がそろっているコヒーレント波とも等価である。しかし、観測時間中に位相がランダムに変わる波や、部分的に偏波した波を扱うのには、今までの手法で取り扱うことはできない。完全偏波も含め、これらのすべての波を取り扱うには、Stokesパラメータを用いなければならない。Stokesパラメータは1852年に Sir George Stokes によって創られたものである。

(a) 完全偏波に対するStokesベクトル

単一周波数の完全偏波した平面波は、直線偏波(HV)基底においてStokesパラメータと次の関係で結ばれている。

$$\begin{aligned} g_0 &= E_H E_H^* + E_V E_V^* = |E_H|^2 + |E_V|^2 \\ g_1 &= E_H E_H^* - E_V E_V^* = |E_H|^2 - |E_V|^2 \\ g_2 &= 2 \operatorname{Re} (E_V E_H^*) = 2 |E_H| |E_V| \cos \phi \\ g_3 &= 2 \operatorname{Im} (E_V E_H^*) = 2 |E_H| |E_V| \sin \phi \end{aligned} \quad (2.2.39)$$

$|E_H|$, $|E_V|$, ϕ は、 E_H , E_V 成分の振幅、相対位相である。したがって、完全偏波に

対しては次の関係が成り立つ.

$$g_0^2 = g_1^2 + g_2^2 + g_3^2 \quad (2.2.40)$$

(2.2.39)からわかるように, g_0 は全電力, g_1 は水平偏波と垂直偏波の電力差, g_2 と g_3 からは位相差 ϕ を与える. Stokesパラメータは幾何学的パラメータとも関連しており, (2.2.17)と(2.2.19)より次の関係がある.

$$g_0 = |E_H|^2 + |E_V|^2 = A^2 \quad (2.2.41)$$

$$g_2 = g_1 \tan 2\tau \quad (2.2.42)$$

$$g_3 = g_0 \sin 2\varepsilon = A^2 \sin 2\varepsilon \quad (2.2.43)$$

(2.2.41)-(2.2.43)を(2.2.40)に代入して

$$g_1 = g_0 \cos 2\varepsilon \cos 2\tau = A^2 \cos 2\varepsilon \cos 2\tau \quad (2.2.44)$$

$$g_2 = g_0 \cos 2\varepsilon \sin 2\tau = A^2 \cos 2\varepsilon \sin 2\tau \quad (2.2.45)$$

それゆえ, Stokesパラメータは A, ε, τ によって表され, このパラメータを4行1列のコラム形式で書いたものをStokesベクトルと言う. このベクトルの成分 g_1, g_2, g_3 は, 図2.2.10に示したポアンカレ球の直角座標成分に対応している.

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |E_H|^2 + |E_V|^2 \\ |E_H|^2 - |E_V|^2 \\ 2|E_H||E_V|\cos\phi \\ 2|E_H||E_V|\sin\phi \end{bmatrix} = A^2 \begin{bmatrix} 1 \\ \cos 2\tau \cos 2\varepsilon \\ \sin 2\tau \cos 2\varepsilon \\ \sin 2\varepsilon \end{bmatrix} \quad (2.2.46)$$

(b) 部分偏波に対するStokesベクトル

部分偏波した波は, 完全偏波した(位相のそろった)波と位相のそろっていない波の和であり, Coherency Matrix $[J]$ によって表現される. このマトリックスは, 電界をそのエルミート共役で乗じたもので得られ, 次のように定義されている.

$$[J] = \langle \mathbf{E} \mathbf{E}^+ \rangle = \begin{bmatrix} \langle E_H E_H^* \rangle & \langle E_H E_V^* \rangle \\ \langle E_V E_H^* \rangle & \langle E_V E_V^* \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{HH} & J_{HV} \\ J_{VH} & J_{VV} \end{bmatrix} \quad (2.2.47)$$

ここで, $\langle \dots \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{2T} \int_{-T}^T (\dots) dt \right]$ は時間平均を表わしているが, エルゴード性を仮定す

ると空間での集合平均や期待値としてとりあつかってもよい. StokesベクトルをCoherency Matrixの要素によって表わせば

$$\begin{aligned}
g_0 &= \langle E_H E_H^* \rangle + \langle E_V E_V^* \rangle = J_{HH} + J_{VV} = \langle |E_H|^2 + |E_V|^2 \rangle \\
g_1 &= \langle E_H E_H^* \rangle - \langle E_V E_V^* \rangle = J_{HH} - J_{VV} = \langle |E_H|^2 - |E_V|^2 \rangle \\
g_2 &= \langle E_H E_V^* \rangle + \langle E_V E_H^* \rangle = J_{HV} + J_{VH} = \langle 2 |E_H| |E_V| \cos \phi \rangle \\
g_3 &= j \langle E_H E_V^* \rangle - j \langle E_V E_H^* \rangle = j(J_{HV} - J_{VH}) = \langle 2 |E_H| |E_V| \sin \phi \rangle
\end{aligned} \tag{2.2.48}$$

部分偏波した波は、完全偏波した(polarized, or, coherent)波と偏波してない(unpolarized, or, incoherent)波の和であるので、ストークスパラメータを次のようにも書くことができる。

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix} = g_0 \underbrace{\begin{bmatrix} 1-q \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\text{unpolarized}} + g_0 \underbrace{\begin{bmatrix} q \\ q \cos 2\varepsilon \cos 2\tau \\ q \cos 2\varepsilon \sin 2\tau \\ q \sin 2\varepsilon \end{bmatrix}}_{\text{polarized}} \tag{2.2.49}$$

ただし、 q は偏波の度合いを示し、**degree of polarization** と呼ばれる。

$$q = \sqrt{1 - \frac{4 \det[\mathbf{J}]}{(J_{HH} + J_{VV})^2}} = \frac{\sqrt{g_1^2 + g_2^2 + g_3^2}}{g_0} \tag{2.2.50}$$

2.2.5 偏波パラメータとポアンカレー球

図2.2.8にポアンカレー偏波球を示す。数学者ポアンカレー(Poincare)によって考案されたものである。球の表面上の1点は、ある1つのだ円を示しており、すべての偏波状態と1対1の対応がある。球面上の点を指定することによって偏波状態が指定できる。ポアンカレー球は、偏波状態を視覚的に理解するのに都合がよい。

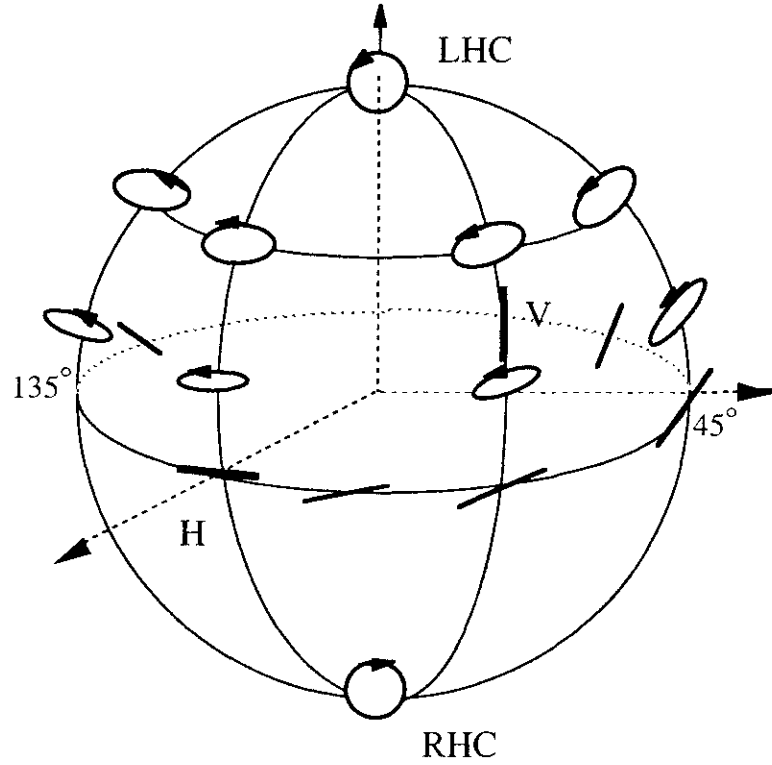


図2.2.8 ポアンカレー球といくつかの偏波状態 (上半球は左回り, 下半球は右回り)

球面上の点 P の座標を指定するにはいくつかの方法がある．今まで示したパラメータに角度 $2\gamma_{HV}$ と ϕ_{HV} ，あるいは幾何学的パラメータ $2\varepsilon, 2\tau$ がある．それらのパラメータの原点の取り方を図2.2.9に示す．

$2\gamma_{HV} = 2\gamma$ は，赤道上的点 H (水平偏波を表す) から点 P までの大圏行路距離 HP を表し， $0 \leq 2\gamma \leq \pi$ の範囲で球の裏側まで到達する．また $\phi_{HV} = \phi$ は，点 H において赤道と HP のなす角度 ($-\pi \leq \phi \leq \pi$) である．

一方，幾何学的パラメータ (ε, τ) については，図2.2.12に示すように 2τ が OH 軸から測られる赤道面上での角度で，経度 ($-\pi \leq 2\tau \leq \pi$) に対応する．一般の球座標の Y 軸に出会うところは $2\tau = 90^\circ$ なので， $\tau = 45^\circ$ の直線偏波を表す．そして点 H の裏側は $\tau = 90^\circ$ で垂直偏波になっている．また， 2ε は赤道面と OP 軸のなす角度で，緯度 ($-\pi/2 \leq 2\varepsilon \leq \pi/2$) に対応している． $2\varepsilon = 90^\circ$ ($\varepsilon = 45^\circ$) は Z 軸との交点 (北極) で，左回り円偏波を表し， $2\varepsilon = -90^\circ$ は南極であり，右回り円偏波を表す (図2.2.8) ．

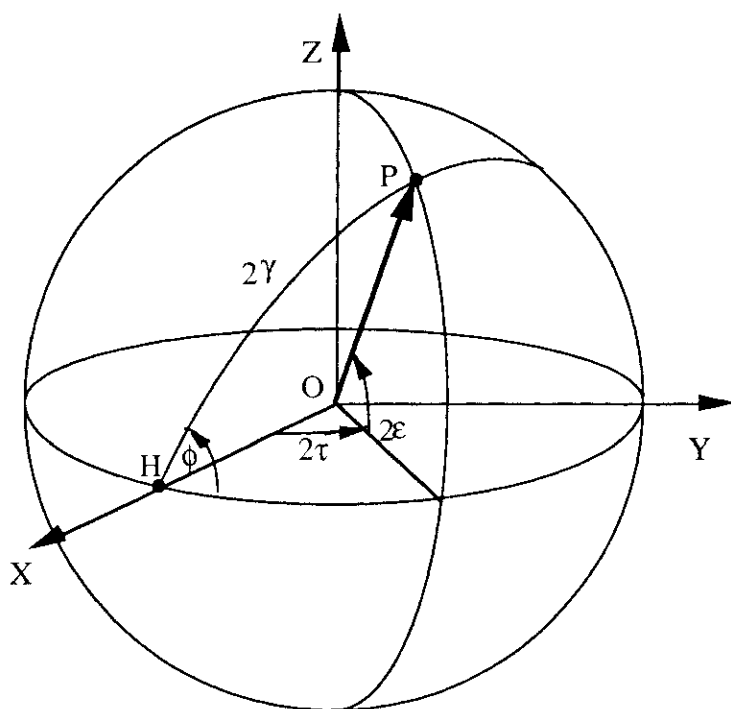


図2.2.9 ポアンカレ球(Poincare Sphere)と幾何学的パラメータ

なぜこのような出発点Hと角度の取り方をするかは、各パラメータ間の関係やStokesベクトルによる表現とも密接に関わっている。

スピナーパラメータ $\gamma_{HV} = \gamma$, $\phi_{HV} = \phi$ は、幾何学的パラメータ ϵ, τ とつぎの関係がある。
図2.2.9より

$$\sin 2\epsilon = \sin 2\gamma \sin \phi \quad (2.2.51)$$

(2.2.17)をつかって

$$\tan 2\tau = \frac{2 \tan \gamma}{1 - \tan^2 \gamma} \cos \phi = \tan 2\gamma \cos \phi \quad (2.2.52)$$

また、逆の関係として

$$\frac{\sin^2 2\epsilon}{\sin^2 2\gamma} + \frac{\tan^2 2\tau}{\tan^2 2\gamma} = 1 \quad (2.2.53)$$

$\sin^2 2\gamma \cos^2 2\tau$ を両辺に掛けて整理すると

$$\cos 2\gamma = \cos 2\tau \cos 2\epsilon \quad (2.2.54)$$

$$\tan \phi = \frac{\sin 2\epsilon}{\tan 2\tau \cos 2\gamma} = \frac{\tan 2\epsilon}{\sin 2\tau} \quad (2.2.55)$$

式(2.2.51)から(2.2.55)までの関係を図で書くと、結果的に図2.2.10のようにになっている。

最も特徴的なことはStokesベクトル成分(g_1, g_2, g_3)は、ポアンカレ球の直角座標軸成分になっていることである。通常の球座標でX軸が g_1 , Y軸が g_2 , Z軸が g_3 に対応する。また、幾何学的パラメータ(ϵ, τ)は、図2.2.10のように緯度、経度を表わしており、 2τ が

球座標での ϕ 方向, $\frac{\pi}{2} - 2\varepsilon$ が θ 方向に相当する.

$$\text{緯度} = 2\varepsilon \quad \text{経度} = 2\tau$$

式(2.2.44)から

$$\frac{g_1}{g_0} = \cos 2\varepsilon \cos 2\tau = \cos 2\gamma_{HV} \quad (2.2.56)$$

なので, $\cos 2\gamma_{HV}$ はStokesベクトル \mathbf{g} がX軸となす角の方向余弦である. それゆえ, 点Hから点Pまでのアーク距離(大圏行路距離)は, $HP = g_0(2\gamma_{HV}) = 2\gamma_{HV}$ のように表せる. また, 角度 ϕ_{HV} は赤道面と最大円(アーク距離方向)となす角度であり, XOY面とXOP面のなす角度に等しい. 点PをXOZ面に投影すれば, XOZ面上の投影点P'から作られる角度 $\angle YOP' = \phi_{HV}$ となる. YOZ面で次の式が成り立つことがわかる.

$$\tan \phi_{HV} = \tan \angle YOP' = \frac{g_3}{g_2} \quad (2.2.57)$$

従って, ボアンカレー球上の点Pは, 同じ場所でも偏波状態の表現方法により,

$$\begin{aligned} (2\gamma, \phi), & \quad (0 \leq \gamma \leq \pi/2, -\pi \leq \phi \leq \pi) \\ (2\tau, 2\varepsilon), & \quad (-\pi/2 \leq \tau \leq \pi/2, -\pi/4 \leq \varepsilon \leq \pi/4) \\ (g_1, g_2, g_3), & \quad (-1 \leq g_1, g_2, g_3 \leq 1) \end{aligned}$$

によって図2.2.10のように表されることが分かる. このうち, 最も分かり易いパラメータは $(2\tau, 2\varepsilon)$ と (g_1, g_2, g_3) であろう. $(2\tau, 2\varepsilon)$ は全体の表記の基本をなしている.

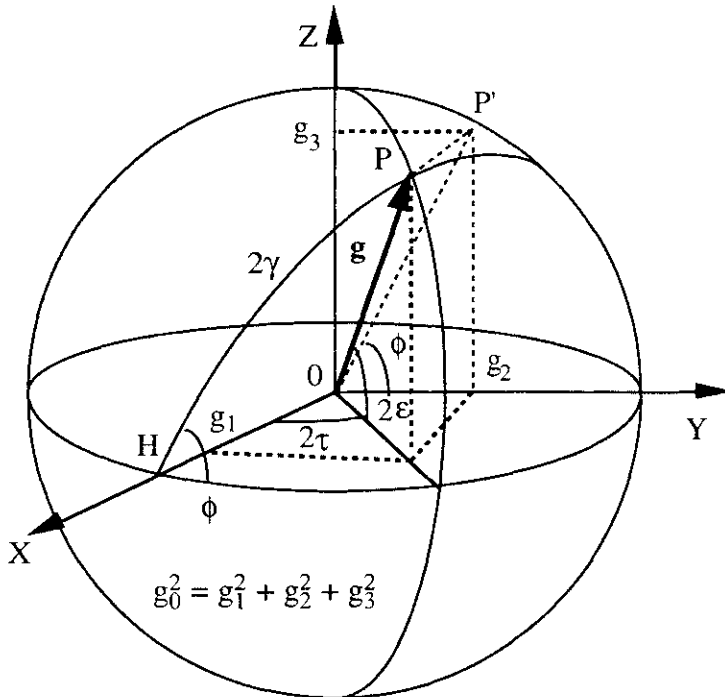


図2.2.10 ボアンカレー球とStokesベクトル

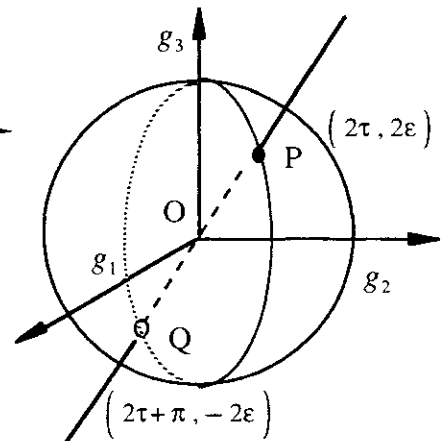


図2.2.11 直交偏波状態 (PとQ)

重要な点として、図2.2.11のようにポアンカレー球上にある点Pを指定すると、球の真裏の点Q(anti-podal point)は直交した偏波状態になっている ことである。例えば、Hの裏側はVであり、互いに直交している。また、北極に対応する点は、左回り円偏波(LHC)で、南極は右回り(RHC)である。この直交性は、球面上のどの点でも成り立っており、この性質は後述の基底変換や、ターゲットの偏波状態を理解する点で役に立つ。

2.2.6 偏波ベクトルによる表現

図2.2.11を使ってポアンカレー球上で互いに直交する偏波状態が直感的にも理解できるので、改めて式の上でも直交する偏波状態を考えてみよう。

式(2.2.21)を再度繰り返してみる。

$$\begin{bmatrix} |E_x| e^{j\phi_x} \\ |E_y| e^{j\phi_y} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \cos \tau - \sin \tau \\ \sin \tau \cos \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varepsilon \\ j \sin \varepsilon \end{bmatrix} e^{j\phi_\xi} \quad (2.2.21)$$

この式から位相 ϕ_ξ を無視して（正確に測定することが難しいため）、**Polarization Vector** **P**を

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}(\tau, \varepsilon) = \begin{bmatrix} \cos \tau - \sin \tau \\ \sin \tau \cos \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varepsilon \\ j \sin \varepsilon \end{bmatrix} \quad (2.2.58)$$

とおく。それと直交する偏波状態は、ポアンカレー球で裏側に配置しているので、

$$2\tau \Rightarrow 2\tau + \pi \quad (\tau \Rightarrow \tau + \frac{\pi}{2}) \quad 2\varepsilon \Rightarrow -2\varepsilon \quad (\varepsilon \Rightarrow -\varepsilon) \quad (2.2.59)$$

とすれば得られることになる。したがって、直交するPolarization Vector **P**は

$$\mathbf{p}_\perp = \mathbf{p}(\tau + \frac{\pi}{2}, -\varepsilon) = \begin{bmatrix} -\sin \tau - \cos \tau \\ \cos \tau - \sin \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varepsilon \\ -j \sin \varepsilon \end{bmatrix} \quad (2.2.60)$$

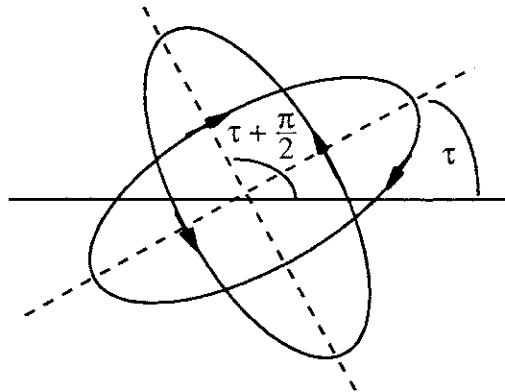


図2.2.12 直交偏波状態

例えば、代表的な偏波状態はPolarization Vector を使って以下のように表される。

$$\text{水平偏波} \quad \tau=0, \varepsilon=0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{p}=\mathbf{p}(0,0)=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ j0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{直交（垂直）偏波} \quad \mathbf{p}_{\perp}=\mathbf{p}\left(\frac{\pi}{2},-0\right)=\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -j0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{右回り円偏波} \quad \varepsilon=-\frac{\pi}{4} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{p}=\mathbf{p}\left(\tau,-\frac{\pi}{4}\right)=\begin{bmatrix} \cos \tau & -\sin \tau \\ \sin \tau & \cos \tau \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix} = \frac{e^{j\tau}}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix}$$

$$\text{直交（左回り）円偏波} \quad \mathbf{p}_{\perp}\left(\tau+\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{4}\right)=\begin{bmatrix} -\sin \tau & -\cos \tau \\ \cos \tau & -\sin \tau \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix} = \frac{e^{-j\tau}}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -j \\ 1 \end{bmatrix}$$

これらの結果は表2.2.1のものと同じ表現であり、Jonesベクトル表現でもある。円偏波においては、回転 $e^{-j\tau}$ 、 $e^{j\tau}$ の項目は初期位相を表すのみであり、不定である。円を回転しても同じ円になるので、もし、 $\tau=0$ ととれば、右回りと左回りのPolarization Vectorとして

$$RHC = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix} \quad (2.2.61a)$$

$$LHC = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -j \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{-j}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix} \quad (2.2.61b)$$

が得られる（注4）。

そして、Polarization Vectorは次の直交（ユニタリ内積）条件を満たしている。

$$\mathbf{p} \cdot \mathbf{p}_{\perp}^* = 0 \quad (2.2.62)$$

2.3 偏波パラメータ間の関係

今まで、電界の振幅、位相から出発し、各種パラメータによってだ円偏波を表現してきた。表現方法はいろいろあるが、本質的に同じものを指している。視覚的に偏波状態を捉えるには、ポアンカレ球が最も優れている。数式の上では幾何学的パラメータが基本である。偏波比と幾何学的パラメータ、Stokesベクトルと偏波比の関係などは次章以降で使うので、これらのパラメータの相互関係を図2.3.1、図2.3.2に示す。

(a) 偏波比と幾何学的パラメータ

$$\mathcal{E}(A, \phi_\xi, \tau, \varepsilon) = \begin{bmatrix} \mathcal{E}_x \\ \mathcal{E}_y \end{bmatrix} = \text{Re} \left\{ A \begin{bmatrix} \cos \tau & -\sin \tau \\ \sin \tau & \cos \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varepsilon \\ j \sin \varepsilon \end{bmatrix} e^{j(\omega t + \phi_\xi)} \right\} \quad (2.2.20)$$

であったので、振幅を1、初期位相を無視し、ベクトルとして

$$\begin{bmatrix} E_H \\ E_V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \tau & -\sin \tau \\ \sin \tau & \cos \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varepsilon \\ j \sin \varepsilon \end{bmatrix} \quad (2.2.63)$$

ととることができる。偏波比はellipticity, tilt angleを使って

$$\rho = \frac{E_V}{E_H} = \frac{\sin \tau \cos \varepsilon + j \cos \tau \sin \varepsilon}{\cos \tau \cos \varepsilon - j \sin \tau \sin \varepsilon} = \frac{\tan \tau + j \tan \varepsilon}{1 - j \tan \tau \tan \varepsilon} \quad (2.2.64)$$

これから、

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_r + j \rho_i = \frac{\tan \tau (1 - \tan^2 \varepsilon)}{1 + \tan^2 \tau \tan^2 \varepsilon} + j \frac{\tan \varepsilon (1 + \tan^2 \tau)}{1 + \tan^2 \tau \tan^2 \varepsilon} \\ \rho_r &= \frac{\tan \tau (1 - \tan^2 \varepsilon)}{1 + \tan^2 \tau \tan^2 \varepsilon} = \frac{\tan \tau (1 - |\rho|^2)}{1 - \tan^2 \tau} = \frac{1}{2} \tan 2\tau (1 - |\rho|^2) \\ \rho_i &= \frac{\tan \varepsilon (1 + \tan^2 \tau)}{1 + \tan^2 \tau \tan^2 \varepsilon} = \frac{\tan \varepsilon (1 + |\rho|^2)}{1 + \tan^2 \varepsilon} = \frac{1}{2} \sin 2\varepsilon (1 + |\rho|^2) \end{aligned}$$

したがって、次の関係式が得られる。

$$\boxed{\tan 2\tau = \frac{2 \operatorname{Re}(\rho)}{1 - |\rho|^2}, \quad \sin 2\varepsilon = \frac{2 \operatorname{Im}(\rho)}{1 + |\rho|^2}} \quad (2.2.65)$$

(b) Stokesベクトルと偏波比の関係

一つの偏波状態Pを2つの偏波基底(HV), (LR)で表現すると、複素偏波比は次のように与えられる.

$$\rho_{HV} = |\rho_{HV}| e^{j\phi_{HV}} = \tan \gamma_{HV} e^{j\phi_{HV}} \quad 0 \leq \gamma_{HV} \leq \frac{\pi}{2} \quad (2.2.62)$$

HV基底で定義された偏波比 ρ_{HV} で考えると、 $\cos 2\gamma_{HV}$ はStokesベクトル \mathbf{g} がX軸となす角の方向余弦であるので

$$\begin{aligned} \frac{g_1}{g_0} &= \cos 2\gamma_{HV} = \frac{1 - \tan^2 \gamma_{HV}}{1 + \tan^2 \gamma_{HV}} = \frac{1 - |\rho_{HV}|^2}{1 + |\rho_{HV}|^2} \\ \therefore |\rho_{HV}| &= \sqrt{\frac{g_0 - g_1}{g_0 + g_1}} \end{aligned} \quad (2.2.66)$$

図2.17より

$$\phi_{HV} = \angle YOP' = \tan^{-1} \left(\frac{g_3}{g_2} \right),$$

$$\rho_{HV} = |\rho_{HV}| e^{j\phi_{HV}} = \sqrt{\frac{g_0 - g_1}{g_0 + g_1}} e^{j \tan^{-1} \left(\frac{g_3}{g_2} \right)} \quad (2.2.67)$$

完全偏波した波に対しては、Stokesベクトルは次のようになる.

$$g_1 = \frac{1 - |\rho_{HV}|^2}{1 + |\rho_{HV}|^2} = \cos 2\gamma_{HV} \quad (2.2.68)$$

$$g_2 = \frac{2 |\rho_{HV}| \cos \phi_{HV}}{1 + |\rho_{HV}|^2} = \frac{2 \tan \gamma_{HV} \cos \phi_{HV}}{1 + \tan^2 \gamma_{HV}} = \sin 2\gamma_{HV} \cos \phi_{HV} \quad (2.2.69)$$

$$g_3 = \frac{2 |\rho_{HV}| \sin \phi_{HV}}{1 + |\rho_{HV}|^2} = \sin 2\gamma_{HV} \sin \phi_{HV} \quad (2.2.70)$$

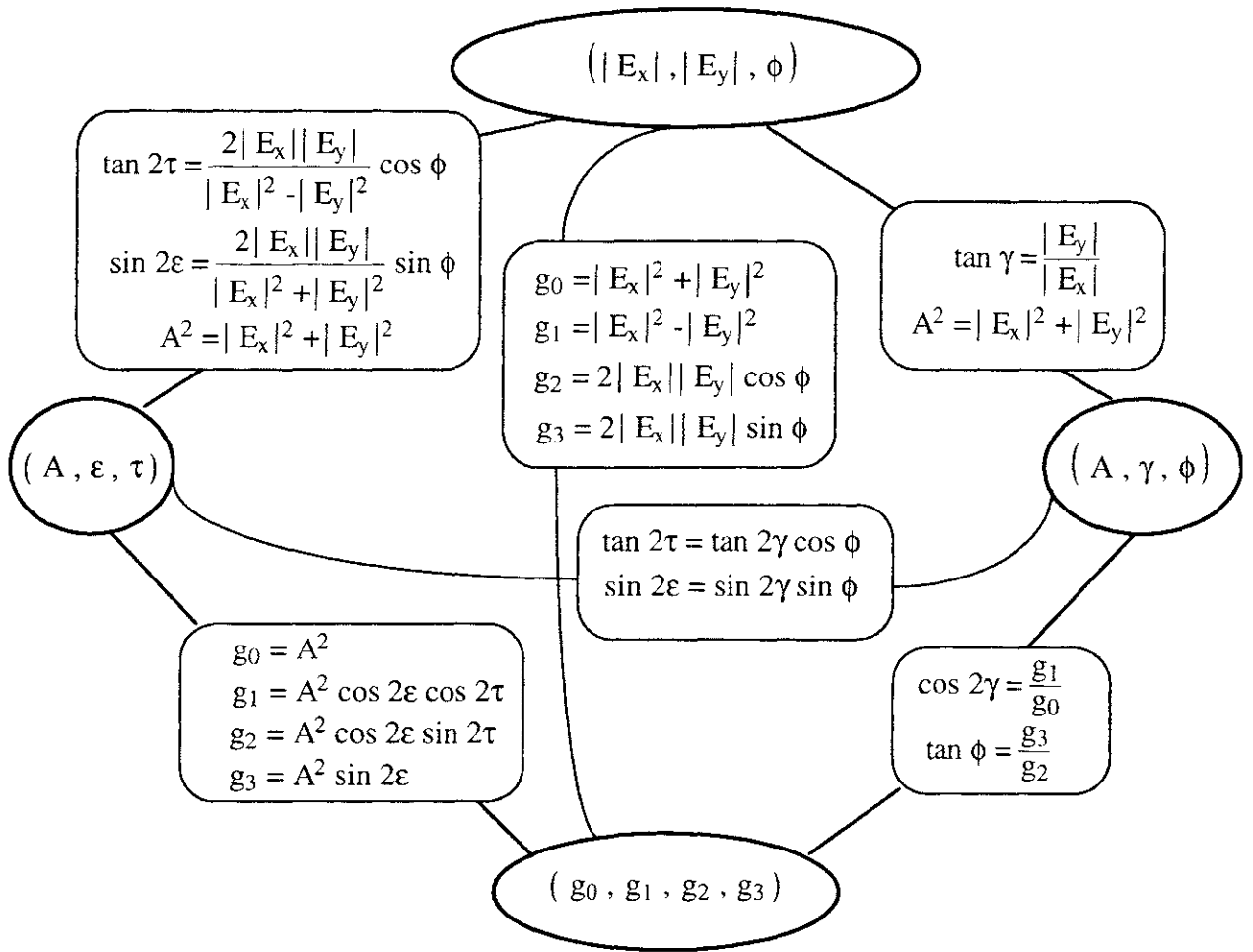


図2.3.1 だ円偏波を表すパラメータの相互関係

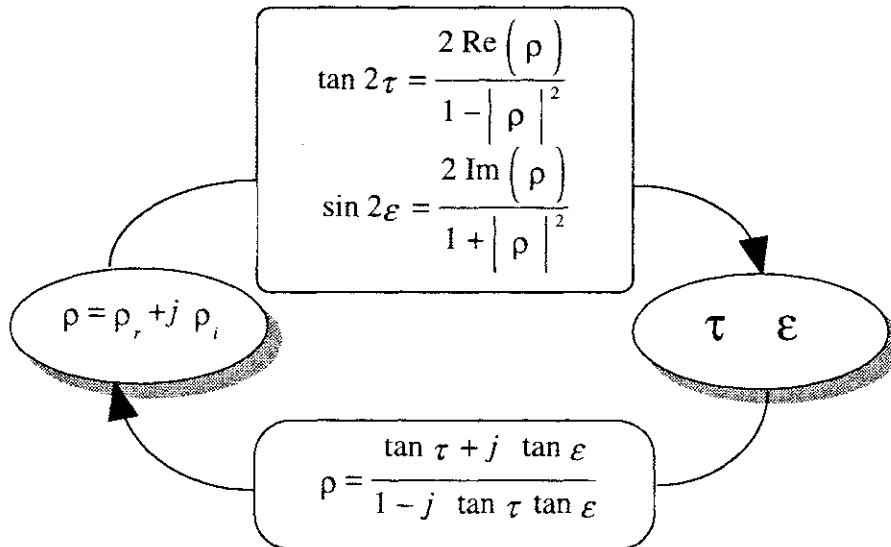


図2.3.2 偏波比とTilt and Ellipticity angle

2 章付録

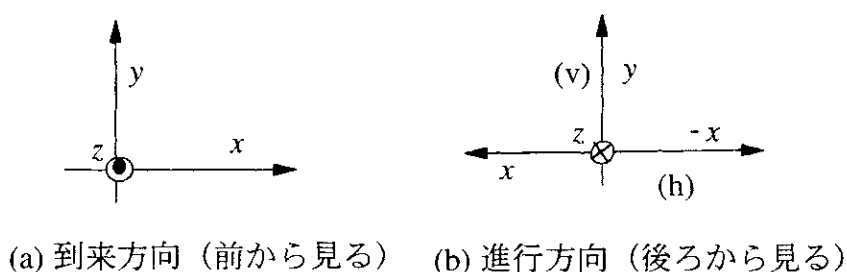
2 章本文での補足事項を以下の注) にまとめておく。

注1) 最初の定義の問題

定義は出発点なので，最初の定義が異なると途中展開や最終結果は異なった形になってくる．偏波に関する問題や混乱はそこから発生することが多い．一般に工学では光学の分野と逆の定義になっている．例えば，円偏波に右回りと左回りがあるが，その取り方に違いがある．さらにレーダポーラリメトリーの中でも各人が各様に定義を始め，互いに通じ合えないことがよく起こった．右回りと左回りのどちらを基準ベクトルにとるか？また，散乱行列の要素で水平偏波と垂直偏波のどちらを先に書くか？など．注3) にも関連している．

注2) 電波の回転方向と座標系の取り方について

電波の回転方向について，電波の進行方向の後ろ側から見た方法（レーダ工学）と，到来方向からみた方法（光学）がある．教科書的に書かれている書物では，到来方向からみた展開が圧倒的に多い[3]-[4]．その理由は，下図2.2.1に示すような x, y, z 座標軸のためである． z 方向に進行する平面波に対して，その電界を x, y 成分に分けて表現すると必然的に(a)の座標系の取り方になる．通常の x, y 成分で表現した場合は自動的に到来方向から見た形になっている．一方，IEEEの偏波の定義に沿って後ろから見た(b)の座標系で定式化すれば，偏波を取り扱う上で全て矛盾無く一貫する．しかし，この場合，数式展開からは x 成分の符号が反転し，混乱を生む原因になる．この点を考慮して，他の偏波パラメータとの整合性を合わせて書かれた教科書はまだ存在しない．やはり，数式展開の点では(a)の方が適している．本書でも到来方向からの式展開を行い，必要に応じて電波の進行方向を記載している．



2 章付録 図2.2.1 電波の進行方向と座標軸の取り方

注3) 円偏波の基底ベクトル

式(2.2.61b)は、IEEEで使われている定義 $(LHC = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix})$ と位相が $-j$ だけ異なり、円偏波のベクトルとしてどれを使うべきか混乱しやすい点である。もし、左回り円偏波を先に規定すると

$$\text{左回り円偏波 } \varepsilon = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \mathbf{p} = \mathbf{p}(\tau, \frac{\pi}{4}) = \begin{bmatrix} \cos \tau & -\sin \tau \\ \sin \tau & \cos \tau \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix} = \frac{e^{-j\tau}}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix}$$

$$\text{直交(右回り円)偏波 } \mathbf{p}_{\perp}(\tau + \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{4}) = \begin{bmatrix} -\sin \tau & -\cos \tau \\ \cos \tau & -\sin \tau \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix} = \frac{e^{j\tau}}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} j \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{したがって } LHC = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix} \quad RHC = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} j \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{j}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix}$$

となり、右回りを定義した後に左回りを決める方法に比べて位相が $-j$ だけ変わることが分かる。つまり、基底ベクトル全体として位相が $-j$ だけが増えることになる。

文献

- [1] IEEE Standard Dictionary of Electrical and Electronics Terms, 3rd ed. IEEE, 1984
- [2] IEEE/ANSI, Standard No.149-1979, *Test Procedures for Antennas*, New York, IEEE Publ. 1979
- [3] C. A. Balannis, *Advanced Engineering Electromagnetics*, John Wiley & Sons, 1989
- [4] H. Mott, *Antennas for Radar Communications- a polarimetric approach*, John Wiley & Sons, New York, 1992
- [5] H. Mott, W. -M. Boerner, *Wideband Interferometric Sensing and Imaging Polarimetry*, Proc. of SPIE, vol.3120, 1997
- [6] W. -M. Boerner, W. L. Yan, A. -Q. Xi, Y. Yamaguchi, "On the basic principles of radar polarimetry : The target characteristic polarization state theory of Kennaugh, Huynen's polarization fork concept, and its extension to the partially polarized case," *Proceedings of the IEEE*, vol.79, no.10, pp.1538-1550, 1991
- [7] W. -M. Boerner, et al eds. *Direct and Inverse Methods in Radar Polarimetry*. NATO ASI Series, Part 1 & 2, Kluwer Academic Publishers, 1992
- [8] E. Krogager, *Aspects of Polarimetric Radar Imaging*, Doctoral Thesis, Technical University of Denmark, May 1993
- [9] F. M. Henderson, and A. J. Lewis eds., *Principles and Applications of Imaging Radar*, Manual of Remote Sensing, 3rd ed. Chapter 5, John Wiley & Sons, 1998
- [10] J. Kraus, *Electromagnetics*, McGraw-Hill, 1984
- [11] F. T. Ulaby, C. Elachi, *Radar polarimetry for geoscience applications*, Artech House, 1990
- [12] 徳丸仁, 基礎電磁波, 森北出版1993

第3章 レーダポラリメトリの基礎

3.1 レーダ概説

レーダ(Radio Detection and Ranging)はターゲットに向けて電波を送り、ターゲットからの散乱波を受信してターゲットの情報を取得する装置である[1]-[10]。英字のごとくターゲットの検出と距離計測をする装置である。レーダの構成は、図3.1.1(a)のように送信アンテナと受信アンテナが同じ位置にあるものをmonostatic、(b)のように異なる位置にあるものをbistaticという。ここでは、最もよく用いられるmonostatic radarを扱う。

この章では偏波によるレーダ受信電力の理解を目的とする。従来から使われている電力表現が偏波レーダではどのように修正されるか、また、偏波によってターゲット毎の受信電力がいかに変化するかという点の理解が主眼である。最初に、レーダの原理、レーダ方程式、電力の表現、偏波情報の取り込みを説明する。偏波の取り扱いを厳密に行うために、基本に立ち戻って、受信電圧、散乱行列の定義、偏波受信電力を示す。

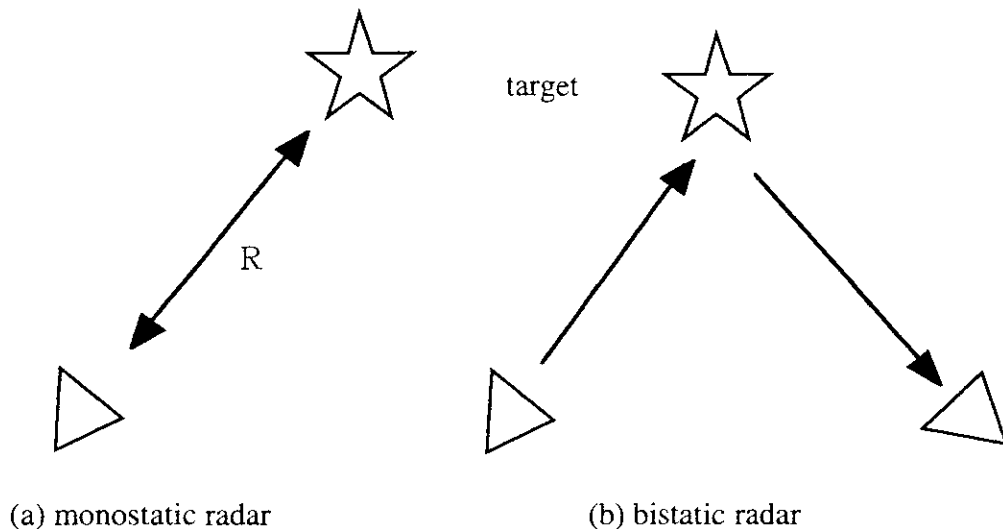


図3.1.1 レーダとターゲットの位置関係

距離計測の方法は、パルスレーダではレーダとターゲット間のパルスの往復時間から決めている。アンテナからパルスを送信すると、距離 R だけ離れた位置にあるターゲットに届く。そこで反射されてレーダに戻ってくるまでの距離は $2R$ である。電波の速度は自由空間では $c = 3 \times 10^8$ [m/s] で与えられるので、

$$\text{遅延時間} \quad \tau = \frac{2R}{c} \quad (3.1.1)$$

$$\text{を測ることによって、} \quad R = \frac{c\tau}{2} \quad (3.1.2)$$

にて距離が与えられる。

反射波の大きさの計測 について

ターゲットに電波が当たると、散乱が生じる。散乱波の方向はターゲットの形状、波長に対する大きさ、材質や、周波数、入射角、偏波などの複雑な関数である。レーダの方向に返ってくる電波の電力について、通信の場合と比較しつつレーダ方程式を見てみよう。

Frissの伝達公式とレーダ方程式

図3.1.2のように2つのアンテナが対向しているときに、電力の観点からアンテナ2に受信される電力を考えてみる。ただし、2つのアンテナは距離 r だけ離れているものとする。

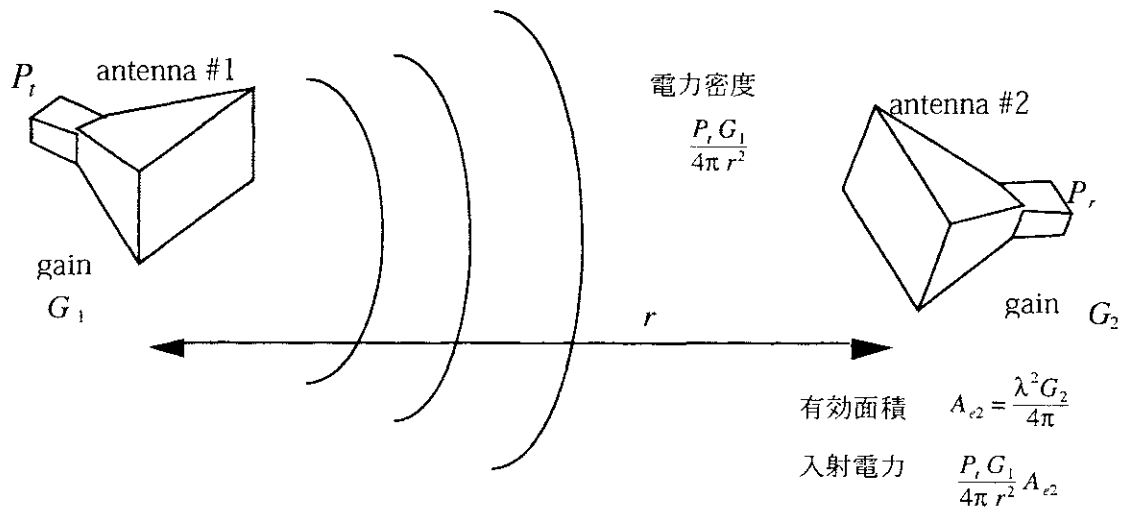


図3.1.2 antennaの受信電力（通信）

もし無指向性のアンテナから送信電力 P_t の電波を放射した場合、アンテナからの距離 r における電力密度は

$$\frac{P_t}{4\pi r^2} \quad (3.1.3)$$

となる。

もし、アンテナ1が空間のある方向に強く電波を放射する指向性を持っているならば、その指向性利得とアンテナの効率を掛け合わせた利得を G_1 として、アンテナ1からの距離 r における電力密度は

$$\frac{P_t G_1}{4\pi r^2} \quad (3.1.4)$$

と表される。この電力密度がアンテナ2へ入射する。そこで、アンテナ2の開口面の有効面積を A_{e2} とすれば、アンテナ2への入射電力は以下の表現で与えられる。

$$\frac{P_t G_1}{4\pi r^2} A_{e2} \quad (3.1.5)$$

ここで、 A_{e2} とアンテナ2の利得は

$$A_{e2} = \frac{\lambda^2 G_2}{4\pi} \quad (3.1.6)$$

の関係で結ばれているので、アンテナ2の受信電力は

$$P_r = \frac{P_t G_1}{4\pi r^2} \frac{\lambda^2 G_2}{4\pi} = \left(\frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2 G_1 G_2 P_t \quad (3.1.7)$$

となる。これがよく知られている**Frissの伝達公式**である。通信や放送ではこのようにアンテナ2で受信するシステムになっており、電力は距離に対して r^{-2} で減少する点に特徴がある。

次に、レーダの構成では、図3.1.3のようにアンテナ2の位置にターゲットが置かれている場合に相当する。

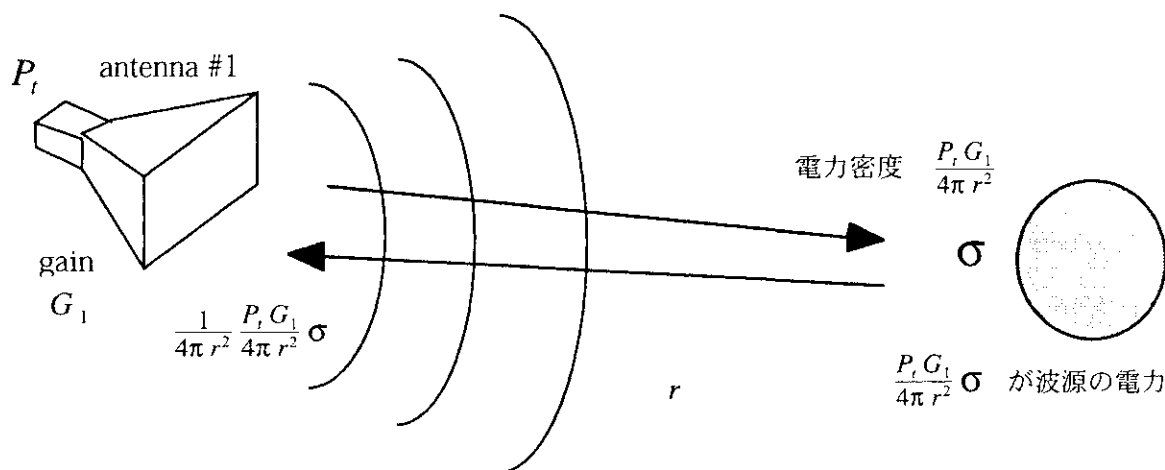


図3.1.3 monostatic radar での配置

ターゲットによっていろいろな方向に電波が散乱されるが、その指向性を考慮した有効反射面積を σ とみると、電力的には

$$\frac{P_t G_1}{4\pi r^2} \sigma \quad (3.1.8)$$

が新たな電力波源となる。現象的にはターゲットに2次電流が発生し、それが波源となる。この波源から放射される電力は、アンテナ1の位置では

$$\frac{1}{4\pi r^2} \frac{P_t G_1}{4\pi r^2} \sigma \quad (3.1.9)$$

アンテナ1の有効面積は $A_{e1} = \frac{\lambda^2 G_1}{4\pi}$ なので、受信電力は

$$P_r = \frac{1}{4\pi r^2} \frac{P_t G_1}{4\pi r^2} \sigma A_{e1} = \frac{\lambda^2 G_1^2 P_t}{(4\pi)^3 r^4} \sigma \quad (3.1.10)$$

この式がレーダ方程式で、電力的に見たレーダの基本式である。通信の場合と比べて距離に対して r^{-4} の割合で電力が減少する点に特徴がある。

最大探知距離

レーダの最大探知距離 r_{\max} は受信機で検出される最小の探知信号電力 S_{\min} に等しい距離で定義される。式(3.1.10)で $P_r = S_{\min}$ とおいて

$$r_{\max} = \left[\frac{\lambda^2 G_1^2 P_t}{(4\pi)^3 S_{\min}} \sigma \right]^{\frac{1}{4}} \quad (3.1.11)$$

したがって、 r^{-4} の距離依存性は原理上、さけられないものである。もし、伝搬媒質に損失があれば、探知距離はさらに指数関数的に減少する。



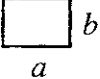



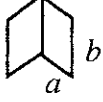
さて、レーダ方程式について、少し詳しく見てみよう。ターゲットに関する全ての情報は σ に含まれている。その他の項目はレーダシステムに関連し、ターゲットの情報は含まれていない。

どのレーダで測定しても同一のターゲットからは同じ反射強度が得られなくてはならないので、何かの基準が必要となる。距離やレーダの送信電力に無関係にターゲット固有の大きさを表す必要がある。そこで、この σ をレーダ散乱断面積と定義し、**Radar Cross Section (RCS)**と呼ぶ。

$$\sigma = \sigma(\theta, \varphi) = \lim_{r \rightarrow \infty} 4\pi r^2 \left| \frac{E^s(\theta, \varphi)}{E^i} \right|^2 \quad (3.1.12)$$

ただし、 E^i はターゲットへの入射電界、 $E^s(\theta, \varphi)$ は散乱電界を表す。 θ, φ は球座標成分である。

表3.1.1 レーダ散乱断面積：RCS σ

種類	RCS	備考
 大きな球	πa^2	$a \gg \lambda$
 円板	$\frac{4\pi^3 a^4}{\lambda^2} \left[2 \frac{J_1(4a \sin \theta / \lambda)}{4a \sin \theta / \lambda} \right]^2 \cos^2 \theta$	正面に対する入射角 θ
 長方形板	$\frac{4\pi A^2}{\lambda^2} \left[\frac{\sin(2\pi b \sin \theta / \lambda)}{2\pi b \sin \theta / \lambda} \right]^2 \cos^2 \theta$	$A = ab$
 円柱	$\frac{2\pi a l^2}{\lambda} \left[\frac{\sin(2\pi l \sin \theta / \lambda)}{2\pi l \sin \theta / \lambda} \right]^2 \cos \theta$	
 Square side trihedral corner reflector	$\frac{12\pi a^4}{\lambda^2} \quad (\max)$	
 Triangle side trihedral corner reflector	$\frac{4\pi a^4}{3\lambda^2} \quad (\max)$	
 Dihedral corner reflector	$\frac{8\pi a^2 b^2}{\lambda^2} \quad (\max)$	

RCSはターゲットに入射したエネルギーがどれだけの方向に反射するかを表している。この形式は、アンテナの指向性利得と同様で、ターゲットでの入射電力を全方向に均一に放射した場合と実際の方向に放射される電力の比を表している。波長に比べて十分大きい代表的な金属ターゲットの後方散乱RCSは表3.1.1のように表される。

なお、孤立したターゲットのRCSは上式のように示されるが、ターゲットがレーダ分解能より広がりを持つような場合や、あるいは地表のように面上に広がっている場合、さらに雲などのように体積分布を持つ場合など、受信電力はターゲット自身の性質によって大きく変化する。また、アンテナのビーム広がりもレーダシステムによって異なる。大きなビーム幅をもつアンテナを使った場合、面状のターゲットからは大きな反射が返ってくる。そこで、レーダで照射している面内(Foot print)に存在する個々のターゲットの散乱断面積を次のように表す。

$$\sigma_i = \frac{\sigma_i \Delta A_i}{\Delta A_i} \quad (3.1.13)$$

ここで、 ΔA_i はターゲットの面積（(Foot print, 例えば地表での照射面積）である。そして、正規化散乱断面積 σ^0 を単位面積あたりの散乱断面積の平均で定義する。

$$\sigma^0 = \left\langle \frac{\sigma_i}{\Delta A_i} \right\rangle \quad (3.1.14)$$

この値はsigma zeroと呼ばれ、単位は $[\text{m}^2 / \text{m}^2]$ となるので、無単位の値となる。もし、照射面積中で P_t , G_t , r が一定と見なせるような場合は、 $\sigma = \sigma^0 \Delta A_i$ である。その結果、分布しているターゲットからの受信電力を想定すると、レーダ方程式は

$$P_r = \iint_S \frac{\lambda^2 G_t^2 P_t}{(4\pi)^3 r^4} \sigma^0 dS \quad (3.1.15)$$

となる。この式が実際に最もよく使われるレーダ方程式である。 σ^0 は面積で正規化された後方散乱断面積であり、ターゲット同士の比較によく用いられる。

電力定義による問題点は、電界の方向が考慮されていないことである。例えば、図3.1.4のように金属格子に水平と垂直偏波の電界を当てた場合、垂直偏波では大きな反射が得られるが、水平偏波では通り抜けてしまい、反射は得られない。また、図3.1.5のように斜めの線状物体に入射した電界に対して、直交する成分が新たに発生するが、その直交成分電力を受信できないレーダでは、散乱断面積がターゲット角度によって大きく変わってしまうことになる。そのため、偏波（あるいは電界の振動方向）を考慮した定式化が必要となる。

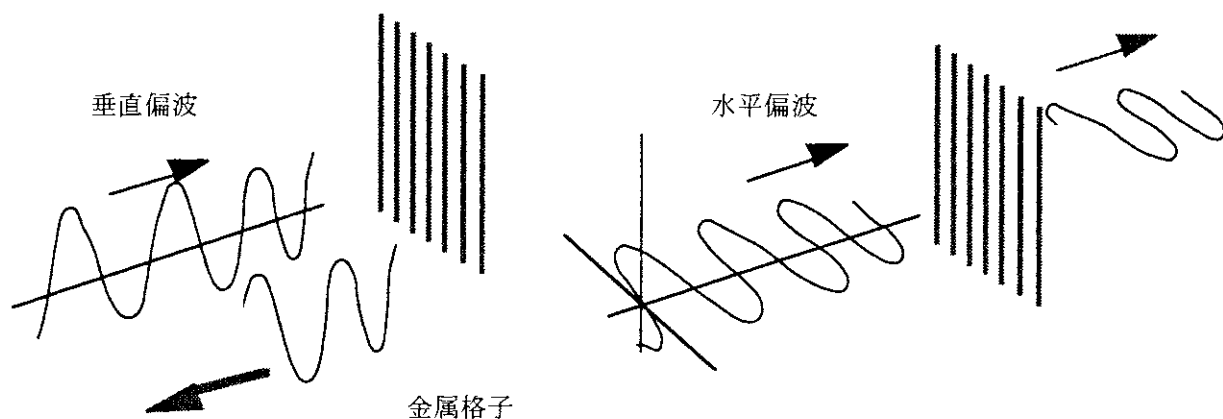


図3.1.4 金属格子による反射の違い

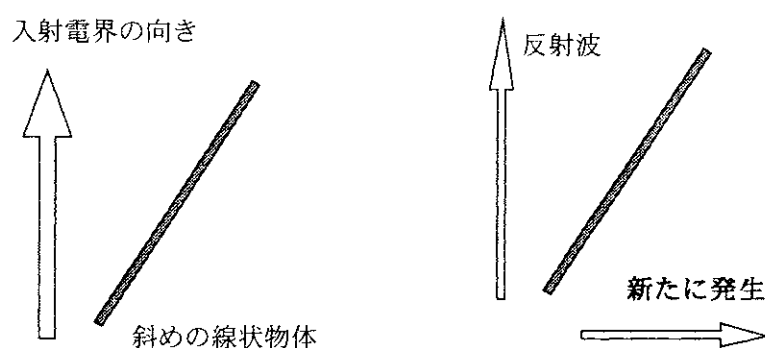


図3.1.5 新たに発生する偏波成分

偏波による依存性を取り入れるために，RCSに p, q を偏波方向(h (horizontal) or v (vertical) 方向)を表す添え字として割り当て， σ_{pq} を使うことが考えられた。

$$\sigma_{pq} = \sigma_{pq}(\theta, \phi) = \lim_{r \rightarrow \infty} 4\pi r^2 \left| \frac{E_p(\theta, \phi)}{E_q^i} \right|^2 \quad (3.1.16)$$

例えば， $q=v, p=h$ の場合， σ_{hv} は v 偏波を入射したときに h 偏波成分の散乱電力の大きさを表す。その結果，以下の式のように σ_{hv} ， σ_{hv} ， σ_{vh} ， σ_{vv} の電力反射係数が得られる。

$$\begin{bmatrix} P_h^s \\ P_v^s \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} \sigma_{hh} & \sigma_{hv} \\ \sigma_{vh} & \sigma_{vv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_h^i \\ P_v^i \end{bmatrix} \quad (3.1.17)$$

$$K \text{は偏波に無関係な定数で } K = \frac{\lambda^2 G_1^2}{(4\pi)^3 r^4}$$

そのRCSを測定することによって，ターゲットの偏波依存性をある程度は調べることができる。しかし，それでも電力値のスカラー量のみである。位相成分は測定することが難しいこともあって，従来は無視されてきた。

実際の散乱現象は，電界が基本である．電界の振幅のみならず位相成分も含まれる．位相成分はターゲットの認識に重要である．電界の振幅のみ，あるいは電力のみの取り扱いでは，十分な情報が得られない．そこでレーダ方程式を電界の各偏波方向の振幅と位相まで立ち戻って，再構築が始められたのが1950年代である．

この章では，電磁界の基礎から出発して，電界のベクトル成分（偏波）に焦点を当てた次の形式を詳しく考察する．なお，定数Kは，偏波に無関係なため省略することがある．

$$\begin{bmatrix} E_h^s \\ E_v^s \end{bmatrix} = \sqrt{K} \begin{bmatrix} \sqrt{\sigma_{hh}} e^{j\phi_{hh}} & \sqrt{\sigma_{hv}} e^{j\phi_{hv}} \\ \sqrt{\sigma_{vh}} e^{j\phi_{vh}} & \sqrt{\sigma_{vv}} e^{j\phi_{vv}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_h^i \\ E_v^i \end{bmatrix} \quad (3.1.18)$$

はじめに基本的な相反定理から出発し，偏波の概念を取り入れた受信アンテナに誘導される電圧の表現式を導く．また，散乱行列，レーダポーラリメトリの基本式を示し，偏波によってレーダ方程式(3.1.10)

$$P_r = \frac{\lambda^2 G_1^2 P_t}{(4\pi)^3 r^4} \sigma = K P_t \sigma \propto \sigma \quad (3.1.10)$$

が拡張されることを示す．さらに，偏波状態によって受信電力がどのように変化するか？ターゲットと偏波チャンネルごとに具体例で示す．

3.2 相反定理

図3.2.1に示すように，線形で均質媒質中に置かれた電流源と磁流源 (J_1, M_1) ， (J_2, M_2) の2組のソースを考えてみよう．これらのソースは各々Maxwell方程式を満たす．

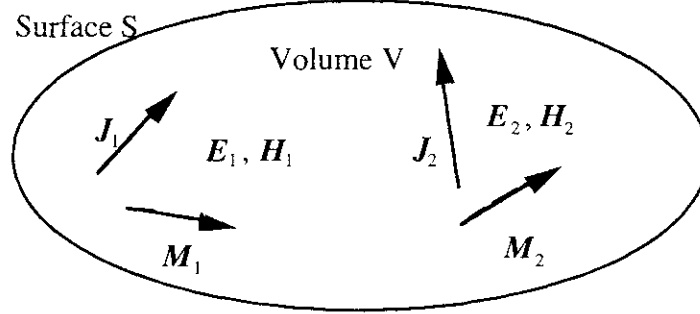


図3.2.1 ソースと場

$$\nabla \times H_1 = J_1 + j\omega\epsilon E_1 \quad \nabla \times E_1 = -M_1 - j\omega\mu H_1 \quad (3.2.1)$$

$$\nabla \times H_2 = J_2 + j\omega\epsilon E_2 \quad \nabla \times E_2 = -M_2 - j\omega\mu H_2 \quad (3.2.2)$$

ここで， E_1, H_1 はソース J_1, M_1 によって， E_2, H_2 はソース J_2, M_2 によって生じることを示している．ベクトル公式

$$\nabla \cdot (A \times B) = B \cdot \nabla \times A - A \cdot \nabla \times B$$

を使うと(3.2.1)，(3.2.2)から

$$-\nabla \cdot (E_1 \times H_2 - E_2 \times H_1) = E_1 \cdot J_2 - E_2 \cdot J_1 + H_2 \cdot M_1 - H_1 \cdot M_2 \quad (3.2.3)$$

この式を積分形で表せば

$$-\iint (E_1 \times H_2 - E_2 \times H_1) \cdot n \, dS = \iiint (E_1 \cdot J_2 - E_2 \cdot J_1 + H_2 \cdot M_1 - H_1 \cdot M_2) \, dv \quad (3.2.4)$$

となり，この式はLorentzの相反定理と呼ばれている．

もし，考えている領域内にソースが無ければ

$$\iint (E_1 \times H_2 - E_2 \times H_1) \cdot n \, dS = 0 \quad (3.2.5)$$

一方，面Sを無限遠に拡張すれば，式(3.2.4)の左辺は消滅し，その結果

$$\iiint (E_1 \cdot J_2 - H_1 \cdot M_2) \, dv = \iiint (E_2 \cdot J_1 - H_2 \cdot M_1) \, dv \quad (3.2.6)$$

が導かれる．この式(3.2.6)はソース1とソース2による場の結合を表している．この結合関係のことをReactionと呼び，左辺，右辺をそれぞれ

$$\langle 1, 2 \rangle = \iiint \left(\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{J}_2 - \mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{M}_2 \right) dv \quad (3.2.7)$$

$$\langle 2, 1 \rangle = \iiint \left(\mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{J}_1 - \mathbf{H}_2 \cdot \mathbf{M}_1 \right) dv \quad (3.2.8)$$

と記す。相反定理は、この表記を使うと

$$\langle 1, 2 \rangle = \langle 2, 1 \rangle \quad (3.2.9)$$

つまり、ソース2による場1へのReactionと、ソース1による場2へのReactionは等しいことを意味している。この相反定理を使って2つのアンテナ間の電流電圧を考えてみよう。簡単のため、磁流源が無い($\mathbf{M}_1 = \mathbf{M}_2 = 0$)とする。考察の対象は、図3.2.2のような無限に広い空間におかれた2つの電流源 $\mathbf{J}_1, \mathbf{J}_2$ と、それによる場 $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2$ に対応している。

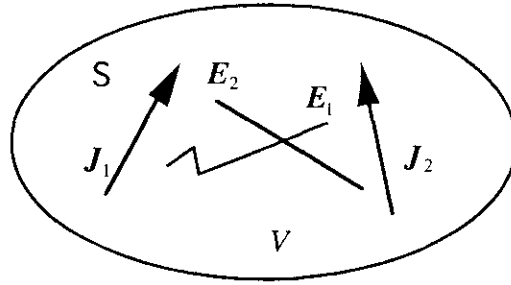


図3.2.2 2つの電流源と場

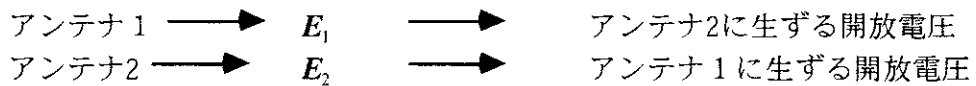
$$\langle 1, 2 \rangle = \iiint \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{J}_2 dv = \int \mathbf{E}_1 \cdot I_2 d\mathbf{L} = I_2 \int \mathbf{E}_1 \cdot d\mathbf{L} = -I_2 V_{2,1} \quad (3.2.10)$$

$V_{2,1}$ は \mathbf{J}_1 によって生じる電界 \mathbf{E}_1 を積分して得られた量で、 \mathbf{J}_2 の場所、すなわちソース2に生ずる開放電圧である。一方、

$$\langle 2, 1 \rangle = \iiint \mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{J}_1 dv = \int \mathbf{E}_2 \cdot I_1 d\mathbf{L} = I_1 \int \mathbf{E}_2 \cdot d\mathbf{L} = -I_1 V_{1,2} \quad (3.2.11)$$

$V_{1,2}$ は \mathbf{J}_2 によってソース1に生ずる開放電圧である。

もし、 $I_1 = I_2 = 1 A$ とすれば、 $V_{2,1} = V_{1,2}$ となり、誘起される電圧は等しいことになる。これより、電流源をアンテナに置き換えて、 \mathbf{J}_1 をアンテナ1、 \mathbf{J}_2 をアンテナ2とする。同じ大きさの電流を交互に流したとすれば



が等しくなる。物理的には2つのアンテナを対向させたとき、一方のアンテナを送信、他方を受信とした場合と、その逆とした場合で、同じ大きさの電流を送信アンテナに流せば、受信アンテナに生ずる電圧は同じことを意味する。

3.3 受信電圧

アンテナの放射電磁界を扱う際には、球座標成分表示が用いられる。そして、放射電界は r 方向成分を持っていないので、一般的に θ, ϕ 成分だけからなっている。線状アンテナであろうと、開口面アンテナであろうと、電界が入射した場合にそのアンテナに誘起される開放端電圧は、偏波も含めてベクトル実効長 L_e によって表される[11],[12]。

$$L_e(\theta, \phi) = a_\theta L_\theta(\theta, \phi) + a_\phi L_\phi(\theta, \phi) \quad (3.3.1)$$

この量は実効高とも等しい。アンテナから十分遠い遠方界において電界はベクトル実効長 L_e を使って次のように表すことができる。

$$E(\theta, \phi) = a_\theta E_\theta + a_\phi E_\phi = j \frac{Z_0 k I L_e}{4\pi r} e^{-jkr} = \frac{j 60\pi}{\lambda} \frac{e^{-jkr}}{r} L_e \quad (3.3.2)$$

相反定理を図3.3.1に示す一般のアンテナ1と微小ダイポールアンテナ2に適応してみよう。（図3.3.1では最終的にアンテナ1の座標系に統一する。）

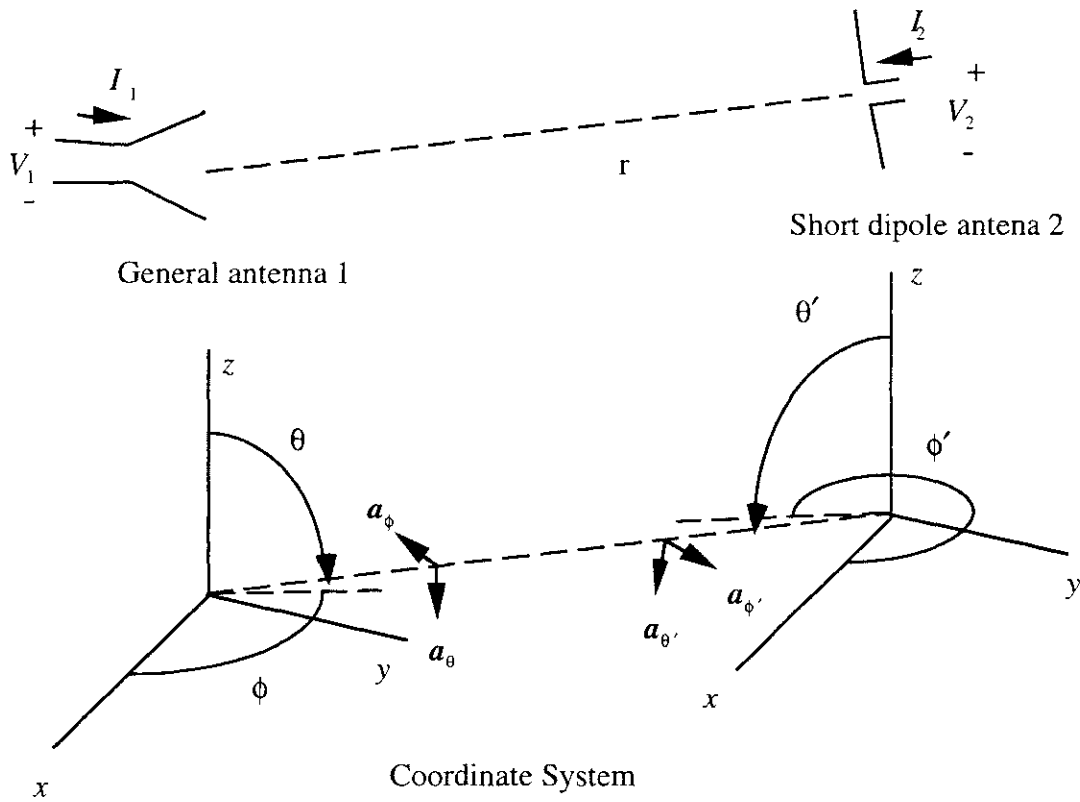


図3.3.1 一般のアンテナ1と微小ダイポールアンテナ2

まず、自由空間で一般のアンテナ1に1Aの電流を流せば、その電流によって場が作られ、微小ダイポール2の場所での放射電界は以下の式で表される。

$$E^t = \frac{j Z_0 I}{2 \lambda r} e^{-jkr} \mathbf{h} = \frac{j Z_0}{2 \lambda r} e^{-jkr} \mathbf{h} \quad (3.3.3)$$

となる．ここで \mathbf{h} は，一般的なアンテナ1の実効長(effective length)であり，長さ L の微小ダイポールでは

$$\mathbf{h} = \mathbf{h}(\theta, \phi) = a_\theta \mathbf{h}_\theta = a_\theta L \sin \theta \quad (3.3.4)$$

によって与えられる．もし， \mathbf{E}_i をだ円偏波にするようなアンテナであれば，実効長 \mathbf{h} は複素量のベクトルとなる．

さて，微小ダイポールアンテナ2の端子に生ずる開放電圧は

$$V_{2,1} = \mathbf{E}^i \cdot \mathbf{L} \quad (3.3.5)$$

\mathbf{L} は微小ダイポールアンテナ2のベクトル的な長さである． \mathbf{E}^i は r 方向の成分を持っていないので，

$$\begin{aligned} V_{2,1} &= E_\theta^i L_\theta + E_\phi^i L_\phi \\ L_\theta &= a_\theta \cdot \mathbf{L}, \quad L_\phi = a_\phi \cdot \mathbf{L} \end{aligned} \quad (3.3.6)$$

それゆえ，微小ダイポールアンテナ2の端子に生ずる開放電圧は，次の形に書くことができる．

$$V_{2,1} = \frac{j Z_0}{2 \lambda r} e^{-j k r} \mathbf{h} \cdot \mathbf{L} \quad (3.3.7)$$

次に，逆に微小ダイポール2に1Aの電流を流して，一般のアンテナ1で受信することを考えてみよう．ダイポールによるアンテナ1の位置での場は

$$\mathbf{E}_{\theta'}^i = \frac{j Z_0}{2 \lambda r} e^{-j k r} L_{\theta'}, \quad \mathbf{E}_{\phi'}^i = \frac{j Z_0}{2 \lambda r} e^{-j k r} L_{\phi'} \quad (3.3.8)$$

アンテナ1での座標系を使うと， $a_\theta = a_{\theta'}$ ， $a_\phi = -a_{\phi'}$ なので

$$\mathbf{E}_{\theta'}^i = \mathbf{E}_\theta^i, \quad \mathbf{E}_{\phi'}^i = -\mathbf{E}_\phi^i, \quad L_{\theta'} = L_\theta, \quad L_{\phi'} = -L_\phi \quad (3.3.9)$$

それゆえ，アンテナ1に入射する電界は，

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_\theta^i &= \frac{j Z_0}{2 \lambda r} e^{-j k r} L_\theta, \quad -\mathbf{E}_\phi^i = \frac{j Z_0}{2 \lambda r} e^{-j k r} (-L_\phi) \\ \therefore \mathbf{E}^i &= \frac{j Z_0}{2 \lambda r} e^{-j k r} \mathbf{L} \end{aligned} \quad (3.3.10)$$

アンテナ1の開放電圧 V_1 は，相反定理から V_2 に等しい．それゆえ，

$$V_{1,2} = \frac{j Z_0}{2 \lambda r} e^{-j k r} \mathbf{L} \cdot \mathbf{h} = V_{2,1} \quad (3.3.11)$$

したがって，アンテナ1の開放電圧はその実効長を \mathbf{h} ，入射電界を \mathbf{E}^i として一般的に

$$V_{1,2} = \mathbf{E}^i \cdot \mathbf{h} = \mathbf{h} \cdot \mathbf{E}^i \quad (3.3.12)$$

と書けることになる。すなわち、受信アンテナの開放電圧はそのアンテナが送信として働くときの実効長 \mathbf{h} と入射電界 \mathbf{E}^i にのみよって決まる複素スカラー量となる。

一般に、放射・受信電界は、複素量のフェイザー表現で与えられ、 \mathbf{h} も \mathbf{E}^i も複素ベクトルである。もし、 \mathbf{h} も \mathbf{E}^i も互いに直交したベクトルであれば、開放電圧は0となる。 \mathbf{h} は偏波を扱う上で重要な概念で、どの方向にどれだけの電界成分を生ずるかを示しており、結果的にそのアンテナから生ずる偏波の状態を表していると考えてよい。注意すべき点として、 \mathbf{h} も \mathbf{E}^i も同じ座標系で定義されていること、および誘導される開放電圧は内積の形式をしているが、電圧の物理的な定義からも分かるように複素共役の内積ではないことである。そのため、次の形式に書き改めた方が混乱は少ないように思われる。

$$V = \mathbf{h}^T \mathbf{E}^i = h_\theta E_\theta + h_\phi E_\phi \quad (3.3.13)$$

Tは転置を意味し、 $\mathbf{h}^T = \begin{bmatrix} h_\theta & h_\phi \end{bmatrix}$ など2つの直交する成分からなっている。

受信アンテナに生ずる電圧がわかれば、その受信アンテナに付けられた整合負荷に供給される電力Pは電気回路理論から導かれるように

$$P = \frac{1}{8R_a} VV^* = \frac{1}{8R_a} |V|^2 \quad (3.3.14)$$

で与えられる。ただし、*は複素共役、 R_a は受信アンテナ回路の整合インピーダンスである。

注) なお、通信の場合でも開放電圧(3.3.12),(3.3.13)は成立し、これを使って偏波の整合度合いを調べることができる。通信に偏波を積極的に使う場合はコミュニケーションポーラリメトリと呼ばれるかもしれない。(山口, 仙石, 阿部, 電子情報通信学会技術研究報告, AP90-89, 1990-12)

3.4 散乱行列

レーダでは、送信アンテナから電波をターゲットに送り、ターゲットからの散乱波を受信アンテナで受信し、ターゲットの情報を取得する。その様子は図3.4.1のように示すことができる。一般に、ターゲットからの後方散乱電力は、レーダがどのような偏波状態で送信するかによって変わる。そして、送信波の偏波状態と散乱波の偏波状態は異なり、また散乱波であっても散乱する方向によって偏波状態は一般に異なる。ターゲットはその意味で偏波の変換物体とも考えられる。散乱に関して偏波特性を扱う場合、座標系が重要な意味を持つてくる。図3.4.1はレーダターゲットに対して、3つの右手直角座標系を示したものである。 (x_1, y_1, z_1) はレーダ送信アンテナに原点を持ち、 (x_2, y_2, z_2) はターゲットに原点をもつ。 (x_3, y_3, z_3) はある位置における受信アンテナに原点を持つ。 z 軸は電波の進行方向に一致するように選んでいる[11]。

これらの座標系と伝搬方向に対して、送信電界 \mathbf{E}^t は送信アンテナから距離 r_1 の位置で次のように書くことができる[13]。

$$\mathbf{E}^t = \left(E_{x1}^t \mathbf{a}_{x1} + E_{y1}^t e^{j\phi_1} \mathbf{a}_{y1} \right) \exp \left\{ j \left(\omega t - k r_1 + \theta_1 \right) \right\} \text{ at } (x_1, y_1, z_1) \text{ coordinate} \quad (3.4.1)$$

θ_1 は絶対位相。また、この電界はターゲット座標系 (x_2, y_2, z_2) の位置で入射電界 \mathbf{E}^i となり、

$$\mathbf{E}^i = \left(E_{x2}^i \mathbf{a}_{x2} + E_{y2}^i e^{j\phi_2} \mathbf{a}_{y2} \right) \exp \left\{ j \left(\omega t + k 0 + \theta_2 \right) \right\} \text{ at } (x_2, y_2, z_2) \text{ coordinate} \quad (3.4.2)$$

伝搬距離の違い以外は互いに同じものを表している。なお、 \mathbf{a}_{x1} , \mathbf{a}_{y1} などは単位ベクトル、添え字 i はターゲットに対するincidenceを表す。また、ターゲットから散乱して距離 r_2 を伝搬し、受信アンテナに届くときは x_2, y_2, z_2 における表現は、

$$\mathbf{E}^s = \left(E_{x2}^s \mathbf{a}_{x2} + E_{y2}^s e^{j\phi_2} \mathbf{a}_{y2} \right) \exp \left\{ j \left(\omega t - k r_2 + \theta_2 \right) \right\} \text{ at } (x_2, y_2, z_2) \text{ coordinate} \quad (3.4.3)$$

一方、受信アンテナの実効長 \mathbf{h} は受信座標 x_3, y_3, z_3 を使い

$$\mathbf{h} = \left(h_{x3} \mathbf{a}_{x3} + h_{y3} e^{j\phi_3} \mathbf{a}_{y3} \right) \exp \left\{ j \left(\omega t - k r + \theta_3 \right) \right\} \text{ at } (x_3, y_3, z_3) \text{ coordinate} \quad (3.4.4)$$

と書くことができる。ここで、 ϕ は相対位相、 θ は絶対位相である。これらの式で、 (\bullet) の中は2次元の複素数ベクトルで、座標系を含んだ偏波状態を表している。これを一貫して次のJonesベクトル形式で書く。

$$\mathbf{E}^t = \begin{bmatrix} E_{x1}^t \\ E_{y1}^t \end{bmatrix} \text{ at } (x_1, y_1) \text{ plane} \quad (3.4.5)$$

この表現には伝搬方向は含まれていないが、 $\exp \{ \bullet \}$ の項から復元できる。 \mathbf{E}^t , \mathbf{E}^i , \mathbf{h} は

それぞれ $+z_1$, $-z_1$, r 方向に伝搬する波で、偏波状態がJones ベクトル表現で、

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix}$$

で与えられれば、 \mathbf{h} に対しては左回り、 \mathbf{E}^i に対しては右回りの円偏波となる。

さて、ターゲットに入射する電界成分と散乱する電界成分は、次のような一般的な行列形式で書くことができる。

$$\begin{bmatrix} E_x^s \\ E_y^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{xx} & A_{xy} \\ A_{yx} & A_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x^i \\ E_y^i \end{bmatrix} \quad (3.4.6)$$

この式はターゲット上で成立するもので、この表現では座標系を指定していない。散乱する方向が変われば行列の要素が変化し、座標系の変化によっても変化する。

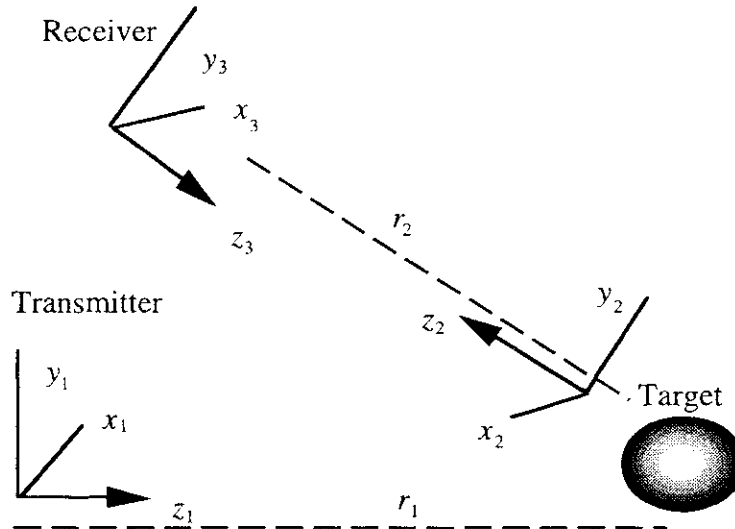


図3.4.1 レーダとターゲットの座標系

図3.4.1のように、レーダにおいて送信と受信の位置が異なる場合をbistatic、送信と受信が一致した場合をmonostaticと言う。従って、散乱波の偏波状態を定義するには、座標系としてターゲットに原点をもつ x_2, y_2, z_2 が最も自然であるが、レーダの方からすると x_1, y_1, z_1 あるいは x_3, y_3, z_3 の座標系の方が好ましい。レーダの一般的な構成はmonostaticであるので、 $(x_1, y_1, z_1) = (x_3, y_3, z_3)$ 座標系が都合がよい。座標の原点をどこにとるかによって定式化が異なってくる。光学の分野では x_2, y_2, z_2 での定式化がよく行われ、Mueller行列はその1つである。レーダ座標系を使って定式化が行なわれているものにSinclair scattering matrixがある。散乱波は座標系 x_3, y_3, z_3 で見たとき、

$$\begin{bmatrix} E_x^s \\ E_y^s \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{4\pi} r_2} \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{yx} & S_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x^i \\ E_y^i \end{bmatrix} e^{-jk r_2} \quad (3.4.7)$$

によって定義している。つまり、ある座標系を定めて、ベクトル成分を観測したとき、ベクトルとして左辺のように表す。右辺には送信ベクトルの座標系、そして散乱過程が含まれている。この式の行列部分をSinclair scattering matrixと呼ぶ。一般的には散乱行列あるいはS行列とも呼ばれる。

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{yx} & S_{yy} \end{bmatrix} \quad (3.4.8)$$

この行列要素は複素数で、互いに独立な量である。しかし、後方散乱 $(x_1, y_1, z_1) = (x_3, y_3, z_3)$ の場合には $S_{yx} = S_{xy}$ となる。以下に、これを示そう。 $r_1 = r_2 = r$ となるので、送信から距離 r にあるターゲットに入射する電界は

$$\begin{bmatrix} E_x^i \\ E_y^i \end{bmatrix} = \frac{j Z_0 I}{2 \lambda r} \begin{bmatrix} h_x^t \\ h_y^t \end{bmatrix} e^{-j k r} \quad (3.4.9)$$

これが散乱し、送信と同じ位置にある受信アンテナに到達する電界は

$$\begin{bmatrix} E_x^s \\ E_y^s \end{bmatrix} = \frac{j Z_0 I}{\sqrt{4\pi} 2 \lambda r^2} \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{yx} & S_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_x^t \\ h_y^t \end{bmatrix} e^{-j 2 k r} \quad (3.4.10)$$

受信アンテナの開放電圧は

$$V = \mathbf{h}_r^T \mathbf{E}^s = \frac{j Z_0 I}{\sqrt{4\pi} 2 \lambda r^2} \begin{bmatrix} h_x^r & h_y^r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{yx} & S_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_x^t \\ h_y^t \end{bmatrix} e^{-j 2 k r} \quad (3.4.11)$$

今、送信アンテナと受信アンテナを逆にしたら、受信電圧は

$$V = \mathbf{h}_t^T \mathbf{E}^s = \frac{j Z_0 I}{\sqrt{4\pi} 2 \lambda r^2} \begin{bmatrix} h_x^t & h_y^t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{yx} & S_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_x^r \\ h_y^r \end{bmatrix} e^{-j 2 k r} \quad (3.4.12)$$

この2つの電圧は相反定理により、等しくならなければならない。そのためには

$$S_{yx} = S_{xy} \quad (3.4.13)$$

が成り立つことが必要である。この関係がmonostatic radarによる散乱行列の条件としてよく使われる。ただし、伝搬媒質がFaraday回転をもつような非等方性媒質では、この条件は成り立たない。

3.5 レーダポーラリメトリの基本式

さて、アンテナとターゲット間の距離は十分長く、散乱波も受信アンテナに入射する時は平面波になっていると仮定する。電界や電力について後方散乱の場合を考え、送受信アンテナが同一地点にあるとする。偏波状態に着目して考察する場合、距離など偏波以外の定数項は省いてもよい。そこで、レーダ座標系 x_1, y_1, z_1 を用いてレーダの受信電力を考える。レーダ送信の偏波状態を \mathbf{E}' 、ターゲットから受信アンテナに届く散乱波を \mathbf{E}^s とすると、

$$\mathbf{E}^s = [\mathbf{S}] \mathbf{E}' \quad (3.5.1)$$

受信アンテナの開放電圧は

$$V = \mathbf{h}^T \mathbf{E}^s = h_x E_x^s + h_y E_y^s \quad (3.5.2)$$

によって与えられる。 \mathbf{h} は受信アンテナが送信アンテナとして動作したときの実効長である。 \mathbf{h} も \mathbf{E}^s も共にレーダ座標系 x_1, y_1, z_1 で表現されている。受信アンテナに付加された整合負荷に生ずる受信電力 P は

$$P = \frac{VV^*}{8R_a} = \frac{|V|^2}{8R_a} = \frac{1}{8R_a} |h_x E_x^s + h_y E_y^s|^2$$

であるが、比例定数分は偏波特性には影響しないので

$$P = VV^* = |V|^2 = |\mathbf{h}^T \mathbf{E}^s|^2 = |\mathbf{h}^T [\mathbf{S}] \mathbf{E}'|^2 \quad (3.5.3)$$

としてもかまわない。式(3.5.1)-(3.5.3)がレーダポーラリメトリの基本式である。

次に、レーダによる受信電力の偏波特性について考察する。受信電力は、散乱波 \mathbf{E}^s と \mathbf{h} のベクトル成分によって変化する。そして散乱波 \mathbf{E}^s は送信の偏波状態 \mathbf{E}' によって変化する。変数としては送信 \mathbf{E}' と受信 \mathbf{h} が独立に存在する。これらを偏波比やStokesベクトルによって表してみよう。

3.6 受信電力の表現

3.6.1 偏波比を使った偏波チャンネルの受信電力

送信電界を正規化したJones Vector 表現を使って書くと（ここでは，後ろ側 ⊗ から見ている．そして，偏波比は既に一致するように選んでいる．）

$$\mathbf{E}^t = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \frac{|\mathbf{E}^t| e^{j\phi}}{\sqrt{1+\rho\rho^*}} \begin{bmatrix} 1 \\ \rho \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1+\rho\rho^*}} \begin{bmatrix} 1 \\ \rho \end{bmatrix} \quad (3.6.1)$$

したがって，

$$\mathbf{E}^s = \begin{bmatrix} E_x^s \\ E_y^s \end{bmatrix} = [\mathbf{S}] \mathbf{E}^t = \frac{[\mathbf{S}]}{\sqrt{1+\rho\rho^*}} \begin{bmatrix} 1 \\ \rho \end{bmatrix} \quad (3.6.2)$$

ここで注意すべき点は，ターゲットからの散乱電界 \mathbf{E}^s を図3.6.1のようにレーダ側から見ていることである．

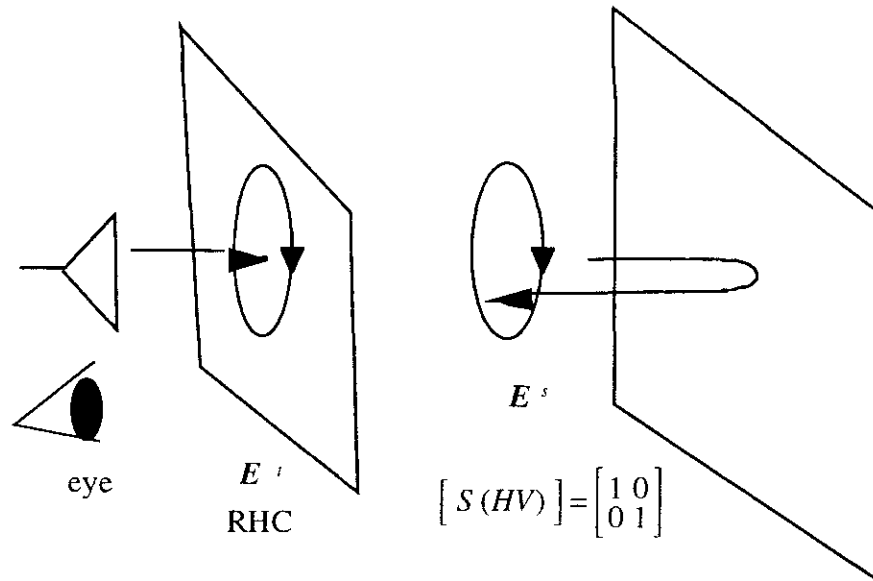


図3.6.1 送信と受信の偏波

もし，無限平板に向かって右回りの円偏波で送信したとすれば，散乱波が左回りの円偏波で帰ってくる．そして我々は左回りの偏波アンテナで受信すれば受信でき，右回りのアンテナでは受信できないことを知っている．これをJones Vector で表すと

$$\mathbf{E}^t = \frac{1}{\sqrt{1+(-j)(-j)^*}} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix} \quad \text{RHC} \quad (3.6.3a)$$

$$\mathbf{E}^s = [\mathbf{S}] \mathbf{E}^t = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix} \quad \text{RHC} \quad (3.6.3b)$$

レーダ側から見ると，図3.6.1のように散乱波の回転方向は送信波と同じ右回りであるが，伝搬方向は逆なので，偏波の定義から左回りとなる．受信アンテナの実効長=受信アンテナを送信アンテナとして動作させたときの偏波状態を

$$\mathbf{h} = \frac{1}{\sqrt{1+\rho\rho^*}} \begin{bmatrix} 1 \\ \rho \end{bmatrix} \quad (3.6.4)$$

とおき，左回りのアンテナで受信した場合は次のようになる．

$$V = \mathbf{h}^T \mathbf{E}_s = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \begin{bmatrix} -j & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix} = -j \quad \therefore P = |-j|^2 = 1 \quad \text{Max.} \quad (3.6.5a)$$

右回りのアンテナで受信した場合、

$$V = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \begin{bmatrix} 1 & -j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix} = \frac{1}{2} 0 = 0 \quad \therefore P = 0 \quad \text{Min.} \quad (3.6.5b)$$

となり、これらの結果は実験的事実と一致する。

直線の水平偏波で送受信した場合も同様に

$$V = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = 1 \quad \therefore P = 1 \quad \text{Max.} \quad (3.6.6a)$$

送信が水平、受信が垂直では

$$V = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = 0 \quad \therefore P = 0 \quad \text{Min.} \quad (3.6.6b)$$

送信が水平、受信が右回りでは

$$V = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \begin{bmatrix} 1 & -j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \therefore P = \frac{1}{2} \quad (3.6.6c)$$

となり、実験的事実と一致する。

\mathbf{h} は受信アンテナが送信として働くときの偏波を表すので、偏波の定義上問題はないが、 \mathbf{E}^s はレーダに向かってくるベクトルをレーダ側から見ているので、偏波の定義の方向と一致していない。しかし、座標系の原点はレーダに取るほうが都合がよいので、その意味で散乱波は単に Jones ベクトルとして考えた方がよい。

さて、ポーラリメトリックレーダでは送信 \mathbf{E}^t 、受信 \mathbf{h} の偏波状態が独立変数で、その組み合わせは無限通りある。それを全て網羅することはできないので、1つの独立変数で扱えるように、解析的にも都合の良い次の3つの仮想的偏波チャンネルを考える（図3.6.2）。

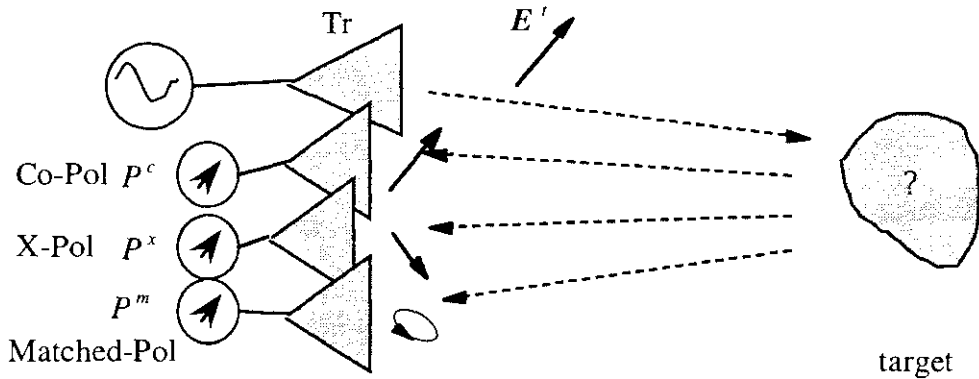


図3.6.2 3つの偏波チャンネル

1)送信と受信が同じ偏波チャンネル(Co-Polarization Channel) $h = E^t$

このCo-Pol Channelでは，送信と受信が常に同じ偏波状態をとることを仮定しており，その電力は次のように与えられる．偏波比 ρ が偏波状態を示す変数である．

$$P^c = \left| E^{t^T} [S] E^t \right|^2 = \left| \frac{[1, \rho] [S] \begin{bmatrix} 1 \\ \rho \end{bmatrix}}{1 + \rho \rho^*} \right|^2 \quad (3.6.7)$$

2)送信と受信が直交の偏波チャンネル(Cross-Polarization Channel) $h = E_\perp^t$

\perp は直交を意味する．このCross-Pol Channelでは，X-Pol channel とも書き，受信アンテナの偏波状態が常に送信偏波状態と直交している．

$$P^x = \left| E_\perp^{t^T} [S] E^t \right|^2 = \left| \frac{[\rho^*, -1] [S] \begin{bmatrix} 1 \\ \rho \end{bmatrix}}{1 + \rho \rho^*} \right|^2 \quad (3.6.8)$$

3)散乱波電力を受信するチャンネル(Matched-Polarization Channel) $h = E^{s^*}$

Matched-Pol Channelは，散乱波の電力すべてを受信するチャンネルである．

$$P^m = \left| \left([S] E^t \right)^{*T} [S] E^t \right|^2 = \left| \frac{[1, \rho^*] [S]^*{}^T [S] \begin{bmatrix} 1 \\ \rho \end{bmatrix}}{1 + \rho \rho^*} \right|^2 \quad (3.6.9)$$

3.6.2 幾何学的パラメータを使った偏波チャンネルの受信電力

電界表現は偏波比と幾何学的パラメータなど，いろいろの表現方法があった．式(2.2.30)，(2.2.63)の関係が成り立つので，

$$E(HV) = \begin{bmatrix} E_H \\ E_V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \tau & -\sin \tau \\ \sin \tau & \cos \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varepsilon \\ j \sin \varepsilon \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 + \rho \rho^*}} \begin{bmatrix} 1 \\ \rho \end{bmatrix}$$

偏波チャンネルの電力式に直接代入して、以下の表現式となる。この幾何学的パラメータ表現の利点は、偏波比と比べて $\rho = \infty$ などの発散する点がないことである。

1) 送信と受信が同じ偏波チャンネル(Co-Polarization Channel) $h = E^t$

$$P^c = \left| E^{t \top} [S] E^t \right|^2 = |V_c|^2 \quad (3.6.10)$$

$$\begin{aligned} V_c &= \begin{bmatrix} \cos \varepsilon & j \sin \varepsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \tau & \sin \tau \\ -\sin \tau & \cos \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{yx} & S_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \tau & -\sin \tau \\ \sin \tau & \cos \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varepsilon \\ j \sin \varepsilon \end{bmatrix} \\ &= S_{xx} \left(\cos \tau \cos \varepsilon - j \sin \tau \sin \varepsilon \right)^2 + S_{yy} \left(\sin \tau \cos \varepsilon + j \cos \tau \sin \varepsilon \right)^2 \\ &\quad + \left(\frac{S_{xy} + S_{yx}}{2} \right) \left(\sin 2\tau + j \cos 2\tau \sin 2\varepsilon \right) \end{aligned}$$

$S_{xy} = S_{yx}$ なら (monostatic radar なら)

$$\begin{aligned} V_c &= \frac{S_{xx} + S_{yy}}{2} \cos 2\varepsilon + \frac{S_{xx} - S_{yy}}{2} \left(\cos 2\tau - j \sin 2\tau \sin 2\varepsilon \right) \\ &\quad + S_{xy} \left(\sin 2\tau + j \cos 2\tau \sin 2\varepsilon \right) \end{aligned}$$

2) 送信と受信が直交の偏波チャンネル(Cross-Polarization Channel) $h = E_\perp^t$

(2.2.60) を使って

$$P^x = \left| E_\perp^{t \top} [S] E^t \right|^2 = |V_x|^2 \quad (3.6.11)$$

$$\begin{aligned} V_x &= \begin{bmatrix} \cos \varepsilon & -j \sin \varepsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sin \tau & \cos \tau \\ -\cos \tau & -\sin \tau \end{bmatrix} [S] \begin{bmatrix} \cos \tau & -\sin \tau \\ \sin \tau & \cos \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varepsilon \\ j \sin \varepsilon \end{bmatrix} \\ &= \frac{-S_{xx}}{2} \left(\sin 2\tau \cos 2\varepsilon - j \sin 2\varepsilon \right) + \frac{S_{yy}}{2} \left(\sin 2\tau \cos 2\varepsilon + j \sin 2\varepsilon \right) \\ &\quad - S_{xy} \left(\sin^2 \tau \cos^2 \varepsilon + \cos^2 \tau \sin^2 \varepsilon \right) + S_{yx} \left(\cos^2 \tau \cos^2 \varepsilon + \sin^2 \tau \sin^2 \varepsilon \right) \end{aligned}$$

$S_{xy} = S_{yx}$ なら (monostatic radar なら)

$$V_x = S_{xy} \cos 2\tau \cos 2\varepsilon + \frac{S_{yy} - S_{xx}}{2} \sin 2\tau \cos 2\varepsilon + j \frac{S_{yy} + S_{xx}}{2} \sin 2\varepsilon$$

3) 散乱波電力を受信するチャンネル(Matched-Polarization Channel) $h = E^{s*}$

$$P^m = \left| \left([S] E^t \right)^{*T} [S] E^t \right|^2 = |V_m|^2 \quad (3.6.12)$$

$$\begin{aligned} V_m &= \begin{bmatrix} \cos \varepsilon & -j \sin \varepsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \tau & \sin \tau \\ -\sin \tau & \cos \tau \end{bmatrix} [S]^{*T} [S] \begin{bmatrix} \cos \tau & -\sin \tau \\ \sin \tau & \cos \tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varepsilon \\ j \sin \varepsilon \end{bmatrix} \\ V_m &= \left(|S_{xx}|^2 + |S_{yx}|^2 \right) \left(\cos^2 \tau \cos^2 \varepsilon + \sin^2 \tau \sin^2 \varepsilon \right) \\ &\quad + \left(|S_{xy}|^2 + |S_{yy}|^2 \right) \left(\sin^2 \tau \cos^2 \varepsilon + \cos^2 \tau \sin^2 \varepsilon \right) \\ &\quad + 2 \operatorname{Re} \left\{ \left(\frac{S_{xx}^* S_{xy} + S_{yx}^* S_{yy}}{2} \right) \left(\sin 2\tau \cos 2\varepsilon + j \sin 2\varepsilon \right) \right\} \end{aligned}$$

3.6.3 Stokesベクトルを使った偏波チャンネルの受信電力表現

今まで、コヒーレントな波の表現として散乱行列、偏波比を用いて受信電力を導いてきたが、数多くの散乱行列の平均を取ったり、統計的な性質を調べる際にそのまま散乱行列を使用すると大きな誤差を生ずる。一方、Stokes vectorやMueller行列による表現は、電力のみを扱うので誤りや混乱を生じにくい。そこで、ポーラリメトリの基本式をStokes vectorやMueller行列による電力表現に対応できるように置き換えてみる。以下の展開は、電力に注目した変換である。正規化したJones Vector 表現を使って(3.5.1)式を書き換えると

$$\begin{bmatrix} E_x^s \\ E_y^s \end{bmatrix} = [S] \begin{bmatrix} E_x^t \\ E_y^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{yx} & S_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x^t \\ E_y^t \end{bmatrix} \quad (3.6.13)$$

これを展開して、つぎの式が得られる。

$$\begin{bmatrix} E_x^s E_x^{s*} \\ E_y^s E_y^{s*} \\ E_x^s E_y^{s*} \\ E_y^s E_x^{s*} \end{bmatrix} = [W] \begin{bmatrix} E_x^t E_x^{t*} \\ E_y^t E_y^{t*} \\ E_x^t E_y^{t*} \\ E_y^t E_x^{t*} \end{bmatrix} \quad (3.6.14)$$

ここで、

$$[W] = \begin{bmatrix} S_{xx} S_{xx}^* & S_{xy} S_{xy}^* & S_{xx} S_{xy}^* & S_{xy} S_{xx}^* \\ S_{yx} S_{yx}^* & S_{yy} S_{yy}^* & S_{yx} S_{yy}^* & S_{yy} S_{yx}^* \\ S_{xx} S_{yx}^* & S_{xy} S_{yy}^* & S_{xx} S_{yy}^* & S_{xy} S_{yx}^* \\ S_{yx} S_{xx}^* & S_{yy} S_{xy}^* & S_{yx} S_{xy}^* & S_{yy} S_{xx}^* \end{bmatrix} \quad (3.6.15)$$

さて、完全に偏波した波に対して送信，散乱，受信を表すcoherencyベクトルをつぎのように定義する．添え字tは送信，sは散乱，recは受信に対応している．このベクトルは光学の分野でよく用いられており，前方散乱を仮定している．

$$J_t = \begin{bmatrix} E_x^t E_x^{t*} \\ E_y^t E_y^{t*} \\ E_x^t E_y^{t*} \\ E_y^t E_x^{t*} \end{bmatrix}, \quad J_s = \begin{bmatrix} E_x^s E_x^{s*} \\ E_y^s E_y^{s*} \\ E_x^s E_y^{s*} \\ E_y^s E_x^{s*} \end{bmatrix}, \quad J_{rec} = \begin{bmatrix} h_x h_x^* \\ h_y h_y^* \\ h_x h_y^* \\ h_y h_x^* \end{bmatrix} \quad (3.6.16)$$

すると，散乱行列を使った偏波の散乱方程式は

$$J_s = [W] J_t \quad (3.6.17)$$

と等価になる．受信アンテナでのパワーPは

$$P = \left| \mathbf{h}^T \mathbf{E}^s \right|^2 = \left| h_x E_x^s + h_y E_y^s \right|^2 = \mathbf{J}_{rec}^T \mathbf{J}_s = \mathbf{J}_{rec}^T [W] \mathbf{J}_t \quad (3.6.18)$$

Tは転置を表す．Stokesベクトルもcoherencyベクトルを使って

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} E_x E_x^* + E_y E_y^* \\ E_x E_x^* - E_y E_y^* \\ E_x E_y^* + E_y E_x^* \\ j(E_x E_y^* - E_y E_x^*) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & j & -j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x E_x^* \\ E_y E_y^* \\ E_x E_y^* \\ E_y E_x^* \end{bmatrix} = [R] \mathbf{J} \quad (3.6.19)$$

と表現できる．ただし[R]は

$$[R] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & j & -j \end{bmatrix}, \quad [R]^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -j \\ 0 & 0 & 1 & j \end{bmatrix} \quad (3.6.20)$$

従って，

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_t &= [R] \mathbf{J}_t, & \mathbf{g}_s &= [R] \mathbf{J}_s, & \mathbf{g}_{rec} &= [R] \mathbf{J}_{rec}, \\ \mathbf{J}_t &= [R]^{-1} \mathbf{g}_t, & \mathbf{J}_s &= [R]^{-1} \mathbf{g}_s, & \mathbf{J}_{rec} &= [R]^{-1} \mathbf{g}_{rec} \end{aligned} \quad (3.6.21)$$

Mueller 行列は、ターゲット上に座標の原点をもつ Stokes ベクトルの前方散乱を表す関係で用いられており、

$$\mathbf{g}_s = [\mathbf{M}] \mathbf{g}_t \quad (3.6.22)$$

つぎの関係を使うと

$$\mathbf{J}_s = [\mathbf{W}] \mathbf{J}_t, \quad [\mathbf{R}]^{-1} \mathbf{g}_s = [\mathbf{W}] [\mathbf{R}]^{-1} \mathbf{g}_t, \quad \mathbf{g}_s = [\mathbf{R}] [\mathbf{W}] [\mathbf{R}]^{-1} \mathbf{g}_t \quad (3.6.23)$$

Mueller 行列 $[\mathbf{M}]$ は、散乱行列の要素をもつ $[\mathbf{W}]$ で表現できることになる。

$$[\mathbf{M}] = [\mathbf{R}] [\mathbf{W}] [\mathbf{R}]^{-1} = \begin{bmatrix} m_{00} & m_{01} & m_{02} & m_{03} \\ m_{10} & m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{20} & m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{30} & m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \quad (3.6.24)$$

ここで、

$$m_{00} = \frac{1}{2} \left(|S_{xx}|^2 + |S_{xy}|^2 + |S_{yx}|^2 + |S_{yy}|^2 \right) \quad (3.6.25a)$$

$$m_{01} = \frac{1}{2} \left(|S_{xx}|^2 - |S_{xy}|^2 + |S_{yx}|^2 - |S_{yy}|^2 \right) \quad (3.6.25b)$$

$$m_{02} = \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{xy}^* \right) + \operatorname{Re} \left(S_{yx} S_{yy}^* \right) = \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{xy}^* + S_{yx} S_{yy}^* \right) \quad (3.6.25c)$$

$$m_{03} = \operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{xy}^* \right) + \operatorname{Im} \left(S_{yx} S_{yy}^* \right) = \operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{xy}^* + S_{yx} S_{yy}^* \right) \quad (3.6.25d)$$

$$m_{10} = \frac{1}{2} \left(|S_{xx}|^2 + |S_{xy}|^2 - |S_{yx}|^2 - |S_{yy}|^2 \right) \quad (3.6.25e)$$

$$m_{11} = \frac{1}{2} \left(|S_{xx}|^2 - |S_{xy}|^2 - |S_{yx}|^2 + |S_{yy}|^2 \right) \quad (3.6.25f)$$

$$m_{12} = \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{xy}^* \right) - \operatorname{Re} \left(S_{yx} S_{yy}^* \right) = \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{xy}^* - S_{yx} S_{yy}^* \right) \quad (3.6.25g)$$

$$m_{13} = \operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{xy}^* \right) - \operatorname{Im} \left(S_{yx} S_{yy}^* \right) = \operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{xy}^* - S_{yx} S_{yy}^* \right) \quad (3.6.25h)$$

$$m_{20} = \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{yx}^* \right) + \operatorname{Re} \left(S_{xy} S_{yy}^* \right) = \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{yx}^* + S_{xy} S_{yy}^* \right) \quad (3.6.25i)$$

$$m_{21} = \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{yx}^* \right) - \operatorname{Re} \left(S_{xy} S_{yy}^* \right) = \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{yx}^* - S_{xy} S_{yy}^* \right) \quad (3.6.25j)$$

$$m_{22} = \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{yy}^* \right) + \operatorname{Re} \left(S_{xy} S_{yx}^* \right) = \operatorname{Re} \left(S_{xx} S_{yy}^* + S_{xy} S_{yx}^* \right) \quad (3.6.25k)$$

$$m_{23} = \operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{yy}^* \right) + \operatorname{Im} \left(S_{yx} S_{xy}^* \right) = \operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{yy}^* + S_{yx} S_{xy}^* \right) \quad (3.6.25l)$$

$$m_{30} = -\operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{yx}^* \right) - \operatorname{Im} \left(S_{xy} S_{yy}^* \right) = -\operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{yx}^* + S_{xy} S_{yy}^* \right) \quad (3.6.25m)$$

$$m_{31} = -\operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{yx}^* \right) + \operatorname{Im} \left(S_{xy} S_{yy}^* \right) = -\operatorname{Im} \left(S_{xx} S_{yx}^* - S_{xy} S_{yy}^* \right) \quad (3.6.25n)$$

$$m_{32} = -\text{Im}\left(S_{xx} S_{yy}^*\right) + \text{Im}\left(S_{xy}^* S_{yx}\right) = -\text{Im}\left(S_{xx} S_{yy}^* - S_{yx} S_{xy}^*\right) \quad (3.6.25\text{o})$$

$$m_{33} = \text{Re}\left(S_{xx} S_{yy}^*\right) - \text{Re}\left(S_{xy} S_{yx}^*\right) = \text{Re}\left(S_{xx} S_{yy}^* - S_{xy} S_{yx}^*\right) \quad (3.6.25\text{p})$$

それゆえ、StokesベクトルとMueller行列を使った受信パワー表現はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} P &= \mathbf{J}_{rec}^T \mathbf{J}_s = \mathbf{J}_{rec}^T [\mathbf{W}] \mathbf{J}_t = \left([\mathbf{R}]^{-1} \mathbf{g}_{rec} \right)^T [\mathbf{W}] [\mathbf{R}]^{-1} \mathbf{g}_t = \mathbf{g}_{rec}^T \left([\mathbf{R}]^{-1} \right)^T [\mathbf{W}] [\mathbf{R}]^{-1} \mathbf{g}_t \\ &= \mathbf{g}_{rec}^T \left([\mathbf{R}]^{-1} \right)^T \left([\mathbf{R}]^{-1} [\mathbf{R}] \right) [\mathbf{W}] [\mathbf{R}]^{-1} \mathbf{g}_t = \mathbf{g}_{rec}^T \left([\mathbf{R}]^{-1} \right)^T \left([\mathbf{R}]^{-1} \right) [\mathbf{M}] \mathbf{g}_t \\ &= \frac{1}{2} \mathbf{g}_{rec}^T \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} [\mathbf{M}] \mathbf{g}_t = \frac{1}{2} \mathbf{g}_{rec}^T [\mathbf{K}] \mathbf{g}_t \end{aligned} \quad (3.6.26)$$

後方散乱の場合、Mueller行列のみでは正しいパワーが与えられない。Mueller行列は座標の原点をターゲットに置く前方散乱について定義されているものであって、レーダに原点を置く後方散乱のものではない。後方散乱の行列はKennaugh行列と呼ばれ、

$$[\mathbf{K}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} [\mathbf{M}] \quad (3.6.27)$$

と定義されている。monostatic radar では $S_{yx} = S_{xy}$ であるので、Mueller行列の要素では

$$\begin{aligned} m_{01} &= m_{10}, \quad m_{02} = m_{20}, \quad m_{03} = -m_{30}, \\ m_{12} &= m_{21}, \quad m_{13} = -m_{31}, \quad m_{23} = -m_{32} \end{aligned} \quad (3.6.28)$$

が成り立つ。その結果、

$$[\mathbf{K}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} [\mathbf{M}] = \begin{bmatrix} m_{00} & m_{01} & m_{02} & m_{03} \\ m_{10} & m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{20} & m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ -m_{30} & -m_{31} & -m_{32} & -m_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{00} & m_{01} & m_{02} & m_{03} \\ m_{01} & m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{02} & m_{12} & m_{22} & m_{23} \\ m_{03} & m_{13} & m_{23} & -m_{33} \end{bmatrix} \quad (3.6.29)$$

となって、成分が実数であるから、実の対称行列となる。この場合の成分は

$$m_{00} = \frac{1}{2} \left(|S_{xx}|^2 + 2|S_{xy}|^2 + |S_{yy}|^2 \right) \quad (3.6.30\text{a})$$

$$m_{01} = m_{10} = \frac{1}{2} \left(|S_{xx}|^2 - |S_{yy}|^2 \right) \quad (3.6.30\text{b})$$

$$m_{02} = m_{20} = \text{Re} \left(S_{xx} S_{xy}^* \right) + \text{Re} \left(S_{yx} S_{yy}^* \right) = \text{Re} \left(S_{xx} S_{xy}^* + S_{xy} S_{yy}^* \right) \quad (3.6.30c)$$

$$m_{03} = -m_{30} = \text{Im} \left(S_{xx} S_{xy}^* \right) + \text{Im} \left(S_{yx} S_{yy}^* \right) = \text{Im} \left(S_{xx} S_{xy}^* + S_{xy} S_{yy}^* \right) \quad (3.6.30d)$$

$$m_{11} = \frac{1}{2} \left(\left| S_{xx} \right|^2 - 2 \left| S_{xy} \right|^2 + \left| S_{yy} \right|^2 \right) \quad (3.6.30e)$$

$$m_{12} = m_{21} = \text{Re} \left(S_{xx} S_{xy}^* \right) - \text{Re} \left(S_{yx} S_{yy}^* \right) = \text{Re} \left(S_{xx} S_{xy}^* - S_{xy} S_{yy}^* \right) \quad (3.6.30f)$$

$$m_{13} = -m_{31} = \text{Im} \left(S_{xx} S_{xy}^* \right) - \text{Im} \left(S_{yx} S_{yy}^* \right) = \text{Im} \left(S_{xx} S_{xy}^* - S_{xy} S_{yy}^* \right) \quad (3.6.30g)$$

$$m_{22} = \text{Re} \left(S_{xx} S_{yy}^* \right) + \left| S_{xy} \right|^2 \quad (3.6.30h)$$

$$m_{23} = -m_{32} = \text{Im} \left(S_{xx} S_{yy}^* \right) \quad (3.6.30i)$$

$$-m_{33} = \left| S_{xy} \right|^2 - \text{Re} \left(S_{xx} S_{yy}^* \right) \quad (3.6.30j)$$

となる。monostaticな場合には、これら10個の要素のうち

$$m_{00} = m_{11} + m_{22} - m_{33} \quad (3.6.31)$$

が成り立つので、9個が独立である。

さて、3つの偏波チャンネルにおいて、StokesベクトルとKennaugh行列による受信電力を導いておこう。偏波比の場合と同様に3つの偏波チャンネルを考える。

1) 送信と受信が同じ偏波チャンネル(Co-Pol Channel) $\mathbf{h} = \mathbf{E}^t$

Co-Pol.チャンネルに対して、送信Stokesベクトルと受信Stokesベクトルが等しいので

$$\mathbf{g}_{rec} = \mathbf{g}_t$$

$$P^c = \frac{1}{2} \mathbf{g}_t^T \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} [\mathbf{M}] \mathbf{g}_t = \frac{1}{2} \mathbf{g}_t^T [\mathbf{K}]_c \mathbf{g}_t \quad (3.6.32)$$

ただし、

$$[\mathbf{K}]_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} [\mathbf{M}] \quad (3.6.33)$$

2) 送信と受信が直交する偏波チャンネル(Cross-Pol Channel) $\mathbf{h} = \mathbf{E}_\perp^t$

Cross(X)-Polarization Channelでは、送信Stokesベクトルと受信Stokesベクトルが直交している。ポアンカレー球上で見ると分かるように、送信Stokesベクトルに対して受信Stokesベク

トルは球の真後ろに位置する．そのため，

$$\mathbf{g}_t = \begin{pmatrix} 1, x_1, x_2, x_3 \end{pmatrix}^T \quad (3.6.34)$$

とすると
$$\mathbf{g}_{\text{rec}} = \begin{pmatrix} 1, -x_1, -x_2, -x_3 \end{pmatrix}^T \quad (3.6.35)$$

となる．行列で書けば

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -x_1 \\ -x_2 \\ -x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

であるから，

$$P^x = \frac{1}{2} \mathbf{g}_t^T \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} [\mathbf{M}] \mathbf{g}_t = \frac{1}{2} \mathbf{g}_t^T \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [\mathbf{M}] \mathbf{g}_t$$

$$P^x = \frac{1}{2} \mathbf{g}_t^T [\mathbf{K}]_x \mathbf{g}_t \quad (3.6.36)$$

ただし，

$$[\mathbf{K}]_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [\mathbf{M}] \quad (3.6.37)$$

3) 受信が散乱波を最大に受信するチャンネル(Matched-Pol Channel) $\mathbf{h} = \mathbf{E}^s^*$

Matched-pol Channelでは，散乱波のもつエネルギーを全て受信する．そのため，Stokesベクトルの定義から，

$$\mathbf{g}^s = \begin{bmatrix} g_0^s \\ g_1^s \\ g_2^s \\ g_3^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |E_x^s|^2 + |E_y^s|^2 \\ |E_x^s|^2 - |E_y^s|^2 \\ 2|E_x^s||E_y^s|\cos\phi \\ 2|E_x^s||E_y^s|\sin\phi \end{bmatrix} \quad (3.6.38)$$

の第1成分 g_0^s を受け取ることになる．これは送信StokesベクトルとMueller行列の成分で書く

$$P^m = |V|^2 = |E_s|^2 = g_0^s = m_{00} + m_{01}x_1 + m_{02}x_2 + m_{03}x_3 \quad (3.6.39)$$

したがって，形式的にはつぎのように行列表現できる．

$$P^m = \mathbf{g}_t^T \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} [\mathbf{M}] \mathbf{g}_t = \mathbf{g}_t^T [\mathbf{K}]_m \mathbf{g}_t \quad (3.6.40)$$

$$[\mathbf{K}]_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} [\mathbf{M}] \quad (3.6.41)$$

なお,

$$[\mathbf{K}]_m = \frac{1}{2} [\mathbf{K}]_c + \frac{1}{2} [\mathbf{K}]_x \quad (3.6.42)$$

が成り立つので

$$P^m = P^c + P^x \quad (3.6.43)$$

この式から、Matched-Polチャンネルの電力は、Co-Pol.とCross(X)-Polチャンネルの電力和で表現できることが分かる。

3.7 各種ターゲットからの偏波チャンネルの受信電力例 -- Polarization Signature --

偏波によってターゲットからの受信電力がどのように変わるかを見てみよう。ターゲットの種類は多いが、基本的な散乱行列を与えて、そのターゲットからの後方散乱電力を視覚的に示す。なお、送信・受信偏波の組み合わせは無限にあるので、偏波チャンネル毎に幾何学的パラメータ（Tilt angle τ , Ellipticity angle ϵ ）を用いて受信電力を表現することにする。この電力表現した図は、偏波シグネチャ(Polarization Signature)と呼ばれている。

以下に示す図は3次元表示であるが、高さ方向の値は電力値、2次元平面上の変数は図2.2.6に対応したTilt angle τ , Ellipticity angle ϵ である。Tilt angle τ , Ellipticity angle ϵ の各値に対して、Co-Pol, Cross-Pol, Matched Polチャンネルでの電力値が描かれており、全体として電力パターンになっている。Tilt angle τ , Ellipticity angle ϵ の出発点の値の取り方は、文献によって違いがある。この例では、2次元平面の中心位置が水平偏波Hになっている。

例えば最初の例題で、平板、球、3面コーナリフレクタの散乱行列は

$$[S] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

で与えられるので、それをMueller, Kennaugh行列に変換すると

$$[M] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad [K]_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

となる。右上のCo-Pol ChannelではEllipticity angle=0の偏波状態で受信電力が最も大きくなっている（山脈になっている）。Ellipticity=0は直線偏波を表しており、どのような傾き（Tilt angle）の直線偏波を送信しても反射波は同じ傾きの直線偏波で返ってくる。その反射波を送信と同じ偏波状態で受信することによって常に最大の受信電力が得られる。また、右回り円偏波（ellipticity=-45）で送信した場合、左回り円偏波が反射されるので、送信と同じ右回り円偏波受信channelの電力は0となる。左回り送信、左回り受信でも受信電力は0となる。その結果、3次元形状としては山脈のような形となる。

右下のX-Pol Channelでは、送信と直交した偏波状態で受信するので、円偏波で送受信した場合、Co-Pol Channelとは逆に最大電力が得られる。また、直線偏波を送信した場合、反射波は同じ傾きの直線偏波で返ってくるので、それと直交した直線偏波で受信すれば、受信電力は0となる。したがって、3次元形状はCo-Pol Channelと逆の形になる。

左下のM-Pol Channelは、Co-PolとX-Pol Channel電力の和で表される。そのため、平らな形となり、どのような偏波状態でも一定の電力受信することになる。M-Pol Channelは反射波の偏波状態がどのようなものであっても、その反射波電力の全てを受信するためである。

なお、この3次元表示の利点は、一見したときの形状認識である。逆に欠点は、3次元であるが故にTilt angle τ , Ellipticity angle ϵ の出発点の値の取り方に違いがあると、単純に形状が比較できなくなる。また、図の投影方向が異なると形状が変化して見えたり、極値な

どにおけるTilt angle, Ellipticity angle の値が判別しにくいことである。そのため、最大値におけるTilt, Ellipticity を読みとろうとする場合には、2次元平面（図2.2.6）を使って、電力値をグレースケールで表す方法が用いられる。

文献

- [1] F. T. Ulaby, R. K. Moore, and A. K. Fung, *Microwave Remote Sensing - Active and Passive*, vols I-III, Artech House, 1986.
- [2] 山下栄吉, 電磁波工学入門, 産業図書, 昭和55
- [3] 古濱洋治, 岡本謙一, 増子治信, 人工衛星によるマイクロ波リモートセンシング, 電子通信学会, 昭和61年
- [4] F. T. Ulaby and M. C. Dobson, *Handbook of Radar Scattering Statistics for Terrain*, Artech House, 1989
- [5] N. C. Currie ed., *Radar Reflectivity Measurement: Techniques and Applications*, Artech House, 1989
- [6] 吉田孝監修, 改訂レーダ技術, 電子情報通信学会, 1996
- [7] 岡本謙一編著, 地球環境計測, ウエーブサミット講座, オーム社, 1999
- [8] 関根松夫, レーダ信号処理技術, 電子情報通信学会, 1991
- [9] D. L. Mensa, *High Resolution Radar Cross-Section Imaging*, Artech House, 1991
- [10] Bassen R. Mahafza, *Introduction to RADAR ANALYSIS*, CRC press, 1998
- [11] H. Mott, *Antennas for Radar Communications- a polarimetric approach*, John Wiley & Sons, New York, 1992
- [12] C. A. Balanis, *Antenna Theory : analysis and design*, second ed., chapt.2, Wiley1982
- [13] A. B. Kostinski, W. -M. Boerner, "On foundation of radar polarimetry," *IEEE Trans. Antenna Propagation*, vol.34, no.12, pp.1359-1404, 1986
- [14] W. -M. Boerner, W. L. Yan, A. Q. Xi, Y. Yamaguchi, "On the basic principles of radar polarimetry: the target characteristic polarization state theory of Kennaugh, Huynen's polarization fork concept, and its extension to the partially polarized case," *Proc. IEEE*, vol.79, no. 10, 1991

第3章の補足

レーダには円偏波がよく使われる。雨滴に対して直線偏波では水平でも垂直でも同じ程度の不要反射（クラッタ）が返ってくるが、円偏波では右回りで送信し、右回りで受信するとほとんど受信されない。クラッタが少ないという利点があるためである。左回りの送受信でも同様である。円偏波のレーダではだ円偏波の受信を考慮して、その円偏波特性を表すために軸比(Axial Ratio)が用いられてきた。あくまで、振幅測定を基本にしている。

$$Axial\ Ratio = 20 \log \frac{b}{a} \quad [dB] \quad (3.7.1)$$

この定義は、既に出てきたEllipticity angle ϵ の大きさそのものである。この値が3dB低下する程度まで円偏波とみなす場合が多い。しかし、具体的に計算してみると、

$$\begin{aligned} |\tan \epsilon| = 1 & \Rightarrow \epsilon = \pm 45^\circ \quad \text{完全なる円偏波} \\ |\tan \epsilon| = \frac{1}{\sqrt{2}} & \Rightarrow \epsilon = \pm 35.27^\circ \quad \text{許容円偏波=だ円偏波} \end{aligned}$$

したがって、 $2\epsilon = \pm 70.54^\circ$

この範囲をポアンカレー球で見ると、おおよそ図3.7.1のように平面で球を切断した円周より北極側や南極側を円偏波と見なしていることになる。本来、円偏波は完全な円偏波であって、そこから離れれば異なる偏波状態と考えるべきであろう。

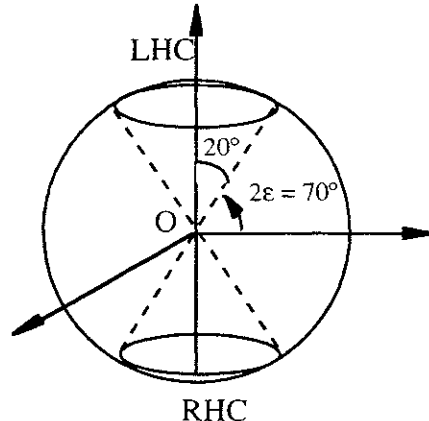
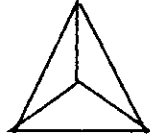
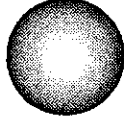


図3.7.1 軸比3dB以内の領域

Sphere , Plate , Trihedral Corner Reflector

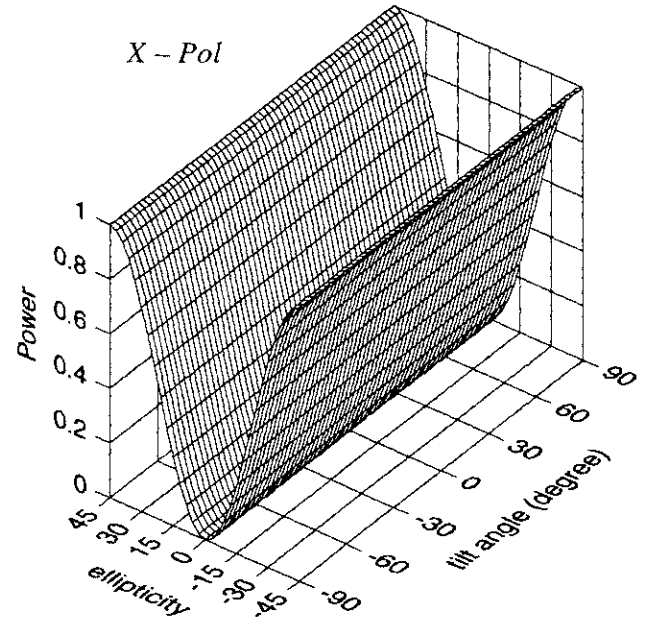
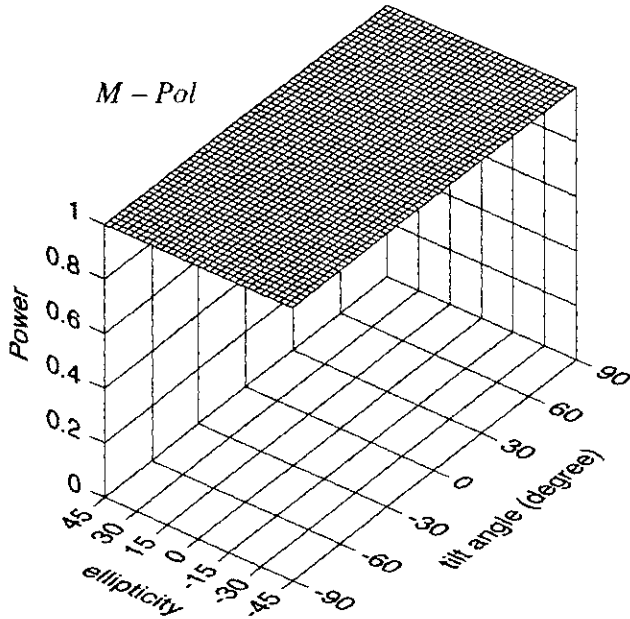
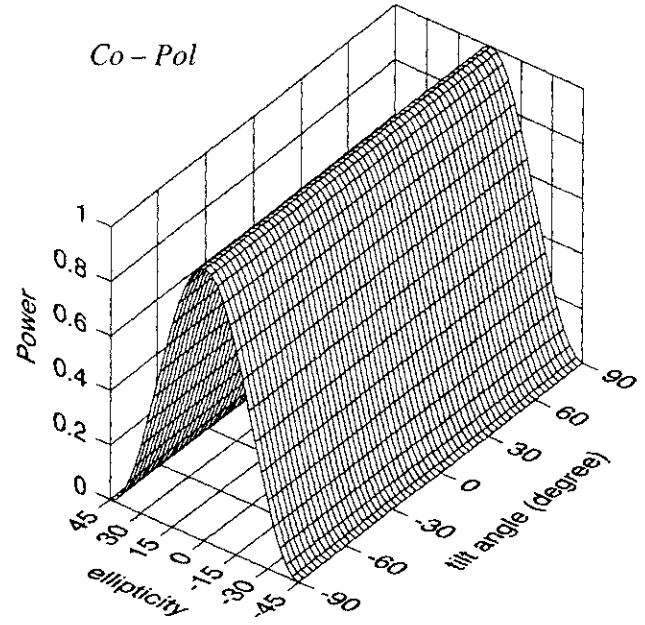


$$[S] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[K]_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$[K]_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Horizontal Wire



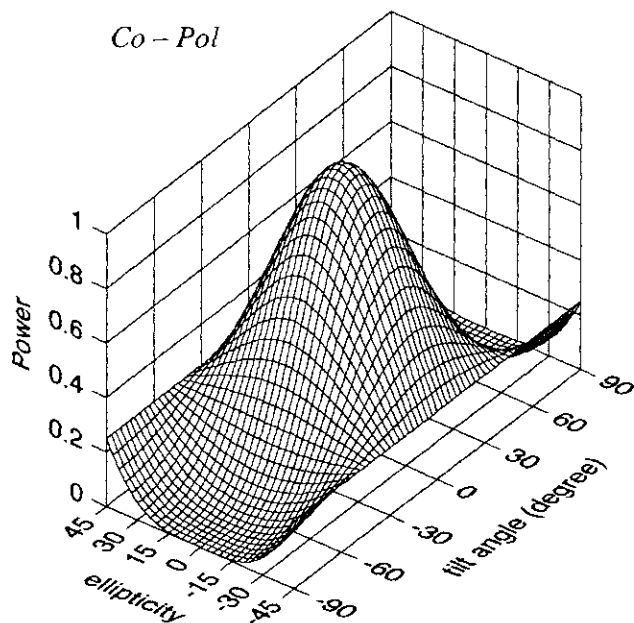
$$[S] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

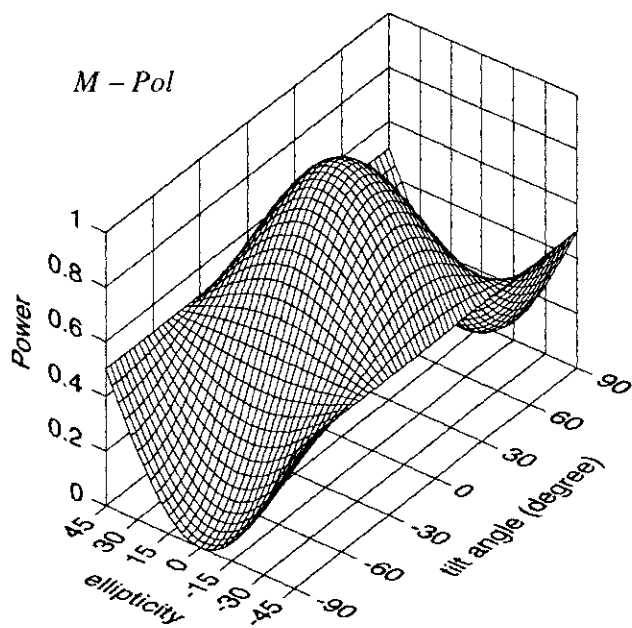
$$[K]_c = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[K]_x = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ -0.5 & -0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

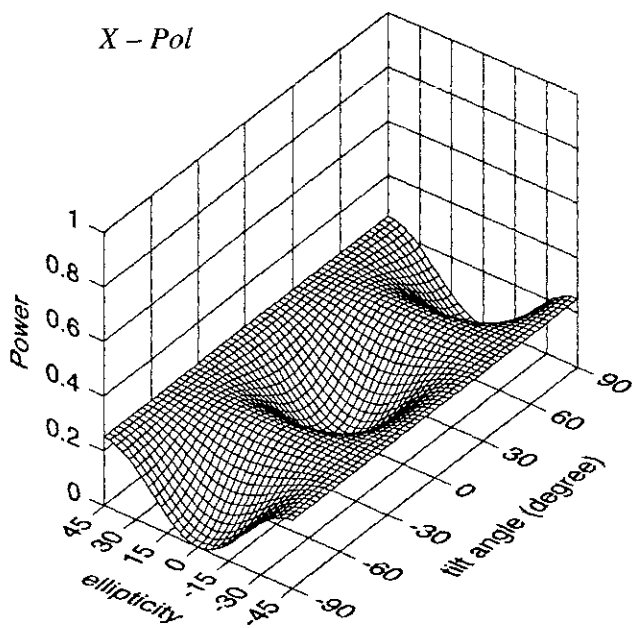
Co - Pol



M - Pol



X - Pol



Vertical Wire



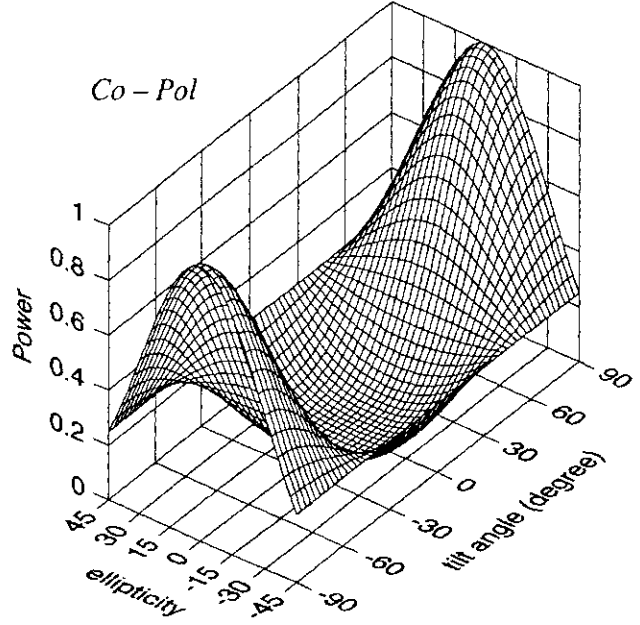
$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.5 & 0 & 0 \\ -0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

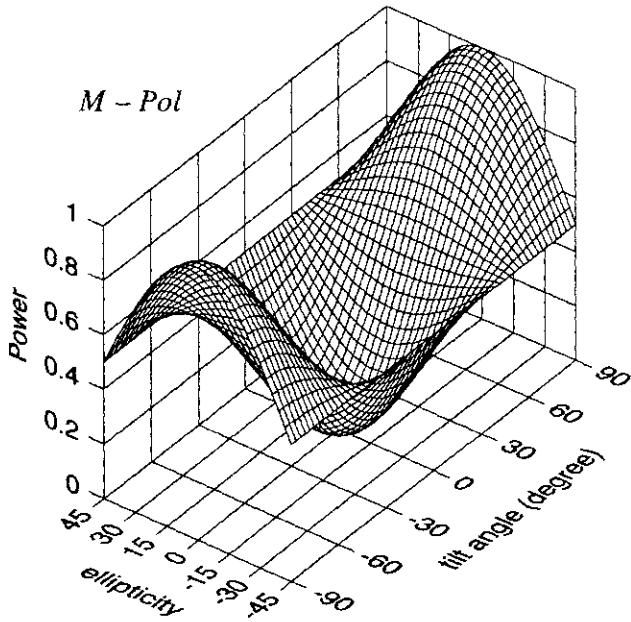
$$[K]_c = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.5 & 0 & 0 \\ -0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[K]_x = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.5 & 0 & 0 \\ 0.5 & -0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

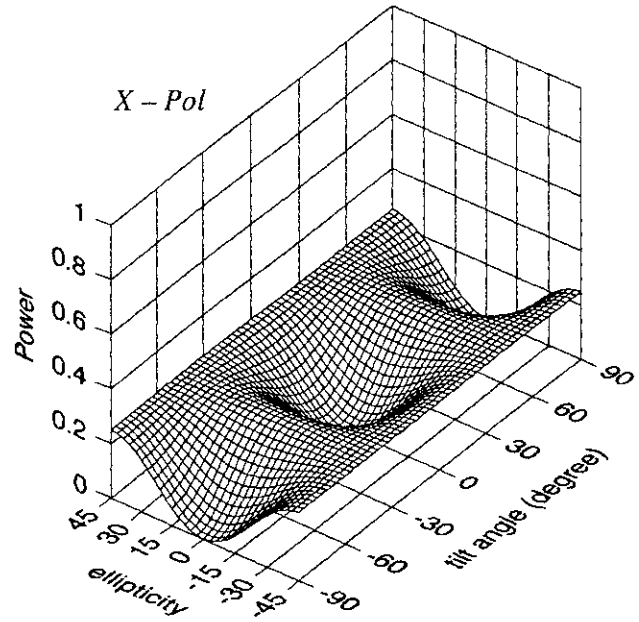
Co - Pol



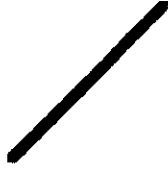
M - Pol



X - Pol



45 deg oriented Wire



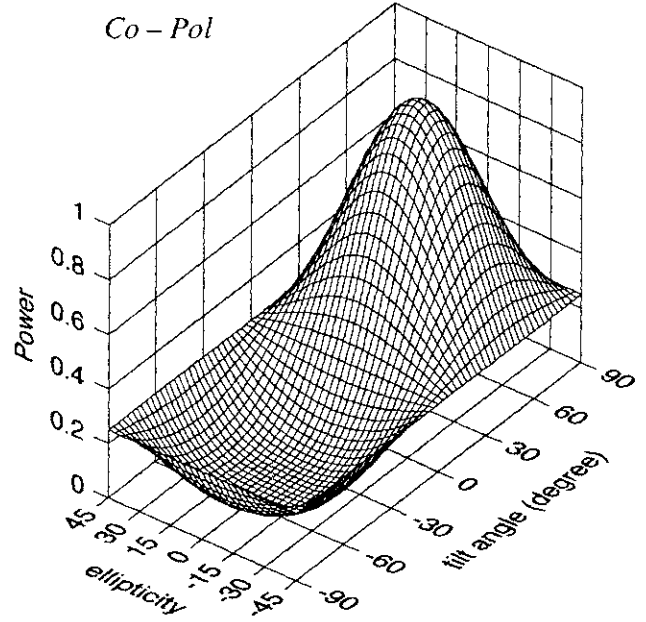
$$[S] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

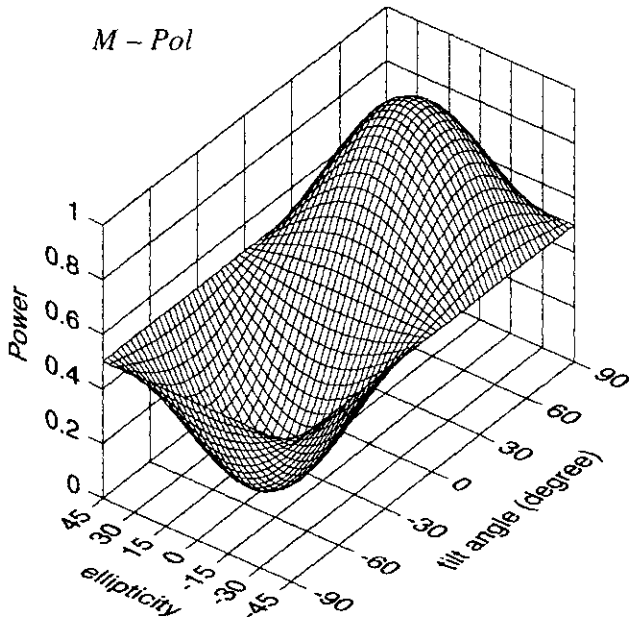
$$[K]_c = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[K]_x = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.5 & 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

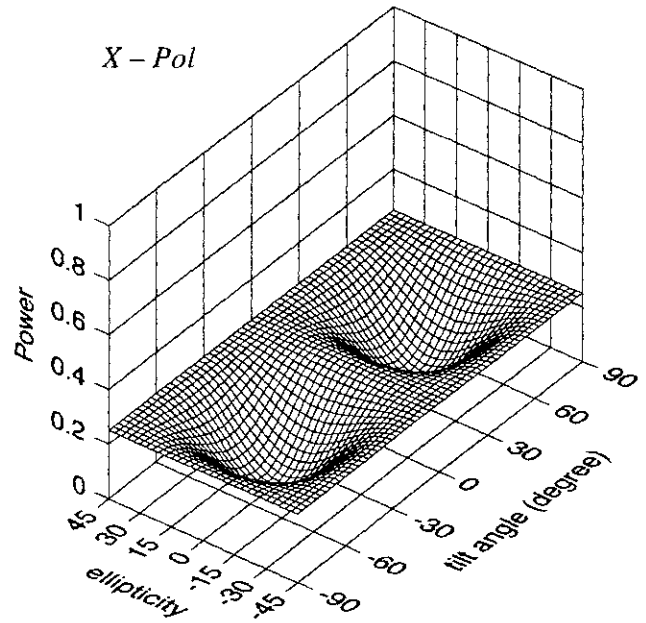
Co - Pol



M - Pol



X - Pol



- 45 deg oriented Wire



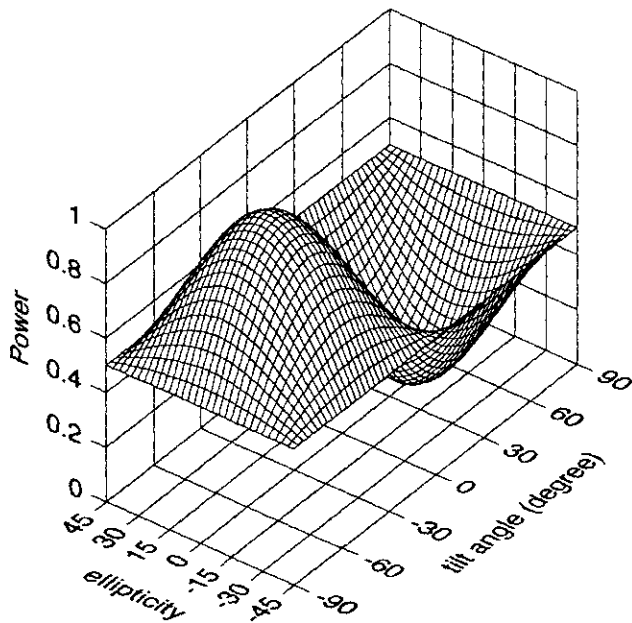
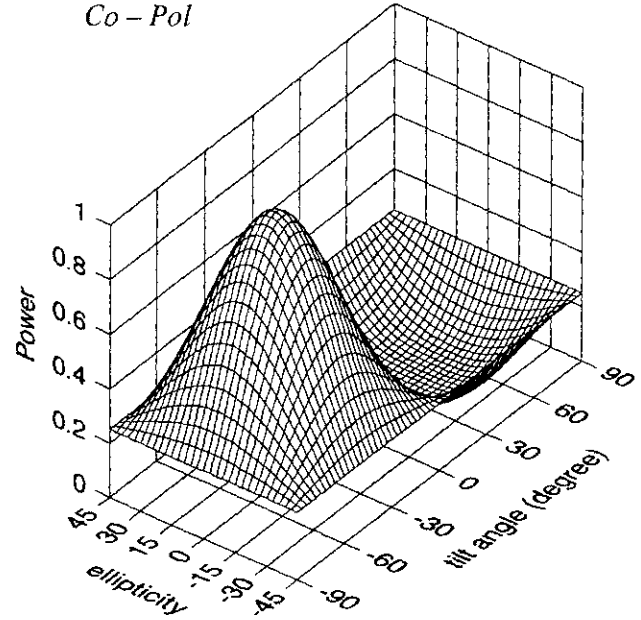
$$[S] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.5 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

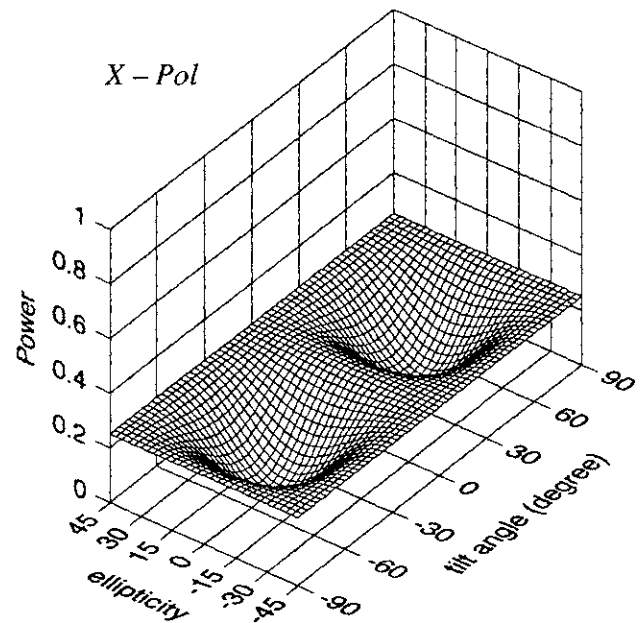
$$[K]_c = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.5 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[K]_x = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Co - Pol

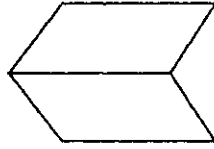


X - Pol



Dihedral Corner Reflector

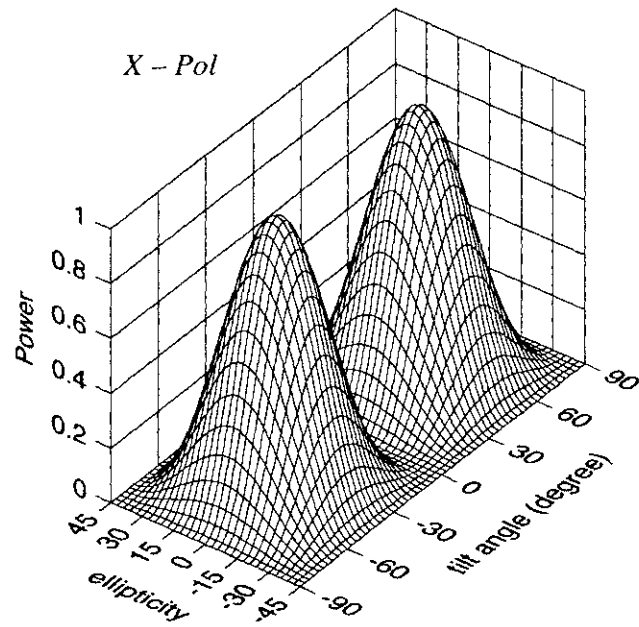
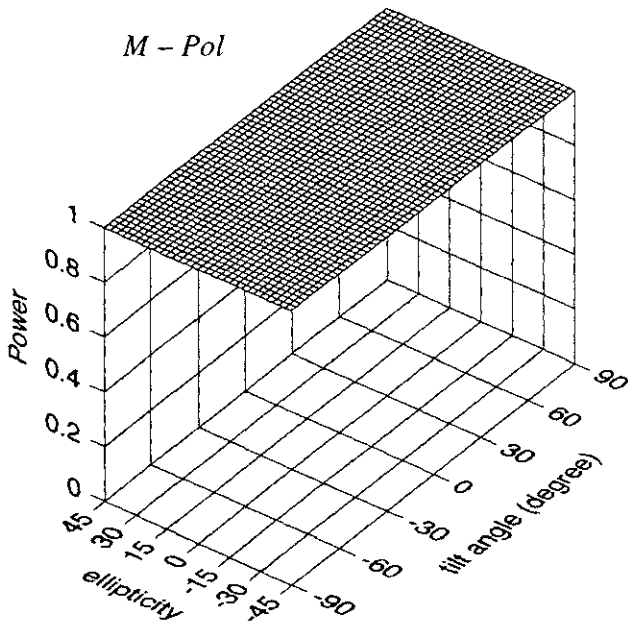
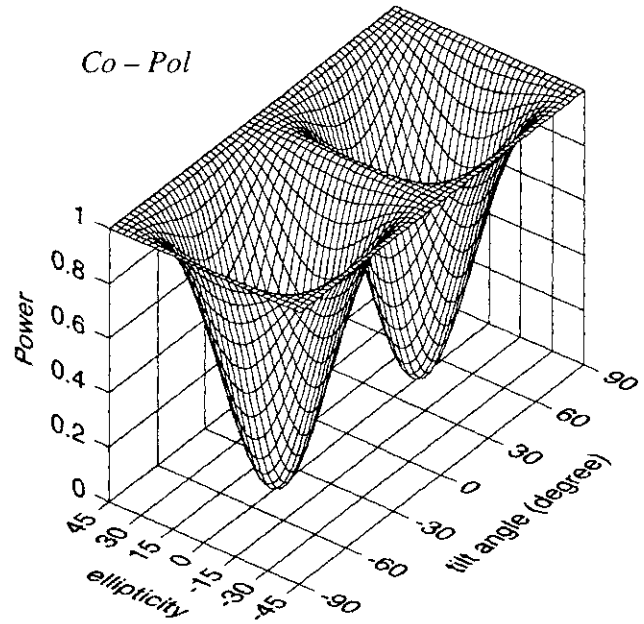
$$[S] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$



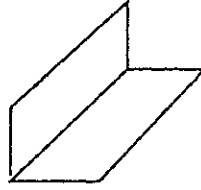
$$[M] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$[K]_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[K]_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$



45 oriented Corner Reflector

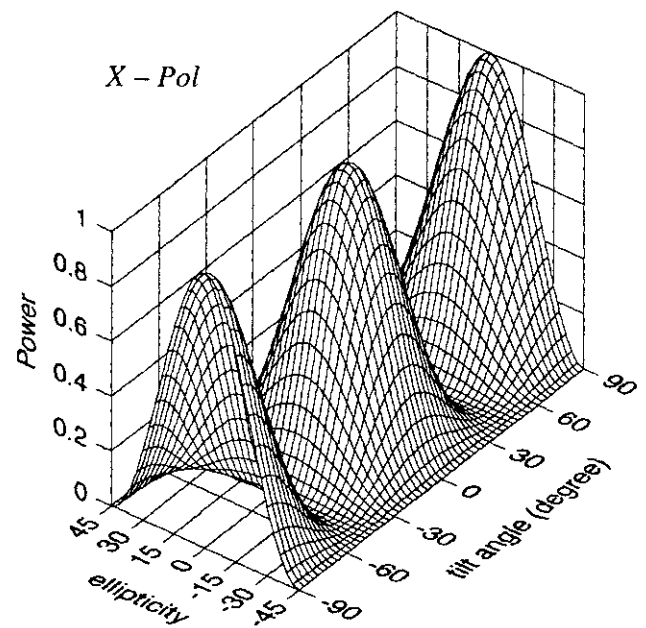
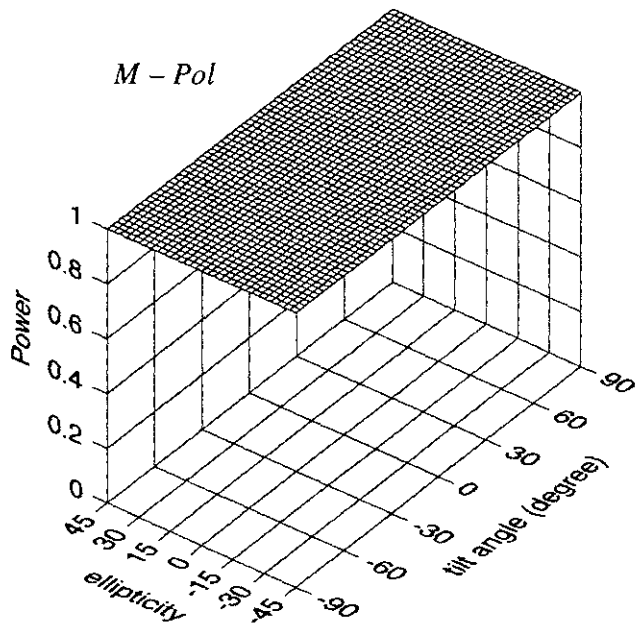
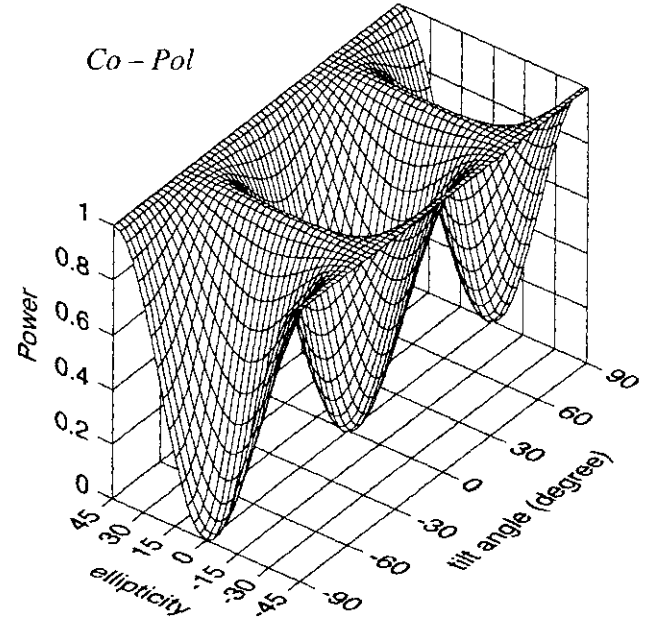


$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$[K]_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$[K]_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$



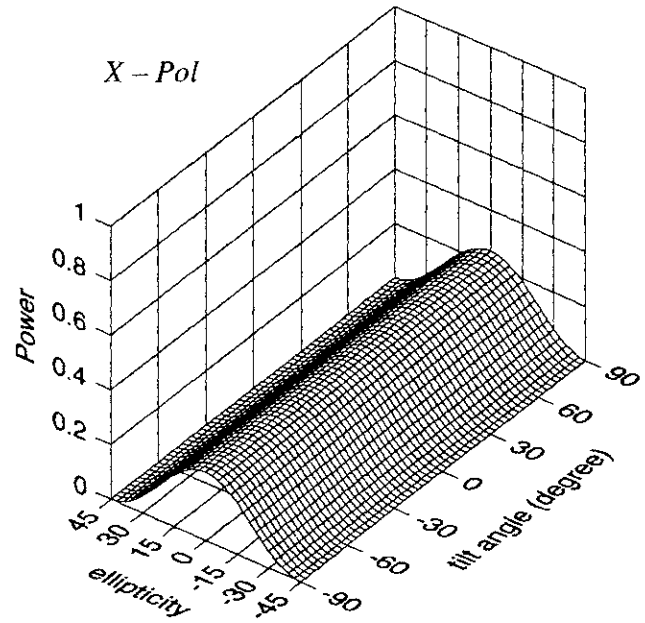
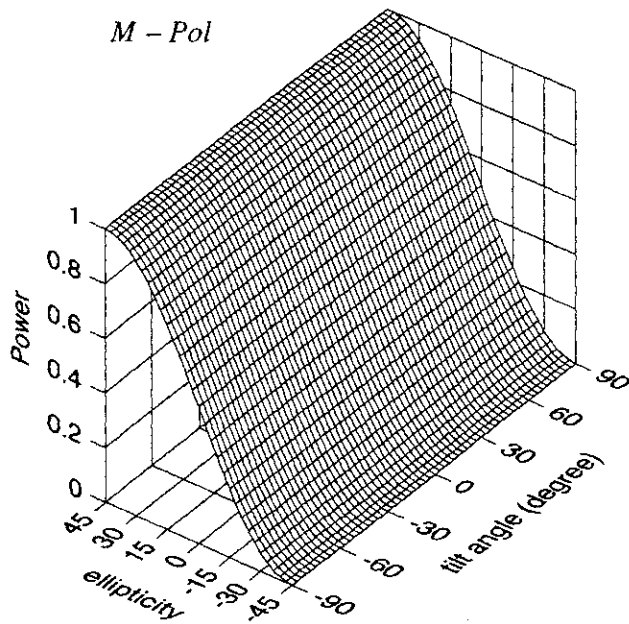
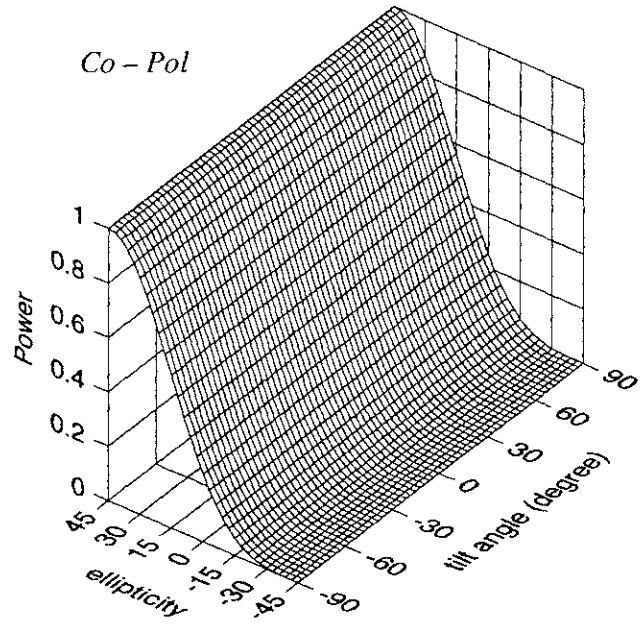
Right Helix

$$[S] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -j \\ -j & 1 \end{bmatrix}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.5 & 0 & 0 & -0.5 \end{bmatrix}$$

$$[K]_c = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$

$$[K]_x = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.5 & 0 & 0 & -0.5 \end{bmatrix}$$



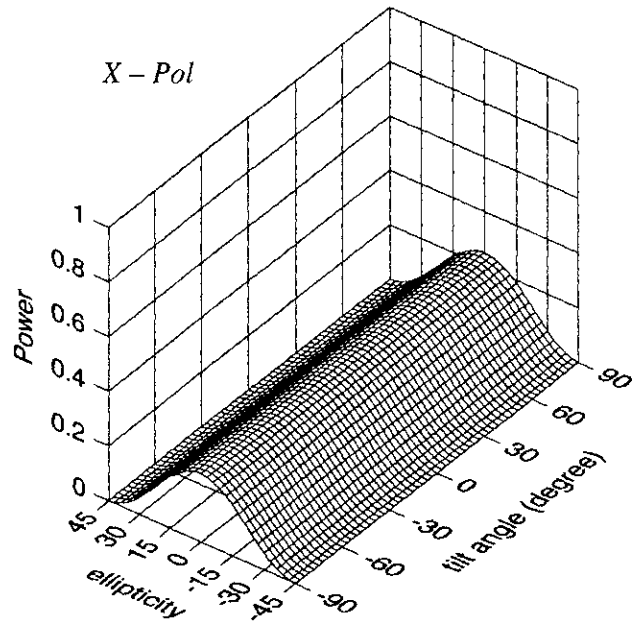
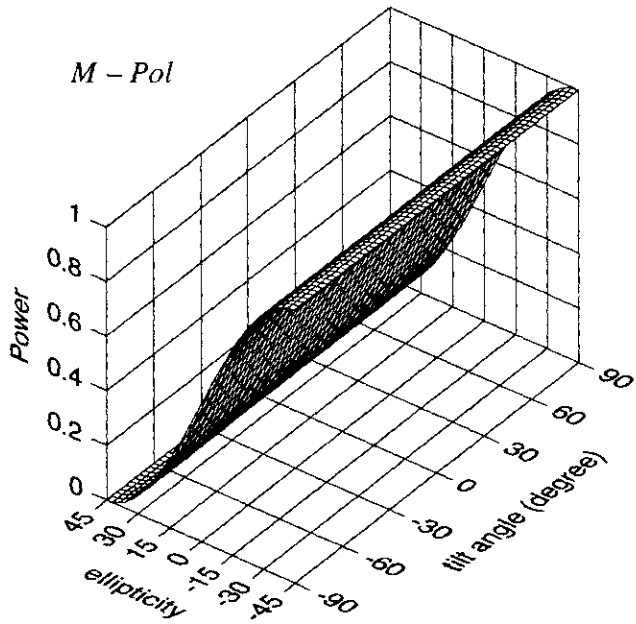
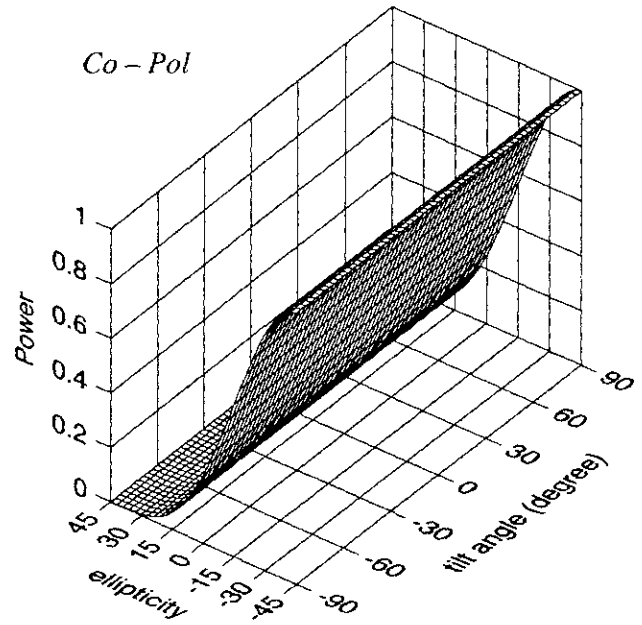
Left Helix

$$[S] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & j \\ j & -1 \end{bmatrix}$$

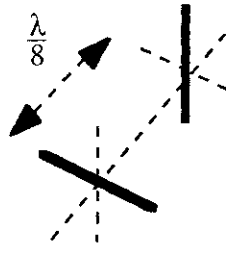
$$[M] = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & -0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 & -0.5 \end{bmatrix}$$

$$[K]_c = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & -0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.5 & 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$

$$[K]_x = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & -0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 & -0.5 \end{bmatrix}$$



$\frac{\lambda}{8}$ orthogonal dipoles



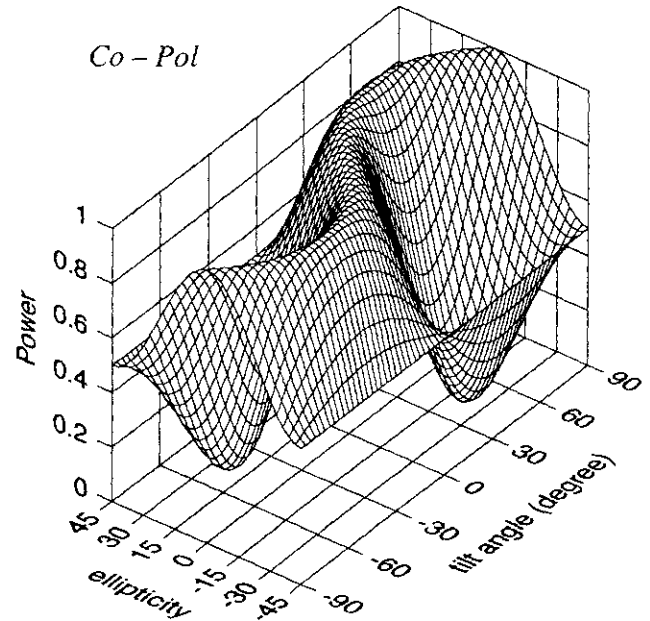
$$[S] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -j \end{bmatrix}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

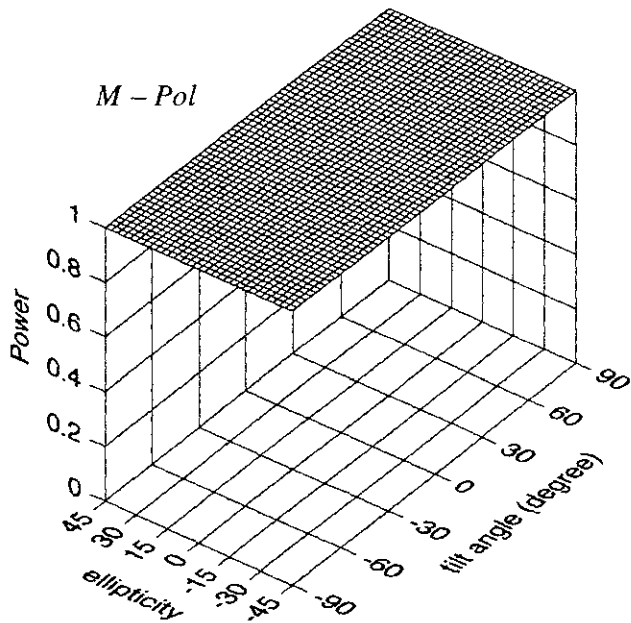
$$[K]_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[K]_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

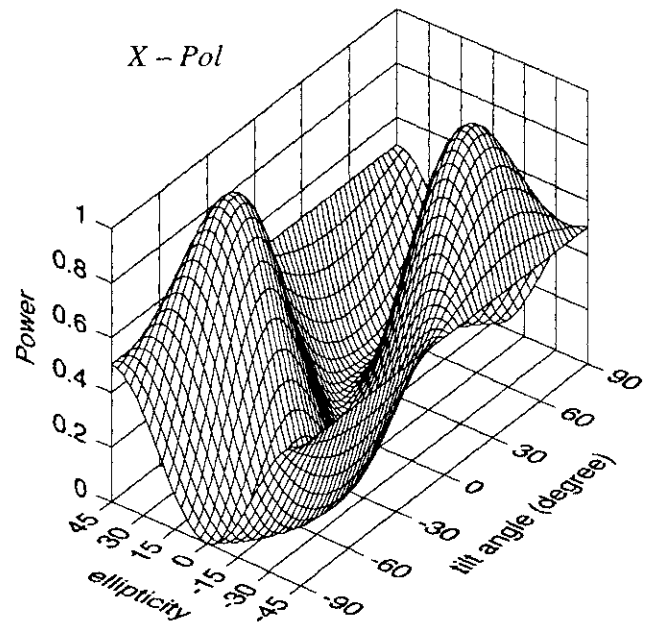
Co - Pol



M - Pol



X - Pol



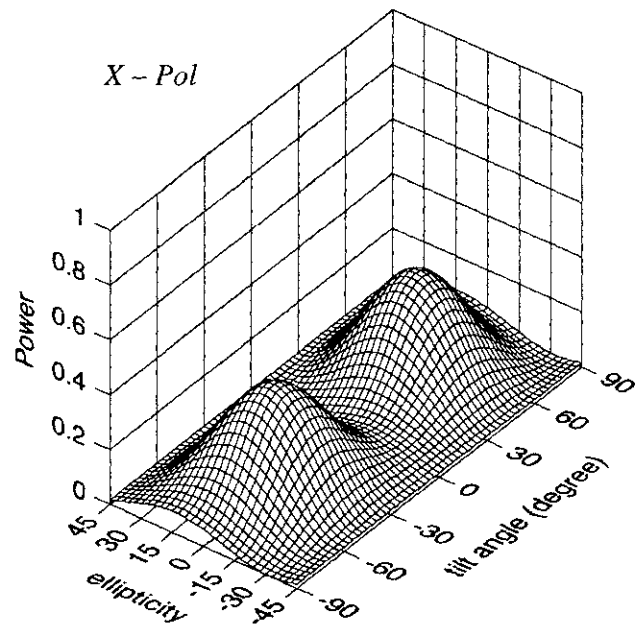
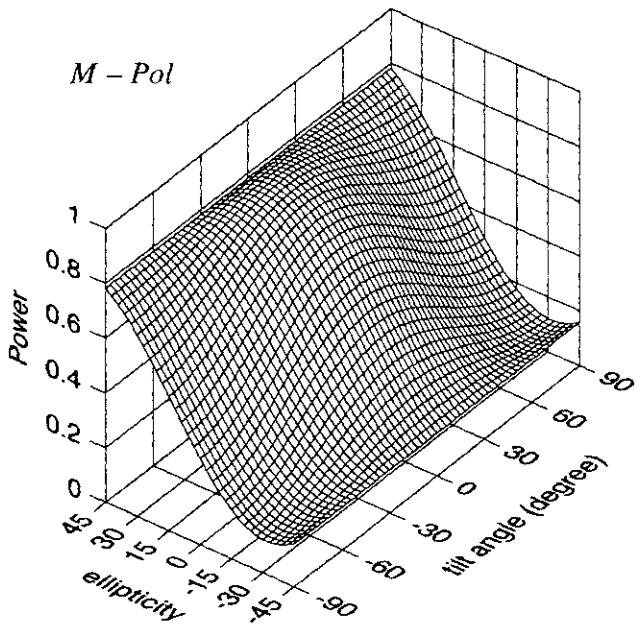
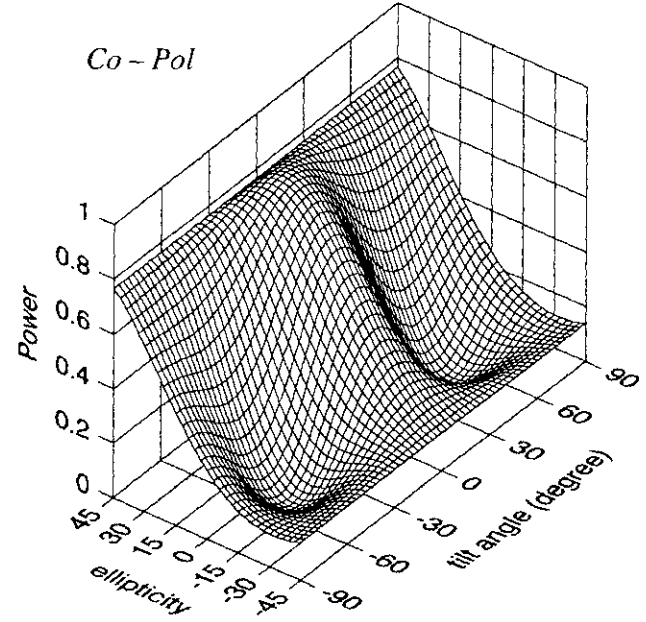
Special target 1

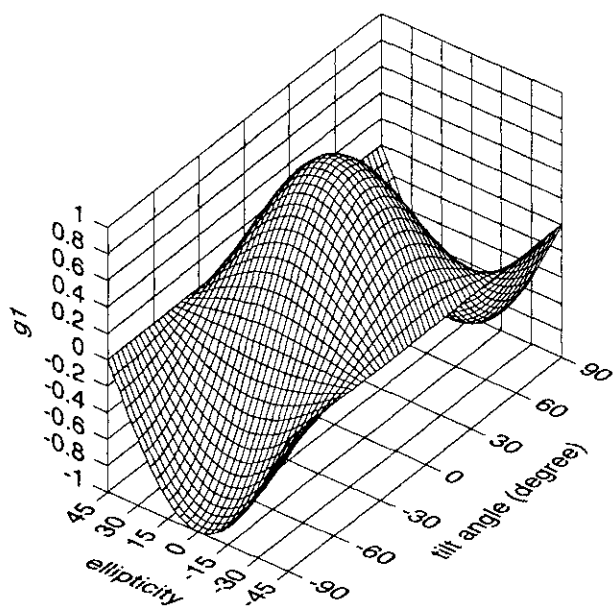
$$[S] = \begin{bmatrix} 0.75j & 0.25 \\ 0.25 & -0.5j \end{bmatrix}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} 0.469 & 0.156 & 0 & 0.313 \\ 0.156 & 0.344 & 0 & 0.063 \\ 0 & 0 & -0.313 & 0 \\ -0.313 & -0.063 & 0 & -0.438 \end{bmatrix}$$

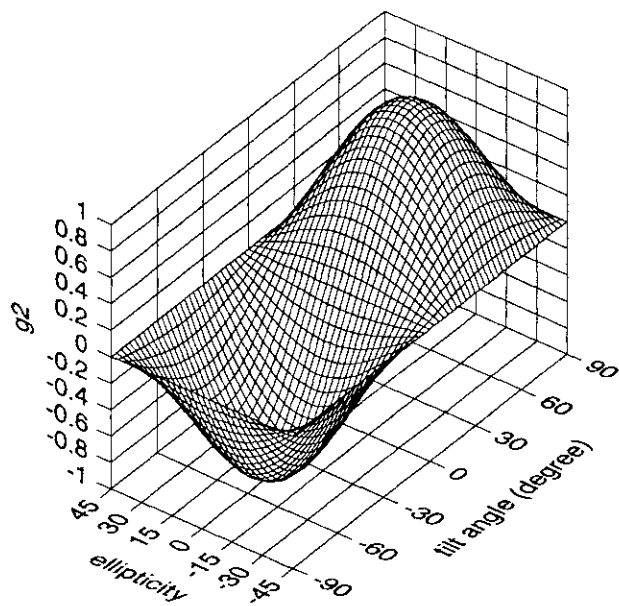
$$[K]_c = \begin{bmatrix} 0.469 & 0.156 & 0 & 0.313 \\ 0.156 & 0.344 & 0 & 0.063 \\ 0 & 0 & -0.313 & 0 \\ 0.313 & 0.063 & 0 & 0.438 \end{bmatrix}$$

$$[K]_x = \begin{bmatrix} 0.469 & 0.156 & 0 & 0.313 \\ -0.156 & -0.344 & 0 & -0.063 \\ 0 & 0 & 0.313 & 0 \\ -0.313 & -0.063 & 0 & -0.438 \end{bmatrix}$$



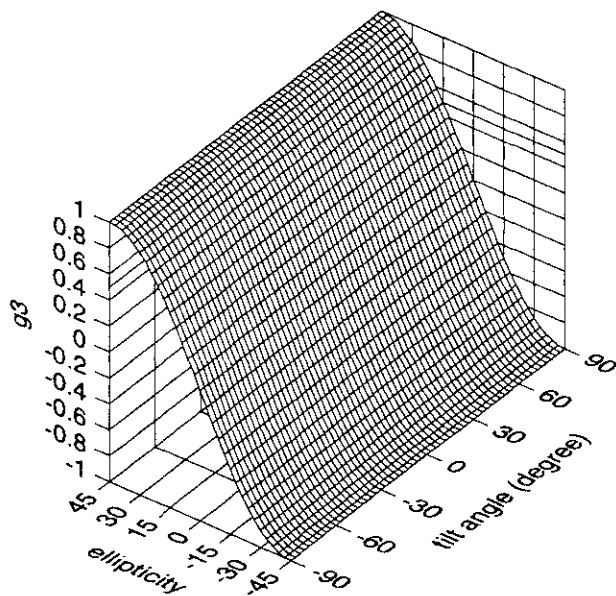


g_1



g_2

$$g_1^2 + g_2^2 + g_3^2 = 1$$



g_3

☒ 2.2.10 Stokes vector component g_1, g_2, g_3

第4章 Radar Polarimetry

この章では、レーダポーラリメトリ (radar polarimetry) の偏波状態及び偏波情報の表現について紹介し、更に、この偏波情報を用いたターゲット分解法について概説する。

4.1 偏波の定義

偏波とは電波が持つ電界ベクトルの方向性のことを総じた呼称である。一般に時間的に調和振動している平面波において電界ベクトルの先端が描く軌跡は、電波が進行する後ろ側から見ると楕円となっている。

4.1.1 Jones ベクトルによる表現

まず、複素電界ベクトルを考える。単一周波数 ω で振動する場では、瞬時ベクトルは次式の形をとる。

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}\{\mathbf{E}(\mathbf{r})e^{j\omega t}\} \quad (4.1.1)$$

$$\mathbf{r} = x\mathbf{a}_x + y\mathbf{a}_y + z\mathbf{a}_z \quad (4.1.2)$$

但し、 $\mathbf{a}_x, \mathbf{a}_y, \mathbf{a}_z$ は、 x, y, z 方向の単位ベクトルである。電界ベクトル $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ は空間座標 \mathbf{r} の関数であり、

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 e^{-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \quad (4.1.3)$$

$$\mathbf{k} = k_x\mathbf{a}_x + k_y\mathbf{a}_y + k_z\mathbf{a}_z \quad (4.1.4)$$

となる。 \mathbf{E}_0 は複素振幅を持つベクトルであり、 xyz 座標系において次式のように表される。

$$\mathbf{E}_0 = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |E_x|e^{j\phi_x} \\ |E_y|e^{j\phi_y} \\ |E_z|e^{j\phi_z} \end{bmatrix} \quad (4.1.5)$$

ここで、正の z 軸方向に伝搬する平面波であれば、

$$\mathbf{E}(z) = \begin{bmatrix} |E_x|e^{j\phi_x} \\ |E_y|e^{j\phi_y} \end{bmatrix} e^{-jkz} \quad (4.1.6)$$

となる。

z が一定の面では、 z に関する項を取り除くことができる。そこで、 $z = 0$ とすると、

$$\mathbf{E}(0) = \begin{bmatrix} |E_x|e^{j\phi_x} \\ |E_y|e^{j\phi_y} \end{bmatrix} \quad (4.1.7)$$

となる．このベクトルは，**Jones** ベクトルと呼ばれる．絶対位相を考慮せず，相対位相 $\phi = \phi_y - \phi_x$ で表現すると次式となる．

$$\mathbf{E}(0) = \begin{bmatrix} |E_x| \\ |E_y|e^{j\phi} \end{bmatrix} \quad (4.1.8)$$

4.1.2 幾何学的パラメータ

偏波状態は，一般に楕円を描く．この偏波状態は，楕円の大きさ A ，膨らみ角 (ellipticity angle) ε ，傾き角 (tilt angle) τ の幾何学的パラメータを用いて表現できる (図 4.1)．これにより偏波状態を視覚的にとらえやすくなる． $\varepsilon = 0^\circ$ で直線偏波状態， $\varepsilon = \pm 45^\circ$ で円偏波状態となる．

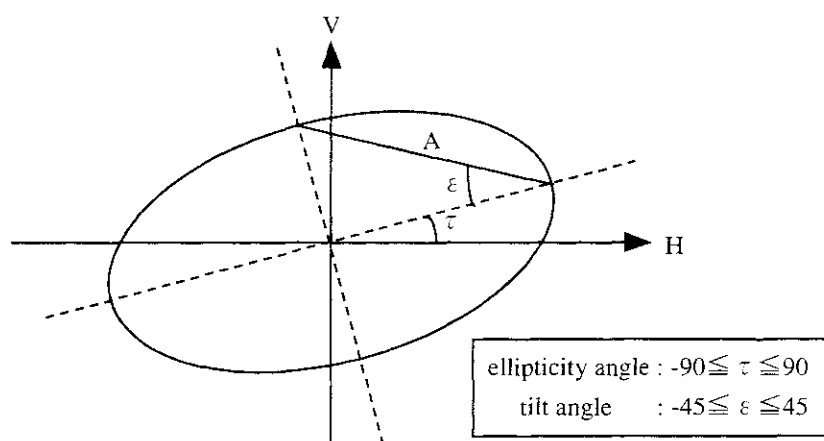


図 4.1 幾何学的パラメータによる偏波状態の表現

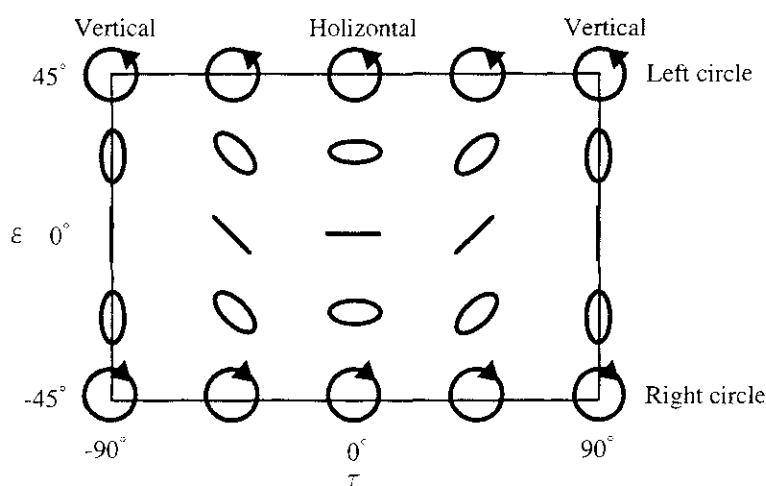


図 4.2 幾何学的パラメータと偏波状態の関係

4.1.3 Stokes ベクトル

偏波には、完全偏波と部分偏波がある。完全偏波とは振幅と位相が定数であるか、あるいは少なくとも時間的に非常にゆっくり変動する波で、位相がそろっているコヒーレント波とも等価である。一方、部分偏波とは、振幅と位相が時間的に変化し、偏波面もそれに伴い変化する波である。これらの波を表現する方法に Stokes ベクトルがある。

完全偏波

Stokes ベクトル \mathbf{g} は、直線偏波基底 (HV) において次式で示される。

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |E_H|^2 + |E_V|^2 \\ |E_H|^2 - |E_V|^2 \\ 2|E_H|^2|E_V|^2 \cos \phi \\ 2|E_H|^2|E_V|^2 \sin \phi \end{bmatrix} \quad (4.1.9)$$

ここで、 $|E_H|$ 、 $|E_V|$ 、 ϕ は、 E_H 、 E_V の振幅、相対位相を表している。従って、完全偏波に対しては次の関係が成り立つ。

$$g_0^2 = g_1^2 + g_2^2 + g_3^2 \quad (4.1.10)$$

式 (4.1.10) からわかるように、 g_0 は全電力、 g_1 は水平偏波と垂直偏波の電力差、 g_2 は 45° もしくは 135° の直線偏波成分の電力、 g_3 は円偏波の電力を表している。また、Stokes ベクトルは幾何学的パラメータ ε, τ とも関連しており、次のように表される。

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix} = A^2 \begin{bmatrix} 1 \\ \cos 2\tau \cos 2\varepsilon \\ \sin 2\tau \cos 2\varepsilon \\ \sin 2\varepsilon \end{bmatrix} \quad (4.1.11)$$

部分偏波

部分偏波した波は、完全偏波した (位相がそろった) 波と位相のそろっていない波の和であり、Coherency 行列 \mathbf{J} によって定義される。

$$\mathbf{J} = \langle \mathbf{E} \mathbf{E}^{*T} \rangle = \begin{bmatrix} \langle E_H E_H^* \rangle & \langle E_H E_V^* \rangle \\ \langle E_V E_H^* \rangle & \langle E_V E_V^* \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{HH} & J_{HV} \\ J_{VH} & J_{VV} \end{bmatrix} \quad (4.1.12)$$

ここで、 $*$ 、 T はそれぞれ複素共役と転置を、 $\langle \dots \rangle$ は次式の時間平均を表す。

$$\langle \dots \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{2T} \int_{-T}^T (\dots) dt \right] \quad (4.1.13)$$

Stokes ベクトルを Coherency 行列で表すと、

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{HH} + J_{VV} \\ J_{HH} - J_{VV} \\ J_{HV} + J_{VH} \\ j(J_{HV} - J_{VH}) \end{bmatrix} \quad (4.1.14)$$

となる。また、部分偏波は完全偏波した波と偏波していない波の和であるので、次式のように書くこともできる。

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix} = A^2 \begin{bmatrix} 1-P \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + A^2 \begin{bmatrix} P \\ P \cos 2\tau \cos 2\varepsilon \\ P \sin 2\tau \cos 2\varepsilon \\ P \sin 2\varepsilon \end{bmatrix} \quad (4.1.15)$$

P は偏波度合を示し、**degree of polarization** と呼ばれる。

$$P = \sqrt{1 - \frac{4\det \mathbf{J}}{(J_{HH} + J_{VV})^2}} = \frac{\sqrt{g_1^2 + g_2^2 + g_3^2}}{g_0} \quad (4.1.16)$$

ここで、 $P = 1$ は完全偏波、 $P = 0$ は無偏波状態であり、 $0 < P < 1$ は部分偏波となる。

4.1.4 散乱行列

ターゲットからの散乱情報は、**散乱行列** \mathbf{S} で表現でき、ターゲットの様々な情報を有している。この散乱行列は、送信の偏波状態 \mathbf{E}^t とターゲットから受信アンテナに届く散乱波 \mathbf{E}^s の組み合わせにより表され、レーダポーラリメトリにおける最も基本的な物理量である。Jones ベクトル (直線偏波基底) を用いて表現すると式 (4.1.17) となり、送信波から散乱波への変換行列と解釈できる。行列の各要素は、後方散乱係数 (反射係数) である。

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^s &= \begin{bmatrix} E_H^s \\ E_V^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{HH} & S_{HV} \\ S_{VH} & S_{VV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_H^t \\ E_V^t \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{S} \mathbf{E}^t \end{aligned} \quad (4.1.17)$$

ターゲットとアンテナの距離が十分長く、送受信アンテナが同一とみなせる monostatic レーダを仮定すると $S_{HV} = S_{VH}$ となり実際に扱う散乱行列の要素は3つとなる。

次に、偏波を考慮したレーダにおける受信電力について考える。受信アンテナが送信アンテナとして動作したときの実効長を \mathbf{h} とすると受信電圧は次式で定義される。

$$V = \mathbf{h} \mathbf{E}^s \quad (4.1.18)$$

式 (7.2.12) より、受信電力 P は、

$$P = VV^* = |V|^2 = |\mathbf{h}^T \mathbf{E}^s|^2 \quad (4.1.19)$$

によって与えられる。

偏波レーダでは仮想的に送信、受信の偏波状態をコントロールすることができる。そのため、仮想的に3つの偏波チャネルを考えることができる。

1. 送信と受信が同じ偏波チャネル → Co-Pol チャネル $\mathbf{h} = \mathbf{E}^t$

$$P^c = |\mathbf{E}^{tT} \mathbf{S} \mathbf{E}^t|^2 \quad (4.1.20)$$

2. 送信と受信が直交する偏波チャネル → Cross-Pol チャネル $\mathbf{h} = \mathbf{E}_\perp^t$

$$P^x = |\mathbf{E}_\perp^t{}^T \mathbf{S} \mathbf{E}^t|^2 \quad (4.1.21)$$

3. 散乱波電力を整合受信するチャネル → Matched-Pol チャネル $\mathbf{h} = \mathbf{E}^{s*}$

$$P^m = |(\mathbf{S} \mathbf{E}^t)^{*T} \mathbf{S} \mathbf{E}^t|^2 \quad (4.1.22)$$

4.1.5 Kennaugh 行列

後方散乱の場合，送受信の偏波状態を Stokes ベクトルで表現すると，ターゲットでの散乱行列を表すパラメータは **Kennaugh 行列** \mathbf{K} となる．ターゲットに偏波 \mathbf{g}_t を送信したとき，受信される偏波状態 \mathbf{g}_s との関係は式 (4.1.23) となる．また，散乱行列 \mathbf{S} と Kennaugh 行列 \mathbf{K} は式 (4.1.25) となる．

$$\mathbf{g}_s = \mathbf{K} \mathbf{g}_t \quad (4.1.23)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_{00} & K_{10} & K_{20} & K_{03} \\ K_{01} & K_{11} & K_{21} & K_{13} \\ K_{02} & K_{12} & K_{22} & K_{23} \\ K_{03} & K_{13} & K_{23} & K_{33} \end{bmatrix} \quad (4.1.24)$$

$$\begin{aligned} K_{00} &= \frac{1}{2} (|S_{HH}|^2 + 2|S_{HV}|^2 + |S_{VV}|^2) \\ K_{01} &= \frac{1}{2} (|S_{HH}|^2 - |S_{VV}|^2) \\ K_{02} &= \text{Re}(S_{HH}S_{HV}^* + S_{HV}S_{VV}^*) \\ K_{03} &= \text{Im}(S_{HH}S_{HV}^* + S_{HV}S_{VV}^*) \\ K_{11} &= \frac{1}{2} (|S_{HH}|^2 - 2|S_{HV}|^2 + |S_{VV}|^2) \\ K_{12} &= \text{Re}(S_{HH}S_{HV}^* - S_{HV}S_{VV}^*) \\ K_{13} &= \text{Im}(S_{HH}S_{HV}^* - S_{HV}S_{VV}^*) \\ K_{22} &= \text{Re}(S_{HH}S_{VV}^*) + |S_{HV}|^2 \\ K_{23} &= \text{Im}(S_{HH}S_{VV}^*) \\ K_{33} &= |S_{HV}|^2 - \text{Re}(S_{HH}S_{VV}^*) \end{aligned} \quad (4.1.25)$$

但し，ここでは monostatic レーダを仮定する．Kennaugh 行列 \mathbf{K} は送信アンテナと受信アンテナの位置が同じ後方散乱であり，レーダに原点をもつ．一方，ターゲット上に原点をもつ前方散乱では **Mueller 行列** \mathbf{M} が用いられ，Kennaugh 行列とは次式の関係がある．

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{M} \quad (4.1.26)$$

4.1.6 偏波シグネチャ

偏波受信電力は、送受信アンテナにおける偏波状態により決定される。式 (4.1.20)～式 (4.1.22)(散乱行列の場合) から送受信の偏波状態は式 (4.1.11) により、 ε , τ に変換され、このパラメータを変化されて全ての偏波状態における受信電力を求めることができる。これは偏波シグネチャと呼ばれ、全偏波状態の受信電力分布を視覚的にとらえることができる。ここで、基本ターゲットの偏波シグネチャを図 4.3 に示す。

4.2 ターゲット分解法

4.2.1 3成分分解法

対称な複素散乱行列は、必ず式 (4.2.2) に示す 3 つの基本ターゲットの散乱行列 (Sphere, Diplane, Helix) の和に変形することができる [1]。

$$\mathbf{S}_{(HV)} = e^{j\varphi_s} \left\{ K_s \mathbf{S}_{\text{Sphere}} + e^{j\varphi_s} (K_d \mathbf{S}_{\text{Diplane}} + K_h \mathbf{S}_{\text{Helix}}) \right\} \quad (4.2.1)$$

しかしながら、式 (4.2.2) ではターゲットの方向角 (orientation angle) によって各成分 (K_s , K_d , K_h) が変化するため扱いづらい。それで、Czyz 等は、円偏波基底 (RL 基底) を用いて次のように改良した [2]。

$$\mathbf{S}_{(RL)} = e^{j\varphi} \left\{ e^{j\varphi_s} K_s \mathbf{S}_{\text{Sphere}} + K_d \mathbf{S}_{\text{Diplane}} + K_h \mathbf{S}_{\text{Helix}} \right\} \quad (4.2.2)$$

RL 基底では、左回り Helix 成分を含むターゲットに対して、

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{(RL)} &= e^{j\varphi} \left\{ e^{j\varphi_s} K_s \begin{bmatrix} 0 & -j \\ -j & 0 \end{bmatrix} + K_d \begin{bmatrix} e^{-j2\theta} & 0 \\ 0 & e^{-j2\theta} \end{bmatrix} + K_h \begin{bmatrix} e^{j2\theta} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right\} \\ &= e^{j\varphi} \begin{bmatrix} (K_d + K_h) e^{-j2\theta} & -j K_s e^{j\varphi_s} \\ -j K_s e^{j\varphi_s} & -K_d e^{j2\theta} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.2.3)$$

また、右回り Helix 成分を含むターゲットに対して、

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{(RL)} &= e^{j\varphi} \left\{ e^{j\varphi_s} K_s \begin{bmatrix} 0 & -j \\ -j & 0 \end{bmatrix} + K_d \begin{bmatrix} e^{-j2\theta} & 0 \\ 0 & e^{-j2\theta} \end{bmatrix} + K_h \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & e^{j2\theta} \end{bmatrix} \right\} \\ &= e^{j\varphi} \begin{bmatrix} K_d e^{-j2\theta} & -j K_s e^{j\varphi_s} \\ -j K_s e^{j\varphi_s} & -(K_d + K_h) e^{j2\theta} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.2.4)$$

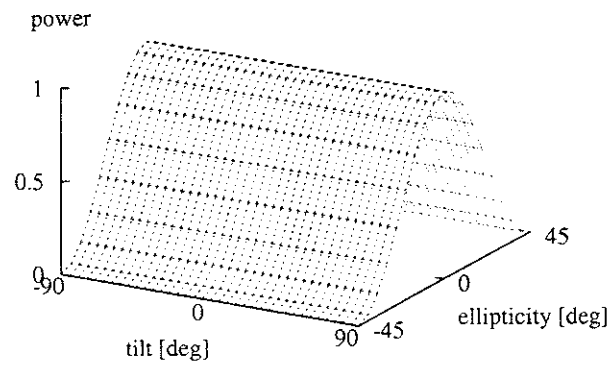
と表れる。但し、 θ はターゲットの方向角であり、 φ は絶対位相、 φ_s は Diplane, Helix 成分に対する Sphere 成分の変位位相を表す。

係数 K_s , K_d , K_h は Sphere, Diplane, Helix の散乱行列に対する寄与を示す。これは物理的に次のことを意味する。

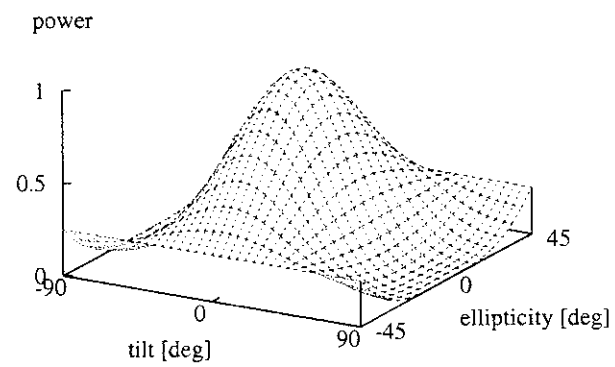
K_s : 奇数回反射成分の大きさ

K_d : 偶数回反射成分の大きさ

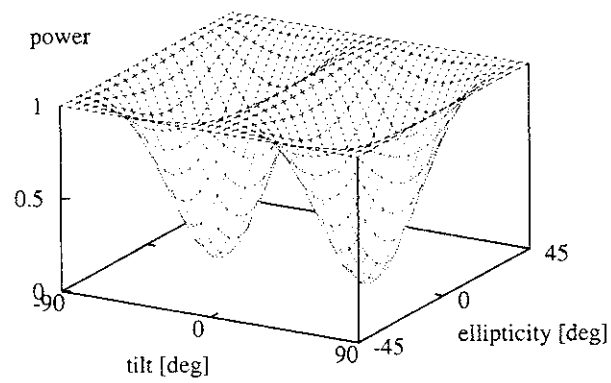
K_h : 直線偏波を円偏波に変える (Helix) 成分の大きさ



(a) プレート, 3 面のコーナリフレクタ, Sphere



(b) 水平ワイヤ



(c) ダイプレーン

図 4.3 偏波シグネチャ

ここから、 K_s, K_d, K_h は次のように求められる。

$$\mathbf{S}_{(RL)} = \begin{bmatrix} |S_{RR}|e^{j\varphi_{RR}} & |S_{RL}|e^{j\varphi_{RL}} \\ |S_{LR}|e^{j\varphi_{LR}} & -|S_{LL}|e^{j(\varphi_{LL}-\pi)} \end{bmatrix} \quad (4.2.5)$$

この式の要素を比較して、大きさから、

If $|S_{RR}| > |S_{LL}|$ then

$$K_s = |S_{RL}|, \quad K_d = |S_{LL}|, \quad K_h = |S_{RR}| - |S_{LL}| \quad (4.2.6)$$

else $|S_{LL}| > |S_{RR}|$

$$K_s = |S_{RL}|, \quad K_d = |S_{RR}|, \quad K_h = |S_{LL}| - |S_{RR}| \quad (4.2.7)$$

となる。角度は次式により求められる。

$$\theta = \frac{1}{4}(\varphi_{LL} - \varphi_{RR} - \pi) \quad (4.2.8)$$

$$\varphi = \frac{1}{2}(\varphi_{RR} + \varphi_{LL} - \pi) \quad (4.2.9)$$

$$\varphi_s = \varphi_{RL} - \frac{1}{2}(\varphi_{LL} + \varphi_{RR}) + \pi \quad (4.2.10)$$

$$(4.2.11)$$

このようにして得られた K_s, K_d, K_h の成分比を取り、表 4.1 と比較することでターゲットの特徴を把握することができる。

表 4.1 理論比

	K_s	K_d	K_h
sphere, plate	1	0	0
dipole	0	1	0
dipole	0.5	0.5	0
right or left helix	0	0	1

円偏波基底 (RL 基底)

直線偏波基底 (HV 基底) から円偏波基底 (RL 基底) への変換は次式で行われる。

$$\mathbf{S}_{RL} = \mathbf{U}_2^T \mathbf{S} \mathbf{U}_2 = \begin{bmatrix} S_{RR} & S_{RL} \\ S_{LR} & S_{LL} \end{bmatrix} \quad (4.2.12)$$

$$\mathbf{U}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & -j \\ -j & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2.13)$$

$$S_{RR} = \frac{1}{2}(S_{HH} - S_{VV} - j2S_{HV}) \quad (4.2.14)$$

$$S_{RL} = S_{LR} = \frac{-j}{2}(S_{HH} + S_{VV}) \quad (4.2.15)$$

$$S_{LL} = \frac{1}{2}(S_{VV} - S_{HH} - j2S_{HV}) \quad (4.2.16)$$

4.2.2 三成分散乱モデル分解法

Freeman 等は，レーダから観測される散乱波 (散乱行列) を物理的な散乱過程に基づいた三成分モデル (表面散乱，二回反射，体積散乱) に分解してターゲットの特徴を捉える分解法を提案した [3]．ここで，各散乱過程について説明する．

- ・ **表面散乱** 海域，農地，低植生における一次 Bragg 散乱過程．森林領域に関しては，主に葉の表面からの散乱を表す．
- ・ **二回反射** 地表面と樹幹の間で反射する散乱過程．
- ・ **体積散乱** ランダムに傾いたワイヤが合成された散乱過程．主に HV 偏波に起因している．

この分解法は，多くの POL-SAR データを基した統計的性質から得られた，現実的な散乱過程をモデル化しており，次のような関係を仮定している．

Surface Scatter	Double Bounce	Volume Scatter
$\langle S_{HH} ^2 \rangle = \beta ^2$	$\langle S_{HH} ^2 \rangle = \alpha ^2$	
$\langle S_{VV} ^2 \rangle = 1$	$\langle S_{VV} ^2 \rangle = 1$	$\langle S_{HH} ^2 \rangle = \langle S_{VV} ^2 \rangle = 1$
$\langle S_{HV} ^2 \rangle = 0$	$\langle S_{HV} ^2 \rangle = 0$	$\langle S_{HV} ^2 \rangle = \langle S_{HH} S_{VV}^* \rangle = 1/3$
$\langle S_{HH} S_{VV}^* \rangle = \beta$	$\langle S_{HH} S_{VV}^* \rangle = -\alpha$	
$\langle S_{HH} S_{HV}^* \rangle = \langle S_{HV} S_{VV}^* \rangle = 0$		

更に，各偏波成分に対して以下の式が成り立つものとして，表面散乱，二回反射，体積散乱過程における各電力 (P_s, P_d, P_v) を求める．

$$\begin{aligned}
 |S_{HH}|^2 &= f_s |\beta|^2 + f_d |\alpha|^2 + f_v \\
 |S_{VV}|^2 &= f_s + f_d + f_v \\
 S_{HH} S_{VV}^* &= f_s \beta + f_d \alpha + f_v \\
 |S_{HV}|^2 &= f_v / 3 \\
 S_{HH} S_{HV}^* &= S_{HV} S_{VV}^* = 0
 \end{aligned} \tag{4.2.17}$$

但し， f_s, f_d, f_v はそれぞれ表面散乱，二回反射，体積散乱成分の寄与を示す． α, β は，二回反射，表面散乱の成分からそれぞれ得られる係数である．式 (4.2.17) の $|S_{HV}|^2$ の項には，表面散乱，二回反射の係数を表す f_s, f_d が含まれないので， f_v は $|S_{HV}|$ から直接導出ができる．その結果，式 (4.2.17) は次式のように変形される．

$$\begin{aligned}
 |S_{HH}|^2 &= f_s |\beta|^2 + f_d |\alpha|^2 \\
 |S_{VV}|^2 &= f_s + f_d \\
 S_{HH} S_{VV}^* &= f_s \beta + f_d \alpha + f_v
 \end{aligned}$$

次に表面散乱，二回反射の成分に以下の条件を加え， f_s, f_d を求める．

$$\begin{cases} \text{Re} \langle S_{HH} S_{VV}^* \rangle > 0 \\ \alpha = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} \text{Re} \langle S_{HH} S_{VV}^* \rangle < 0 \\ \beta = 1 \end{cases} \tag{4.2.18}$$

この条件より, f_s, f_d, f_v の係数を求め, 次式に示す散乱寄与電力を推定する.

$$\begin{aligned} P_s &= f_s (1 + |\beta|^2) \\ P_d &= f_d (1 + |\alpha|^2) \\ P_v &= 8f_v/3 \end{aligned} \quad (4.2.19)$$

P_s, P_d, P_v はそれぞれ表面散乱, 二回反射, 体積散乱の電力を表す.

4.2.3 ポーラリメトリックエントロピー・アルファ

POL-SAR から取得された画像を用いて地上の識別, 分類を行う際, 同じ自然領域でも農地と森林における散乱では, 偏波依存性だけでなく, 散乱のランダム性(複雑さ)が大きく異なる. そこで, S. R. Cloude, E. Pottier はコヒーレンシ行列の固有値, 固有ベクトルからターゲットのランダム性と偏波依存性を求め, 精細な散乱メカニズムを解明するポーラリメトリックエントロピー・アルファを提案した [4][5].

偏波キャリブレーションが施された散乱行列を仮定し, コヒーレンシベクトル \mathbf{k} を次式で定義する (詳細は 6.1 節参照).

$$\mathbf{k} = \frac{1}{\sqrt{2}} [S_{HH} + S_{VV}, S_{HH} - S_{VV}, 2S_{HV}]^T \quad (4.2.20)$$

ここで, コヒーレンシ行列 \mathbf{T} を式 (4.2.21) により定義し, 固有値展開すると式 (4.2.22) となる.

$$\mathbf{T} = \langle \mathbf{k} \mathbf{k}^{*T} \rangle \quad (4.2.21)$$

$$= \mathbf{U}_3 \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} \mathbf{U}_3^{*T} \quad (4.2.22)$$

但し, $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq 0$ は固有値, \mathbf{U}_3 は固有ベクトルによって次式のように表される.

$$\mathbf{U}_3 = \begin{bmatrix} \cos \alpha_1 & \cos \alpha_2 & \cos \alpha_3 \\ \sin \alpha_1 \cos \beta_1 e^{i\delta_1} & \sin \alpha_2 \cos \beta_2 e^{i\delta_2} & \sin \alpha_3 \cos \beta_3 e^{i\delta_3} \\ \sin \alpha_1 \sin \beta_1 e^{i\gamma_1} & \sin \alpha_2 \sin \beta_2 e^{i\gamma_2} & \sin \alpha_3 \sin \beta_3 e^{i\gamma_3} \end{bmatrix} \quad (4.2.23)$$

式 (4.2.22), (4.2.23) の解析で得られた散乱現象の統計モデルは, Three-symbol bernoulli process として表される. つまり, この散乱現象は確立 $P_i = \lambda_i / \sum \lambda$ で起こる \mathbf{U}_3 の列ベクトルにより表現され, 3 個の独立した散乱行列の和として表される. 従って, エントロピー H , アルファ $\bar{\alpha}$ の 2 つの指標を定義することができる.

$$H = -P_1 \log_3 P_1 - P_2 \log_3 P_2 - P_3 \log_3 P_3 \quad (4.2.24)$$

$$\bar{\alpha} = P_1 \alpha_1 + P_2 \alpha_2 + P_3 \alpha_3 \quad (4.2.25)$$

これらの値が取る範囲は, $0 \leq H \leq 1$, $0^\circ \leq \bar{\alpha} \leq 90^\circ$ である. エントロピー H は散乱のランダム性を表し, $H = 0$ で 1 つの散乱メカニズム (表面散乱), $H = 1$ で 3 つの散乱メカニズムが同程度で発生する (完全にランダムな散乱である) ことを表している. 一方, アルファ $\bar{\alpha}$ は偏波依存性を表し, $\bar{\alpha} = 0^\circ$ でプレート, $\bar{\alpha} = 45^\circ$ でワイヤ, $\bar{\alpha} = 90^\circ$ でコーナーフレクタとなる. 更に, エントロピー H とアルファ $\bar{\alpha}$ は, $H - \alpha$ 平面 (図 4.4) で表現でき, 値はすべて曲線内部に入る.

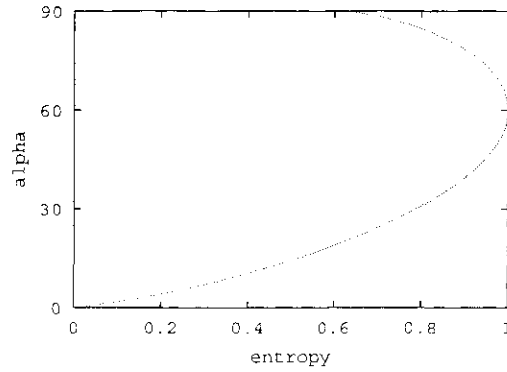


图 4.4 $H - \alpha$ plane

参考文献

- [1] E. Krogager, Aspect of polarimetric radar imaging, Ph. D. dissertation, Danish Defence Research Establishment, 1993.
- [2] E. Krogager, Z. H. Czyz, "Properties of the sphere, diplane, helix decomposition," *Proc. of 3rd international workshop on radar polarimetry*, pp. 106-115, March 1995.
- [3] A. Freeman and S. L. Durden, "A three-component scattering model for polarimetric SAR data," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol. 36, no. 3, pp. 963-973, May 1998.
- [4] S. R. Cloude and E. Pottier, "A review of target decomposition theorems in radar polarimetry," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol. 34, No. 2, pp. 498-518, March 1996.
- [5] S. R. Cloude and E. Pottier, "An entropy based classification scheme for land applications of polarimetric SAR," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol. 35, No. 1, pp. 68-78, Jan. 1997.

第5章 Interferometry

インターフェロメトリ (interferometry) とは、位置の異なる2つのアンテナで得られた信号をもとに干渉画像 (interferogram) を生成し、その干渉縞からターゲット (地形) の高度情報を推定する技術である。近年では、人工衛星や航空機を用いた立体地図の作成や災害状況の把握に利用されている。この章では、インターフェロメトリの原理とデコリレーションについて説明する。

5.1 インターフェロメトリの原理

わずかに離れた2つのアンテナで観測を行う場合、同じターゲットからの受信信号は、その伝搬経路長の違いにより異なった位相をもつ。これらの位相差を計測することにより、わずかな経路長の差をきわめて敏感に (電波の波長以下の感度で) 検出することができる。そして、その結果を用いて、位相情報を含まない“視差”に依存するステレオ視に比べ、非常に高精度な地形の高度情報を得ることができる。ここでは、幾何学的なアプローチによるインターフェロメトリの基本原理を示す。インターフェロメトリ測定系として monostatic アンテナを仮定 (すなわち、各観測点に送信、受信アンテナが存在：リピートパス測定) し、一方をマスターアンテナ (1)、もう一方をスレーブアンテナ (2) とする。そのジオメトリを図5.1に示す。図において1, 2はレーダプラットホームの軌道を表しており、どちらの軌道も紙面に垂直であるものとする。 B は2つの軌道を結ぶ線分であり、ベースライン (Baseline) と呼ばれる。 α はベースラインの水平面からの傾き、 ρ は軌道1から観測点 P までの距離、 $\Delta\rho$ は2つの軌道からの点 P までの距離差、 θ_0 はオフナディア角 (offnadia angle)、 h_0 は軌道1の高度、 h は観測点の高度 (標高) である。マスターアンテナとスレーブアンテナから照射された電波は地表面 P 点で反射し、それぞれ r_1, r_2 という信号が観測される。

リピートパスインターフェロメトリを仮定し、それぞれの受信信号の振幅を A_1, A_2 、位相を ϕ_1, ϕ_2 とすると、観測される信号 r_1, r_2 は次式で表される。

$$r_1 = A_1 e^{j\phi_1(\rho)} \quad (5.1.1)$$

$$r_2 = A_2 e^{j\phi_2(\rho + \Delta\rho)} \quad (5.1.2)$$

また、観測される信号に含まれる位相は、波数を k 、波長を λ 、それぞれのスラントレンジ距離を $\rho, \rho + \Delta\rho$ として、

$$\phi_1(\rho) = 2k\rho = \frac{4\pi\rho}{\lambda} \quad (5.1.3)$$

$$\phi_2(\rho + \Delta\rho) = 2k(\rho + \Delta\rho) = \frac{4\pi(\rho + \Delta\rho)}{\lambda} \quad (5.1.4)$$

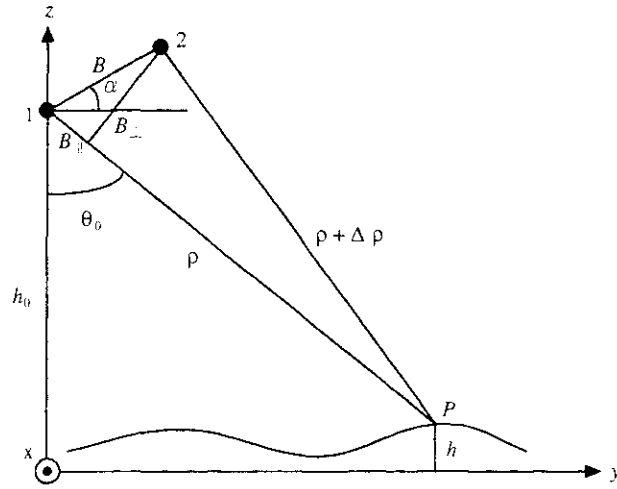


図 5.1 インターフェロメトリのジオメトリ

と表される. 2つの信号の位相差 $\Delta\phi$ は, 次式により得られる.

$$\Delta\phi = \arg(\langle r_1 r_2^* \rangle) \quad (5.1.5)$$

この位相差 $\Delta\phi$ は, 高度 h と次の関係式がある.

$$\Delta\phi = \frac{4\pi}{\lambda} \Delta\rho + 2\pi N \quad (N = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (5.1.6)$$

$$(\rho + \Delta\rho)^2 = \rho^2 + B^2 + 2\rho B \sin(\theta_0 - \alpha) \quad (5.1.7)$$

$$\sin(\theta_0 - \alpha) = \frac{(\rho + \Delta\rho)^2 - \rho^2 - B^2}{2\rho B} \quad (5.1.8)$$

$$h = h_0 - r \cos \theta_0 \quad (5.1.9)$$

従って, 位相差 $\Delta\phi$ を測定することにより, θ_0 を媒介変数として高度 h を測定することができる. また, スラントレンジ ρ は, $\Delta\rho^2$, ベースライン B に比べ非常に長いので, 次式の近似が成り立つ.

$$\Delta\rho^2 / \rho \approx 0 \quad (5.1.10)$$

$$B^2 / \rho \approx 0 \quad (5.1.11)$$

式 (5.1.10), (5.1.11) を式 (5.1.8) に適用すると,

$$\Delta\rho \approx B \sin(\theta_0 - \alpha) = B_{\parallel} \quad (5.1.12)$$

となる. よって, 式 (5.1.6) は,

$$\Delta\phi = \frac{4\pi}{\lambda} B \sin(\theta_0 - \alpha) = \frac{4\pi}{\lambda} B_{\parallel} \quad (5.1.13)$$

として扱うことができる.

また、インターフェロメトリにおいて干渉性を表す重要な指標としてコヒーレンスがある。これは、次式で定義される。

$$\gamma = \frac{\langle r_1 r_2^* \rangle}{\sqrt{\langle r_1 r_1^* \rangle \langle r_2 r_2^* \rangle}} \quad (5.1.14)$$

上述の位相差 $\Delta\phi$ は γ の位相に対応する。

ここで、インターフェロメトリの簡単な流れを説明する。まず、異なった軌道で取得された2つの受信データが同一領域のデータとなるように画像のレジストレーション (registration)[1][2] を行い、各領域のコヒーレンスの位相より位相差を算出する。次に平面に相当する位相差を除去することによって高度成分に関する位相を求める。また、観測される位相は $-\pi$ から π までの 2π (radian) 周期で変化を繰り返すため、 2π 以上の変化を連続的に表すことができない。そのため、これを補正する処理として Phase Unwrapping[3] を行う必要がある。Phase Unwrapping を行ない、得られた位相を高度変換 [4] することにより3次元地形図を得ることができる。

5.2 デコリレーション

インターフェロメトリにおいて良好な干渉画像を得るためには、2つの受信信号が高い相関を有していることが不可欠である。相関が低い場合には干渉縞の品質が劣化するばかりでなく、場合によっては干渉縞が全く現れないこともある。この信号相関が劣化する現象はデコリレーション (decorrelation) と呼ばれる。

以下では、より一般的な信号モデルを用いてデコリレーションについて説明する。

アンテナ1, 2からターゲットへ照射されるパルスの波数を k_1, k_2 、分解能セルからアンテナまでの距離を ρ_1, ρ_2 とすると、各受信信号は次式で表される (図5.2)[5][6]。

$$r_1(x_1, \rho_1) = e^{jk_1 \rho_1} \int_V u(\boldsymbol{\rho}') e^{j2\mathbf{k}_1 \cdot \boldsymbol{\rho}'} h(x_1 - x'_1, \rho_1 - \rho'_1) dV' + n_1(x_1, \rho_1) \quad (5.2.1)$$

$$r_2(x_2, \rho_2) = e^{jk_2 \rho_2} \int_V u(\boldsymbol{\rho}') e^{j2\mathbf{k}_2 \cdot \boldsymbol{\rho}'} h(x_2 - x'_2, \rho_2 - \rho'_2) dV' + n_2(x_2, \rho_2) \quad (5.2.2)$$

ここで、 $\boldsymbol{\rho}$ はターゲットの位置ベクトル、 $u(\boldsymbol{\rho})$ 、 $h(x, \rho)$ はそれぞれセル内の後方散乱とシステムのインパルス応答を表す。また、 $n(x, \rho)$ はシステムの雑音、 $dV' = dx' dy' dz'$ である。

波数 $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$ は各アンテナの入射角 θ_1, θ_2 の関数であり、

$$\mathbf{k}_1 = |\mathbf{k}_1| [0, \sin \theta_1, -\cos \theta_1]^T \quad (5.2.3)$$

$$\mathbf{k}_2 = |\mathbf{k}_2| [0, \sin \theta_2, -\cos \theta_2]^T \quad (5.2.4)$$

である。レジストレーションにより、アンテナ1の受信信号に対してアンテナ2の受信信号を重ね合わせる (2つの受信信号が同一領域の信号になるようにする)。つまり、 $x_2 = x_1 = x, \rho_2 = \rho_1 - B_{||}$ を満たす。このとき受信信号2は、

$$r_2(x, \rho_2) = e^{jk_2 \rho_2} \int_V u(\boldsymbol{\rho}') e^{j2\mathbf{k}_2 \cdot \boldsymbol{\rho}'} h(x - x', \rho_2 - \rho'_2) dV' \quad (5.2.5)$$

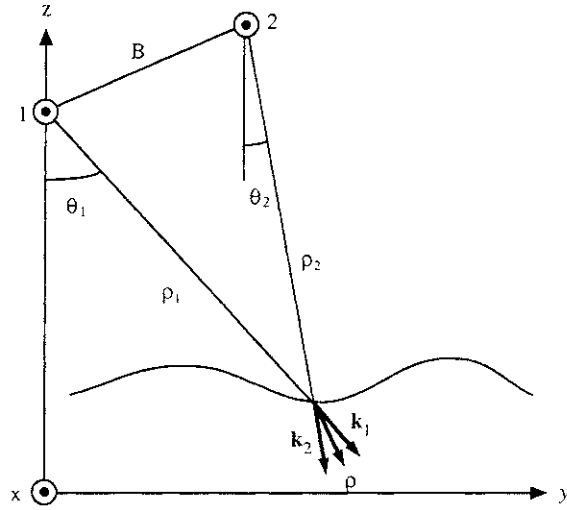


図 5.2 デコリレーションジオメトリ

となる．また，表面が一樣で異なる散乱点からの信号が無相関ならば，後方散乱関数に関して次式が成立する．

$$\langle u_1(\boldsymbol{\rho})u_2(\boldsymbol{\rho}') \rangle = \sigma_{v_e}(\boldsymbol{\rho})\delta(\boldsymbol{\rho}' - \boldsymbol{\rho}) \quad (5.2.6)$$

$$\langle u_1(\boldsymbol{\rho})u_1(\boldsymbol{\rho}') \rangle = \sigma_v(\boldsymbol{\rho})\delta(\boldsymbol{\rho}' - \boldsymbol{\rho}) \quad (5.2.7)$$

$$\langle u_2(\boldsymbol{\rho})u_2(\boldsymbol{\rho}') \rangle = \sigma_v(\boldsymbol{\rho})\delta(\boldsymbol{\rho}' - \boldsymbol{\rho}) \quad (5.2.8)$$

但し， σ_v は後方散乱断積， σ_{v_e} はアンテナ 1，2 で受信された後方散乱の相関を表す．一般的に， $u_1(\boldsymbol{\rho})$ と $u_2(\boldsymbol{\rho})$ の相関は，時間的な変動により低くなる．システムの雑音 $n(x, \rho)$ は独立なので，その相関はゼロである．よって，2つの受信信号の相関は次式で表される．

$$\langle r_1(x, \rho_1)r_2^*(x, \rho_2) \rangle = e^{j2(k_1\rho_1 - k_2\rho_2)} \int_V \sigma_{v_e}(\boldsymbol{\rho}') e^{j2(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \boldsymbol{\rho}'} |h(x - x', \rho_1 - \rho'_1)|^2 dV' \quad (5.2.9)$$

$$\langle r_1(x, \rho_1)r_1^*(x, \rho_1) \rangle = \int_V \sigma_{v_1} |h(x - x', \rho_1 - \rho'_1)|^2 dV' + N_1 \quad (5.2.10)$$

$$\langle r_2(x, \rho_2)r_2^*(x, \rho_2) \rangle = \int_V \sigma_{v_2} |h(x - x', \rho_1 - \rho'_2)|^2 dV' + N_2 \quad (5.2.11)$$

ここで， $N_i = \langle n_i n_i^* \rangle$ は雑音電力である．式 (5.2.9)～式 (5.2.11) を式 (5.1.14) に代入すると，コヒーレンス γ は，

$$\gamma = \frac{\int_V \sigma_{v_e}(\boldsymbol{\rho}') e^{j2(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \boldsymbol{\rho}'} |h(x - x', \rho - \rho')|^2 dV'}{\int_V \sigma_v |h(x - x', \rho - \rho')|^2 dV'} \quad (5.2.12)$$

となる．但し， $\sigma_{v_1} = \sigma_{v_2} = \sigma_v$ を仮定している．式 (5.2.12) のコヒーレンスは3つの成分に分解することができる [7]．

$$\gamma = \gamma_{SNR} \cdot \gamma_{temporal} \cdot \gamma_{spatial} \quad (5.2.13)$$

- 雑音デコリレーション γ_{SNR} : システムの雑音 (熱雑音) による相関劣化. 2つの受信信号で雑音電力が同じ ($N = N_1 = N_2$) であると仮定すると, γ_{SNR} は,

$$\gamma_{SNR} = \frac{\int_V \sigma_v(\boldsymbol{\rho}') |h(x - x', \rho - \rho')|^2 dV'}{\int_V \sigma_v(\boldsymbol{\rho}') |h(x - x', \rho - \rho')|^2 dV' + N} = \frac{1}{1 + (SNR)^{-1}}. \quad (5.2.14)$$

- 時間デコリレーション $\gamma_{temporal}$: 人工衛星などによるリピートパスインターフェロメトリでは, 同一領域の画像であっても取得時期が異なる. その間の観測領域内の変化 (地形の変化, 植生の変化, 降雨による誘電率の変化など) による相関劣化. シングルパスインターフェロメトリでは, この影響を無視できる ($\sigma_{v_e}(\boldsymbol{\rho}) = \sigma_v(\boldsymbol{\rho})$).

$$\gamma_{temporal} = \frac{\int_V \sigma_{v_e}(\boldsymbol{\rho}') |h(x - x', \rho - \rho')|^2 dV'}{\int_V \sigma_v(\boldsymbol{\rho}') |h(x - x', \rho - \rho')|^2 dV'} \quad (5.2.15)$$

- 空間 (ベースライン) デコリレーション $\gamma_{spatial}$: アンテナ 1, 2 の位置の違いにより生じるターゲットへの入射角の違いによる相関劣化. この入射角の違いは波数 $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$ の違いとして表される.

$$\gamma_{spatial} = \frac{\int_V \sigma_{v_e}(\boldsymbol{\rho}') e^{j2(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \boldsymbol{\rho}'} |h(x - x', \rho - \rho')|^2 dV'}{\int_V \sigma_{v_e}(\boldsymbol{\rho}') |h(x - x', \rho - \rho')|^2 dV} \quad (5.2.16)$$

次に, 空間デコリレーションを幾何的に説明する. 2つの信号の波数差を $\Delta k = k_1 - k_2$, 各アンテナで受信される波数を $k_1 = \frac{1}{2}(k + \Delta k)$, $k_2 = \frac{1}{2}(k - \Delta k)$ とすると, 次の関係が成り立つ.

$$\begin{aligned} (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \boldsymbol{\rho}' &= \frac{k}{2}(\sin \theta_1 - \sin \theta_2)y' - \frac{\Delta k}{2}(\sin \theta_1 + \sin \theta_2)y' \\ &\quad - \frac{k}{2}(\cos \theta_1 - \cos \theta_2)z' + \frac{\Delta k}{2}(\cos \theta_1 + \cos \theta_2)z' \\ &\approx (k \cos \theta \frac{B_{\perp}}{\rho} - \Delta k \sin \theta)y' \\ &\quad + (k \sin \theta \frac{B_{\perp}}{\rho} + \Delta k \cos \theta \cos \Delta \theta)z' \end{aligned} \quad (5.2.17)$$

但し, ここで $\Delta \theta = (\theta_1 - \theta_2)/2$, $\theta = (\theta_1 + \theta_2)/2$ とし, 更に以下の近似を用いている.

$$\sin \Delta \theta \approx \Delta \theta = \frac{B_{\perp}}{\rho} \quad (5.2.18)$$

$$\cos \Delta \theta \approx 1 \quad (5.2.19)$$

従って, 空間デコリレーションは次式の成分に依存する.

$$e^{j2(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \boldsymbol{\rho}'} = e^{j2 \left[\left(\frac{k B_{\perp} \cos \theta}{\rho} - \Delta k \sin \theta \right) y' + \left(\frac{k B_{\perp} \sin \theta}{\rho} - \Delta k \cos \theta \right) z' \right]} \quad (5.2.20)$$

更に, 式 (5.2.20) からわかるように, 空間デコリレーションは (x, y) 平面に関するデコリレーション γ_{range} と高さ z に関するデコリレーション γ_{volume} に分けられる.

$$\gamma_{spatial} = \gamma_{range} \cdot \gamma_{volume} \quad (5.2.21)$$

$$\gamma_{range} = \frac{\int_V e^{j2\left(\frac{kB_{\perp}\cos\theta}{R} - \Delta k \sin\theta\right)y'} |h(x-x', \rho-\rho')|^2 dx' dy'}{\int_V |h(x-x', \rho-\rho')|^2 dx' dy'} \quad (5.2.22)$$

$$\gamma_{volume} = \frac{\int_V \sigma_{ve}(z') e^{j2\left(\frac{kB_{\perp}\sin\theta}{R} + \Delta k \cos\theta\right)z'} dz'}{\int_V \sigma_{ve} dz'} \quad (5.2.23)$$

ここで、 y 方向のデコリレーションを取り除くためには、

$$\Delta k = \frac{kB_{\perp}}{\rho \tan \theta} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{B_{\perp}}{\rho \tan \theta} \quad (5.2.24)$$

を選ぶ必要がある。中心周波数の可変システムでは、最適な Δk を考慮し観測することでこのデコリレーションを除去できる。しかし、中心周波数の固定システムでは、干渉縞を生成する前に異なる中心周波数をもつ受信信号にバンドパスフィルタを施し、取り除かなければならない。その際、フィルタリングにより周波数帯域が狭まるため、分解能は劣化する。このフィルタリングは波数フィルタリング、あるいはスペクトルフィルタリングと呼ばれている [8]。スペクトルシフトがシステムの帯域幅 W ($\Delta k = 2\pi W/c$) を越える臨界点のベースライン (クリティカルベースライン) 長 $B_{\perp c}$ は、

$$B_{\perp c} = \frac{\lambda W \rho \tan \theta}{c} \quad (5.2.25)$$

となる。しかし、 z 方向に散乱体が分布することで生じる γ_{volume} については、波数フィルタリングで取り除くことはできない。

ここで、SIR-C/X-SAR データによる適用例を示す。まず、2つのデータの周波数スペクトルを図 5.3, 5.4 に示す。これを見るとアジマス方向 (x 方向) にスペクトルのズレが存在する。そこで、図 5.5, 5.6 のようにバンドパスフィルタをかけ、波数シフトを除去した。すなわち図 5.3 および図 5.4 において共通に信号が存在する帯域のみを通過されるバンドパスフィルタを施した。フィルタリング前後のコヒーレンス、および干渉画像を図 5.7～図 5.9 に示す。コヒーレンスのヒストグラムから明らかなように、フィルタリングによりデコリレーションが減少していることが確認できる。

参考文献

- [1] Q. Lin, J. F. Veseccky and H. A. Zebker, "New approaches in interferometric SAR data processing," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol. 30, No. 3, pp. 560-567, May 1992.
- [2] F. K. Li and R. M. Goldstein, "Studies of Multibaseline Spaceborne Interferometric Synthetic Aperture Radars," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol. 28, No. 1, pp. 88-97, Jan. 1990.
- [3] R. M. Goldstein, H. A. Zebker, and C. L. Werner, "Satellite radar interferometry two-dimensional phase unwrapping," *Radio Sci.*, vol. 23, no. 4, pp. 713-720, 1988.

- [4] S. N. Madsen, H. A. Zebker and J. Martin, "Topographic mapping using radar interferometry: processing techniques," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol. 31, no. 1, pp. 246-256, Jan. 1993.
- [5] J. O. Hagberg, L. M. Ulander, and J. Askne, "Repeat-pass interferometry over forested terrain," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol. 33, no. 2, pp. 331-340, 1995.
- [6] N. Marechal, "Tomographic formulation of interferometric SAR for terrain elevation mapping," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol. 33, no. 3, pp. 726-739, 1995.
- [7] H. A. Zebker and J. Villasenor, "Decorrelation in interferometric radar echoes," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol. 30, no. 5, pp. 950-959, Sept. 1992.
- [8] F. Gatelli et al., "The wavenumber shift in SAR interferometry," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol. 32, no. 4 pp. 855-865, 1994.

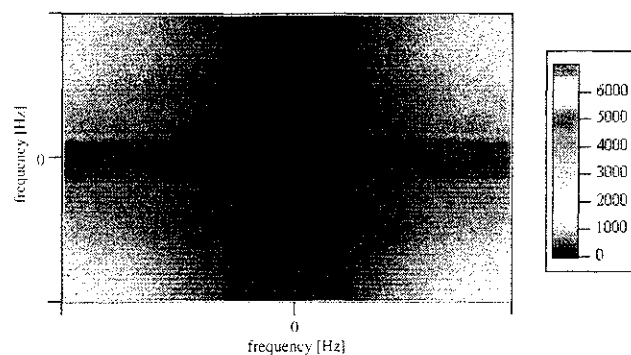


図 5.3 Track1 周波数スペクトル

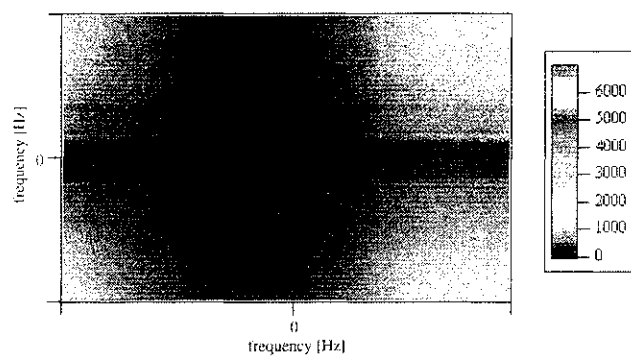


図 5.4 Track2 周波数スペクトル

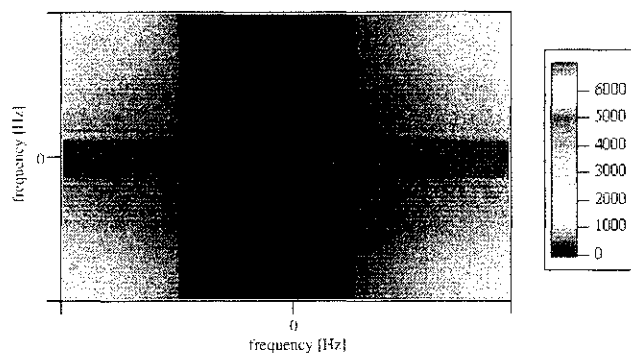


図 5.5 Track1 フィルタリング後の周波数スペクトル

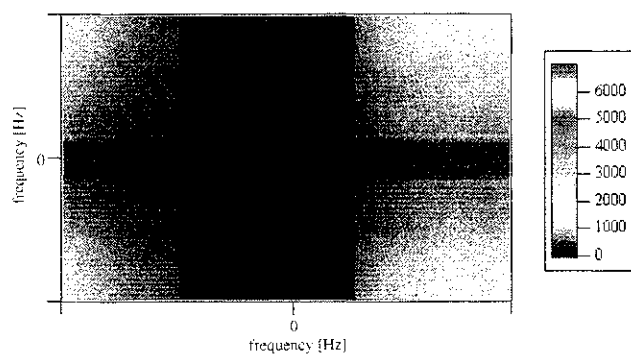
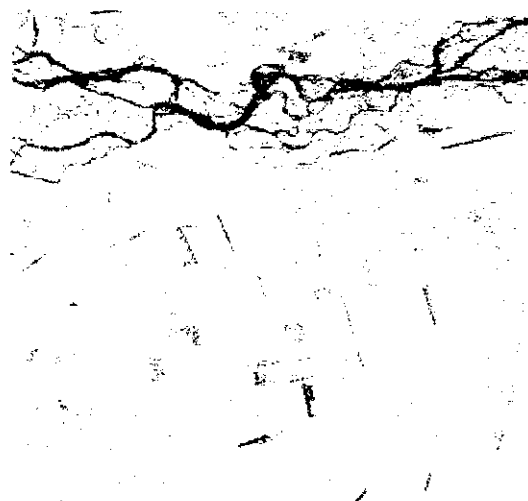
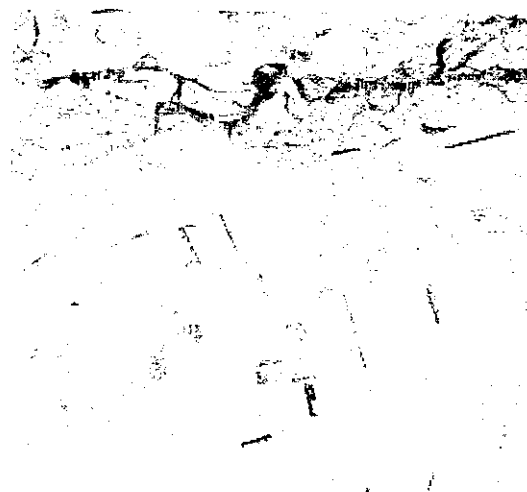


図 5.6 Track2 フィルタリング後の周波数スペクトル



(a) フィルタリング前



(b) フィルタリング後

図 5.7 コヒーレンス (HH-HH)

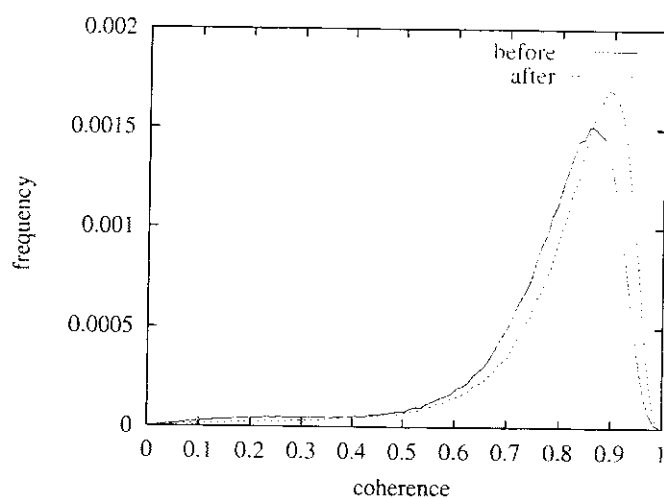
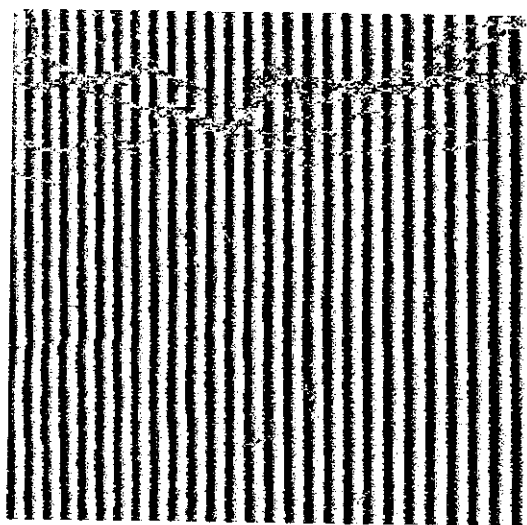
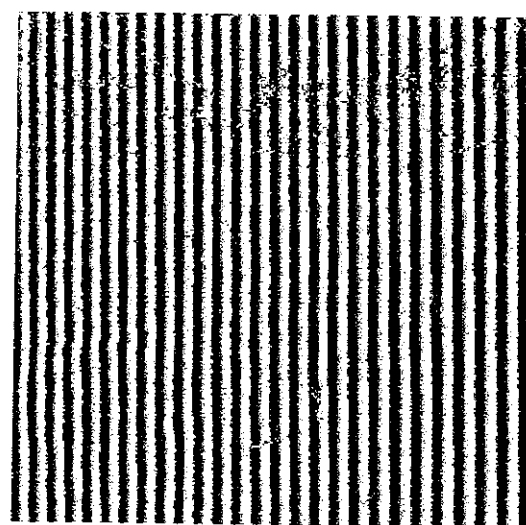


図 5.8 コヒーレンスのヒストグラム



(a) フィルタリング前



(b) フィルタリング後

図 5.9 干渉画像 (HH-HH)

第6章 Polarimetric Interferometry

この章では、レーダポーラリメトリの技術とインターフェロメトリの技術を組み合わせたポーラリメトリックインターフェロメトリについて述べる。はじめに、S.Cloude 等により提案されたポーラリメトリックインターフェロメトリにおけるコヒーレンスとその最適化について示し、次に森林領域におけるコヒーレンスモデルについて説明する。

6.1 コヒーレンス

偏波レーダ (HV 基底) において、わずかに異なる 2 つの軌道における受信信号からコヒーレンスを求めるために、まず、散乱行列 \mathbf{S} と Pauli 行列 Ψ_p の積の Trace をとり、コヒーレンスベクトルを次式で定義する。

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_i &= \frac{1}{2}(\mathbf{S}\Psi_p) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}[S_i^{(HH)} + S_i^{(VV)}, S_i^{(HH)} - S_i^{(VV)}, S_i^{(HV)} + S_i^{(VH)}, i(S_i^{(VH)} - S_i^{(HV)})] \end{aligned} \quad (6.1.1)$$

ここで、 $i = 1$ or 2 であり、Pauli 行列 Ψ_p は、

$$\Psi_p = \left\{ \sqrt{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \sqrt{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \sqrt{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \sqrt{2} \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} \right\} \quad (6.1.2)$$

である。monostatic レーダの場合、 $S_i^{(HV)} = S_i^{(VH)}$ であるので、式 (6.1.1) は次式となる。

$$\mathbf{k}_i = \frac{1}{\sqrt{2}}[S_i^{(HH)} + S_i^{(VV)}, S_i^{(HH)} - S_i^{(VV)}, 2S_i^{(HV)}] \quad (6.1.3)$$

散乱メカニズムを表す複素ベクトル $\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2$ (ユニタリベクトル) を導入し、このベクトルにより表されさる散乱係数 μ_1, μ_2 を式 (6.1.4) のように定義すると、コヒーレンス行列 \mathbf{J} は式 (6.1.5) となる。

$$\mu_i = \mathbf{w}_i^{*T} \mathbf{k}_i \quad (6.1.4)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{J} &= \left\langle \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_1^* & \mu_2^* \end{bmatrix} \right\rangle \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1^{*T} \mathbf{T}_{11} \mathbf{w}_1 & \mathbf{w}_1^{*T} \Omega_{12} \mathbf{w}_2 \\ \mathbf{w}_2^{*T} \Omega_{12}^{*T} \mathbf{w}_1 & \mathbf{w}_2^{*T} \mathbf{T}_{22} \mathbf{w}_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.1.5)$$

但し、

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{11} &= \langle \mathbf{k}_1 \mathbf{k}_1^{*T} \rangle \\ \mathbf{T}_{22} &= \langle \mathbf{k}_2 \mathbf{k}_2^{*T} \rangle \\ \Omega_{12} &= \langle \mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2^{*T} \rangle \end{aligned} \quad (6.1.6)$$

式(6.1.4), (6.1.5)より, 2つの軌道における複素コヒーレンス $\tilde{\gamma}$ は次式のより定義される.

$$\tilde{\gamma}(\mathbf{w}) = \frac{\langle \mathbf{w}_1^{*T} \Omega_{12} \mathbf{w}_2 \rangle}{\sqrt{\langle \mathbf{w}_1^{*T} \mathbf{T}_{11} \mathbf{w}_1 \rangle \langle \mathbf{w}_2^{*T} \mathbf{T}_{22} \mathbf{w}_2 \rangle}} \quad (6.1.7)$$

式(6.1.7)において, \mathbf{w}_1 と \mathbf{w}_2 の値を変えることにより, 種々の偏波間のコヒーレンスを得ることができる. 例えば, $\mathbf{w}_1 = [1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 0]^T$, $\mathbf{w}_2 = [1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2}, 0]^T$ とすると HH-VV のコヒーレンス画像が得られる (図 6.3). また, 2つの画像データにおける偏波間位相差 (differential interferogram) $\Delta\phi_{ij-mn}$ は次式となる.

$$\Delta\phi_{mn-pq} = \arg \left\{ \left(\mathbf{w}_{1m}^{*T} \Omega_{12} \mathbf{w}_{2n} \right) \left(\mathbf{w}_{1p}^{*T} \Omega_{12} \mathbf{w}_{2q} \right)^* \right\} \quad (6.1.8)$$

但し, m, p はアンテナ 1 における送受信偏波, n, q はアンテナ 2 における送受信偏波をそれぞれ表す. これにより, 異なる偏波間で得られた干渉位相の差が求められる.

6.2 コヒーレンス, および偏波間位相差による SIR-C/X-SAR 画像の考察

解析に用いた画像 (この章で用いる SIR-C データには, 波数フィルタリングは施されていない) は, SIR-C/X-SAR が 1994 年 10 月 8, 9 日にロシアの Briatia を観測した, L-Band の SLC (Single Look Complex) データである (図 6.1). 画像の左下には森林, 中部から上部にかけては農地が広がり, 上部にはセレンガ川が流れている. また, セレンガ川の周囲には低植性が存在する.



図 6.1 解析データ

HH-HH のコヒーレンス (図 6.2) と HH-VV のコヒーレンス (図 6.3) を比較した場合, HH-VV のコヒーレンスが森林領域において明らかに他の領域より低く表れている (白から黒への変化は, コヒーレンスの 1 から 0 の値に対応する). 森林のようなランダム体積

成分は、コヒーレンシ行列(対角項が、形状と誘電定数だけに依存する)により特徴づけられるが、後方散乱の強さが十分大きい場合、コヒーレンスは偏波とは無関係であるため、同じ値となる[1]。一般に L-Band における散乱は、HH では樹間、幹などと相互作用が小さいため、減衰も小さく地表面で反射するのに対し、VV では逆に相互作用により減衰が大きくなる。このため、HH と VV では散乱の強さが異なり、更に各ピクセルにおいて散乱中心にバラツキがある。従って、森林領域と他の領域では、この散乱の違いにより HH-VV のコヒーレンスが異なる。また、川においてもコヒーレンスが低くなっているが、これは2つの画像データが異なる日時に観測されているため、川のような時間的に変化するところでは偏波とは無関係に相関($\gamma_{temporal}$)が低くなる。

次に、2つの画像の偏波間位相差を図 6.4, 6.5 にそれぞれ示す。ここでは、白から黒が位相差の 0.3π から -0.3π にそれぞれ対応している。図 6.4, 6.5 に共通して言えることは、農地の領域がほぼ 0 に近い値を取っていることである。これは、農地では HH と VV において散乱中心の位置がほぼ等しいためである。一方、偏波の違いにより散乱中心が異なる森林では、農地に比べ位相差が大きい。

図 6.5 の VV-HH と HH-HH の位相差は、HH と VV の位相差を表しており(シングルパスにおける HH と VV の位相差)[3]、森林領域では HH と VV の浸透の深さの違いとなる。しかし、森林領域において HH-VV のコヒーレンスが低いことから雑音の影響も大きい。一方、図 6.4 の HH-HH と VV-VV の位相差は、ある位置で観測された HH と VV の位相差と、その位置からベースラインだけ離れた位置で観測れた HH と VV の位相差との差(differential interferogram)を表している。もし、各偏波の散乱中心が地面やキャノピーにあるならば、この値をもとに森林の高さ推定が行えるが、必ずしもそのようにはなっていないため、実際には他の解析を必要とする。また、HH-HH と VV-VV の位相差はベースラインとスラントレンジの比に比例するため、VV-HH と HH-HH の位相差に比べ低い値となる。

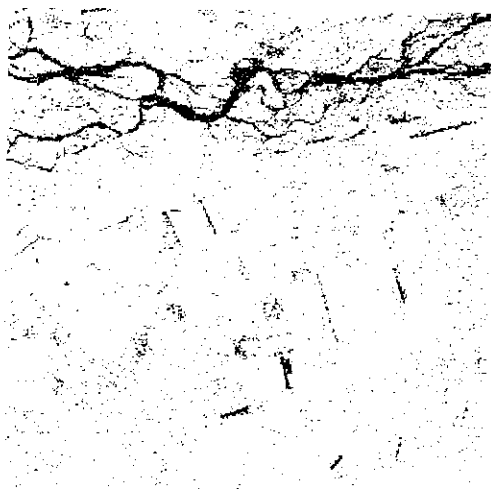


図 6.2 HH-HH のコヒーレンス

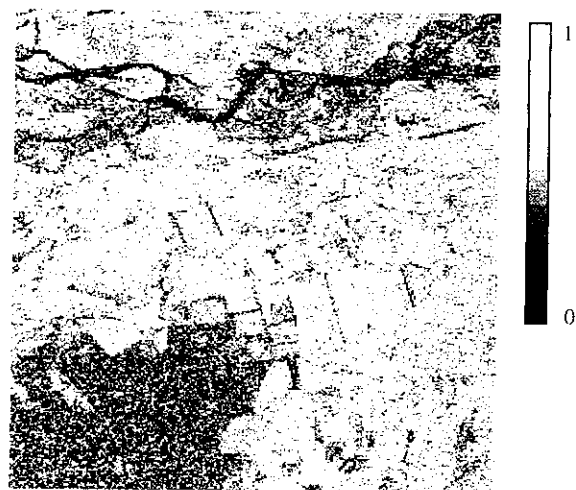


図 6.3 HH-VV のコヒーレンス

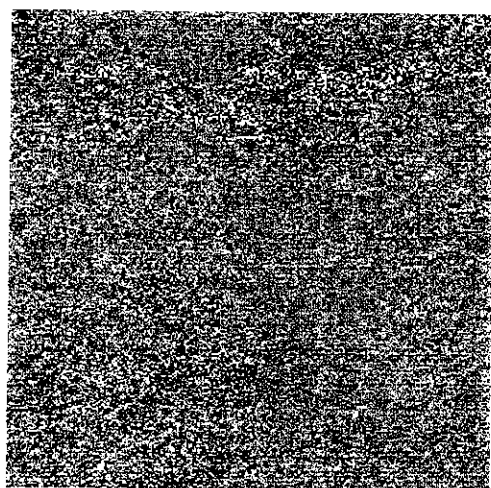


図 6.4 HH-HH と VV-VV の位相差

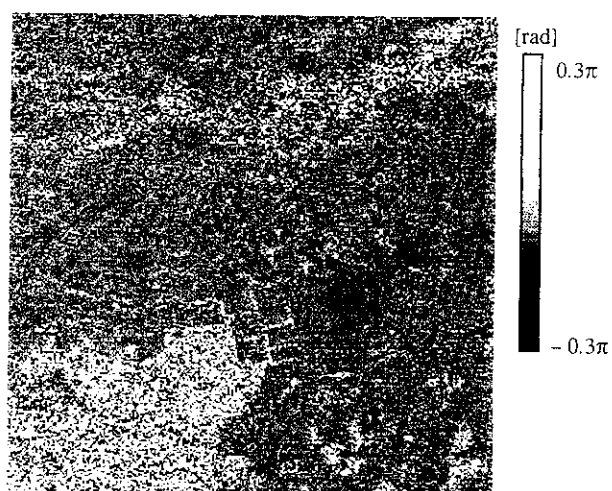


図 6.5 VV-HH と HH-HH の位相差

6.3 平均化サイズの違いによる影響

この節では、ポーラリメトリによる HH-VV のコヒーレンス、エントロピーとポーラリメトリックインターフェロメトリにより得られる偏波間のコヒーレンス、およびエントロピーについて、平均化 (マルチルック) サイズを変化させ、そのときの特徴について述べる。

コヒーレンスについては式 (6.1.7) を用いて解析を行った。但し、ポーラリメトリにおいてはコヒーレンス行列の $T_{11} = T_{22}$ が成立する。一方、エントロピーは 4.2.3 節で示したコヒーレンス行列 T から定義されたものを用いず、ここでは、式 (6.3.2), (6.3.3) の相関行列 (R_p or R_{pi}) からエントロピーを定義する。2つの行列 (T and R_p) から得られるエントロピーの性質は同じであるが、相関行列 R ではスパンが保たれていないので注意が必要である。

$$L_i = [S_i^{(HH)}, S_i^{(HV)}, S_i^{(VV)}]^T \quad (6.3.1)$$

$$R_p = \langle L_i L_i^{*T} \rangle \quad (6.3.2)$$

$$R_{pi} = \langle x x^{*T} \rangle, \quad x = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix} \quad (6.3.3)$$

但し、 $i = 1$ or 2 である。相関行列 (R_p or R_{pi}) の固有値を $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_{(3 \text{ or } 6)}$ とし、エントロピー H を次式のように定義する。

$$H = - \sum_{j=1}^3 P_j \log_3 P_j, \quad P_j = \frac{\lambda_j}{\sum_{k=1}^3 \lambda_k} \quad (6.3.4)$$

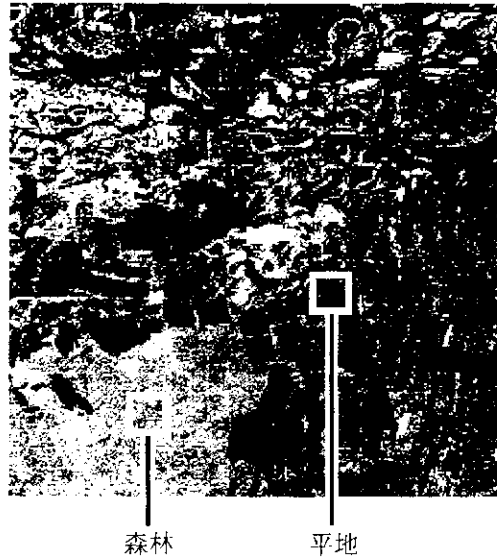


図 6.6 抽出領域

解析では森林領域と平地領域から 100×100 (range \times azimuth) ピクセルを抽出し (図 6.6), 平均化 ($N \times N$ の移動平均) サイズを変化させたときのコヒーレンスとエントロピーの平均値と標準偏差を求めた (図 6.7~6.11)。但し、スペックル軽減のため、この解析の前に 1×4 ルックのマルチルック処理を施してある。以降の解析データ (SIR-C/X-SAR) についても、すべて 1×4 ルック処理をしたものを用いる。

平地領域においては、ポーラリメトリックインターフェロメトリによる各偏波間のコヒーレンス (平均値) がほぼ等しいのに対し、森林領域では HH-VV のコヒーレンスが同一偏波のものに比べ明らかに低いことがわかる (図 6.8). これは、HH と VV では樹間、幹などとの相互作用の大きさが異なり、散乱に違いがあるためである。平地領域では HH-HH と VV-VV のコヒーレンスが同じであったのに対し、森林領域では異なっていることからわかる (図 6.8, VV-VV のコヒーレンスが HH-HH のコヒーレンスに比べ低い). 更に、森林領域において HH-VV のコヒーレンスは、平均化サイズを大きくしていくと指数関数的に減少する。一方、標準偏差の変化を見ると、 4×4 ルック以上で低い値に収束している (エントロピーについても同様)。従って、この SIR-C/X-SAR データでは 4×4 ルック程度の平均化で十分であることがわかる。また、HH-VV のコヒーレンスは、図 6.7 のポーラリメトリックデータ (HH-VV のコヒーレンス) に比べ低い値となっている。これはインターフェロメトリによる時間、および空間デコリレーションの寄与による。この差は平均化サイズを広げるほど大きくなる傾向があり、空間デコリレーションが高くなっていることを示す。ここで、ポーラリメトリによるコヒーレンスが SNR によるデコリレーション γ_{SNR} であるならば ($\gamma = \gamma_{SNR}$)、同じアンテナを用いているリピートパスインターフェロメトリのコヒーレンスが $\gamma = \gamma_{SNR} \cdot \gamma_{temporal} \cdot \gamma_{spatial}$ と表すことができるので、 $\gamma_{temporal} \cdot \gamma_{spatial}$ の評価が行える。

エントロピーにおいても森林領域と平地領域で散乱メカニズムが異なるため、明らかな違いがある (図 6.10, 6.11)。このエントロピー及び HH-VV のコヒーレンスと平均化サイズの間には、サイズの増加に対して、逆の変化傾向が存在している。

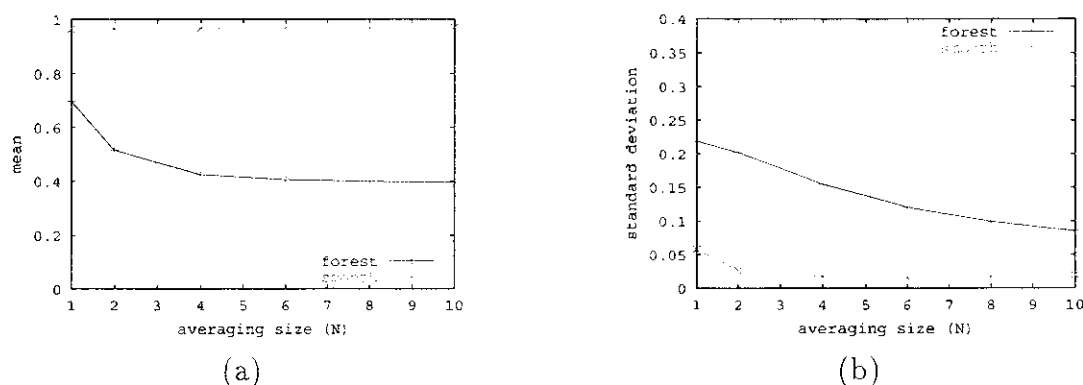


図 6.7 平均化サイズ vs HH-VV コヒーレンスの平均値 (a), 標準偏差 (b) (Polarimetry)

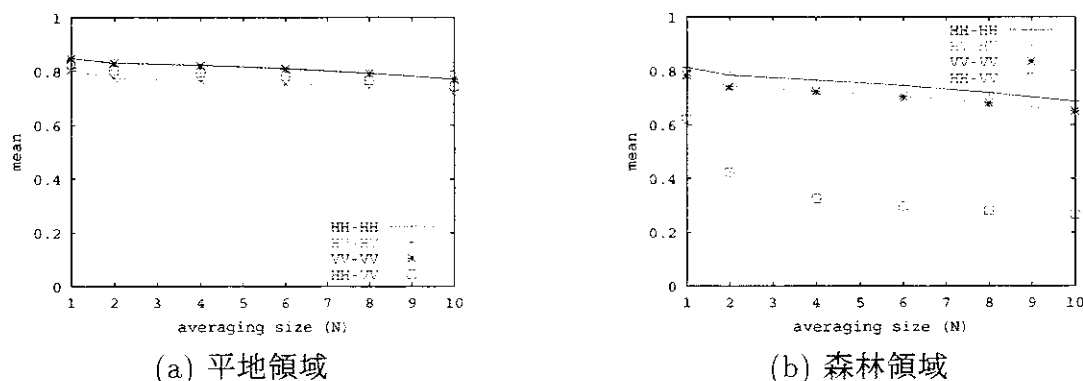
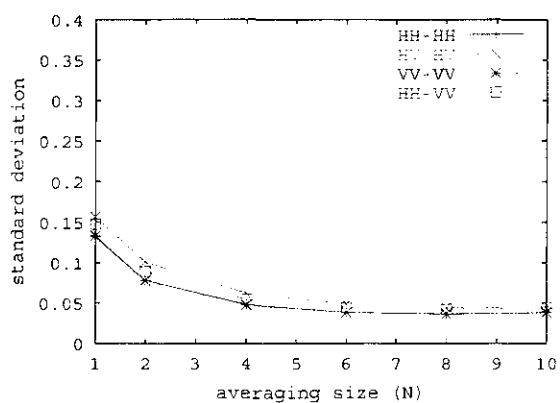
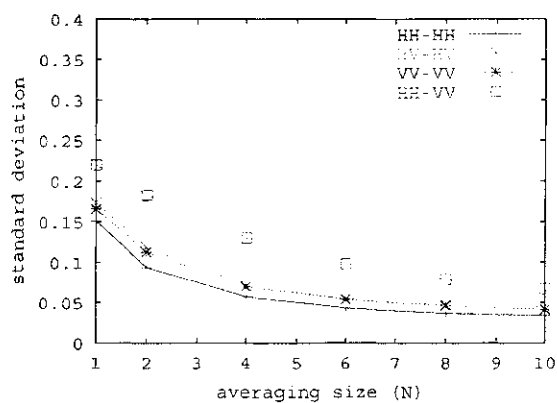


図 6.8 平均化サイズ vs コヒーレンスの平均値 (Polarimetric Interferometry)

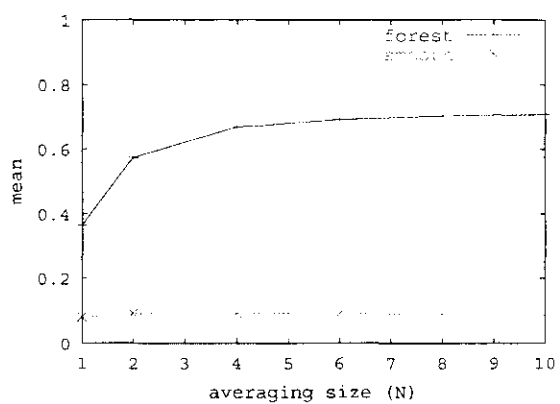


(a) 平地領域

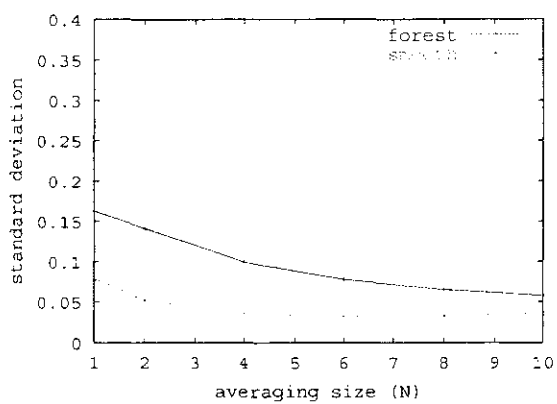


(b) 森林領域

図 6.9 平均化サイズ vs コヒーレンスの標準偏差 (Polarimetric Interferometry)

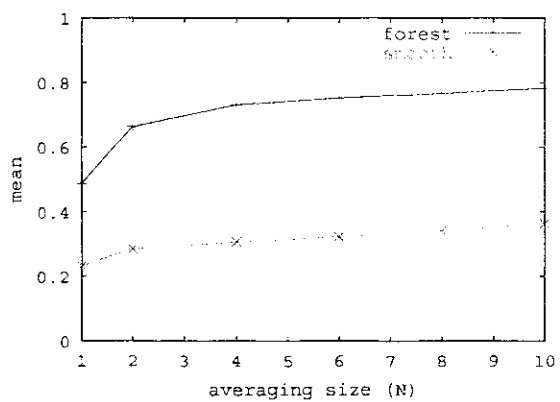


(a)

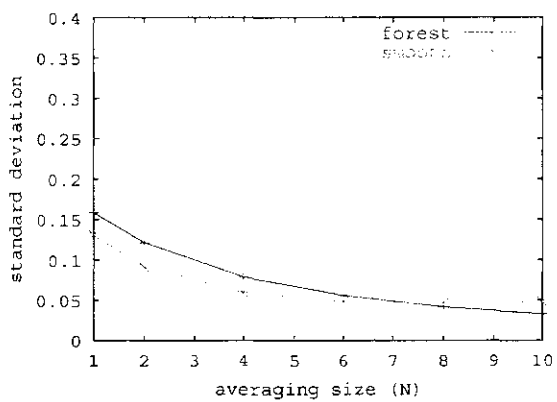


(b)

図 6.10 平均化サイズ vs エントロピーの平均値 (a), 標準偏差 (b) (Polarimetry)



(a)



(b)

図 6.11 平均化サイズ vs エントロピーの平均値 (a), 標準偏差 (b) (Polarimetric Interferometry)

6.4 コヒーレンスの最適化とコヒーレント分解

S. R. Cloude 等は、式 (6.1.7) のコヒーレンス $\tilde{\gamma}$ を以下のような手順で最適化できることを発表した [1]。コヒーレンスを最適化することは、次式の複素ラグランジュ関数を最大にする散乱メカニズム $\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2$ を見つけることと等価である。

$$L = \mathbf{w}_1^{*T} \boldsymbol{\Omega}_{12} \mathbf{w}_2 + \lambda_1 (\mathbf{w}_1^{*T} \mathbf{T}_{11} \mathbf{w}_1 - C_1) + \lambda_2 (\mathbf{w}_2^{*T} \mathbf{T}_{22} \mathbf{w}_2 - C_2) \quad (6.4.1)$$

ここで、 λ_1 と λ_2 は、ラグランジュ乗数である。式 (6.4.1) の最大値問題を解くために、 \mathbf{w} に関する偏微分を 0 とおくと、

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{w}_1^{*T}} = \boldsymbol{\Omega}_{12} \mathbf{w}_2 + \lambda_1 \mathbf{T}_{11} \mathbf{w}_1 = 0 \quad (6.4.2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{w}_2^{*T}} = \boldsymbol{\Omega}_{12}^* \mathbf{w}_1 + \lambda_2 \mathbf{T}_{22} \mathbf{w}_2 = 0 \quad (6.4.3)$$

となる。これは、共有固有値 ($\nu = \lambda_1 \lambda_2^*$) をもつ 2 つの複素固有値問題となる。

$$\mathbf{T}_{22}^{-1} \boldsymbol{\Omega}_{12}^{*T} \mathbf{T}_{11}^{-1} \boldsymbol{\Omega}_{12} \mathbf{w}_2 = \lambda \mathbf{w}_2 \quad (6.4.4)$$

$$\mathbf{T}_{11}^{-1} \boldsymbol{\Omega}_{12} \mathbf{T}_{22}^{-1} \boldsymbol{\Omega}_{12}^* \mathbf{w}_1 = \lambda \mathbf{w}_1 \quad (6.4.5)$$

式 (6.4.4), (6.4.5) の固有値は、実数であり、最適化されたコヒーレンス γ_{max} は最も値の大きい固有値に対応する。

$$\gamma_{max} = \sqrt{\nu_{max}} \quad (6.4.6)$$

この偏波成分を用いたコヒーレンスの最適化により、空間デコリレーションと時間デコリレーションの軽減が可能となる。

また、式 (6.4.4), (6.4.5) の最適化は、式 (6.4.7), (6.4.8) のように書き換えられ、得られた散乱メカニズム \mathbf{w} をもとに 3 つの散乱中心に分解できる (コヒーレント分解)。

$$\mathbf{T}_{22}^{-1} \boldsymbol{\Omega}_{12}^{*T} \mathbf{T}_{11}^{-1} \boldsymbol{\Omega}_{12} = \lambda_1 (\mathbf{w}_{21} \mathbf{w}_{21}^{*T}) + \lambda_2 (\mathbf{w}_{22} \mathbf{w}_{22}^{*T}) + \lambda_3 (\mathbf{w}_{23} \mathbf{w}_{23}^{*T}) \quad (6.4.7)$$

$$\mathbf{T}_{11}^{-1} \boldsymbol{\Omega}_{12} \mathbf{T}_{22}^{-1} \boldsymbol{\Omega}_{12}^* = \lambda_1 (\mathbf{w}_{11} \mathbf{w}_{11}^{*T}) + \lambda_2 (\mathbf{w}_{12} \mathbf{w}_{12}^{*T}) + \lambda_3 (\mathbf{w}_{13} \mathbf{w}_{13}^{*T}) \quad (6.4.8)$$

しかし、式 (6.4.4), (6.4.5) だけでは、 \mathbf{w}_1 と \mathbf{w}_2 を一意に決めることができない。そこで、次式の拘束条件を加え、 \mathbf{w}_1 と \mathbf{w}_2 を一意に定める。これは、式 (6.1.8) からわかるように $\boldsymbol{\Omega}_{12}$ の干渉位相成分を保存するためである。

$$\arg(\mathbf{w}_1^{*T} \mathbf{w}_2) = 0 \quad (6.4.9)$$

ここで、コヒーレンスの最適化 (分解) したときの各コヒーレンスとそのヒストグラムを図 6.12~6.16 にそれぞれ示す。最適化する前のヒストグラム (図 6.15) と比較すると、デコリレーションが軽減され、コヒーレンスが高められたことがわかる。

コヒーレント分解による森林の高さ推定では、森林における主要な散乱が次の条件を満たしたときに正しい推定が行える。

- キャノピーと地面の散乱波の偏波状態は直交してる。つまり、地面に関する散乱は地面からの直接反射と地面と幹からの 2 回反射であり、キャノピーからの反射は地面の反射とは直交するランダムな散乱である。

これらのことが実際に成り立っているのか調べるために、次節では新たなコヒーレンシ行列を定義し、明らかにする。

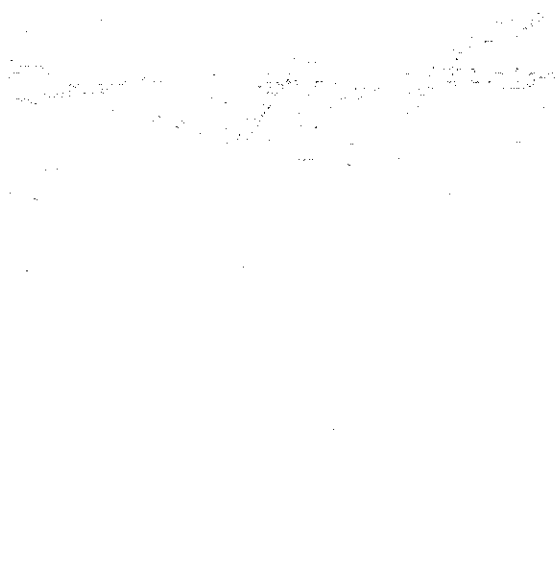


図 6.12 opt1 コヒーレンス

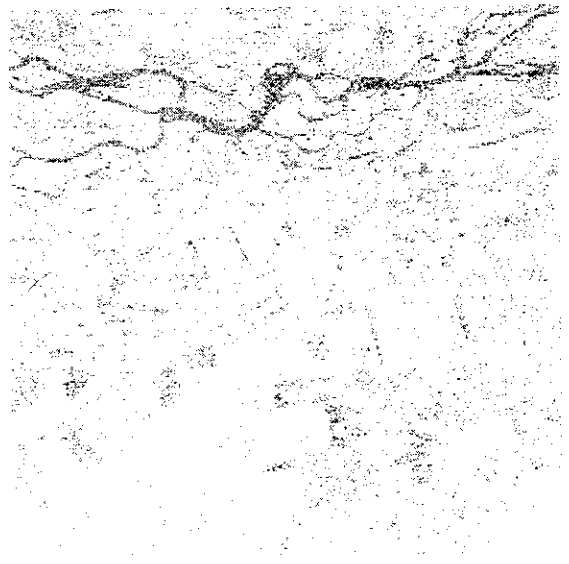


図 6.13 opt2 コヒーレンス

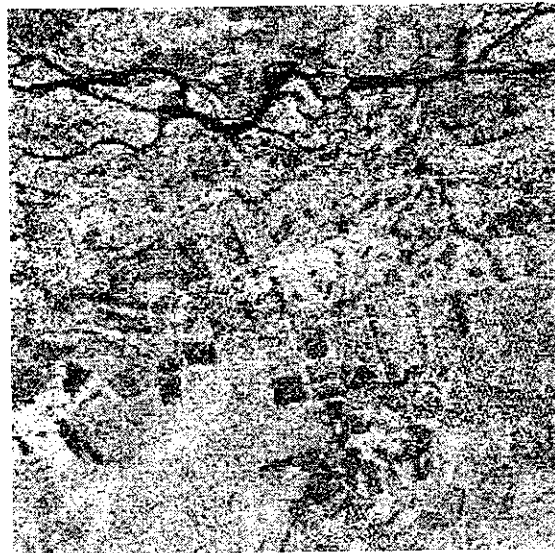


図 6.14 opt3 コヒーレンス

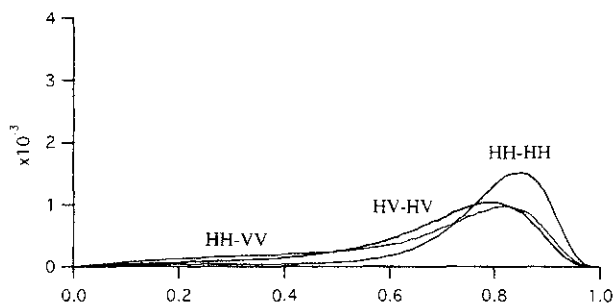


図 6.15 最適化前のヒストグラム

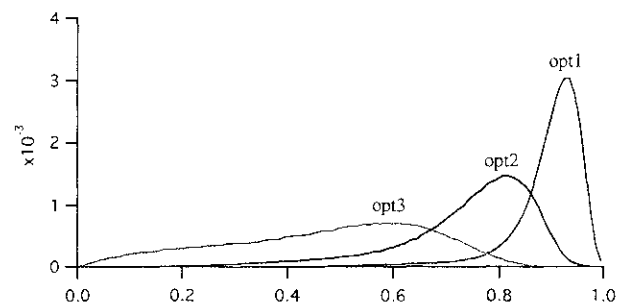


図 6.16 最適化後のヒストグラム

6.5 コヒーレント分解したときの偏波散乱特性

前節で示したように、コヒーレント分解を用いることで3つの散乱中心に分解することが可能となる。森林領域の解析では、これらの散乱中心や複素コヒーレンスを用いた森林の高さ推定が提案されている。しかし、実際に分解された後の散乱特性については明らかにされてい。そこで、この節では分解された成分の偏波散乱特性について示す。

6.5.1 コヒーレント分解したコヒーレンシ行列

コヒーレント分解(あるいはコヒーレンスの最適化)したときの各成分の偏波散乱特性を調べるために、まず、コヒーレント分解によって得られた散乱メカニズム \mathbf{w} から対角行列 \mathbf{W} を次式で定義する。

$$\mathbf{W}_i = \begin{bmatrix} w_{i1} & 0 & 0 \\ 0 & w_{i2} & 0 \\ 0 & 0 & w_{i3} \end{bmatrix} \quad (6.5.1)$$

ここで、 i は 1 or 2 であり各軌道を表す。また、散乱メカニズム \mathbf{w} は次式で定義される。

$$\mathbf{w}_i = \begin{bmatrix} w_{i1} \\ w_{i2} \\ w_{i3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha \exp i\phi \\ \sin \alpha \cos \beta \exp i\delta \\ \sin \alpha \sin \beta \exp i\gamma \end{bmatrix} \quad (6.5.2)$$

α は偏波依存性を表し、散乱体の形状と関係しており、また、 β は散乱体の方向角、 ϕ 、 δ 、 γ はそれぞれ散乱体の位相を表す。式 (6.5.1) の対角行列 \mathbf{W} を用いて、新たなコヒーレンシ行列 \mathbf{C} を次式で定義する [4]。

$$\mathbf{C}_{ii} = \mathbf{W}_i^* \mathbf{T}_{ii} \mathbf{W}_i \quad (6.5.3)$$

これは \mathbf{T}_{ii} の \mathbf{W}_i 空間への写像である。すなわち、 \mathbf{T}_{ii} において $\mathbf{W}_i(\mathbf{w}_i)$ に関する成分のみを取り出す操作を行うことに対応している。この行列 \mathbf{C} には、コヒーレント分解されたときの散乱メカニズムの要素が含まれているため、新たなコヒーレンシ行列 \mathbf{C} を解析することでコヒーレント分解後の偏波散乱特性を調べることができる。更に、行列 \mathbf{C} はコヒーレンシ行列の性質を保ったまま(行列 \mathbf{C} はエルミート行列である)、コヒーレント分解による影響を考慮してあるため、ポーラリメトリにおけるターゲット分解(3成分分解法やエントロピー・アルファなど)を直接適用することができる。

次節からは、図 6.17 に示す抽出領域についてコヒーレント分解により得られた各成分をターゲット分解し、散乱特性を調べる。

6.5.2 エントロピー・アルファによる評価

この節では、コヒーレント分解により得られる各成分の散乱特性をエントロピー・アルファを用いて明らかにする。

エントロピー・アルファは図 6.18 に示す曲線内に表現される。この領域を9つのゾーンに分割することで画像分類などが試みられてきたが、ここでは、ポーラリメトリック



図 6.17 抽出領域

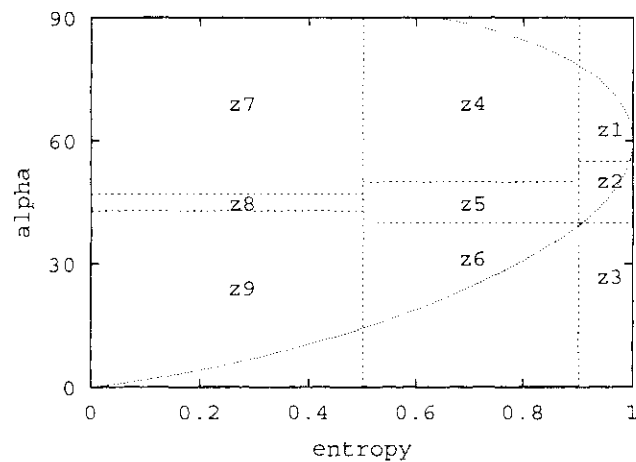


図 6.18 H- α plane

インターフェロメトリによる森林解析での解釈を考える。ポーラリメトリでは、散乱体(葉や枝など)の向き(orientation angle)や形状に敏感に反応するのに対し、インターフェロメトリでは垂直方向の散乱体の位置や分布(密集度)に対して敏感に反応する[5]。従って、これら2つの技術を組み合わせたポーラリメトリックインターフェロメトリでは個々の技術の特徴を活かした解析が行える。

これらのことを踏まえて森林領域における各ゾーンについて考える。まず、エントロピーが低いゾーン(zone 7~zone 9)では、枝、幹などがまばら、あるいは、木々があまり密集していないエリアであり、逆にエントロピーが高いゾーン(zone 1~zone 6)では木々が密集しているエリアと言える。このことから各ゾーンは次のように解釈できる。

Zone 9: 密集度が低く、滑らかな地表面(落葉などが少ない)における反射。

Zone 8: 密集度が低く、独立した枝、幹における反射。

Zone 7: 地面と幹、枝と幹、地面とキャノピー (樹幹) などによる2回反射 (あるいは偶数回反射) が強いエリア。

Zone 6: 密なキャノピーを透過し、地面で反射したエリア。

Zone 5: 複数の枝間による反射 (ワイヤ成分を主成分にもつ)。

Zone 4: zone 7 と似た反射であるが、zone 7 よりキャノピーからの反射の影響を強く受けたエリア。

Zone 3: このゾーンに入る反射成分なし。

Zone 2: 非常に密なキャノピーにおける反射。

Zone 1: zone 2 と同様に非常に密なキャノピーを透過し、2回反射成分を主成分にもつエリア。

コヒーレント分解前と分解後のエントロピー・アルファの遷移分布を図6.20に示す。上記のゾーンに当てはめると、第1成分は主にzone 9, 6, 4に、第2成分はzone 7, zone 4に比較的多く分布している。また、第3成分はzone 5, 4に分布していることがわかる。分解前は地面からの直接反射 (1回反射)、地面と幹、枝間における偶数回反射、キャノピーにおける多重反射などが合成されて表れていた。これをコヒーレント分解することにより、合成されていた成分は各局所散乱中心に対応する散乱メカニズムに分離される。

三層モデルとの対応

ここで、分解された各局所散乱中心と森林の三層モデル (図6.19, 上層: キャノピー部, 中層: キャノピー内部, 下層: キャノピーより下部) の対応関係について示す。第1成分は上記したようにzone 9, 6, 4に分布しているため、散乱中心は下層に存在する。これは、最適化が地面とキャノピーの振幅比を最大にように働くことからわかる (Lバンドではキャノピーを透過し、地面の反射成分も含まれるため)。第2成分では、第1成分と直交した成分であり、主にzone 7, 4の偶数回反射 (幹と枝、枝間の反射など) 表すゾーンに分布していることから下層と上層の間に位置する。一方、第3成分は他の成分に比べワイヤ成分に近い反射を示しており、上層に散乱中心が存在する。これは、地面とキャノピーの偏波状態がそれぞれ直交している理想的な場合に成り立つ。

6.5.3 偏波シグネチャによる評価

この節では、偏波シグネチャを用いて各成分の解析を行った結果について示す。解析では、図6.17の抽出領域内の各パッチごとにコヒーレント分解し、そこで得られた各成分を新たなコヒーレンシ行列 C で平均化処理を施した。次に、これを Mueller 行列に変換することで偏波シグネチャを求めた (図6.22, 6.23)。分解前、そして分解後の各成分では、多重散乱あるいは、異種からの散乱を示すベデスタルが表れている。この特徴は、第2成分において非常に顕著であり、グラフはほぼフラットである (つまり, unpolarized

である). これは, 第2成分が三層モデルにおいて下層と上層の間の反射に対応するためである. また, 第1成分(図6.22(a), 6.23(a))では表面散乱に, 第3成分(図6.22(c), 6.23(c))ではワイヤの散乱にそれぞれ近づいていることが確認できる. 但し, このワイヤの散乱は幹ではなく枝間のよるものと考えている(幹は波長に比べ直径が大きいため, もし幹で反射したならば二回反射として表れる可能性が高いため).

6.5.4 3成分分解法による評価

6.5.2節と同様に新たなコヒーレンシ行列 C に3成分分解法を適用することによりコヒーレント分解された各成分の散乱特性を調べた(図6.24). まず, コヒーレント分解前はワイヤからの反射に似た性質 ($K_s = K_d, K_h = 0$) を示している. これに対し, 分解後の第3成分(図6.24(c))では K_h 成分が増加し, K_s と K_d がほぼ同じ比率で表れてことから, この成分がキャノピーにおけるワイヤの複合散乱とわかる.

一方, 第1成分では K_s 成分が支配的なエリアと K_d 成分が支配的なエリアの二つが存在する. これらの分布は第1成分とは異なり, 奇数回反射と偶数回反射の成分が強いことを表している. このことから, 第2成分では地表面からの表面散乱, 地面と幹における二回反射が寄与していることがわかる. 従って, 第1成分では三層モデルにおける下層に散乱中心が存在すると考えられ, 前節のエントロピー・アルファの結果と一致する.

6.6 森林のコヒーレンスモデル

Lバンドのように森林領域においてマイクロ波がキャノピーを透過し, 地面からの反射成分を含むような場合, 複素コヒーレンス $\tilde{\gamma}$ は次式のように表される.

$$\tilde{\gamma}(\mathbf{w}) = e^{j\phi_0} \frac{\tilde{\gamma}_V + m(\mathbf{w})}{1 + m(\mathbf{w})} \quad (6.6.1)$$

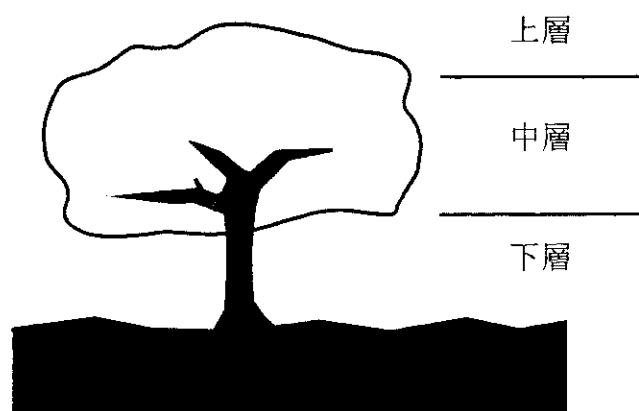
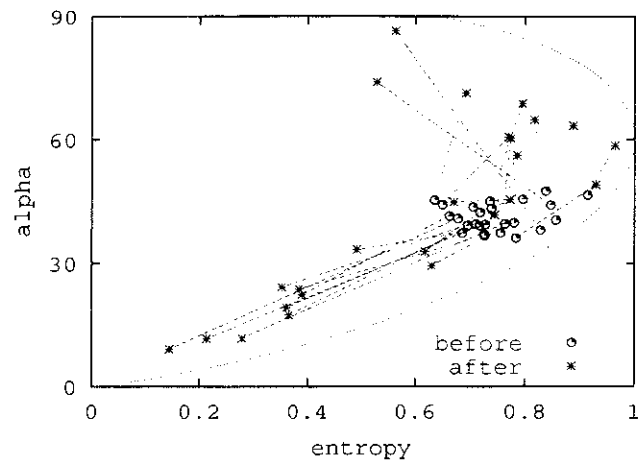
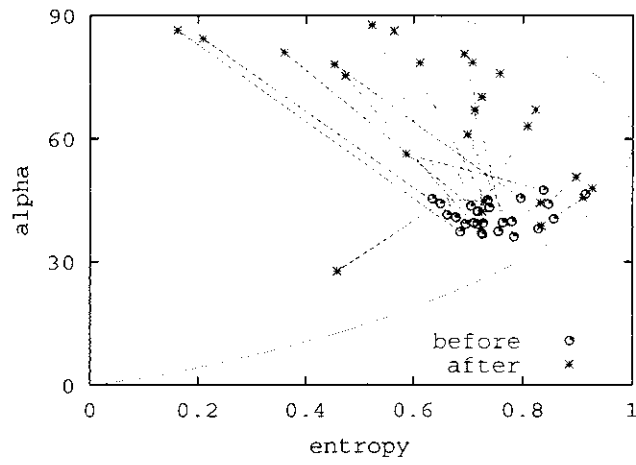


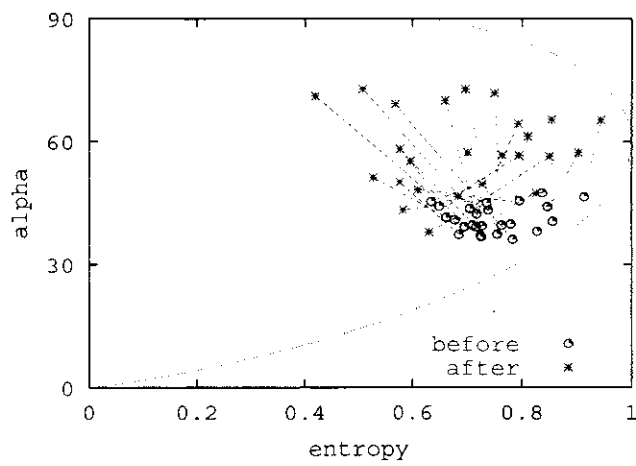
図6.19 三層モデル



(a) 分解前と分解後の第1成分



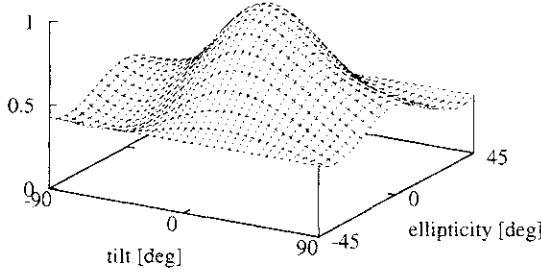
(b) 分解前と分解後の第2成分



(c) 分解前と分解後の第3成分

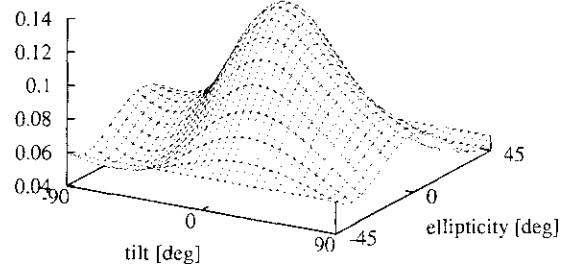
図 6.20 分解前と分解後の H , $\bar{\alpha}$ の変化

normalised power



(a) 規格化あり

power



(b) 規格化なし

図 6.21 分解前の偏波シグネチャ

但し, ϕ_0 は地表面に関する干渉位相, m は地面と体積成分の振幅比を表し,

$$m(\mathbf{w}) = \frac{m_G(\mathbf{w})}{m_V(\mathbf{w})} e^{-\frac{2\sigma h_V}{\cos \theta_0}} \quad (6.6.2)$$

となる. $\tilde{\gamma}_V$ は体積成分に関する複素コヒーレンスであり, 垂直方向の波数 k_z , 体積成分における平均減衰率 σ とその高さ h_V を用いて

$$\tilde{\gamma}_V = \frac{I_2}{I_1} = \frac{2\sigma e^{j\phi(z_0)}}{\cos \theta_0 (e^{2\sigma h_V / \cos \theta_0} - 1)} \int_0^{h_V} e^{jk_z z'} e^{\frac{2\sigma z'}{\cos \theta_0}} dz' \quad (6.6.3)$$

と表すことができる. 式 (6.6.1) では, ランダムな体積成分からキャノピーが構成され, 局所領域 (少なくとも平均化エリア) において森林の高さは一様であると仮定する. また, 時間および空間デコリレーションはないものとする.

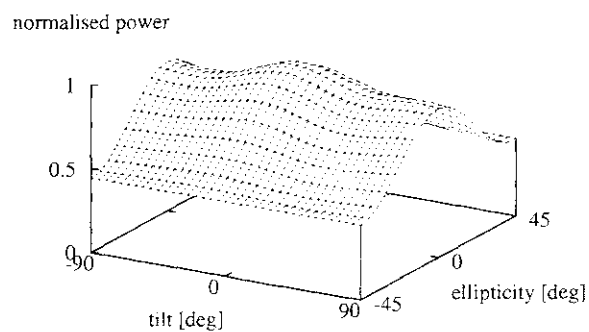
ここで, 式 (6.6.1) を書き換えると,

$$\tilde{\gamma}(\mathbf{w}) = \exp(j\phi_0) \left[\tilde{\gamma}_V + \frac{m(\mathbf{w})}{1 + m(\mathbf{w})} (1 - \tilde{\gamma}_V) \right] \quad (6.6.4)$$

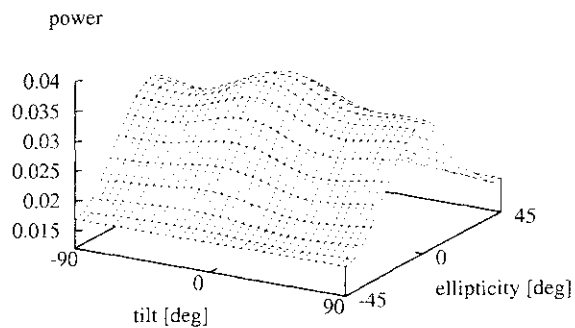
となる. 式 (6.6.4) は, コヒーレンス $\tilde{\gamma}$ が複素平面において $\tilde{\gamma}_V$ を通る直線上にのることを示している (図 6.25). この式は理想的な場合, $m = 0$ ではキャノピー成分のコヒーレンス, $m = \infty$ の極限においては地表面成分のみのコヒーレンスを表す.

コヒーレンスモデルによる森林パラメータの推定

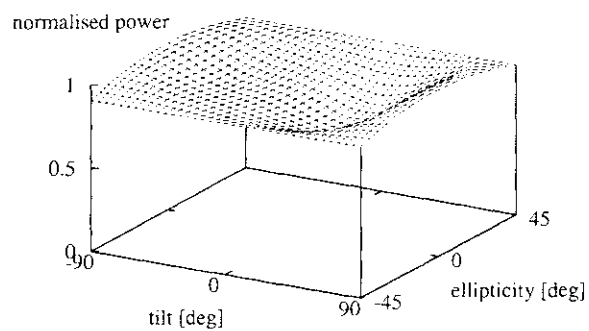
式 (6.6.1) からわかるように, 地面の上にランダムな体積成分が存在する森林の二層モデルでは, 未知パラメータが 6 つ ($m_1, m_2, m_3, h_V, \phi_0, \sigma$) 存在する. $m(\mathbf{w})$ は体積成分だけの場合, 偏波依存性をもたないが, 地面からの反射が偏波依存性をもつため, $m(\mathbf{w})$ の未知パラメータは解析に用いる偏波成分と等しい 3 となる. 従って, 森林パラメータを推定では, 3 つの複素入力パラメータから 6 つの未知パラメータを求めなければならない



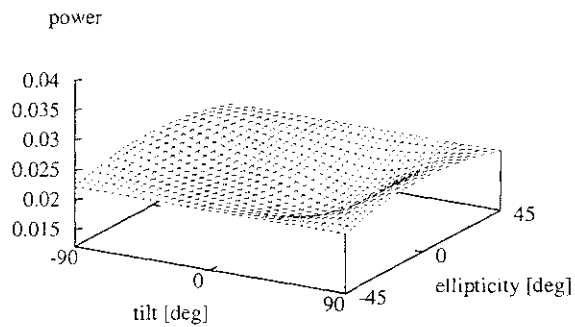
(a) 第1成分



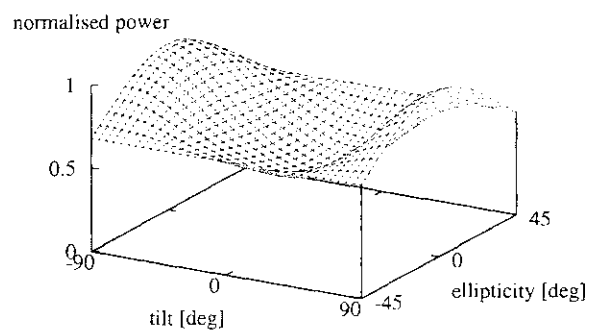
(a) 第1成分



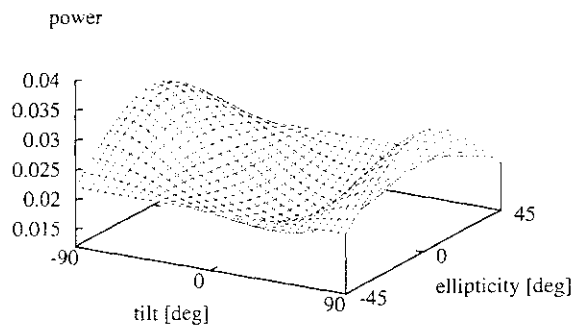
(b) 第2成分



(b) 第2成分

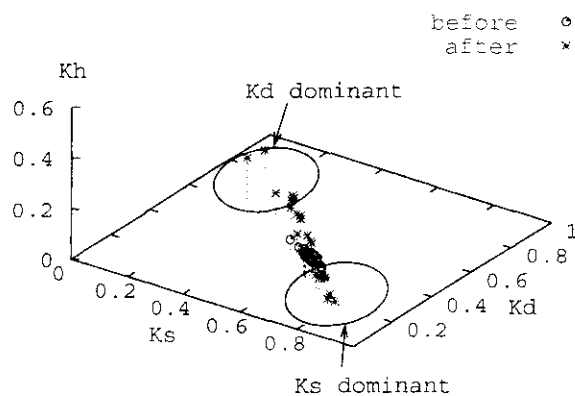


(c) 第3成分

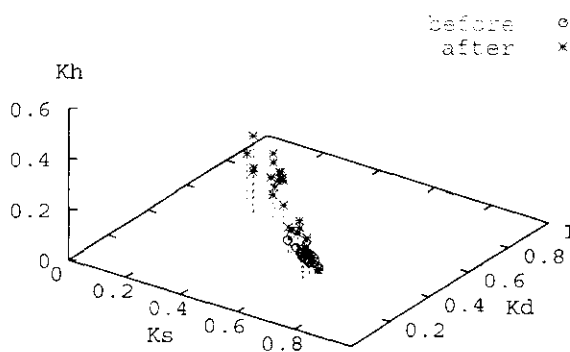


(c) 第3成分

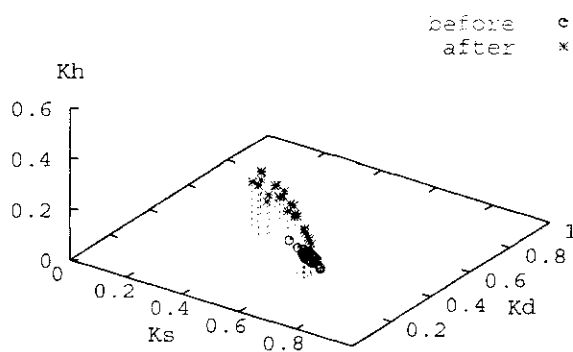
図 6.22 分解後の偏波シグネチャ(規格化あり) 図 6.23 分解後の偏波シグネチャ(規格化なし)



(a) 分解前と分解後の第1成分



(b) 分解前と分解後の第2成分



(c) 分解前と分解後の第3成分

図 6.24 分解前と分解後の3成分分解法による変化

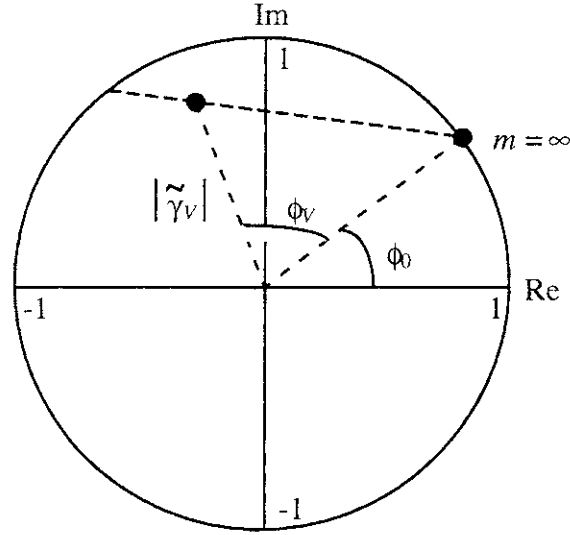


図 6.25 森林のコヒーレンスモデル (複素平面)

いため、次式の非線形問題を解くことになる。

$$\min \left(\left\| \begin{bmatrix} \tilde{\gamma}_1 \\ \tilde{\gamma}_2 \\ \tilde{\gamma}_3 \end{bmatrix} - [M] \begin{bmatrix} h_V \\ e^{j\phi_0} \\ \sigma \\ m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{bmatrix} \right\| \right) \quad (6.6.5)$$

入力パラメータとしてはコヒーレンスの最適化によって得られるコヒーレンス ($\tilde{\gamma}_1, \tilde{\gamma}_2, \tilde{\gamma}_3$) を用いる。これは、最適化することで $m(\mathbf{w})$ の変化を大きくし、各偏波成分のコヒーレンス (e.g., HH-HH, HV-HV, VV-VV) 比べ、より安定した条件で問題を解くためである。

以降では、式 (6.6.1) の導出を示す。

ランダムな体積成分からなる場合のコヒーレンシ行列 \mathbf{T} は次式で表される。

$$\mathbf{T}_V = \begin{bmatrix} m_V & 0 & 0 \\ 0 & m_V \kappa & 0 \\ 0 & 0 & m_V \kappa \end{bmatrix} \quad (6.6.6)$$

κ は体積成分の粒子、パーティクル (particle) で決まる定数 (形と誘電率に依存) であり、0 から 0.5 までの値をとる。例えば、パーティクルが sphere のとき $\kappa = 0$ 、パーティクルがワイヤ (枝などに対応) のとき $\kappa = 0.5$ となる。式 (6.6.6) より、ランダムな体積成分を透過した波は偏波間で独立であり、偏波は散乱中心に影響しないことがわかる。従って、すべての偏波において後方散乱が十分強い場合、各偏波間のインターフェロメトリックコヒーレンスは等しくなる。

次に、単一偏波で送受信した場合のランダムな体積成分におけるコヒーレンスは、

$$\tilde{\gamma}_V = \frac{2\sigma e^{j\phi(z_0)}}{\cos \theta_0 (e^{2\sigma h_V / \cos \theta_0} - 1)} \int_0^{h_V} e^{jk'_z z'} e^{\frac{2\sigma z'}{\cos \theta_0}} dz' \quad (6.6.7)$$

となる [5]. 但し, k_z は垂直方向の波数 (レンジ方向に発生するドップラーのずれを除去した成分) であり, 次式となる.

$$k_z = \frac{2kB_\perp}{R \sin \theta} \quad (6.6.8)$$

ここで, B_\perp はベースラインの見通し方向に対して垂直な成分, R はレーダからターゲット (体積成分) までの距離, θ は平均入射角を表す.

一方, リフレクションシンメトリ (reflection symmetry) な地面の反射は, 式 (6.6.9) のコヒーレンシ行列 T_g により表現できる.

$$T_g = m_g \begin{bmatrix} A & B \operatorname{sinc} 2\beta & 0 \\ B \operatorname{sinc} 2\beta & \frac{C}{2}(1 + \operatorname{sinc} 4\beta) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{C}{2}(1 - \operatorname{sinc} 4\beta) \end{bmatrix} \quad (6.6.9)$$

$A = \cos^2 \alpha$, $B = \sin \cos \alpha$, $C = \sin^2 \alpha$ であり, α は地表面の散乱メカニズム, β は地表面の荒さ (surface roughness) を表す. 式 (6.6.9) より, 地表面の反射は偏波依存性が強い. ためコヒーレンスにも影響を与える. 従って, ポーラリメトリックインターフェロメトリにおいてコヒーレンスが森林パラメータの推定で重要な指標となる.

式 (6.6.6), (6.6.9) をもとに地面とキャノピー (体積成分からなる) の二層モデルを考えると, ポーラリメトリックインターフェロメトリによって得られるコヒーレンシ行列 (T_{11}, Ω_{12}) は次のようになる.

$$T_{11} = I_1^V + e^{-\frac{2\sigma_{h_V}}{\cos \theta_0}} I_1^G \quad (6.6.10)$$

$$\Omega_{12} = e^{j\phi_2} I_2^V + e^{j\phi_1} e^{-\frac{2\sigma_{h_V}}{\cos \theta_0}} I_2^G \quad (6.6.11)$$

但し,

$$I_1^V = \int_0^{h_V} e^{\frac{2\sigma_{z'}}{\cos \theta_0}} T_V dz' \quad (6.6.12)$$

$$I_1^G = \int_0^{h_V} \delta(z') e^{\frac{2\sigma_{z'}}{\cos \theta_0}} T_G dz' = T_G \quad (6.6.13)$$

$$I_2^V = \int_0^{h_V} e^{\frac{2\sigma_{z'}}{\cos \theta_0}} e^{jk_z z'} T_V dz' \quad (6.6.14)$$

$$I_2^G = T_G e^{j\phi_1} \quad (6.6.15)$$

である. 従って, 二層モデルにおけるコヒーレンスは, 式 (6.6.10), (6.6.11) を式 (6.1.7) に代入することで表される.

$$\begin{aligned} \tilde{\gamma}(\mathbf{w}) &= \frac{\mathbf{w}^{*T} (e^{j\phi_2} I_2^V + e^{-\frac{2\sigma_{h_V}}{\cos \theta_0}} T_G e^{j\phi_1}) \mathbf{w}}{\mathbf{w}^{*T} (I_1^V + e^{-\frac{2\sigma_{h_V}}{\cos \theta_0}} T_G) \mathbf{w}} \\ &= \frac{\mathbf{w}^{*T} (e^{j\phi_2} (I_1^V)^{-1} I_2^V + e^{-\frac{2\sigma_{h_V}}{\cos \theta_0}} (I_1^V)^{-1} T_G e^{j\phi_1}) \mathbf{w}}{\mathbf{w}^{*T} (I + e^{-\frac{2\sigma_{h_V}}{\cos \theta_0}} (I_1^V)^{-1} T_G) \mathbf{w}} \\ &= e^{j\phi_1} \frac{\tilde{\gamma}_V + \mathbf{w}^{*T} (e^{-\frac{2\sigma_{h_V}}{\cos \theta_0}} (I_1^V)^{-1} T_G) \mathbf{w}}{1 + \mathbf{w}^{*T} (e^{-\frac{2\sigma_{h_V}}{\cos \theta_0}} (I_1^V)^{-1} T_G) \mathbf{w}} \quad \tilde{\gamma}_V = \mathbf{w}^{*T} (I_1^V)^{-1} I_2^V \mathbf{w} \\ &= e^{j\phi_1} \frac{\tilde{\gamma}_V + m(\mathbf{w})}{1 + m(\mathbf{w})} \quad m(\mathbf{w}) = \mathbf{w}^{*T} (e^{-\frac{2\sigma_{h_V}}{\cos \theta_0}} (I_1^V)^{-1} T_G) \mathbf{w} \end{aligned} \quad (6.6.16)$$

但し, $\mathbf{T}_{11} = \mathbf{T}_{22}$, $\mathbf{w}_1 = \mathbf{w}_2$, $\phi_1 = \phi_2$ であると仮定する. 以上により, 式(6.6.1)が導出された.

更に, 最適化されたコヒーレンスについて示す. まず, 体積成分では式(6.4.5)より次式で表される.

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{11} &= \mathbf{I}_1^V \\ &= I_1 \begin{bmatrix} m_V & 0 & 0 \\ 0 & m_V \kappa & 0 \\ 0 & 0 & m_V \kappa \end{bmatrix} \quad I_1 = \int_0^{h_V} e^{\frac{2\sigma z'}{\cos \theta_0}} dz' \end{aligned} \quad (6.6.17)$$

$$\begin{aligned} \Omega_{12} &= e^{j\phi(z_0)} \mathbf{I}_2^V \\ &= e^{j\phi(z_0)} I_2 \begin{bmatrix} m_V & 0 & 0 \\ 0 & m_V \kappa & 0 \\ 0 & 0 & m_V \kappa \end{bmatrix} \quad I_2 = \int_0^{h_V} e^{jk_z z'} e^{\frac{2\sigma z'}{\cos \theta_0}} dz' \end{aligned} \quad (6.6.18)$$

$$\begin{aligned} &\mathbf{T}_{11}^{-1} \Omega_{12} \mathbf{T}_{11}^{-1} \Omega_{12}^T \\ &= \frac{1}{I_1} \begin{bmatrix} \frac{1}{m_V} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_V \kappa} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{m_V \kappa} \end{bmatrix} I_2 \begin{bmatrix} m_V & 0 & 0 \\ 0 & m_V & 0 \\ 0 & 0 & m_V \end{bmatrix} \frac{1}{I_1} \begin{bmatrix} \frac{1}{m_V} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_V \kappa} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{m_V \kappa} \end{bmatrix} I_2^* \begin{bmatrix} m_V & 0 & 0 \\ 0 & m_V & 0 \\ 0 & 0 & m_V \end{bmatrix} \\ &= \left| \frac{I_2}{I_1} \right|^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.6.19)$$

$$\tilde{\gamma} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{2\sigma e^{j\phi(z_0)}}{\cos \theta_0 (e^{2\sigma h_V / \cos \theta_0} - 1)} \int_0^{h_V} e^{jk_z z'} e^{\frac{2\sigma z'}{\cos \theta_0}} dz' = \tilde{\gamma}_V \quad (6.6.20)$$

ここで, $\tilde{\gamma}_V$ は式(6.6.7)で示される単一偏波におけるコヒーレンスと一致する. また, 体積成分と地表面成分を含んだ $(\mathbf{I}_1^V)^{-1} \mathbf{T}_G$ の固有値は, 式(6.6.22)~(6.6.24)となる.

$$(\mathbf{I}_1^V)^{-1} \mathbf{T}_G = \frac{m_G}{I_1 m_V} \begin{bmatrix} A & B \text{sinc} 2\beta & 0 \\ \frac{B}{\kappa} \text{sinc} 2\beta & \frac{C}{2\kappa} (1 + \text{sinc} 4\beta) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{C}{2\kappa} (1 - \text{sinc} 4\beta) \end{bmatrix} \quad (6.6.21)$$

$$m_1 = \frac{m_G}{2I_1 m_V} \left(A + \frac{C}{2\kappa} (1 + \text{sinc} 4\beta) + \sqrt{\left(A - \frac{C}{2\kappa} (1 + \text{sinc} 4\beta) \right)^2 + \frac{4B^2}{\kappa} \text{sinc}^2 2\beta} \right) \quad (6.6.22)$$

$$m_2 = \frac{m_G}{2I_1 m_V} \left(A + \frac{C}{2\kappa} (1 + \text{sinc} 4\beta) - \sqrt{\left(A - \frac{C}{2\kappa} (1 + \text{sinc} 4\beta) \right)^2 + \frac{4B^2}{\kappa} \text{sinc}^2 2\beta} \right) \quad (6.6.23)$$

$$m_3 = \frac{m_G}{I_1 m_V} \left(\frac{C}{2\kappa} (1 - \text{sinc} 4\beta) \right) \quad (6.6.24)$$

よって, 最適化後のコヒーレンスは次式で表される.

$$\tilde{\gamma} = e^{j\phi} \frac{\tilde{\gamma}_V + m_1}{1 + m_1} \quad \tilde{\gamma} = e^{j\phi} \frac{\tilde{\gamma}_V + m_2}{1 + m_2} \quad \tilde{\gamma} = e^{j\phi} \frac{\tilde{\gamma}_V + m_3}{1 + m_3} \quad (6.6.25)$$

最適化後のコヒーレンスは式(6.6.1)と同形となり, 互いに独立な成分である.

参考文献

- [1] S. R. Cloude, and K. P. Papathanassiou, "Polarimetric SAR interferometry," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol. 36, No. 5, pp. 1551-1565, Sept. 1998.
- [2] K. P. Papathanassiou, S. R. Cloude, "Vegetation and ground parameter estimation using polarimetric interferometry part 1/2," *Proc. of ESA CEOS SAR Workshop*, Toulouse, France, Oct. 1999.
- [3] J. J. van Zyl, U. Kim, "The relationship between radar polarimetric and interferometric phase," *Proc. IGARASS 2000*, July 2000.
- [4] Koichi Sato, Hiroyoshi Yamada, Yoshio Yamaguchi, "Polarimetric Characteristics of Forest at Coherent Decomposition in Polarimetric SAR Interferometry," *IEICE Trans. Electron.*, vol. E84-C, No. 12, pp. 1829-1834, Dec. 2001.
- [5] R. N. Treuhaft and P. R. Siqueira, "Vertical structure of vegetated land surfaces from interferometric and polarimetric radar," *Radio Sci.*, vol.35, pp.141-177, Jan./Feb. 1998.

第7章 ESPRIT法による Polarimetric Interferometry

本章では、ポーラリメトリックインターフェロメトリに ESPRIT 法を適用した森林パラメータ (森林の高さや局所散乱中心の偏波状態など) の推定法について説明する。

7.1 問題の定式化

農地、海域などのように比較的単純な散乱領域と異り、森林領域では主要な散乱中心がいくつか存在し、複雑な散乱 (多重散乱) となる。そこで、2つの軌道においてそれぞれ受信されるデータは、各散乱中心に対応する散乱波の合成となり次式で表される (図 7.1)[1]。

$$E_1^{(kl)} = \sum_{i=1}^d \sigma_i s_i^{(kl)} e^{j \frac{4\pi}{\lambda} \rho} + n_1^{(kl)} \quad (7.1.1)$$

$$E_2^{(kl)} = \sum_{i=1}^d \sigma'_i s_i'^{(kl)} e^{j \frac{4\pi}{\lambda} (\rho + \Delta \rho_i)} + n_2^{(kl)} \quad (7.1.2)$$

但し、

$E_1^{(kl)}$: 軌道 1(master) によって得られた受信信号

$E_2^{(kl)}$: 軌道 2(slave) によって得られた受信信号

k, l : 送受信偏波 (*e.g.*, HH, HV, VV)

σ_i, σ'_i : 第 i 番目の散乱波の複素振幅

$s_i^{(kl)}, s_i'^{(kl)}$: kl 偏波によって得られた第 i 番目の散乱波の偏波状態 (σ_i, σ'_i によりそれぞれ規格化された成分)

ρ : マスター軌道における伝搬距離

$\Delta \rho_i$: 第 i 番目の散乱波に対する、マスター軌道とスレーブ軌道の伝搬距離差

$n_1^{(kl)}, n_2^{(kl)}$: kl 偏波に対するガウス雑音

d : 散乱波の数 (多重散乱が発生した場合、実際には無限個存在するが、あるレベル以下の信号は無視できるものとし、有限個と仮定)

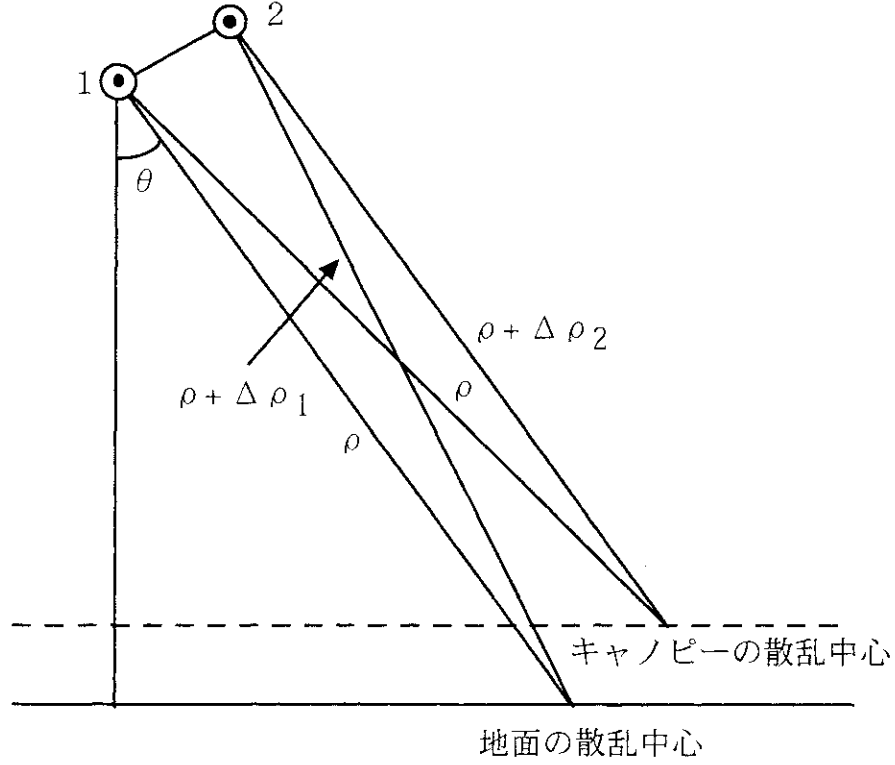


図 7.1 ジオメトリ (2 波モデル)

式 (7.1.1), (7.1.2) をベクトル表記すると次式となる.

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 &= [E_1^{(HH)}, E_1^{(HV)}, E_1^{(VH)}, E_1^{(VV)}]^T \\ &= \mathbf{S}\boldsymbol{\sigma} + \mathbf{n}_1, \end{aligned} \quad (7.1.3)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_2 &= [E_2^{(HH)}, E_2^{(HV)}, E_2^{(VH)}, E_2^{(VV)}]^T \\ &= \mathbf{S}'\boldsymbol{\sigma}' + \mathbf{n}_2 \end{aligned} \quad (7.1.4)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= [\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_d] \\ &= \begin{bmatrix} s_1^{(HH)} & \dots & s_d^{(HH)} \\ s_1^{(HV)} & \dots & s_d^{(HV)} \\ \vdots & & \vdots \\ s_1^{(VV)} & \dots & s_d^{(VV)} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7.1.5)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{S}' &= [\mathbf{s}'_1, \mathbf{s}'_2, \dots, \mathbf{s}'_d] \\ &= \begin{bmatrix} s'_1{}^{(HH)} & \dots & s'_d{}^{(HH)} \\ s'_1{}^{(HV)} & \dots & s'_d{}^{(HV)} \\ \vdots & & \vdots \\ s'_1{}^{(VV)} & \dots & s'_d{}^{(VV)} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7.1.6)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_1 e^{j\frac{4\pi}{\lambda}\rho}, \dots, \sigma_d e^{j\frac{4\pi}{\lambda}\rho}]^T \quad (7.1.7)$$

$$\boldsymbol{\sigma}' = [\sigma'_1 e^{j\frac{4\pi}{\lambda}(\rho + \Delta\rho_1)}, \dots, \sigma'_d e^{j\frac{4\pi}{\lambda}(\rho + \Delta\rho_d)}]^T \quad (7.1.8)$$

$$\mathbf{n}_j = [n_j^{(HH)}, n_j^{(HV)}, n_j^{(VH)}, n_j^{(VV)}]^T \quad j = 1, 2 \quad (7.1.9)$$

ここで、式 (7.1.5) は散乱行列 \mathbf{S} と異なるので注意が必要である。ターゲットからアンテナまでの距離が十分離れており (far-field), 2つの軌道 (アンテナ) の入射角がほぼ等しい場合、以下の仮定が成り立つ。

$$s_i^{(kl)} \simeq s_i'^{(kl)} \quad (7.1.10)$$

$$\sigma_i \simeq \sigma_i' \quad (7.1.11)$$

式 (7.1.11) を式 (7.1.2) に適用すると次式を得る。

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_2 &= \mathbf{S}'\boldsymbol{\sigma}' + \mathbf{n}_2 \\ &\simeq \mathbf{S}\mathbf{D}\boldsymbol{\sigma} + \mathbf{n}_2 \end{aligned} \quad (7.1.12)$$

$$\mathbf{D} = \text{diag}\{e^{j\phi_1}, e^{j\phi_2}, \dots, e^{j\phi_d}\} \quad (7.1.13)$$

$$\phi_i = \frac{4\pi}{\lambda} \Delta\rho_i \quad (7.1.14)$$

これより、各局所散乱波の干渉位相 (interferometric phase) は行列 \mathbf{D} により表されることがわかる。

7.2 ESPRIT アルゴリズム

ESPRIT 法は、いくつかのダブルット (doublet: 特性が同じ 2つのアンテナ) の受信データ (ここでは、2つの軌道において同じ偏波データを 1つのダブルットとする) をもとに相関行列を形成し、その固有値、固有ベクトルの性質をもとに信号パラメータを推定する手法である [2]。

まず、式 (7.1.3), (7.1.12) からベクトル \mathbf{x} を定義する。

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{E}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S} \\ \mathbf{S}\mathbf{D} \end{bmatrix} \boldsymbol{\sigma} + \begin{bmatrix} \mathbf{n}_1 \\ \mathbf{n}_2 \end{bmatrix} \\ &= \bar{\mathbf{S}}\boldsymbol{\sigma} + \bar{\mathbf{n}} \end{aligned} \quad (7.2.1)$$

ベクトル \mathbf{x} の次元は、 $2M$ (M はデータチャネルの数、式 (7.1.3), (7.1.12) では 4) であり、その相関行列は、

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{xx} &= \langle \mathbf{x}\mathbf{x}^{*T} \rangle \\ &= \bar{\mathbf{S}}\boldsymbol{\Sigma}_S\bar{\mathbf{S}}^{*T} + \sigma_N^2\boldsymbol{\Sigma}_N \end{aligned} \quad (7.2.2)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_S = \langle \boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{\sigma}^{*T} \rangle, \quad \boldsymbol{\Sigma}_N = \langle \mathbf{n}\mathbf{n}^{*T} \rangle \quad (7.2.3)$$

となる。ここで、 σ_N^2 は雑音電力、 $\boldsymbol{\Sigma}_S, \boldsymbol{\Sigma}_N$ は、それぞれ局所散乱波と雑音の相関行列を表す。 $\boldsymbol{\Sigma}_N$ は未知であるが、一般に各チャネルの雑音は無相関で、かつ等電力であるものと仮定し近似的に $\boldsymbol{\Sigma}_N = \mathbf{I}$ として扱われる。相関行列 \mathbf{R}_{xx} の固有値 λ_i 、固有ベクトル \mathbf{e}_i は次の性質をもつ。

性質：固有値 λ_i の値の大きい順に $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{2M}$ とすると、これらの固有値は $(2M-d)$ 個の雑音電力 σ_N^2 に等しい固有値 (雑音固有値) とそれよりも値の大きい d 個の固有値に分けられる。

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_d > \lambda_{d+1} = \dots = \lambda_{2M} (= \sigma_N^2) \quad (7.2.4)$$

この性質より局所散乱波の数が推定される。

次に、 d 個の信号固有値に対応する固有ベクトル \mathbf{e}_m から行列 $\mathbf{F}_s = [\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_d]$ を定義すると、 \mathbf{F}_s の列ベクトルは $\hat{\mathbf{S}}$ の列ベクトルと同じ信号部分空間を張る。従って、次式を満たす唯一の行列 \mathbf{T} が存在する。

$$\mathbf{F}_s = [\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_d] = \hat{\mathbf{S}}\mathbf{T} \quad (7.2.5)$$

但し、ここで用いる \mathbf{T} はコヒーレンシ行列とは異なる。また、 \mathbf{F}_s は次式のように表すことができる。

$$\mathbf{F}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_1 \\ \mathbf{F}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}\mathbf{T} \\ \mathbf{S}\mathbf{D}\mathbf{T} \end{bmatrix} \quad (7.2.6)$$

式(7.2.6)より、 \mathbf{F}_1 と \mathbf{F}_2 の関係は以下ようになる。

$$\mathbf{F}_2 = \mathbf{F}_1\mathbf{\Psi} \quad (7.2.7)$$

$$\mathbf{\Psi} \equiv \mathbf{T}^{-1}\mathbf{D}\mathbf{T} \quad (7.2.8)$$

以上より、 \mathbf{F}_s の部分行列 $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2$ を求め、式(7.2.7)を満たす行列 $\mathbf{\Psi}$ の固有値から局所散乱波の干渉位相 ϕ_i が推定される。

この $\mathbf{\Psi}$ の求め方により、LS(Least-Squares)-ESPRIT 法と TLS(Total-Least-Squares)-ESPRIT 法があるが、本稿では精度が高い TLS-ESPIRT 法を用いる。

TLS-ESPRIT 法では、まず $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2$ を横に並べた行列 \mathbf{F}_{12} を定義する。

$$\mathbf{F}_{12} = [\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2] \quad (7.2.9)$$

次に、行列 \mathbf{F}_{12} の相関行列 \mathbf{F}_H を固有値展開すると次式のように表せる。

$$\mathbf{F}_H = \mathbf{F}_{12}\mathbf{F}_{12}^{*T} \quad (7.2.10)$$

$$= \mathbf{V} \begin{bmatrix} \nu_1 & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & \nu_d & \\ 0 & & & 0 \end{bmatrix} \mathbf{V}^{*T} \quad (7.2.11)$$

ここで、 ν_i は固有値、 \mathbf{V} は固有ベクトルによる行列を表す。また、 \mathbf{V} を 4 個の正方行列に分割すると、

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{11} & \mathbf{V}_{12} \\ \mathbf{V}_{21} & \mathbf{V}_{22} \end{bmatrix} \quad (7.2.12)$$

となる。ここで、 \mathbf{V}_{11} と \mathbf{V}_{21} は信号空間、 \mathbf{V}_{12} と \mathbf{V}_{22} はその直交空間に対応する。

更に、次式を満たす $2d \times d$ 次の行列 \mathbf{G} (列ベクトルが \mathbf{F}_{12} の直交補空間を張る行列) が存在する。

$$\mathbf{F}_{12}\mathbf{G} = \mathbf{F}_1\mathbf{G}_1 + \mathbf{F}_2\mathbf{G}_2 = 0 \quad (7.2.13)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 \\ \mathbf{G}_2 \end{bmatrix} \quad (7.2.14)$$

式(7.2.12), (7.2.13) より, $\mathbf{V}_{12} = \mathbf{G}_1$, $\mathbf{V}_{22} = \mathbf{G}_2$ となることがわかる. 式(7.2.13) を変形すると次式が得られる.

$$\mathbf{F}_2 = \mathbf{F}_1 \left(-\mathbf{G}_1 \mathbf{G}_2^{-1} \right) \quad (7.2.15)$$

式(7.2.7) と (7.2.15) を比較すると

$$\mathbf{\Psi} = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{D} \mathbf{T} = -\mathbf{G}_1 \mathbf{G}_2^{-1} \quad (7.2.16)$$

となり, $\mathbf{\Psi}$ が求められる.

先にも述べたように行列 $\mathbf{\Psi}$ の固有値展開から, 行列 \mathbf{D} の d 個の対角成分が $\mathbf{\Psi}$ の固有値, 行列 \mathbf{T}^{-1} の d 個の列ベクトルが $\mathbf{\Psi}$ の固有ベクトルとしてそれぞれ得られる. 従って, 行列 $\mathbf{\Psi}$ の固有値を $\lambda'_i (i = 1, 2, \dots, d)$ と表すと, 各局所散乱中心 (干渉位相) は次式により推定される.

$$\phi_i = \arg(\lambda'_i) \quad (7.2.17)$$

局所散乱中心 ϕ_i より, ターゲットの高さ h_i は,

$$\theta_i = \left(\frac{\pi}{2} - \theta + \alpha \right) - \sin^{-1} \left(\frac{\lambda \phi_i}{4\pi B} \right) \quad (7.2.18)$$

$$h_i = H - \rho \cos \theta_i \quad (7.2.19)$$

となる. ESPRIT 法では局所散乱中心を推定した後, その偏波状態や電力を次のように推定することができる. まず, 式(7.2.5) から偏波状態 $\bar{\mathbf{S}}$ は,

$$\bar{\mathbf{S}} = \mathbf{F}_S \mathbf{T}^{-1} \quad (7.2.20)$$

となる. 但し, \mathbf{T}^{-1} は $\mathbf{\Psi}$ の右固有ベクトルから得られる. 更に, 各電力は, $\mathbf{\Sigma}_S$ の対角成分から推定される.

$$\mathbf{\Sigma}_S = \mathbf{T} [\mathbf{\Lambda}_S - \sigma^2 \mathbf{I}] \mathbf{T}^{*T} \quad (7.2.21)$$

$$\mathbf{\Lambda}_S = \text{diag} \{ \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_d \} \quad (7.2.22)$$

7.3 シミュレーション

ESPRIT 法の有効性を示すために式(7.3.1)～式(7.3.4) をもとに 2 パターンのシミュレーションを行った. 但し, 局所散乱波は 2 とし, 雑音は無視している.

$$\mathbf{S} = [\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2] \quad (7.3.1)$$

$$\mathbf{D} = \text{diag} \{ e^{j\phi_1}, e^{j\phi_2} \} \quad (7.3.2)$$

$$\mathbf{\Sigma}_S = \begin{bmatrix} |\sigma_1|^2 & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{12}^* & |\sigma_2|^2 \end{bmatrix} \quad (7.3.3)$$

$$\mathbf{R}_{xx} = \bar{\mathbf{S}} \mathbf{\Sigma}_S \bar{\mathbf{S}}^H \quad (7.3.4)$$

表 7.1 設定パラメータ

散乱波数	2
位相差 [deg]	$\Delta\phi_1 = 10, \Delta\phi_2 = 20$
受信電力 [dB]	$ \sigma_1 ^2 = 0.0, \sigma_2 ^2 = -3.1$
相関	$\Gamma_{12} = 0.9$

表 7.2 各散乱波の偏波状態

第1 散乱波 [deg]	$\theta_{1HH} = 10, \theta_{1HV} = 20, \theta_{1VV} = 30$
第2 散乱波 [deg]	$\theta_{2HH} = 10, \theta_{2HV} = 20, \theta_{2VV} = 20$

シミュレーション 1

受信電力 $|\sigma_i|^2$ と相関値 Γ_{12} を表 7.1 ように固定し、各散乱波の偏波状態 S を変化させときの位相差 ϕ_i 、受信電力 $|\sigma_i|^2$ 、相関 Γ_{12} を推定。

s_i は振幅の大きさに規格化されているため、式 (7.3.5), (7.3.6) を用いて様々な偏波状態を作成した。ここでは、 $\theta_{1HH} \cdots \theta_{2VV}$ を 0° から 180° まで 10° 間隔で変化させて推定を行った (全部で 18^6 通り)。

$$\mathbf{s}_1 = \left[e^{j\theta_{1HH}}, e^{j\theta_{1HV}}, e^{j\theta_{1VV}} \right]^T \quad (7.3.5)$$

$$\mathbf{s}_2 = \left[e^{j\theta_{2HH}}, e^{j\theta_{2HV}}, e^{j\theta_{2VV}} \right]^T \quad (7.3.6)$$

シミュレーション 2

偏波状態 S を固定し (表 7.2)、相関 Γ を変化させたときの位相差 ϕ_i 、受信電力 $|\sigma_i|^2$ 、相関 Γ_{12} を推定。

但し、相関以外の設定パラメータは表 7.1 と同じである。ここで、 $\Gamma = Ae^{j\theta_r}$ と置き、 A (振幅) を 0 から $|\sigma_2|^2$ まで 0.01 間隔で、 θ_r を 0° から 360° まで 10° 間隔でそれぞれ変化させ推定を行った。シミュレーション 1 において位相差 ϕ_i 、受信電力 $|\sigma_i|^2$ 、相関 $|\Gamma_{12}|$ の推定結果を全て示すことは紙面の都合上困難なので、どのような偏波状態のときに正しく推定できない (推定誤差 0.01 以上) か述べる。解析の結果、次式を満たすとき正しく推定されなかった。

$$\mathbf{s}_2 = e^{j\alpha} \left[e^{j\theta_{1HH}}, e^{j\theta_{1HV}}, e^{j\theta_{1VV}} \right]^T \quad (7.3.7)$$

つまり、第1 散乱波を基準に考えたとき、第2 散乱波の偏波状態 \mathbf{s}_2 が第1 散乱波の偏波状態 \mathbf{s}_1 を一定角度 (α) 回転させた成分と等しい場合、正しく推定することができない。これは、2つの散乱波が全く同じ偏波状態であることと等価であるため、各散乱が同じ偏波状態を有しているとき正しい推定が行われないことを意味し、文献 [2] で論じられている ESPRIT 法が動作しない条件とも一致する。一般に L バンドによる森林領域の反射では、地面とキャノピーにおける偏波状態は異なるため、このことは現実的にはほとんど問題とならない。また、シミュレーション 2 の解析では、 A と θ_r を変化させた全ての

状態において 0.01 以下の誤差で推定された。従って、受信信号が 2 つの局所散乱波の合成であり、雑音がない場合 (もしくは十分なマルチルック処理が施された場合)、各散乱波の偏波状態 s_1, s_2 が異なれば、干渉位相 ϕ_i 、受信電力 $|\sigma_i|^2$ 、相関 $|\Gamma_{12}|$ を推定できることが確認できた。

7.4 SIR-C/X-SAR および E-SAR データへの適用

この節では、SIR-C/X-SAR および E-SAR データに ESPRIT 法を適用した結果について示す。SIR-C/X-SAR データについては波数シフトは除去した HH, HV, VV の偏波データを用いており、入力ベクトル E は次式となる。

$$E_i = [E_i^{(HH)}, E_i^{(HV)}, E_i^{(VV)}] \quad (7.4.1)$$

また、解析では文献 [1] と同じ閾値を用いている。

$$\sum_{j=1}^{2M} \lambda_j > \xi_0, \quad (7.4.2)$$

$$\bar{\lambda}_i < \xi_1, \quad \bar{\lambda}_j = \frac{\lambda_j}{\sum_{i=1}^{2M} \lambda_i}, \quad (7.4.3)$$

$$||\lambda'_i| - 1| < \xi_2 \quad (7.4.4)$$

$$\xi_0 = 0.15, \quad \xi_1 = 0.8, \quad \xi_2 = 0.25$$

以降、2 波推定と 3 波推定の結果を比較していく。

7.4.1 干渉位相差

各局所散乱波の干渉位相差を図 7.2, 7.3 にそれぞれ示す (黒から白が 0 から $\pi/4$ に対応)。但し、3 波推定の干渉位相差は、第 1 散乱波 (地面) と第 3 散乱波 (キャノピー) から求めた (以降、番号が小さいほど地面の散乱中心に近いことを表す)。図 7.2~7.4 からわかるように 3 波推定では 2 波推定に比べ干渉位相差が大きいことがわかる。ESPRIT 法では電力の大きい散乱中心を推定波数だけ推定するが、2 波推定では地面とキャノピーに電力の大きい散乱中心があることを仮定する。一般に、この仮定にはそれほど無理がないものの、幹などからの直接反射が強い場合、あるいは入射角が大きいく地面からの後方散乱が小さい場合 (キャノピーを通過する距離が長くなり、入射エネルギーの減衰が大きい) は、実際よりも低く推定してしまう。3 波推定は 2 波推定では推定できなかった弱い散乱中心も推定できるため、2 波推定に比べ、精度の高い推定が可能である。但し、推定した散乱波の電力が弱いものについては雑音成分を推定している可能性があるため、注意が必要である。このような散乱波については除外して他の 2 成分を用いて求めれば良い。

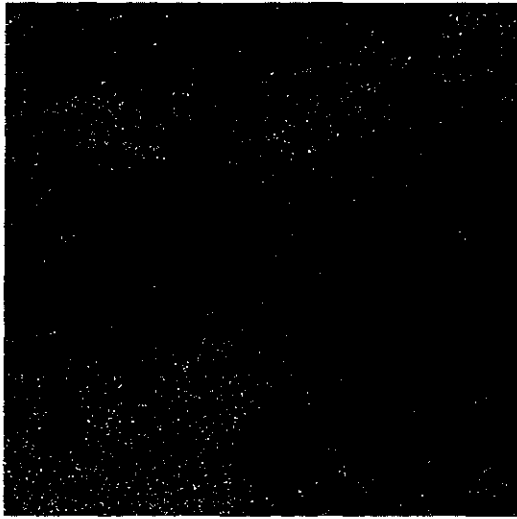


図 7.2 干渉位相差 (2 波推定)

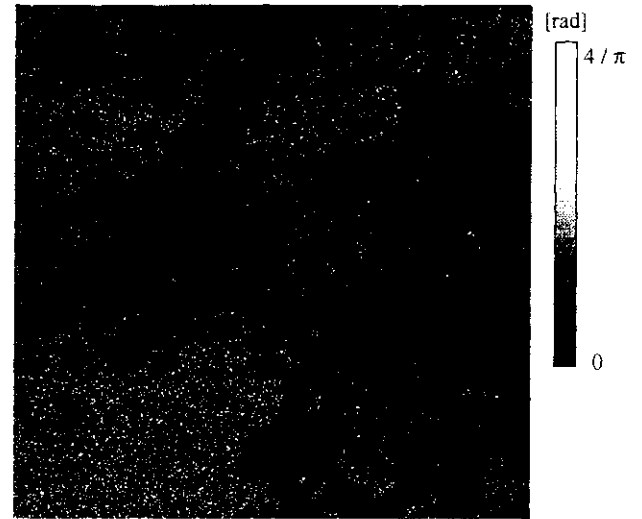


図 7.3 干渉位相差 (3 波推定)

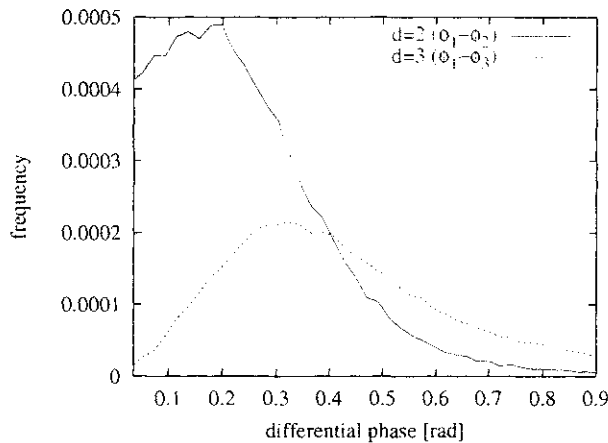


図 7.4 ヒストグラム

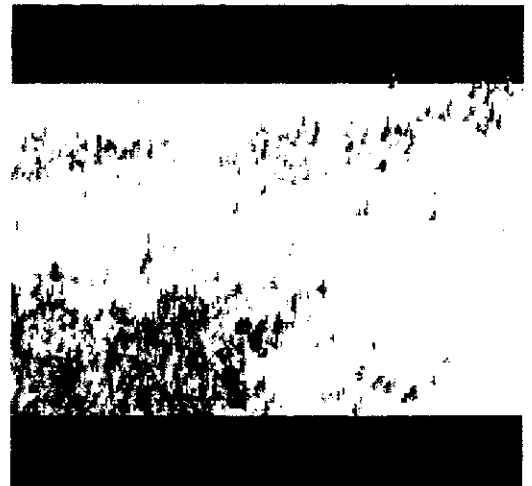


図 7.5 干渉位相差の 3 次元画像 (3 波推定)

7.4.2 エントロピー・アルファ, 3 成分分解法による解析

各局所散乱波の偏波状態をエントロピー・アルファ ($H - \alpha$) と 3 成分分解により解析した結果を図 7.6～7.15 に示す. 3 成分分解法 (成分比であり, 赤から青が 1 から 0 に対応) では閾値を与えているが, エントロピー (赤から青が 1 から 0 に対応)・アルファ (赤から青が 90 から 0 に対応) では与えていない. まず, アルファの値を見ると第 1 成分は表面反射に, 第 2 あるいは第 3 成分 (3 波推定の場合) はワイヤの反射にそれぞれ近いことがわかる. 同様のことが, 3 成分分解の結果でも確認でき, 第 1 成分は第 2, 3 成分に比べ sphere 成分が大きい. このことから, 推定された局所散乱中心は, 地面とキャノピーに散乱中心に近づいていると言える. 一方, エントロピーについて見ると, 2 波推定では第 1 成分が第 2 成分より比較的高く, 3 波推定では第 2 成分が他の 2 成分より高い. これは, 一般的に考えられるものとは異なる (キャノピーではエントロピーが高く, 地面では低い). この理由としては以下の 2 つが考えられる. 1 つ目は, ESPRIT 法で正しく推定できなかったエリアであったこと, 2 つ目は, 第 1 あるいは第 3 成分が他の成分に比

べ、各パッチ間の散乱特性が異なっていたことである。これは、2波推定による第2成分はキャノピーの反射(ここでは、ランダムな体積成分の反射を1つの散乱特性と考える)であるのに対し、第1成分は地面からの直接反射や、地面と幹との反射、地面とキャノピーとの反射など複数の散乱特性が存在し得るためである。これについては、今後、検討を必要とする。

7.4.3 森林のコヒーレンスモデルとの比較

6.6節で示した森林のコヒーレンスモデル(式(6.6.1))は、次のように書き換えることができる。

$$\begin{aligned}\tilde{\gamma}(\mathbf{w}) &= \frac{m(\mathbf{w})}{1+m(\mathbf{w})}e^{j\phi_0} + \frac{|\tilde{\gamma}_V|}{1+m(\mathbf{w})}e^{j(\phi_0+\phi_V)} \\ &= \gamma_1 e^{j\phi_1} + \gamma_2 e^{j\phi_2}\end{aligned}\quad (7.4.5)$$

但し、

$$\gamma_1 = \frac{m(\mathbf{w})}{1+m(\mathbf{w})}, \quad \gamma_2 = \frac{|\tilde{\gamma}_V|}{1+m(\mathbf{w})}, \quad (7.4.6)$$

$$\phi_1 = \phi_0, \quad \phi_2 = \phi_0 + \phi_V \quad (7.4.7)$$

この式からわかるように、コヒーレンスモデルは地面とキャノピーのコヒーレンスの和として表される。従って、コヒーレンスモデルによって得られる地面とキャノピーの散乱中心は、ESPRIT法によって推定される散乱中心と一致する。これらの関係をSIR-Cデータ(図7.16)とE-SARデータ(図7.17)を用いて検証した(図7.18～7.21)。ここでは、各偏波間のコヒーレンス(HH-HH, HV-HV, VV-VV)とコヒーレント分解により得られたコヒーレンス(opt1, opt2, opt3)を複素平面上に、ESPRIT法によって推定された干渉位相(散乱中心)を単位円上にプロットしている。まず、パッチ1から3におけるコヒーレンスの分布はほぼ直線上にのっており、コヒーレンスモデルが成り立っている。ここで、パッチ1について見ると、2波推定により推定された散乱中心がコヒーレンスモデルにおける地面とキャノピーの散乱中心に一致していることがわかる。これは同じパッチの3波推定についても言える。次にパッチ2では、2波推定による第1散乱中心(地面の散乱)がコヒーレンスモデルにおける地面の散乱中心とは異なる。しかし、3波推定を用いることでこのことは改善される。以上のことから、ESPRIT法により推定される散乱中心はコヒーレンスモデルの直線上にのり、更に3波推定が2波推定に比べ有効であることがわかる。参考値として、相関行列の固有値を表7.3, 7.4, ESPRIT法により推定された各散乱波の振幅の値を表7.5, 7.6にそれぞれ示す。しかし、パッチ4に示すように全てのパッチでコヒーレンスモデルが成り立つ(直線上にのる)わけではないので注意を要する(特にE-SARデータでは、成り立つパッチは少ない)。

表 7.3 相関行列 R_{xx} の固有値 (SIR-C)

	パッチ 1	パッチ 2
λ_1	0.320587	0.387127
λ_2	0.161901	0.137332
λ_3	0.043602	0.052696
λ_4	0.018248	0.027048
λ_5	0.007759	0.011427
λ_6	0.002975	0.003186

表 7.4 相関行列 R_{xx} の固有値 (E-SAR)

	パッチ 1	パッチ 2
λ_1	502.536752	614.660179
λ_2	187.994809	276.030604
λ_3	92.935948	113.079775
λ_4	71.683336	59.585486
λ_5	39.241854	30.201400
λ_6	14.644479	10.219417

表 7.5 ESPRIT 法により推定された各散乱波の振幅 (SIR-C)

(a) 2 波推定

	パッチ 1	パッチ 2
$ \sigma_1 $	0.168458	0.203896
$ \sigma_2 $	0.160031	0.183012

(b) 3 波推定

	パッチ 1	パッチ 2
$ \sigma_1 $	0.199503	0.278652
$ \sigma_2 $	0.165138	0.165138
$ \sigma_3 $	0.156940	0.211244

2 偏波による推定

2 波推定結果がコヒーレンスモデルと一致したパッチ 1 において, 2 偏波による推定を行った (図 7.22, 7.23). この結果から, 用いる偏波の組合せは重要であることがわかる. パッチ 1 では, HH-VV と VV-HV が 3 偏波を用いた場合と等しい散乱中心を推定しているのに対し, HH-HV では地面の散乱中心がやや高い. よって, このパッチでは地面の散乱寄与が HH と HV で低いことが予想される. しかし, 図 7.27, 7.28 からわかるように, 各パッチによって特性が異なる. そこで, 森林領域全体で解析 (図 7.6 と同じエリアで解析) したヒストグラムを図 7.24 に示す. これにより, 2 偏波のよる推定では, どの偏波の組合せにおいても推定される高さは近いものの, HV は不向きであり, HH-VV の組合せが有効であることがわかる. これは, HV が後方散乱が低い (つまり, SNR が小さい) ことが起因していると考えられる.

平均化サイズによる影響

最後に, 平均化サイズの違いによるコヒーレンスの分布と ESPRIT 法による推定値の関係について示す. この解析においてもパッチ 1 を用い, SIR-C では $4 \times 4 \sim 10 \times 10$ ルックまで, E-SAR では $6 \times 6 \sim 12 \times 12$ ルックまで変化させた. 全体の傾向として, 平均化サイズを大きくしても各コヒーレンスは直線上にのるが (E-SAR の 12×12 は除く), サイズを大きくするとコヒーレンスが低下する. このとき, ESPRIT 法により推定される散乱中心は最も角度広がりをもつ 2 点を推定できることがわかる. 但し, 3 波推定では平

表 7.6 ESPRIT 法により推定された各散乱波の振幅 (E-SAR)

(a) 2 波推定			(b) 3 波推定		
	パッチ 1	パッチ 2		パッチ 1	パッチ 2
$ \sigma_1 $	7.295177	8.161493	$ \sigma_1 $	11.009615	4.869785
$ \sigma_2 $	4.735058	9.116732	$ \sigma_2 $	7.668449	13.560318
			$ \sigma_3 $	5.232960	15.758847

均化サイズを大きくして行くと、干渉位相差 (第 1 散乱波と第 3 散乱波の差) がやや大きく推定される。



(a) H



(b) α

図 7.6 第 1 成分の $H - \alpha$ (2 波推定)



(a) H



(b) α

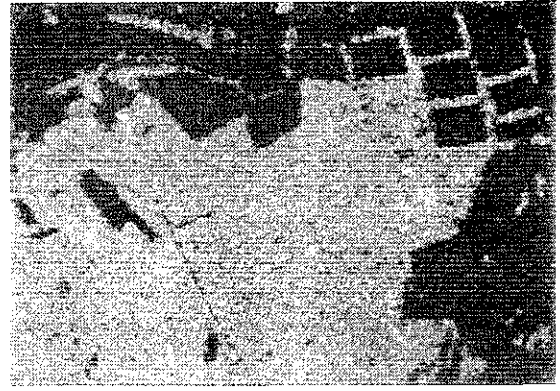
図 7.7 第 2 成分の $H - \alpha$ (2 波推定)

参考文献

- [1] H. Yamada et al., "Polarimetric SAR interferometry for forest analysis based on the ESPRIT algorithm," *IEICE Trans. Electron.*, vol. E84-C, no. 12, pp. 1917-1924, Dec. 2001.
- [2] R. Roy and T. Kailath, "ESPRIT - Estimation of signal parameters via rotational invariance techniques," *IEEE Trans. Acoust., Speech and Signal Processing*, vol. 37, no. 7, pp. 984-995, July 1989.



(a) H

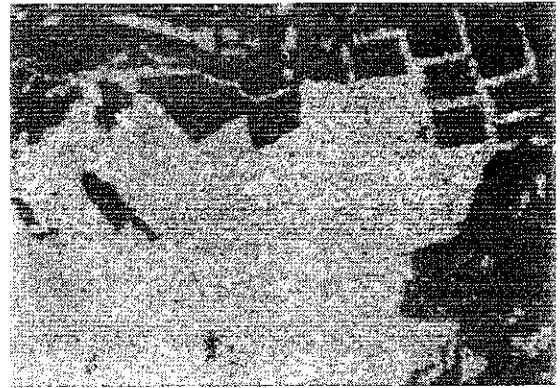


(b) α

図 7.8 第 1 成分の $H - \alpha$ (3 波推定)



(a) H



(b) α

図 7.9 第 2 成分の $H - \alpha$ (3 波推定)



(a) H

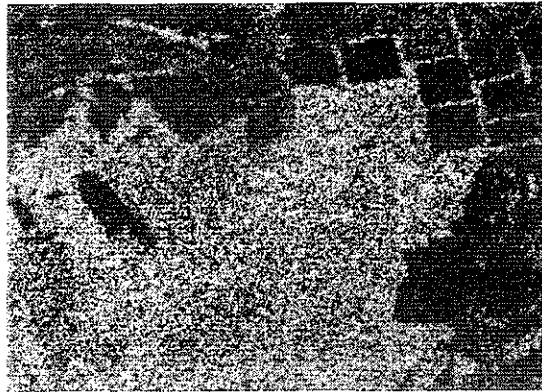


(b) α

図 7.10 第 3 成分の $H - \alpha$ (3 波推定)



(a) K_s



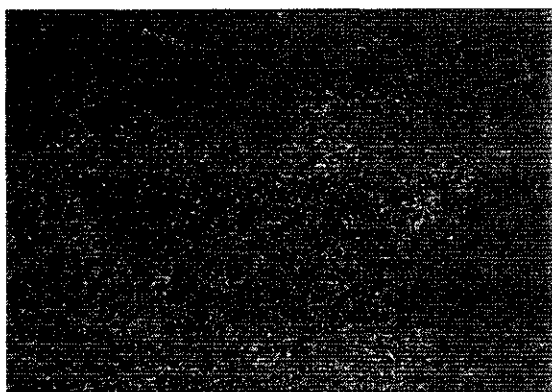
(a) K_s



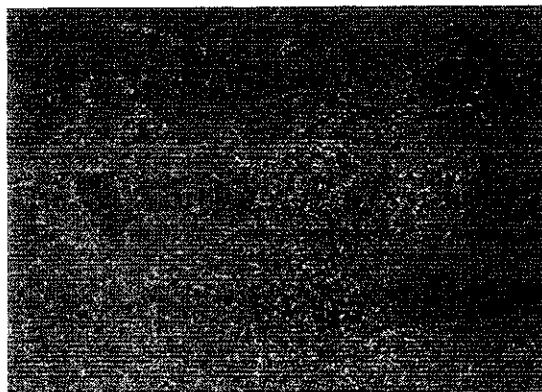
(b) K_d



(b) K_d



(c) K_h



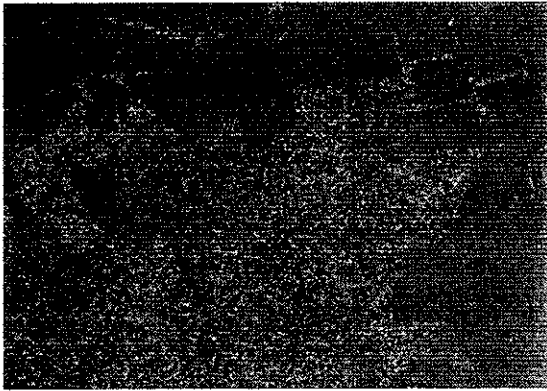
(c) K_h

図 7.11 第 1 成分の 3 成分分解 (2 波推定)

図 7.12 第 2 成分の 3 成分分解 (2 波推定)



(a) K_s



(b) K_d



(c) K_h

図 7.13 第 1 成分の 3 成分分解 (3 波推定)



(a) K_s



(b) K_d



(c) K_h

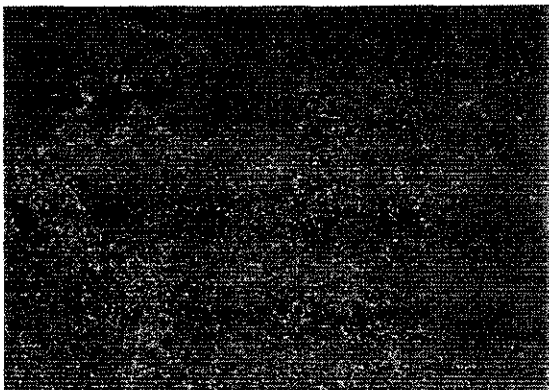
図 7.14 第 2 成分の 3 成分分解 (3 波推定)



(a) K_s



(a) K_d



(a) K_h

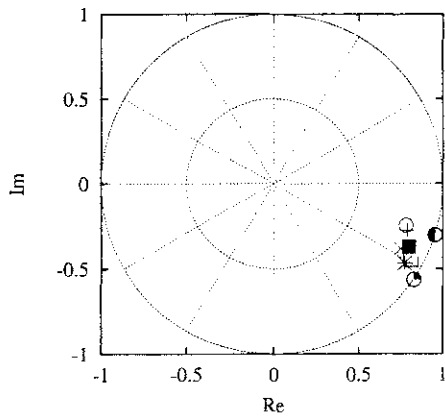
図 7.15 第 3 成分の 3 成分分解 (3 波推定)



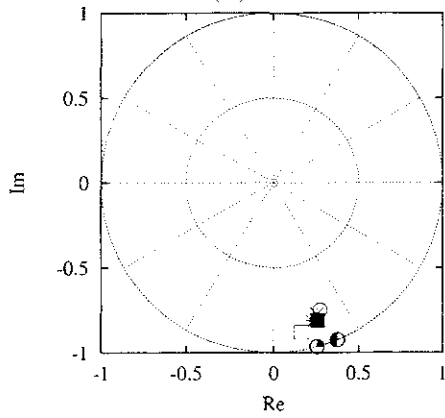
図 7.16 評価エリア (SIR-C)



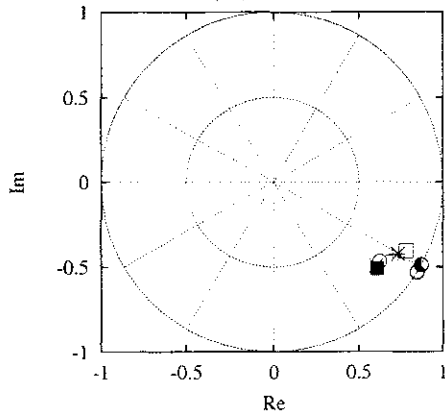
図 7.17 評価エリア (E-SAR)



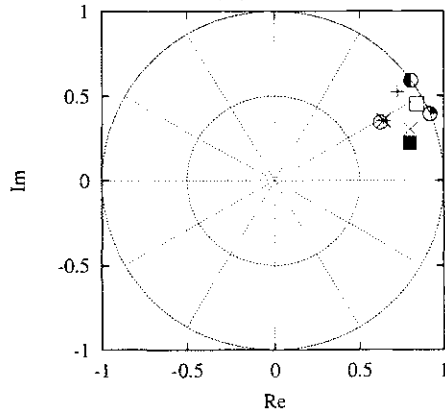
(a) パッチ 1



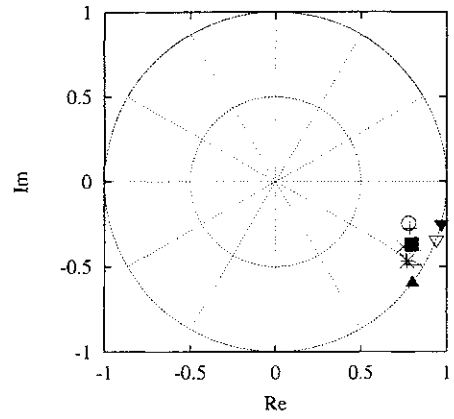
(b) パッチ 2



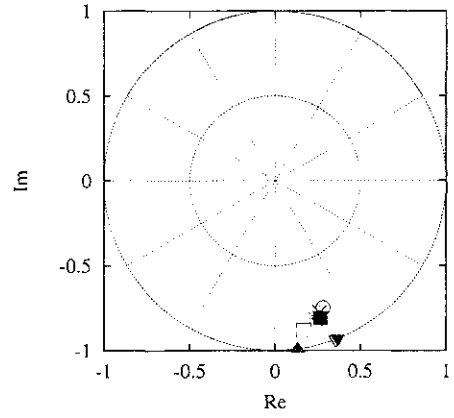
(c) パッチ 3



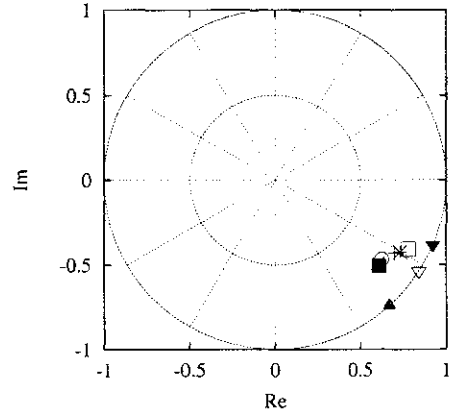
(d) パッチ 4



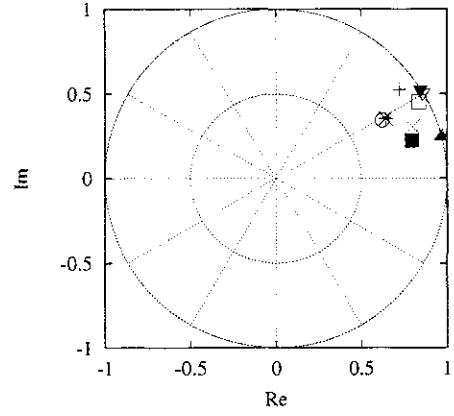
(a) パッチ 1



(b) パッチ 2

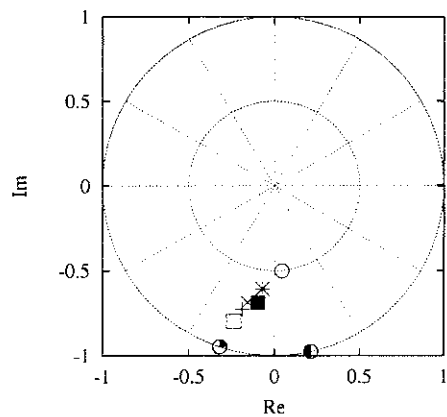


(c) パッチ 3

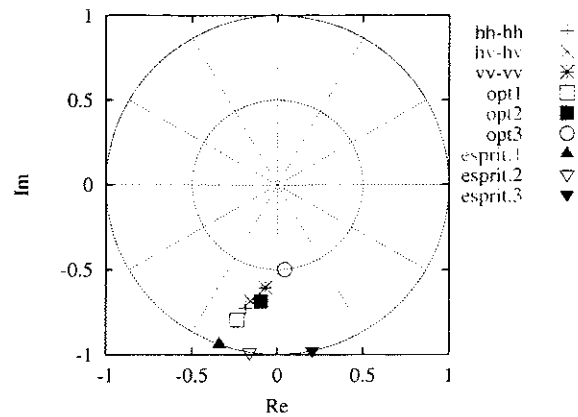


(d) パッチ 4

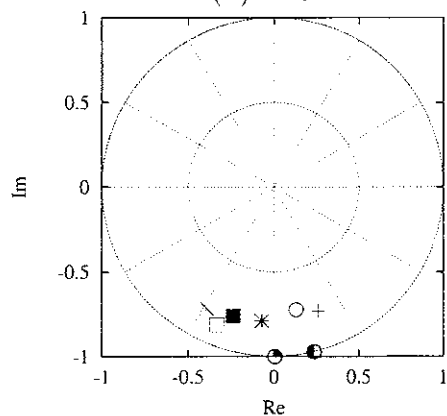
図 7.18 コヒーレンスと ESPRIT 法の推定値 (2 波推定, SIR-C) 図 7.19 コヒーレンスと ESPRIT 法の推定値 (3 波推定, SIR-C)



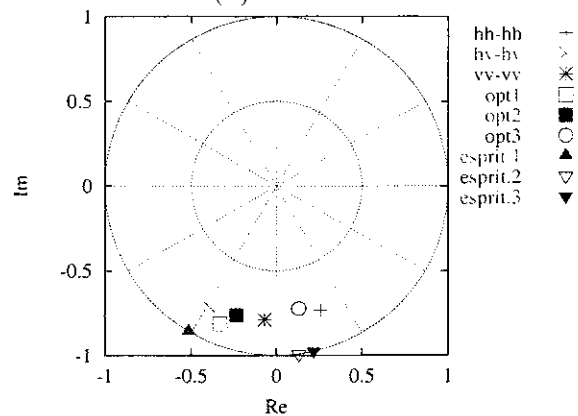
(a) パッチ 1



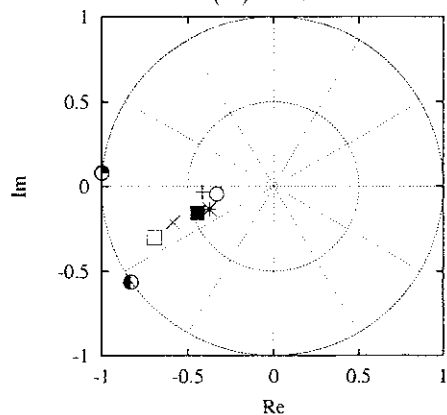
(a) パッチ 1



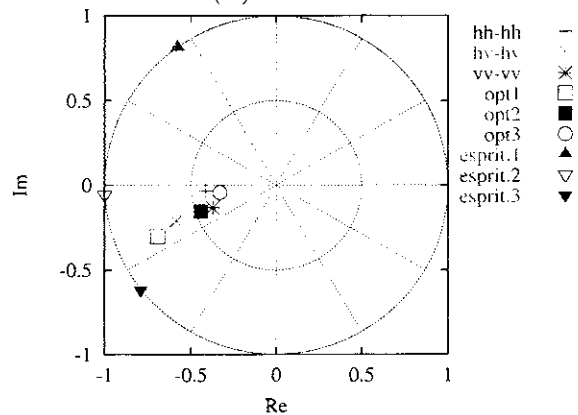
(b) パッチ 2



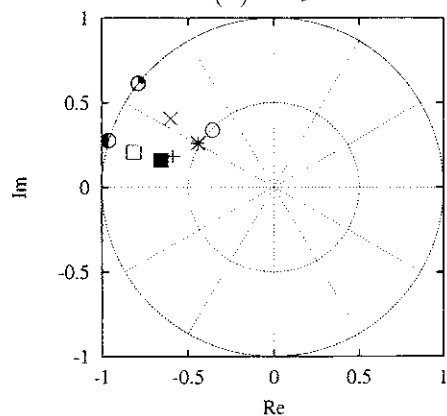
(b) パッチ 2



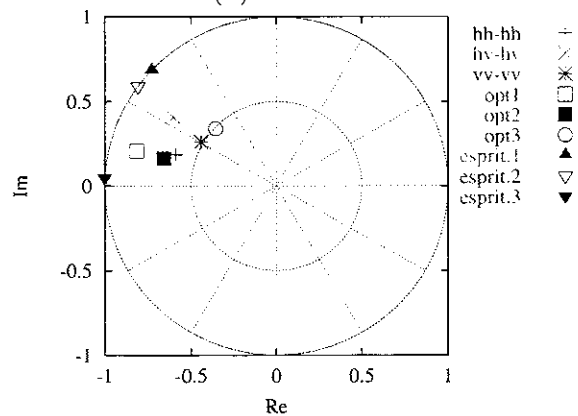
(c) パッチ 3



(c) パッチ 3



(d) パッチ 4



(d) エリア 4

図 7.20 コヒーレンスと ESPRIT 法の推定値 (2 波推定, E-SAR) 図 7.21 コヒーレンスと ESPRIT 法の推定値 (3 波推定, E-SAR)

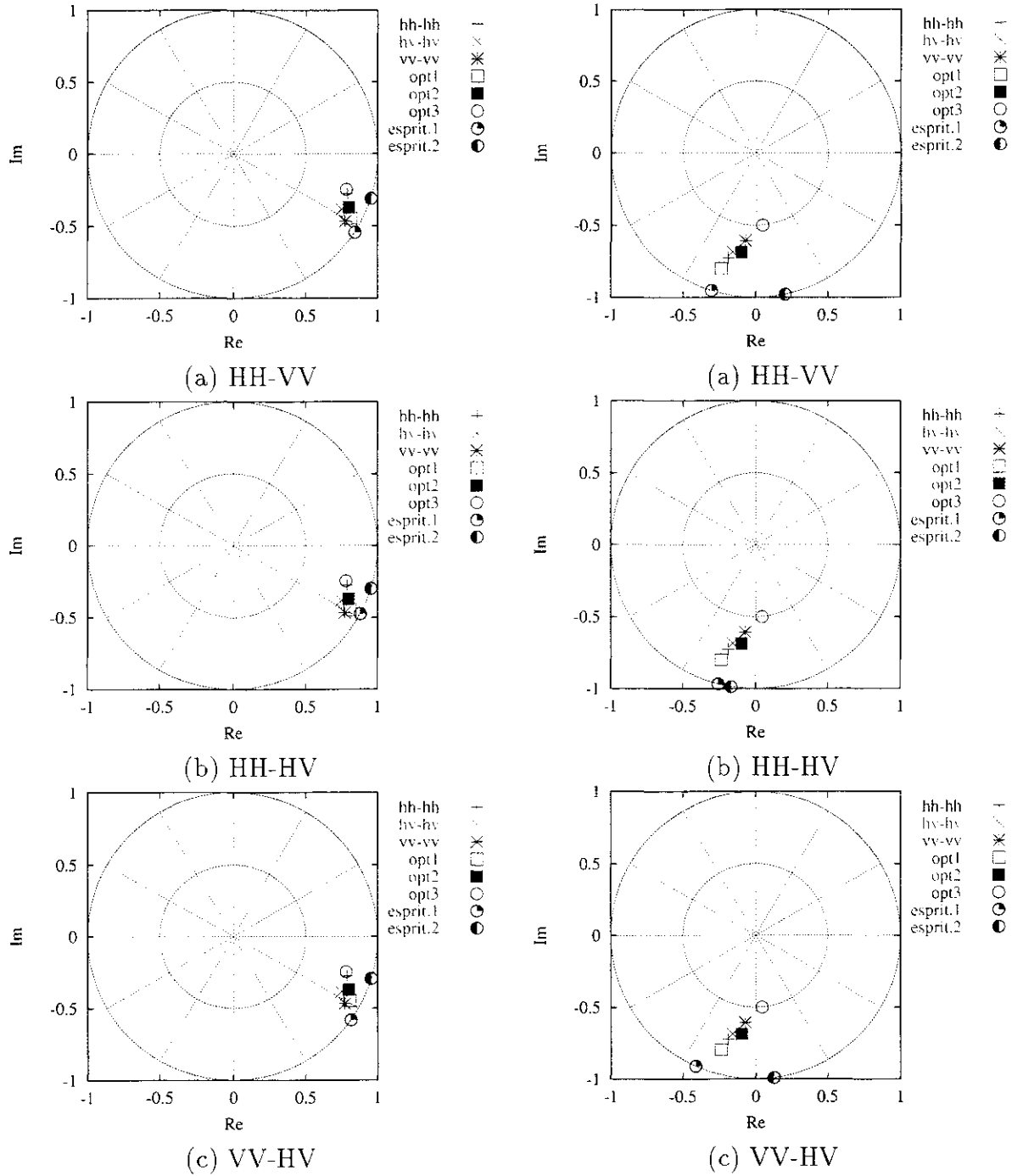


図 7.22 2 偏波による推定 (SIR-C, パッチ 1) 図 7.23 2 偏波による推定 (E-SAR, パッチ 1)

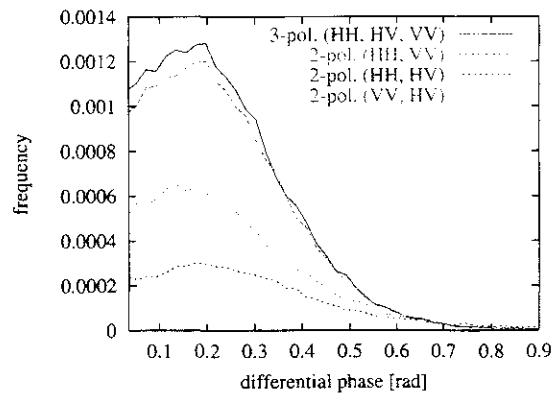


図 7.24 干渉位相差のヒストグラム (SIR-C)

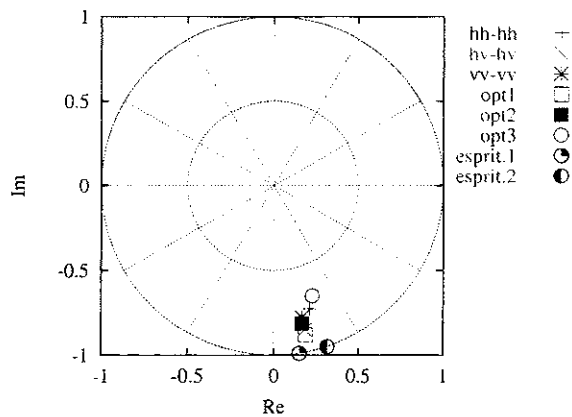


図 7.25 パッチ 5(2 波推定, SIR-C)

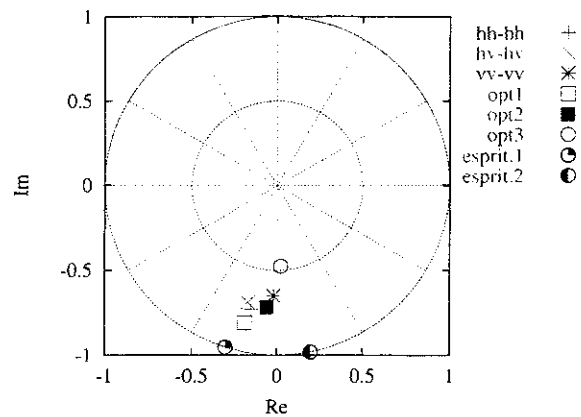
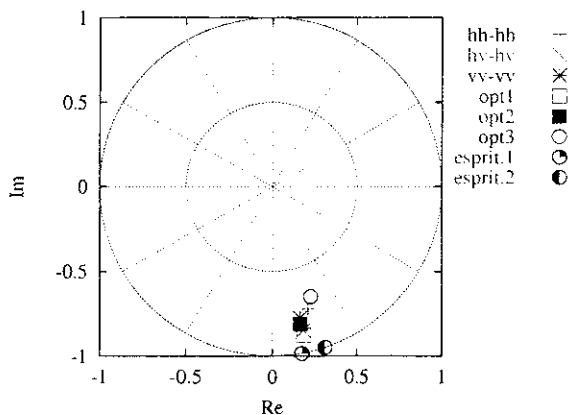
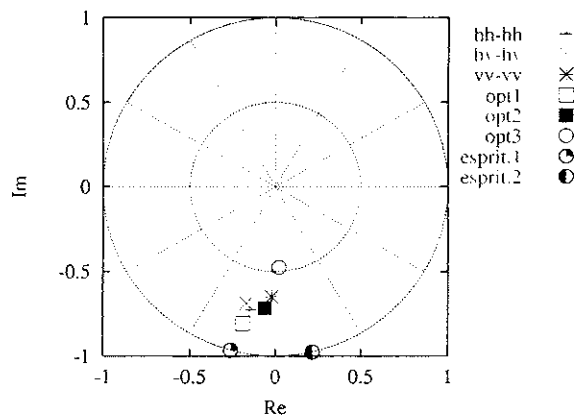


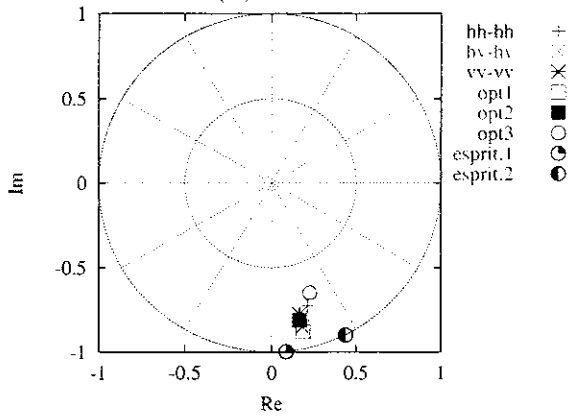
図 7.26 パッチ 5(2 波推定, E-SAR)



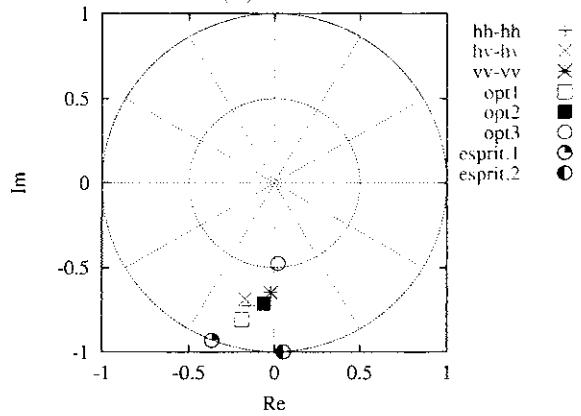
(a) HH-VV



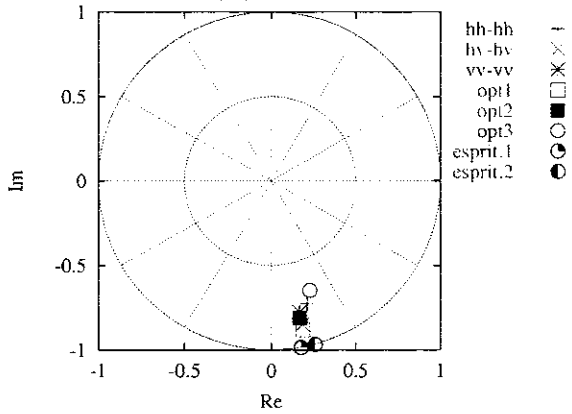
(a) HH-VV



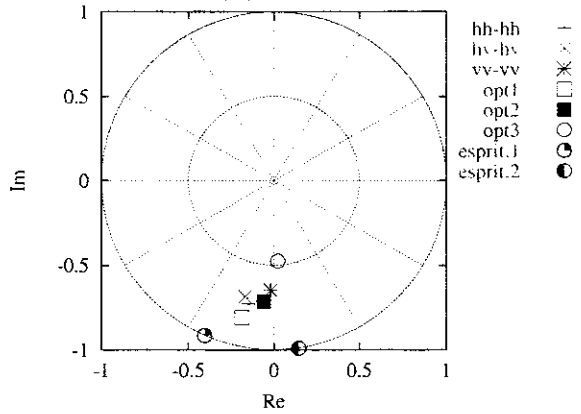
(b) HH-HV



(b) HH-HV



(c) VV-HV



(c) VV-HV

図 7.27 2 偏波による推定 (SIR-C, パッチ 5) 図 7.28 2 偏波による推定 (E-SAR, パッチ 5)

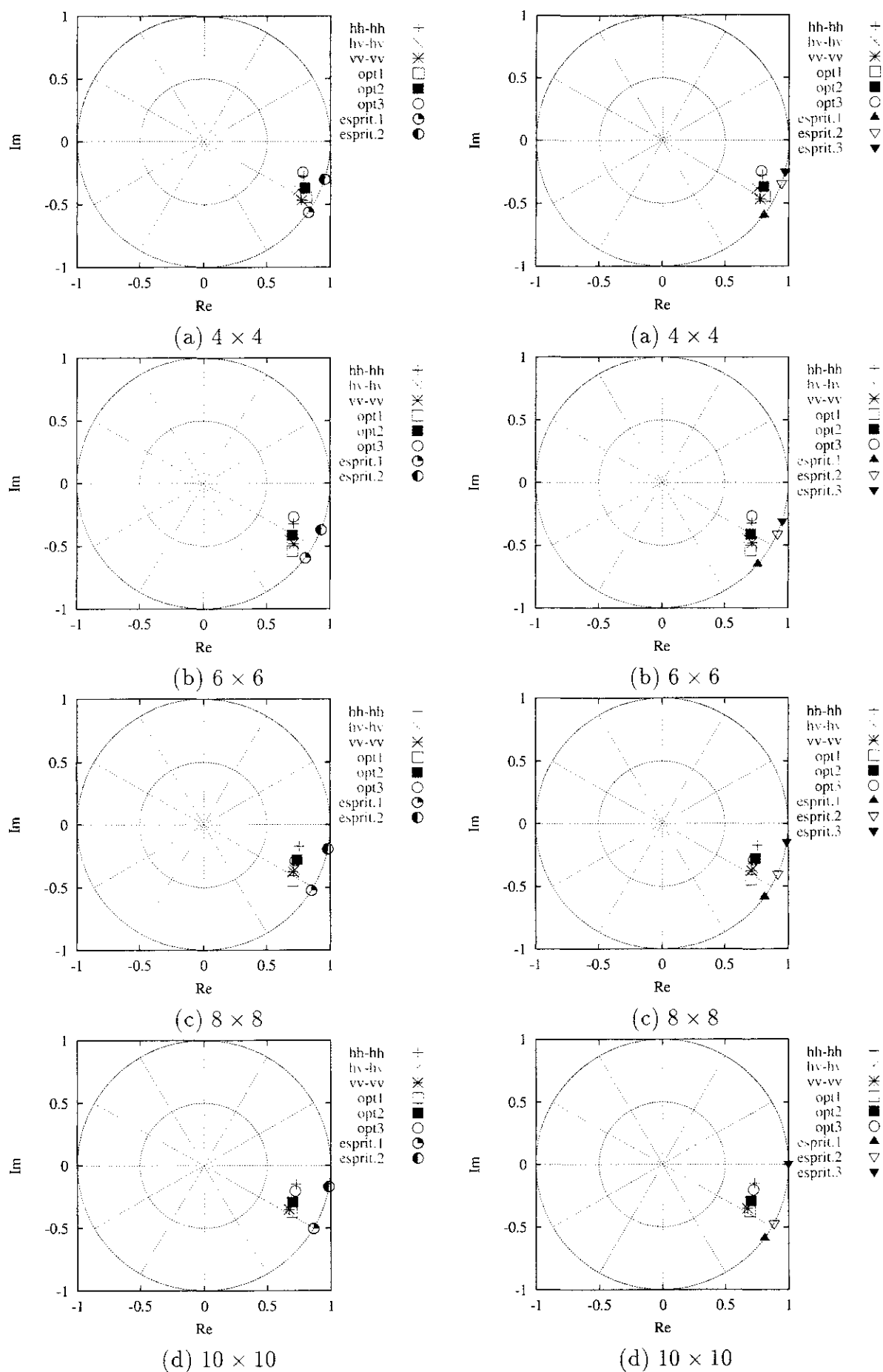
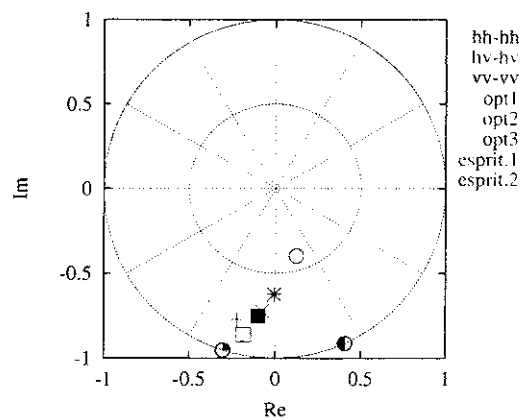
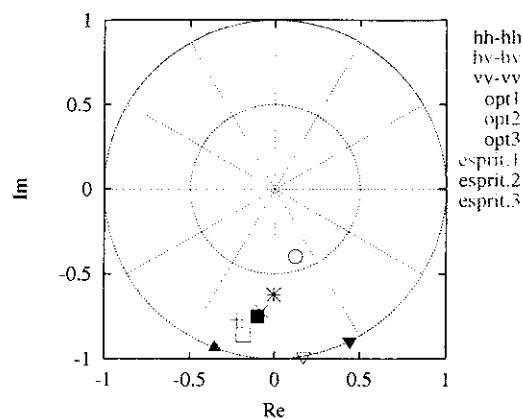


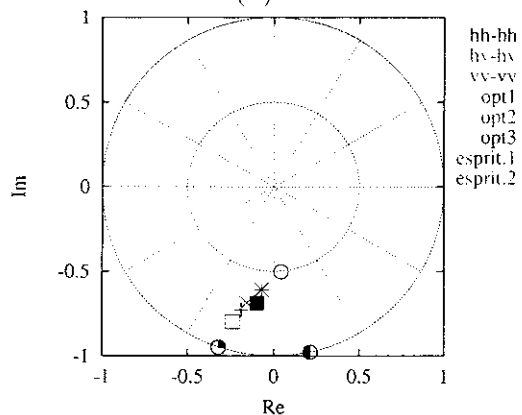
図 7.29 平均化サイズによる変化 (2 波推定, 図 7.30 平均化サイズによる変化 (3 波推定, SIR-C, パッチ 1)



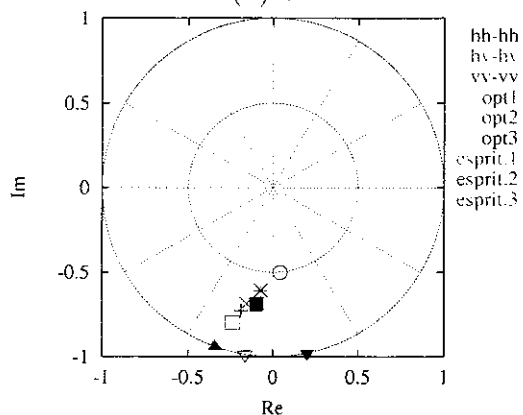
(a) 6×6



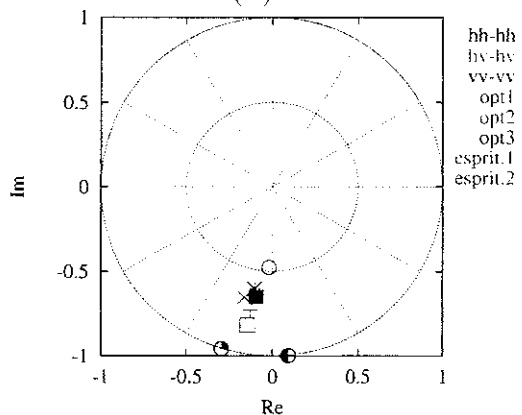
(a) 6×6



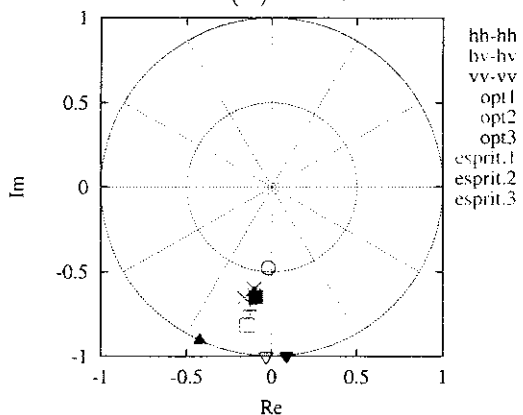
(b) 8×8



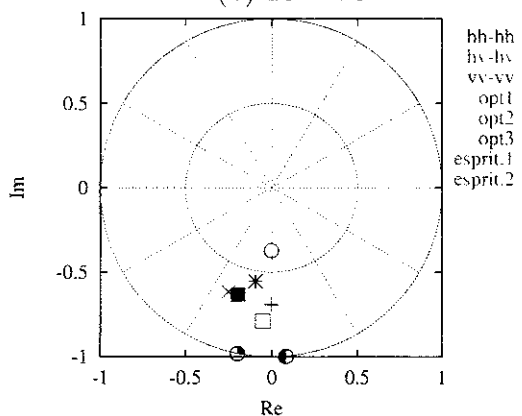
(b) 8×8



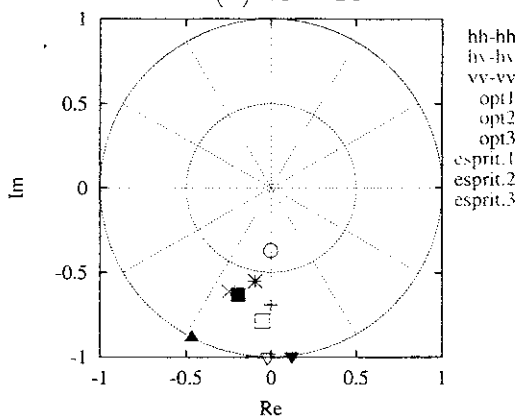
(c) 10×10



(c) 10×10



(d) 12×12



(d) 12×12

図 7.31 平均化サイズによる変化 (2 波推定, 図 7.32 平均化サイズによる変化 (3 波推定, E-SAR, パッチ 1)

第8章 まとめ

古典的なレーダは、単にターゲットからの反射波を捕らえ、そこからターゲットの位置を計測するものであった。近年のエレクトロニクスの発展は、電磁波のベクトル性（偏波）、可干渉性を利用したポーラリメトリックセンサ、インターフェロメトリックセンサとしての運用を可能とした。これにより、光波では得られなかった波長域での種々のターゲットの性質を捕らえることが可能となっている。この研究では、特に L-band 帯のマイクロ波合成開口レーダが森林領域の様々な部分（樹冠、幹、地表面）からの散乱を観測可能であるという性質を利用した新たな 3 次元イメージング手法の開発を目的として進められたものである。

ポーラリメトリック解析による森林域の各部分の散乱特性の抽出により、樹冠や地表面からの散乱現象が異なる偏波状態を有しており、両者のコヒーレンスが低くなっていることを実証し、その結果を受け、ポーラリメトリとインターフェロメトリ技術を融合した新たな polarimetric SAR Interferometry 手法を開発した。この手法は、森林域の高度の異なる各部分からの各局所的な散乱波を直接分離検出する手法であり、従来法のようなモデルフィッティングに基づくものとは、異なる概念に基づく手法である。この研究では、従来法との比較検討を通して、開発手法の有効性を実証しているが、この手法は、フルポーラリメトリックではない、2 偏波データの運用が可能など、従来法を超える特徴も有している。この研究期間において一応の成果を得ることができたが、提案手法は、樹冠に集中した散乱点が存在する比較的一様な高度の森林では非常に良い推定精度を実現しているが、不均一で高さ方向に広く分布した散乱が存在するような森林などでは、精度が劣化する傾向があるなど、いくつか解決すべき問題点も存在する。これらの問題点は、従来法においても存在するものである。従来法では一様な森林を仮定したモデルに基づいているため、モデルを変更しなければ解決できないが、開発した手法は物理的な散乱自体を検出するものであるため、改良も可能であると予想している。この成果を更に発展させ、日本が 2004 年に打ち上げる陸域観測衛星 ALOS/PALSAR データの解析など、次世代の高機能センシングに役立てる予定である。

リモートセンシング技術は、グローバルな地球環境の変化をモニタするツールとして、今後、その重要度は更に増してゆくであろう。陸域、海域や大気圏の様々な変動を正確に捉えるには、種々のセンサ技術を融合したデータフュージョンが必須となるものと思われる。この研究は、その中で近年各国の研究者が解析を進めているマイクロ波センサによる陸域、特に森林領域を対象としたデータ解析技術である。この研究が、今後のマイクロ波センシング、更には光学センサを含めたりリモートセンシングの発展に寄与できれば幸いである。

この報告書は科研費基盤研究 (C) によるものである。貴重な研究費の交付を頂いたことに感謝したい。この研究を進めるにあたり、日頃お世話になっている新潟大学工学部情報工学科・仙石正和教授に感謝する。お手伝いいただいた新潟大学工学部情報工学科・阿達透技 官、さらに、共同研究者でもある大学院学生（木村晃治君、佐藤晃一君、小林弘晃 君、他）、卒業生諸氏に厚く感謝する。