

# 学校数学としての分数論の原型の形成過程

—— 明治期の算術教科書を対象として ——

(課題番号 17530645)

平成 17～19 年度 科学研究費補助金 (基盤研究(C))

研究成果報告書

平成 20 年 3 月

研究代表者 岡 野 勉

(新潟大学 人文社会・教育科学系 准教授)

## は し が き

教育内容の「厳選」、学力低下、「ゆとり教育」批判、「知識基盤社会」への対応等、今日、多様な文脈において、学校教育の「基礎・基本」が問われている。「基礎・基本」の内容は、学習指導要領の項目に対する恣意的な削除、統合によって構成することはできない。人類がこれまでに蓄積してきた科学、技術、芸術等の文化遺産の最も基礎的な理論、概念、法則を、「すべての子どもに理解可能」な順序構造に従って再編成すること、それにもとづく教育内容・教材構成によって、「楽しい授業」が実現可能であることを実証することが必要である。

「基礎・基本」は、上記の意味において、教授学研究によって実証的に解明されるべき対象として存在している。同時に、「基礎・基本」は歴史的な性格を備えている。日本における近代教育の開始以降、現在に至るまで、「基礎・基本」は、学校教育の教育課程（カリキュラム）編成、教育内容・教材構成によって、さらに、それにもとづく授業を通して、歴史的に形成されてきた。教科書は、その最も具体的な存在形態である。

本研究においては、上記の意味における、歴史的存在としての「基礎・基本」の内実を、教科書内容の分析を通して、具体的な形で解明することを目的とする。

本研究の課題は、明治初期から明治検定期に発行された算術教科書および国定算術教科書を対象とする内容分析により、学校数学としての分数論の原型の形成過程について、その全体像を解明することにある。なお、ここで「明治初期」とは、「学制」（1872（明治5）年）から「小学校教則綱領」（1881（明治14）年）までの時期、「明治検定期」とは、「小学校ノ学科及其程度」（1886（明治19）年）から、「小学校教則大綱」（1891（明治24）年）を経て、「小学校令施行規則」（1900（明治33）年）に至る時期とする。

上記の時期、特に「明治検定期」は、算術教育の目的設定において、「学問としての数学を教える」という目的の確立（寺尾寿編纂『中等教育算術教科書』敬業社、1888（明治21）年）から、それに対する根本的な批判（藤澤利喜太郎『算術条目及教授法』三省堂書店、1895（明治28）年）を経て、「日常生活に必要な数、量に関する知識を与える」という目的の形成へと至る時期である。算術教育の目的設定において、「学問としての数学」を志向する立場とそれを否定する立場、両者の相互対立と相互浸透が明確な形で現れた時期であり、教育内容・教材構成を基軸とする教授学研究においても、数学教育に関する歴史的研究においても、注目に値する時期の一つである。

なお、「明治検定期」の前後においては、それぞれ、「明治初期」および「国定教科書期」が位置付けられる。「明治初期」については、学問と教育の区別が未分化な形で存在していた時期、「国定教科書期」については、学問に対する否定的な立場が明確な形で成立する時期として、それぞれ、特徴付けられる。

本研究においては、上記の時期区分に従い、それぞれの時期に発行された算術教科書を対象として、分数の教育内容構成に関する特徴を解明する方法により、学校数学としての分数論の原型の形成過程について、その全体像の解明を試みた。

教科書における分数の教育内容構成についても、概ね、上記の動向に対応した展開を見ることができる。すなわち、初等数学としての分数論の原型の形成（明治初期～明治検定期（第Ⅰ期・前期））から、それに対する部分的変容の過程の進行（同（第Ⅰ期・後期））を経て、学校数学としての分数論の原型の形成（同（第Ⅱ期））・確立（国定教科書期）へと至る展開である。

なお、上記の展開に関連する重要な要因として、高等小学校の性格とその変容、先に示した諸法令による、教育内容に対する規制、算術教育に関する実践的研究の動向等に対する注目が必要である。

法令においては、教育内容と学年との対応関係が緩やかな形で存在していた時期から、特に分数について、複数学年に渡る分散的な配置が明確な形で規定される時期へと移行する。それに対応する形で、教科書においても、分数の教育内容を2つの原理によって構成する事例が出現し、一般化する。これにより、数学的概念の形成過程の筋道を不透明なものとするだけでなく、授業時数においても著しい無駄を発生させる要因として、今日に至るまで批判の対象とされてきた、「こまぎれ分散主義」または「賽の河原の石積み」方式（須田勝彦「数学教育における基礎・基本」、日本教育方法学会編『教育方法 29 総合的学習と教科の基礎・基本』図書文化社、2000年）の歴史的な原型が形成される。実践場面においては、特に分数について、その教授における困難性が問題とされており、当時の教育雑誌においては、その克服に向けた試みが数多く報告されている。

本研究においては、教科書における教育内容構成を主要な対象として設定すると同時に、上記の諸要因との関連についても対象に含めた形で、研究課題に対するアプローチを試みた。ただし、本報告書においては、先に示した時期区分の内、特に、明治検定期（第Ⅰ期・前期）の教科書に対象を限定する。

明治検定期（第Ⅰ期・前期）は、初等数学としての分数論の原型が形成された時期であり、その内容においては、今日においても継承を必要とする貴重な遺産が数多く含まれている。本報告書においては、教科書内容の分析によって、この点を具体的な形で示すと同時に、それにより、この時期の教科書を、「理論流儀算術」の「小学教育内」への「闖入」（藤澤利喜太郎、前掲書）とする見方（今日に至るまで、特に検討の対象とされることなく引き継がれている通説的な見方）に対して、教科書における教育内容構成の特徴に即した形で、新しい検討の材料を提供した。

小倉金之助は、算術教育の学問的な根拠を解明する「基礎工事」の一環として、「明日の建設」を目的とする算術教育の歴史的研究の重要性を指摘し、その具体的な研究対象について、次のように述べている（「われら何をなすべきか」、『数学と教育』小倉金之助著作集 5、勁草書房、1974年）。

注意深い史的考察は、われわれに意外な事実を教えてくれる。私はここにただ一つの例を挙げておく。諸君は明治 20 年ごろの発刊にかかる、数種の小学校算術教授書を探し求められるがよい。これらの書物が、諸君にいかなる感想を与えるか、切にうかがいたいものだと思う。

本報告書においては、小倉の指摘に同意すると同時に、その問いに対して、分数の教育内容構成に対象を限定した形で、回答を試みる。明治初期の教科書との関連については、先行研究の成果に依拠しながら、可能な指摘を行うに止める。第Ⅰ期・後期および第Ⅱ期の教科書における分数の教育内容構成に関する総合的な分析・考察の結果については、今後、さらなる検討を加え、別の機会に報告することにする。

本研究課題については、先に指摘した諸要因に加え、授業を実施する教師の学力、教員養成教育のカリキュラム、中学校における算術教科書等の諸要因が存在する。これらの諸要因を考察の対象に含めることにより、より総合的なアプローチを行う可能性が拓かれる。今後の課題としたい。

研究代表者 岡野 勉

## 研究課題

学校数学としての分数論の原型の形成過程 — 明治期の算術教科書を対象として

## 課題番号

17530645

## 標題

平成 17～19 年度 科学研究費補助金（基盤研究(C)）

## 研究組織

研究代表者 岡野 勉（新潟大学 人文社会・教育科学系 准教授）

研究協力者 須田勝彦（北海道大学 大学院 教育学研究院 教授）

## 交付決定額（配分額）

（金額単位：千円）

	直接経費	間接経費	合計
平成 17 年度	500	0	500
平成 18 年度	500	0	500
平成 19 年度	500	150	650
総 計	1,500	150	1,650

## 研究発表

### 論文

- (1) 岡野 勉 明治検定期算術教科書における分数除法の教育内容構成 — 第 I 期・前期の教科書を主要な対象として 教授学の探究 第 24 号 北海道大学大学院教育学研究科教育方法学研究室 2007 年 2 月 139～172 頁.

### 学会発表

- (1) 岡野 勉 明治検定期算術教科書における分数除法の教育内容構成 — 第 I 期・前期の教科書を主要な対象として 日本教育学会 第 64 回大会 自由研究発表 2005 年 8 月 東京学芸大学.
- (2) 岡野 勉 明治検定期算術教科書における分数除法の意味と規則に関する説明 — 第 I 期・後期および第 II 期の教科書を主要な対象として 日本教育方法学会 第 41 回大会 自由研究発表 2005 年 10 月 鹿児島大学.

(3) 岡野 勉 明治検定期算術教科書における分数除法の意味と規則に関する説明 ― 第Ⅰ期・前期の教科書を主要な対象として 日本数学教育史学会 第5回研究発表会 2005年10月 山梨大学.

(4) 岡野 勉 明治検定期算術教科書における教育内容構成研究の基本的観点 ― 先行研究の批判的検討を通して 日本数学教育史学会 第6回研究発表会 2006年10月 広島大学.

#### 付記

本報告書においては、上記の論文(1)に加え、次の論文における研究成果を基礎としている。執筆に際しては、各論文に対する大幅な加筆・訂正、その全体に対する再構成を行った。

岡野 勉 明治検定期算術教科書における分数の教育内容構成 ― 第Ⅰ期・前期における定義から加法・減法までを対象として カリキュラム研究 第10号 日本カリキュラム学会 2001年3月 1～15頁.

岡野 勉 明治検定期算術教科書における分数乗法の教育内容構成 ― 第Ⅰ期・前期の教科書を主要な対象として 数学教育史研究 第2号 日本数学教育史学会 2002年8月 1～11頁.

#### 謝辞

本研究を行うにあたって、研究協力者となって頂いた須田勝彦氏をはじめ、北海道大学教育学部教育方法学研究室数学教育研究グループのみなさんには、何度も報告の機会を与えて頂き、貴重なご意見を頂きました。教科書の閲覧に際しては、東京書籍附設教科書図書館「東書文庫」、国立教育政策研究所教育研究情報センター教育図書館、富山県立図書館、広島大学図書館、新潟大学附属図書館にお世話になりました。記して感謝申し上げます。

## 目 次

0. はじめに .....	3
0. 1. 教科書検定との関係および採択状況 .....	3
0. 2. 法令に見る、算術科の主要な教育内容とその学年別編成 .....	5
0. 3. 教科書における各学年と各巻との対応関係 .....	5
0. 4. 教科書における教育内容編成 .....	5
0. 5. 「開発主義」教授理論の具体化としての教科書 .....	6
0. 6. 「理論流義算術」の、「小学教育内」への「闖入」の具体例としての教科書 .....	7
0. 7. 視点の設定と本報告書の構成 .....	10
1. 初等数学としての分数論の原型の基本原則 .....	12
1. 1. ひとまとまりの数学的概念に関する、ひとまとまりの教育内容構成 .....	12
1. 2. 整数の性質から独立した分数の教育内容構成 .....	14
2. 初等数学としての分数論の原型の諸相（その1） — 定義から加法・減法までの教育内容について .....	16
2. 1. 《分割分数の論理》と《商分数の論理》の統一としての分数の定義 .....	16
2. 2. 分数の性質・大小関係に関する、ひとまとまりの教育内容構成 .....	19
2. 3. 加法・減法に関する教育内容の構成 .....	25
2. 3. 1. 演算成立のための量的な条件に関する説明 .....	25
2. 3. 2. 分類の観点と順序の構成 .....	28
2. 3. 3. アルゴリズムの形成過程 .....	30
2. 3. 4. 演算の代数的な側面に関する説明 .....	37
3. 初等数学としての分数論の原型の諸相（その2） — 乗法・除法の教育内容について .....	39
3. 1. 分類の観点と順序の構成 .....	39
3. 1. 1. 乗法 .....	39
3. 1. 2. 除法 .....	40
3. 2. 定義の方法 — 演算の意味に関する説明（その1） .....	42
3. 2. 1. 乗法 .....	42
3. 2. 2. 除法 .....	48
3. 3. 量と数の区別と連関 — 演算の意味に関する説明（その2） .....	52
3. 3. 1. 乗法 .....	52
3. 3. 2. 除法 .....	56
3. 4. 計算規則に関する説明 .....	62
3. 4. 1. 定義を出発点とする計算規則の説明 .....	63
3. 4. 2. 計算規則の一般性を示す説明 .....	67
3. 5. 演算の代数的な側面に関する説明 .....	69
3. 5. 1. 演算結果の検証方法（検算） .....	69
3. 5. 2. 演算によって生じる数の大小関係 .....	71

4. おわりに .....	75
4. 1. 初等数学としての分数論の原型の諸特徴 .....	75
4. 2. 「理論流義算術」との共通性と差異性 .....	76
4. 2. 1. 共通性 .....	76
4. 2. 2. 差異性 .....	80
4. 3. 教育実践研究の成果との関連 .....	83

## 0. はじめに

本報告書において主要な分析対象とする教科書は次の通りである（発行順）。

- ① 古川凹編輯『小學筆算書』卷之三、卷之四、集英堂、1886（明治19）年。
- ② 中條澄清著『小學高等科筆算書』卷之一、卷之二、修静館、1887（明治20）年。
- ③ 佐久間文太郎編『高等小學筆算全書』卷一、金港堂書籍、1887（明治20）年。
- ④ 山田正一著述『小學筆算教科書』卷八、京都有英書房・福井正寶堂、1888（明治21）年。
- ⑤ 小笠原利孝編『小學筆算教科書』卷之五、卷之六、岡安・水谷両書房蔵、1888（明治21）年。
- ⑥ 下河邊半五郎編纂『小学校教師用筆算書』第一、訂正再版、普及舎、1888（明治21）年。
- ⑦ 宮川保全・愛知信元編『小學筆算教授書』卷之四、中央堂、1888（明治21）年。
- ⑧ 樺正董編『開発算數學』卷之一、訂正版、中田書店、1891（明治24）年。

上記の教科書は、いずれも、『日本教科書大系』には収録されていない。ただし、「姉妹篇である『小學高等科筆算書』[中條澄清の教科書(②)]とともに検定期初期の代表的な筆算教科書」として<sup>①</sup>、中條澄清著『小學尋常科筆算書』（寛裕舎、1887（明治20）年、文部省検定済）が収録されている。ただし、「代表的」とする根拠・理由については特に説明されていない。

本報告書においては、中條澄清の教科書(②)を含め、上記の教科書(高等科用)に対応する形で編集・発行されている尋常科用の教科書についても、必要に応じて、分析対象として設定する。これに加え、教科書における教育内容・教材構成の論理を解明するために有効と見られる資料についても、必要に応じて参照することにする。

上記の教科書の内、①②③④⑤⑦は東京書籍附設教科書図書館「東書文庫」、⑥⑧については国立教育政策研究所教育研究情報センター教育図書館において、それぞれ、所蔵されている。

### 0. 1. 教科書検定との関係および採択状況

教科書検定については、次の通り、すべて合格している<sup>②</sup>。古川凹の教科書(①)は明治20年訂正版により、同年3月、中條澄清の教科書(②)は明治21年3月訂正版により、同年4月、佐久間文太郎の教科書(③)は明治21年11月校正版により、同月、山田正一の教科書(④)は明治22年9月、小笠原利孝の教科書(⑤)は明治21年4月訂正版により、同月、下河邊半五郎の教科書(⑥)は明治21年3月訂正版により、同月、宮川保全・愛知信元の教科書(⑦)は明治21年6月訂正版により、同年7月、樺正董の教科書(⑧)は明治24年7月訂正版により、同年9月。

教科書採択の全国的な状況については、中村紀久二による調査がある<sup>③</sup>。調査結果によれば、古川凹の教科書(①)は、明治20年から26年までの時期に、15府県において、佐久間文太郎の教科書(③)は、明治20年から25年までの時期に、12府県において、それぞれ、採択されている。

中村紀久二の調査においては、府県名に関する報告は行われていない。ただし、この点については、地方教育史に関する文献によって、個別的な事例を見出すことが可能である。例えば、古川凹の教科書(①)は北海道<sup>④</sup>、秋田県<sup>⑤</sup>、青森県<sup>⑥</sup>、長野県<sup>⑦</sup>において、中條澄清の教科書(②)は東

(1) 「所収教科書解題」『日本教科書大系 近代編 第12巻 算数(3)』講談社、1963年、680ページ。

(2) 「算数教科書総目録」『日本教科書大系 近代編 第14巻 算数(5)』講談社、1964年、69～75ページ。

(3) 中村紀久二「明治検定期における府県採択小学校教科書調査結果」(財)教科書研究センター『センター通信』第79号、2002年6月。

(4) 山崎長吉『札幌教育史』上巻、第一法規出版、1986年、234ページ。

(5) 秋田県教育委員会編『秋田県教育史』第2巻、資料編2、秋田県教育史頒布会、1982年、126ページ。



京府において<sup>(6)</sup>、佐久間文太郎の教科書(③)は山梨県<sup>(9)</sup>、福井県<sup>(10)</sup>において、小笠原利孝の教科書(⑤)は新潟県において<sup>(11)</sup>、下河邊半五郎の教科書(⑥)は山梨県<sup>(12)</sup>において、それぞれ、採用の事例が存在する。

なお、中村紀久二の調査においては、「[明治] 検定期の教科書を素材とする研究では、『代表的な』教科書の選択が必須となる」、「『代表的な』教科書とは、多くの児童・生徒に影響を与えた教科書である」とする立場が示され、具体的な条件として、次の2点が設定されている。

- ① ある時期にその教科での採択率が高い教科書。
  - ② 「修正」「改訂」「新訂」版をふくめ、長期間にわたって検定を重ねたロングセラーの教科書。
- 上記の立場・条件により、「各府県の『公報』・『教育法規類纂』等に掲載の教科書採定に関する『県(府)令』を収集、それを典拠として、教科別に著者名・教科書名・冊数・発行者・検定年月・版次・採定府県名・採定年の一覧を作成したデータをもとに、府県採定数の上位教科書」を明らかにする調査が行われ、その結果として、「『代表的な』教科書」が明らかにされている。算術教科書については上位10位までが報告されている<sup>(13)</sup>。同時に、調査結果を根拠とする方法により、『日本教科書大系』における「教科書選定の妥当性」に対する検討が行われている。

これに対して、本研究においては、上記①②の条件を満たす「『代表的な』教科書」に対象を限定する方法は採用しない。本研究においては、検定に合格した教科書に加え、検定不合格の教科書、合否が不明の教科書、すべてを対象として設定する。教科書の採択・使用状況についても、対象設定の基準としては採用しない。これは、本研究の目的が、構想に終わった事例を含め、教科書における教育内容構成の特徴を解明する点にあり、教科書に関連する歴史的、社会的、政治的諸要因<sup>(14)</sup>については、少なくとも主要な研究対象としては設定していない点に起因する。従って、教科書検定の内実についても、本研究の対象からは除外する<sup>(15)</sup>。検定意見については、その内容が教科書における教育内容構成の特徴との間に重要な関連を備えている場合に限り、対象とする。

上記の対象設定により、中村紀久二の調査によって明らかにされた「『代表的な』教科書」につい

- (6) 青森県教育史編集委員会編『青森県教育史』第1巻、記述編1、青森県教育委員会、1972年、764ページ。
- (7) 長野県教育史刊行会編『長野県教育史』第5巻、教育課程編2、長野県教育史刊行会、1974年、74ページ。
- (8) 東京都杉並区教育委員会編『杉並区教育史』上巻、1966年、437ページ。
- (9) 『山梨県教育百年史』第1巻、明治編、山梨県教育委員会、1977年、997ページ。
- (10) 福井県の「高等小学校教科用図書配当表」(明治23年)においては『高等小学筆算全書』が記されている。著者名は記されていないけれども、書名は佐久間文太郎の教科書(③)と同じである。福井県教育史研究室編『福井県教育百年史』第1巻、通史編(1)、福井県教育委員会、1978年、595ページ。
- (11) 新潟県教育百年史編さん委員会編『新潟県教育百年史』明治編、新潟県教育庁、1970年、1170ページ、1176ページ。
- (12) 『山梨県教育百年史』第1巻、明治編、山梨県教育委員会、1977年、987ページ。
- (13) 本報告書において対象とする第I期・前期の教科書については、古川凹(①)、佐久間文太郎(③)の教科書が示されている(第2位、第5位)。なお、神津道太郎訳『筆算摘要』(全5冊、明治8年)についても、明治19年から20年までの期間、10県において採択されていたことが報告されている(第7位)。中村紀久二「明治検定期における府県採択小学校教科書調査結果」(財)教科書研究センター『センター通信』第79号、2002年6月。ただし、神津道太郎の教科書については、明治初期の教科書として位置付けることとし、さしあたり、研究対象からは除外している。
- (14) この点については、例えば次を参照。梶山雅史『近代日本教科書史研究 — 明治期検定制度の成立と崩壊』ミネルヴァ書房、1988年。同書から、「はしがき」の一部を次に引用しておく。「本書は、近代日本において教科書が何であったか、教科書が、その実、社会的にいかなるものとして機能したか。教科書にふりまわされた近代日本の教育風土、教科書観の問題性、いわばその病理現象の考察に重心をかけることとなった」(iiiページ)。
- (15) この点については、國次太郎による一連の研究がある。例えば次を参照。國次太郎「検定制度の成立と算術教科書」佐賀大学教育学部『研究論文集』第24集(Ⅱ)、1976年。同「教科書検定制度と算術教科書 — 明治20年代前半を中心に」佐賀大学教育学部『研究論文集』第25集(Ⅱ)、1977年。

ても、その教育内容構成における特徴を示す可能性が拓かれる。逆に、『『代表的な』教科書』を対象を限定する方法は、その可能性を閉ざす危険性を備えている。

## 0. 2. 法令に見る、算術科の主要な教育内容とその学年別編成

当時における教育内容の基準を定めた「小学校ノ学科及其程度」（1886（明治19）年）においては、「各学科ノ程度左ノ如シ」（第10条）として、算術科の教育内容が記されている。教育内容と小学校の各学年との対応関係に関する明確な規定は存在しない。高等小学科（修業年限4年）に関する記述を次に引用する<sup>(16)</sup>。

高等小学科ニ於テハ筆算ヲ用ヒ、算用数字簡易ナル命位記数加法減法乗法除法分数小数比例利息算  
雑題簿記ノ概略及暗算。

従って、教育内容の学年別編成においては、教科書によって異なった方法が採用されていたことが予想される。少なくとも、法令に関する限り、今日の学習指導要領、教科書のような統一的な形態が存在していたわけではないことは確かである。

## 0. 3. 教科書における各学年と各巻との対応関係

上記の教育内容と小学校における各学年との対応関係を知るためには、まず、教科書を構成する各巻と各学年との対応関係を見ることが必要である。ただし、対応関係の明確さの程度は教科書によって異なる。

対応関係が比較的明確と見られるのは、佐久間文太郎（③）、小笠原利孝（⑤）、樺正董（⑧）の教科書である。佐久間文太郎の教科書（③）においては、「全部ヲ分チテ4冊トシ、1学年毎ニ1冊ヲ充テ、之ヲ授ケ終ルモノトス」（巻之一、「例言」）、小笠原利孝の教科書（⑤）においては、「第5巻ヨリ第12巻ニ至ル8冊ヲ高等小学科ニ充テ、毎1年2冊トシ」（巻之一、「緒言」と、それぞれ、明記されている。樺正董の教科書（⑧）においては、この点に関する記述は存在しない。しかしながら、巻の構成（全4巻）から見て、樺正董の教科書（⑧）においても、各巻は、各学年（全4学年）に対応する形で編成されていると予想される。

これに対して、古川凹（①）、中條澄清（②）の教科書においては、各巻と各学年とが、上記のように、明確な形で対応付けられているわけではない。古川凹の教科書（①）においては、「全部ヲ分チテ6巻トナシ、之ヲ小學高等科第1年、第2年、第3年、第4年ノ4ヶ年間ニ授ケ終ルモノトス」と説明されている（巻之一、「凡例」）。中條澄清の教科書（②）については、特に説明は行われていない。ただし、巻の構成（全5巻）を見る限り、この点については同じであると予想される。

上記の事実は、第Ⅰ期の教科書において、各学年と教育内容との対応関係が比較的ゆるやかな形で存在していたことを示している。

## 0. 4. 教科書における教育内容編成

教科書の各巻と各学年が1対1に対応付けられている例として、佐久間文太郎の教科書（③）の

(16) これは、尋常小学科においては「珠算」を用いることを前提とする規定である（明治19年5月）。同年12月の改正においては、「尋常小学科ニ於テ筆算ヲ用フルトキ」に関する規定が追加される。この場合に対応する高等小学科の教育内容については、「分数小数比例利息算開平開立求積雑題簿記ノ概略及暗算」として規定された。文部省内教育史編纂会編『明治以降教育制度発達史』第3巻、1938年、龍吟社、41ページ、43ページ。この場合においても、分数が高等小学科の教育内容として位置付けられている点に変わりはない。

目次（全巻）を、両者が1対1に対応付けられていない例として、中條澄清の教科書（②）の目次（「全編目録」）を、それぞれ、次に示す。

③ 佐久間文太郎編『高等小學筆算全書』金港堂書籍、1887(明治20)年

数ノ性質、分数（巻ノ一、第1学年）／小数、比、比例（単比例、複比例）（巻ノ二、第2学年）／比例ノ続キ（連鎖比例、按分比例）、混和法、百分算（巻ノ三、第3学年）／乗方、開方（開平方、開立方）、求積法、諸法応用雜問（巻ノ四、第4学年）

② 中條澄清著『小學高等科筆算書』修静館、1887(明治20)年

前諸法雜題、乗数、約数、偶数、奇数、不可約数、可約数、自約、互約、最大公約数、最小公倍数（巻之一）／分数（巻之二）／小数（巻之三）／比例、利息算（巻之四）／自乗、開平、開立、求積、前諸法雜題（巻之五）

### 0. 5. 「開発主義」教授理論の具体化としての教科書

本報告書において主要な分析対象とする教科書は、「開発主義」教授理論との関連および「理論流義算術」との関連において、歴史的な性格を備えている。この点について次に説明する。それにより、先行研究との関連を示すと同時に、研究の対象を設定する。

第一に、上記の内、佐久間文太郎（③）、小笠原利孝（⑤）、樺正董（⑧）の教科書については、当時、日本に導入された「開発主義」教授理論の、算術教育における具体化を示す事例として位置付けることが可能である。「開発主義」教授理論は、明治11年、高嶺秀夫、伊沢修二らによって、東京師範学校、同附属小学校に本格的な形で導入された。それは、若林虎三郎・白井毅編『改正教授術』（全5巻、明治16年）等の教授法書により、明治10年代後半から20年代初旬にかけて、広く普及した<sup>(17)</sup>。

佐久間文太郎（③）、小笠原利孝（⑤）、樺正董（⑧）の教科書においては、「開発主義」教授理論との関連を示す記述として、「<sup>（なるべく）</sup>可成的開発ヲ主トシ」（③）、「開発ノ主義ニ由リ」（⑤）、「問答ニテ数理ヲ解明セリ」（⑧）等の記述（「緒言」、「例言」等）が見られる。実際、上記の教科書において、教育内容は問答形式によって記述されており、この点は、上記の教科書が備えている特徴の一つである。この点に加え、佐久間文太郎の教科書（③）における次の記述（「例言」）は、当時における「開発主義」教授理論の流行に対する批判として注目に値する。

生徒ノ心意ニ觀念ナキコトヲ開発セントシ、児童ノ力能ヲ徒勞セシムルコトハ避クベキコトナリ。夫ノ開発トハ其原質タルベキ觀念アリテ之ヲ啓発スベキモノナルニ、世間漫ニ開発法ト稱シ生徒ノ意中嘗テ觀念ナキモノヲ啓発セントスルガ如キ弊ナキニシモアラズ。是レ心意開発法ノ真意ヲ誤レルモノト云フベシ。教授者ノ注意スベキ一要点ナリ。

上記に関連して、例えば、「本書第一巻数質〔整数の性質〕篇ニ於ル述語定義ノ如キハ、開発スベカラザルモノナリ。却テ注入法ニヨルヲ可トス」、従って、一般的には、「単ニ開発或ハ注入ニ偏セズ、難易ニ応ジテ両法ヲ合用スルコト尤モ適當ナリ」と記されている（「例言」）。この点を含め、本論文において、「開発主義」教授理論と教科書との関連については、教科書における教育内容構成の特徴との関連において、検討することにする。

(17) 稲垣忠彦『増補版 明治教授理論史研究』新評論、1995年、52～53ページ。

## 0. 6. 「理論流義算術」の、「小学教育内」への「闖入」の具体例としての教科書

第二に、本報告書において主要な分析対象とする教科書の内、特に、下河邊半五郎 (⑥)、樺正董 (⑧) の教科書は、「理論流義算術」の、「小学教育内」への「闖入」の具体例としての性格を備えている。

「理論流義算術」とは、寺尾寿が、その留学中に学んだフランス流の算術を、帰国（明治 16 年）後、東京物理学講習所（当時）の算術の講義において再構成したものであり、次の 3 点を主要な特徴とする。

第一に、算術教育の目的設定において、「学問としての数学」を志向する立場を明確な形で示した。「元来算術ハ一種ノ学（サイエンス）ナリ。世人ハ之ヲ何ト呼ブトモ、決シテ単ニ術（アーツ）ニハ非ズ」。第二に、数学を量に関する学問として規定し、その一領域として算術を位置付けた。「数学トハ計リ得ベキ量ノ学問ノ総称ナリ」。「算術トハ数学ノ一部分ニシテ、数ノ学問ナリ」。第三に、学問としての数学の方法に従い、「定義」、「定理」、「法則」等によって構成される、理論的な算術教育の内容を提示した。第三の特徴は、当時、流行していた、問題解法を主要な内容とする「三千題流」の算術教育に対する批判であった。「問題ハ固ヨリ甚ダ重要ノモノナリ。然レドモ、絶エテ定義ヲモ授ケズ、定理ヲモ証明セズ、唯問題ノミニヨリテ算術ヲ教ヘントスルハ、授業法ノ宜シキヲ得タルモノニ非ス」<sup>(18)</sup>。

小倉金之助によれば、寺尾寿の教科書は、当時、「一代を風靡した」<sup>(19)</sup>。この点を含め、当時における「理論流儀算術」の動向について、藤澤利喜太郎は次のように記している<sup>(20)(21)</sup>。

實際理論流義ノ算術ハ、短カキ年月ノ間ニ、数学教員ヲ養生スルヲ目的トスル特殊ノ教育ヲ捲席シ、進ンデ普通教育領ヲ蚕食シ、其ノ勢ノ猖獗ナルニ当ツテハ、遂ニ小学教育内ニマデ闖入スルニ至レリ。

上記の動向については、須田勝彦の指摘する通り、「わが国の教育の現実における、学問としての数学に対する志向を示した事実として特記されなければならない」<sup>(22)</sup>。そして、本報告書において分析対象とする教科書の内、樺正董 (⑧)、下河邊半五郎 (⑥) の教科書については、「学問としての数学に対する志向」を、教育内容・教材構成として具体的な形で示した事例として注目に値する。この点について次に見る。

樺正董の教科書 (⑧) については、書名において、「算数学」という用語が用いられている点が注目される。用語「算数学」の歴史的な意味について、佐藤英二は次のように指摘している<sup>(23)</sup>。

東京数学会社訳語会の論議（1880～82 年）は、「算術」と「数学」の意味の違いを生み出し固定化した数学史上重要な論議である。この時、‘arithmetic’の訳語は草案の「算数学」ではなく

(18) 寺尾寿編纂『中等教育算術教科書』上巻、敬業社、1888（明治 21）年、10～11 ページ（「緒言」）、10～11 ページ（「序論」）。

(19) 『数学教育の歴史』小倉金之助著作集 6、勁草書房、1974 年、255 ページ。

(20) 藤澤利喜太郎『算術条目及教授法』三省堂書店、1895（明治 28）年、84 ページ。

(21) 当時における「理論流儀算術」の担い手としては、寺尾寿に加え、野口保興（東京師範学校）、上野清（東京数学院（私塾））らが存在した。この点については次を参照。上垣涉「理論流儀算術はなぜ敗退したか？—寺尾『中等教育算術教科書』と藤沢『算術教科書』の比較を通して」『三重大学教育学部研究紀要（教育科学）』第 55 巻、2004 年、126～127 ページ。上野清（1854～1924）の経歴、学問歴、業績については次に整理されている。『近代日本の数学』小倉金之助著作集 2、勁草書房、1973 年、219～223 ページ。

(22) 須田勝彦「算数の教科書のあり方—算術から数学へ」柴田義松編『教科書』有斐閣、1983 年、136 ページ。

(23) 佐藤英二『近代日本の数学教育』東京大学出版会、2006 年、30～31 ページ。

「算術」に定まり、その過程で「算術」が「学」(science)とは異なることが確認された。(中略)

東京数学会社訳語会の論議は、数学教育史においても大きな意味を持っている。訳語会の決定によっていわば異端となった「算数学」が、その後教育の場で復権されて、教育改革運動の標語となるからである。その運動を主導した帝国大学教授寺尾寿は、「元来算術は一種の学(サイエンス)なり、世人は之を何と呼ぶとも、決して単に術(アーツ)には非ず」と述べて、訳語会の決定に異議を唱えている。2年後には、『理論応用算数学』(野口保興著、1891年)なる教科書も現れて、「算数学」の復権は加速した。

樺正董の教科書(⑧)において「算数学」という用語が用いられている点については、上記の歴史的動向との関連において — 佐藤の表現によれば、『算数学』の復権を志向する「教育改革運動」の一環として — 理解することが可能である。同時に、「学問としての数学」に対する志向性が明確な形で示されている点において注目に値する。教科書の成立については、「本書ハ、バルナーズミス氏算術書及理學博士寺尾寿氏ノ算術教科書ニ據リ、予ノ考案ヲ以テ解釈セシ所多シ」と記されている(「緒言」)<sup>(24)</sup>。ここで、「寺尾寿氏ノ算術教科書」とは、寺尾寿編纂『中等教育算術教科書』(敬業社、1888(明治21)年)を指すものと見られる。

寺尾寿の教科書との関連については、下河邊半五郎の教科書(⑥)も注目される。例えば、第一に、量の表現として数を説明している。「数ノ觀念ハ物ノ集合複雑シタルヨリ起ルモノナリ」(第1章「総論」)。第二に、「量」について、「単一ナルモノノ若干集合セシモノヨリ成ル」量と「之ヲ増減スルニ必シモ全キ一個或ハ数個ヲ以テセザルモ、任意ノ少量ヲ以テスルヲ得ベキモノ」の区別 — 現代の表現によれば、分離量と連続量の区別 — に関する説明が行われている。第三に、単位量(「一定ノ標準ニ據テ他ノ長サヲ計ルベキ基礎」、「原量」)、測定(「原量ト比シ、此大サハ幾度原量ヲ含ムカヲ驗スルノ謂」)の概念を導入し、単位量に満たない量の表現として分数を説明している。「若シ、某大サノ其原量ヨリ小ナル場合ニ於テハ、此原量ヲ若干ニ等分シ、而シテ其大サハ此原量ノ等分部ヲ幾度含ムカト云フニ至ルベシ」。「原量ヲ数個ニ等分シ、其若分部ヲ名ヅケテ分数ト云フ」(第5章「分数」、第1節「分数解明」)。上記は、同時に、寺尾寿の教科書が備えていた重要な特徴である<sup>(25)</sup>。

同じ特徴は、古川凹の教科書(①)においても見られる。第一に、分離量、連続量(長さ、重さ)

(24) 樺正董(1863~1925)の経歴、学問歴については次に整理されている。「樺正董氏ノ逝去」『日本中等教育数学会雑誌』第8巻第1号、1926(大正15)年2月。根生誠「幕末期生まれの数学教師について — 数学五天王の場合」『数学教育史研究』第6号、日本数学教育史学会、2006年9月、39~40ページ。樺の教科書(⑧)の扉には、「元富山県尋常師範学校教諭、岐阜県尋常中学校教諭」と記されている。算術教科書としては、この他、次がある(いずれも、中学校、師範学校用教科書)。樺正董著『算術教科書』(学齡館戸田書房、明治26年初版、明治33年第11版、文部省検定済、新潟大学附属図書館所蔵)、同著『算術教科書』(三省堂、明治35年初版、明治42年11版、文部省検定済、広島大学図書館所蔵)。前者においては、算術教育の目的が次のように記されている。「普通教育ノ目的トシテハ可成的算術ヲ学問トシテ秩序のニ學バシムルコトハ恐ラクハ世ノ教育家ノ是認スル所ナルベク、予ノ本書ヲ編輯スル実ニ此趣旨ニ基キタルモノニシテ」(「緒言」)。本文において見る通り、この「趣旨」は、明治検定期(第I期・前期)の教科書においても、同じ形で存在していたと考えられる。この点は、当時の中学校、師範学校と高等小学校との間における共通性の存在を予想させる。この点については今後の課題とする。

(25) 寺尾の教科書における表現は、「不連続量」、「連続セル量」である。寺尾寿編纂『中等教育算術教科書』上巻、敬業社、1888(明治21)年、2~3ページ(「序論」)。なお、野口保興の教科書においては、同じ内容が「分離量」、「連続量」と表現されている。「量ニ二種アリ。一ヲ連続量ト云ヒ、一ヲ分離量ト云フ」。「連続量ハ量ニシテ其ノ分部ノ互ニ相連続シ間断ナキモノヲ云フ」。「分離量ハ其ノ分部ノ区々トシテ互ニ相連接セザルモノヲ云フ」。なお、野口保興の教科書において、「数理学(Mathematos、理学)」は「量ノ性質、関係等ヲ講究スルノ理学」として、「算数学」は「量ヲ数トシテ論ズル」方法による「数理学」として、それぞれ、定義されている。野口保興著述『通信教授数理学 算数学之部』普及舎、第3版、1891(明治24)年、12ページ、同「緒言」、1~2ページ。

を例示し、比較を通して、量の定義が行われている。「多寡、長短、軽重等ノ如キ、増加或ハ減少シ得ベキモノ、之ヲ量ト云フ」。第二に、量を数値化する必要性から、測定（「或量ヲ之ト種類ヲ同スル一定量ニ比較スル」、「測算」）、単位量（「或量ヲ測算スル為ニ用キル所ノ同種ノ一定量」、「量基或ハ数基」）の概念が導入されている。第三に、量の表現として数が定義されている（「或量ト其量基トヲ比較シタルノ意ヲ発表スルモノ、之ヲ数ト云フ」）と同時に、数について、「名数」（「量基ノ性質即チ名称ヲ明示セルモノ」）、「無名数」（「量基ノ性質即チ名称ヲ明示セザルモノ」）の区別が設定され、それにもとづいて、「算術」が定義されている。「算術ハ数学ノ基礎ニシテ、無名数ヲ表示スルノ方法、性質、算法ヲ講窮スルモノナリ」。第四に、量の測定における端下量の発生の有無を根拠として、整数（「或量ハ過不足ナク量基ヲ幾回包含スルノ意ヲ表示スル数」）、分数（「或量ハ量基ヲ1回ヲモ包含セザルノ意ヲ表示スル数」）が定義されている（巻1、「整数」、第1章「定義」）。

樺正董(⑧)、下河邊半五郎(⑥)の教科書に加え、寺尾寿の教科書との関連について、先行研究において最も注目されてきたのは、中條澄清の教科書である。

例えば、中谷太郎は、中條澄清の教科書（『小学尋常科筆算書』、1887（明治20）年）について、「数計算の意味と法則はかなり念入りに扱っている」点、「問題の中ではあるが、計算法則を意識させようとしている」点を指摘し、「はじめから理論算術的色彩のつよい本」であると評価している。そして、この点に、「寺尾算術の影響」を見ている。「当時すでに寺尾算術の『カンテラ版ずり』が出まわっていたから、中条がこのカンテラ版ずりを参考にしたのであろうことは、想像にかたくない」<sup>(26)</sup>。小林重章も、中條澄清の教科書（『小学尋常科筆算書』、1887（明治20）年）の特徴として、「数計算の意味や諸概念の理解に意を用いる、『算理』重視の考え方」を指摘し、この点に、「新しい算術教育の理論——とくに『理論算術』の影響がうかがえる」と指摘している<sup>(27)</sup>。

両者の指摘は、中條澄清の教科書（『小学尋常科筆算書』、1887（明治20）年）の特徴を、寺尾寿による「理論流義算術」の「影響」として理解する点において共通している。これに対して、須田勝彦は「正確ではない」と指摘している。そして、雑誌『数理会堂』の記事、明治初期における中條澄清の教科書（同訳述『算学教授書』、1876（明治9）年）の特徴等を新たな根拠として、両者の関係について、上記の先行研究とは異なる見方を示している<sup>(28)</sup>。

数学及び算術の学問対象について、それを教科書において明記しようとする試みは中条によって1876年（明治9年）からすでになされたのであり、後にフランスから帰国した寺尾が東京物理学講習所の講義を通して、それをより洗練された内容で復活させたのである。

本研究においては、中條澄清の教科書(②)における教育内容構成の特徴に主要な対象を設定する。中條澄清については、「初等数学教育研究の先駆者」<sup>(29)</sup>あるいは「算術教育の学問的構成を志向した先駆の一人」<sup>(30)</sup>として評価されている。小倉金之助による評価を次に引用する<sup>(31)</sup>。

(26) 中谷太郎「日本数学教育史 8 寺尾寿の算術（その3）」『数学教室』No.159、国土社、1967年1月、20～21ページ。

(27) 小林重章「総説」、仲新・稲垣忠彦・佐藤秀夫編『近代日本教科書教授法資料集成 第8巻 教師用書4 算数篇』東京書籍、1983年、737ページ。

(28) 須田勝彦「明治初期算術教科書の自然数指導——塚本明毅『筆算訓蒙』を中心に——」『教授学の探究』第15号、北海道大学教育学部教育方法学研究室、1998年、6～7ページ。

(29) 『近代日本の数学』小倉金之助著作集2、勁草書房、1973年、208ページ。中條澄清（1849～1897）の経歴、学問歴、業績についても同書に整理されている。

(30) 須田勝彦「教育史研究の有効性について——教科教育史の立場から」『日本の教育史学』第43集、教育史学会、2000年、312ページ。

(31) 『近代日本の数学』小倉金之助著作集2、勁草書房、1973年、208ページ。

彼の主宰した「数理会堂」が、他の多くの数学雑誌のように、徒らにいわゆる問題の解法を中心としない、教育的啓蒙的色彩の濃厚な、異色ある雑誌であったように、彼の小学教科書なども教育的に相当特色のあるものであった。かような意味で、中条は確かに明治時代における初等数学教育研究の先駆者たるを失わないと思う。

本研究においては、中條澄清の教科書(②)における教育内容構成それ自体を主要な対象として設定し、その特徴を解明することを試みる。それにより、上記の評価 — 小倉金之助によれば、「教育的に相当特色のある」と評価されている — の内実または根拠を、分数の教育内容構成に即した形で具体的に解明することを課題とする。寺尾寿による「理論流義算術」との関連については、下河邊半五郎(④)、樺正董(⑥)の教科書を対象に加えた形で、終章において、総括的な考察を行うことにする。

## 0. 7. 視点の設定と本報告書の構成

本報告書の課題は、明治検定期(第I期・前期)の教科書を主要な対象として、分数に関する教育内容構成の特徴を解明することである。そのために、次の視点を設定する。

まず、分数の教育内容構成全般に関する視点として、次の2点を設定する(第1章)。

- (1) 分数に関する教育内容構成がどのような形態(順序・方法)によって構成されているか? また、それらが、学年別に、どのような方法に従って編成されているか?
- (2) 分数に関する教育内容と整数の性質に関する教育内容が、どのような形で関連付けられているか?

次に、分数の教育内容を構成する個別の教育内容については、定義、性質、大小関係、加法、減法に関する教育内容と乗法、除法に関する教育内容について、区別を設定する。前者については、次の5つの視点を設定する(第2章)。

- (3) 分数の定義・説明が、どのような論理に依拠して行われているか?
- (4) 分数の性質・大小関係に関する教育内容構成において、どのような方法が採用されているか?
- (5) 分数の加法・減法の意味について、どのような説明の論理が構成されているか?
- (6) 分数の加法・減法に関する教育内容が、どのような観点に従って分類され、どのような順序に従って構成されているか? アルゴリズムの形成過程においては、どのような方法が採用されているか?
- (7) 代数法則、代数的な関係の成立、それを用いた演算結果の検証方法(検算)等、分数の加法・減法の代数的な側面に関する説明が行われているか?

分数乗法、除法に関する教育内容構成については、次の4つの視点を設定する(第3章)。

- (8) 分数乗法・除法に関する教育内容が、どのような観点に従って分類され、どのような順序に従って構成されているか?
- (9) 分数乗法・除法の意味について、どのような説明の論理が構成されているか? その論理において、整数乗法・除法の意味に関する説明の論理との間に《連続性》が見られるか?
- (10) 分数乗法・除法の計算規則およびその相互関係について、どのような説明の論理が構成されているか?
- (11) 分数の乗法・除法の代数的な側面に関する説明が行われているか?

最後に、教科書分析の結果を整理すると同時に、「理論流義算術」との関連および当時における教

育実践研究の成果との関連を基本的な観点として、分析結果に対する評価を試みる（第4章）。

本論文において用いた教科書は、主として、東京書籍附設教科書図書館「東書文庫」または国立教育政策研究所教育研究情報センター教育図書館所蔵のものである。ほとんどの教科書において原文・図は縦書きであるが、引用に際しては、横書きに改めると同時に、必要に応じて、現代の字体・記法に改め、句読点を補った。引用部分については、必要に応じて、[ ]による注記を行った。また、煩雑を避けるため、ページ数の注記については省略し、対応する編、章、節の名称を（ ）に示した。なお、本文において、教育内容を表現する重要な用語には《 》を付した。



## 1. 初等数学としての分数論の原型の基本原理

### 1. 1. ひとまとまりの数学的概念に関する、ひとまとまりの教育内容構成

第Ⅰ期・前期の教科書について注目される特徴は、第一に、単一の項目として「分数」が設定されている点、第二に、項目「分数」においては、《定義から、性質、大小関係を経て、四則演算（加法、減法、乗法、除法）に至る》形で教育内容が構成されている点、第三に、分数全般についても、個別の構成要素についても、それぞれについて、ひとまとまりの教育内容が構成されている点である。ただし、第四に、教育内容の学年別編成の方法については、必ずしも、明確あるいは統一的な形態が存在していたわけではない。

上記の特徴を具体的に見るために、古川凹 (①)、中條澄清 (②)、小笠原利孝 (⑤)、樺正董 (⑧) の教科書における項目「分数」について、その内部構成を次に示す。なお、整数の性質に関する教育内容構成との関連についても分析対象とする関係から、整数の性質に関する項目についても、合わせて示すことにする（なお、( ) 内に、当該の項目が掲載されている教科書の巻数を示す）。

① 古川凹編輯『小學筆算書』卷之三、卷之四、集英堂、1886(明治 19)年

分数：分数性質／分数化法／分数四則：加法／減法（卷之三）／乗法／除法（卷之四）

② 中條澄清著『小學高等科筆算書』卷之二、修静館、1887(明治 20)年

乗数／約数／偶数／奇数／不可約数／可約数／自約／互約／最大公約数／最小公倍数（卷之一）  
分数／分数化法／分数加法／分数減法／分数乗法／分数除法（卷之二）

⑤ 小笠原利孝編『小學筆算教科書』卷之五、卷之六 1888(明治 21)年 岡安・水谷両書房蔵

数質／最大公約法／最小公倍数（卷之五）  
分数／分数化法／分数加法及減法（卷之五）／分数乗法／分数除法（卷之六）

⑧ 樺正董編『開発算数学』卷之一、1891(明治 24)年、訂正版、中田書店

整数／性質及其計算：倍数及約数ノ定義／同定理／奇数偶数ノ定義及之ヲ知ル法／最大公約数／最小公倍数／雑問（卷之一）  
分数／性質及其計算：分数ノ定義／分数ノ書き方及読ミ方／分数ノ定理／分数ノ価ヲ変セズ形ヲ変スル法／分数加法／分数減法／分数乗法／分数除法／分数雑問（卷之一）

上記において示されている通り、中條澄清 (②)、樺正董 (⑧) の教科書においては特定の巻に集中する形で、古川凹 (①)、小笠原利孝 (⑤) の教科書においては 2 つの巻に分散する形で、それぞれ、教育内容が構成されている。ただし、先に見た通り (0. 3)、教科書を構成する各巻と小学校（高等科）の各学年とは、必ずしも 1 対 1 に対応付けられているわけではない。従って、分数の教育内容構成においても、各学年との対応関係については必ずしも明確な形態が存在していたわけではない。

まず、小笠原利孝 (⑤)、樺正董 (⑧) の教科書においては、各巻と各学年が 1 対 1 に対応付けられている。従って、樺正董の教科書 (⑧) においては、特定の学年（巻之一、高等科第 1 学年）に集中する形で、小笠原利孝 (⑤) の教科書においては、複数の学年に分散する形で — 具体的には、分数の定義、性質、大小関係、加法、減法（巻之五、高等科第 2 学年）、乗法、除法（巻之六、第 3 学年）として — それぞれ、教育内容が構成されていることになる。教育内容と各学年との間に明確な対応関係が存在する事例である。

これに対して、古川四（①）、中條澄清（②）の教科書においては、各巻と各学年が1対1に対応付けられているわけではない。従って、古川四の教科書（①）に見られる、複数の巻（巻之三、巻之四）への分散が、直ちに複数学年への分散を意味するわけではない。同時に、中條澄清の教科書（②）に見られる、特定の巻（巻之二）への集中が直ちに特定の学年への集中を意味するわけではない。この事実は、当時の教科書における教育内容の学年別編成の‘ゆるやかさ’の、分数における具体的な存在形態を示している。

ただし、地方教育史に関する文献に収録されている「教科課程表」を見る限り、教育内容の学年別編成において採用されていた通常の方法は、特定の学年（第1学年または第2学年）に集中する方法であったと予想される<sup>(32)(33)</sup>。

明治検定期（第Ⅰ期・前期）の教科書においては、学年別編成における不明確さを内包しながらも、分数については、定義、性質、大小関係、四則演算（加法、減法、乗法、除法）の順序により、一つのまとまりを備えた形で教育内容が構成されている。この事実は、第Ⅰ期・前期の教科書が、《ひとまとまりの数学的概念に関して、ひとまとまりの教育内容を構成すること》を教育内容構成原理として採用していたことを示している。ここでは、この点に注目しておきたい。

ただし、小笠原利孝の教科書（⑤）においては、加法、減法に関する教育内容は、項目「分数加法及減法」において構成されている。この点に加え、次の引用に見られる通り、佐久間文太郎の教科書（③）においても、項目「分数加減法」が設定されている。上記の項目における教育内容構成の具体的な形態については後に見る（2. 3. 3）。

なお、上記において指摘した教育内容構成原理の存在に関連して、佐久間文太郎（③）、山田正一（④）、下河邊半五郎（⑥）、愛知信元・宮川保全（⑦）の教科書から、分数および整数の性質に関する項目を次に引用しておく。

③ 佐久間文太郎編『高等小學校筆算全書』巻一、金港堂書籍、1887(明治20)年

数ノ性質：用語ノ定義ノ定説ノ乗子発見法ノ互約法ノ公約数及ビ最大公約数ノ公倍数及ビ最小公倍数  
分 数：定義ノ定説ノ分数化法ノ分数加減法ノ分数乗法ノ分数除法ノ分数雑問

④ 山田正一著述『小學校筆算教科書』巻八、1888(明治21)年、京都育英書房・福井正寶堂

数の性質：約数判定法ノ素数ノ求最大公約数法ノ求最小公倍数法  
分数の名義ノ分数化法七法ノ分数加法ノ分数減法ノ分数乗法ノ分数除法

⑥ 下河邊半五郎編纂『小學校教師用筆算書』第一、訂正再版、普及舎、1888(明治21)年

数質：用語ノ最大公約数ノ最小公倍数ノ最大公約数ト最小公倍数トノ関係ノ教授ノ順序方法  
分数：分数解明ノ分数定義ノ分数用語ノ分数記誦法ノ分数ノ種類ノ分数定説ノ分数化法ノ分数加法

(32) この方法を採用している事例として、次を参照。「高等小學校課程」富山県教育史編さん委員会編『富山県教育史』上巻、富山県教育委員会、1971年、327～328ページ。長野県教育史刊行会編『長野県教育史』第5巻、教育課程編2、長野県教育史刊行会、1974年、67ページ。「東京都の高等小學校カリキュラム」水原克敏『近代日本カリキュラム政策史研究』風間書房、1997年、284ページ。「高等小學校課程表」神奈川県立教育センター編『神奈川県教育史』資料編、第1巻、神奈川県教育委員会、1971年、321ページ。

(33) ただし、分数の教育内容を、複数の学年に分散する方法に従って構成している事例も存在する。例えば、次を参照。「第一次小學校令下の教科課程表一例」国立教育研究所編『日本近代教育百年史』第4巻、学校教育2、教育研究振興会、1974年、161～165ページ。ただし、府県名については不明である。この「表」においては、「分数」（第1学年）および「分数雑題」（第2学年）に分散されている。この「表」に加え、「小學校ノ学科及其程度配当表 高等小學校ノ部（明治19年）」（山梨県）においても、「簡易ナル分数」（第1学年）および「分数」（第2学年）に分散されている。『山梨県教育百年史』第1巻、明治編、山梨県教育委員会、1977年、582ページ。

／分数減法／分数乗法／分数除法

⑦ 宮川保全・愛知信元編『小學筆算教授書』卷之四、中央堂、1888(明治 21)年

分数：分数総論／記教法及び誦教法／化法／加法／減法／乗法／除法／最大公約数／最小公倍数／数の関係

## 1. 2. 整数の性質から独立した分数の教育内容構成

古川四の教科書(①)においては、整数の性質を包摂した形で、分数の教育内容が構成されている。具体的には、倍数、約数、公約数、最大公約数とその発見方法等に関する教育内容が、「分数化法」の「第三化法」、「分数ヲ最簡ニナスノ法」(《約分》)に包摂された形で、構成されている。ただし、この点については、先に引用した目次の項目においては示されていない。宮川保全・愛知信元の教科書(⑦)においても、最大公約数、最小公倍数等、整数の性質を包摂した形で、分数の教育内容が構成されている。なお、この点については、先に引用した目次の項目に示されている。

上記 2 点を除けば、第 I 期・前期の教科書においては、整数の性質について、分数とは独立した形で、ひとまとまりの教育内容が構成されている。同時に、整数の性質に関する教育内容は、分数の前に位置付けられている。上記による順序の構成については、次に引用する、中条澄清の教科書(②)の記述(「教師心得(2)」)が、その主旨を簡潔に説明している。

分数ヲ授ルニハ必ず先ヅ諸数ノ性質ヲ授ケ之ニ精熟セシメサル可ラス。故ニ、分数ノ前、本巻ニ載スル乗数約数等ノ理ニ熟達セシムベシ。

ただし、分数の前に、整数の性質に関する教育内容を位置付ける必要性は必ずしも存在しない。例えば、宮川保全・愛知信元の教科書(⑦)においては、整数の性質に関する教育内容が、分数の後に位置付けられている。この点に関連して、次に、宮川保全・愛知信元の教科書(⑦)による《約分》、《通分》に関する説明、そこにおける《公約数》、《公倍数》に関する説明を見る。

宮川保全・愛知信元の教科書(⑦)において、《約分》は、「化法」[第一]、「分数を最下項に化する法」として位置付けられている(なお、「最下項」とは、既約、すなわち、分母と分子が互いに素であることを意味する)。約分の方法としては、《分母・分子を両者の公約数で割る方法》が示されている。ただし、「公約数」という用語は用いられず、「両項を余数なく除し得べき所の最大数」と記されている(「分数」、(3)「化法」)。次の引用を見よう。

$\frac{48}{60}$  を最下項に化するときは何何。

$$2) \frac{48}{60} = \frac{24}{30} \quad 2) \frac{24}{30} = \frac{12}{15} \quad 2) \frac{12}{15} = \frac{4}{5} \quad \text{或は} \quad 12) \frac{48}{60} = \frac{4}{5}$$

[解] 分数の両項を余数なく除し得べき所の最大数を以て之を除す。然れども、此の最大なる数を見出すこと能はざるときは、数回除法を施すべし。今、 $\frac{48}{60}$  の両項を 2 にて除し  $\frac{24}{30}$  を得。又、此分数の両項を 2 にて除し  $\frac{12}{15}$  を得。又、此分数の両項を 3 にて除し  $\frac{4}{5}$  を得。而して、此両項は 1 より大なる数にて余数なく除し得る能はず。因て最下項は  $\frac{4}{5}$  なり。若し、初め 12 を以て両項を除すれば、直

ちに最下項  $\frac{4}{5}$  を得べし。

《通分》は、「化法」〔第五〕、「諸分数を公分母に化する法」として位置付けられている。通分の方法としては、《分母同士を互いにかける方法》が説明されている（「分数」、(3)「化法」）。

諸分数の分母皆同数なれば、之を公分母を持つと云ふ。（中略）

$\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{4}$  及び  $\frac{1}{6}$  を公分母に化すべし。

$$\frac{1 \times 4 \times 6}{3 \times 4 \times 6} = \frac{24}{72} \quad \frac{1 \times 3 \times 6}{4 \times 3 \times 6} = \frac{18}{72} \quad \frac{1 \times 3 \times 4}{6 \times 3 \times 4} = \frac{12}{72}$$

〔解〕 各分数の両項に他の諸分数を乗じて、 $\frac{24}{72}$ 、 $\frac{18}{72}$  及び  $\frac{12}{72}$  を得るなり。

《異分母分数の加法・減法》においても、同じ方法が説明されている（「分数」、(4)「加法」）。そして、「最小公倍数を求むる法」が説明された後、それを用いて、次のように、「諸分数を最小公分母に化する法」が説明される（「分数」、(11)「最小公倍数」）。

$\frac{1}{2}$ 、 $\frac{2}{3}$ 、 $\frac{3}{4}$  を最小公分母に化すべし。（中略）

$$\frac{1}{2} \times \frac{6}{6} = \frac{6}{12} \quad \frac{2}{3} \times \frac{4}{4} = \frac{8}{12} \quad \frac{3}{4} \times \frac{3}{3} = \frac{9}{12}$$

〔解〕 諸分母の最小公倍数 12 を得て、之を公分母と為す。而して、各分母 2、3、4 を以て公分母を除し、6、4、3 を得。之を各分数の両項に乘じ、 $\frac{6}{12}$ 、 $\frac{8}{12}$ 、 $\frac{9}{12}$  を得るなり。

部分的な重複の存在については否定できない。ただし、宮川保全・愛知信元の教科書(⑦)においては、上記の方法により、整数の性質を分数の後に位置付けた形で、教育内容が構成されている点特徴的である。


## 2. 初等数学としての分数論の原型の諸相（その1）

— 定義から加法・減法までの教育内容について —

### 2. 1. 《分割分数の論理》と《商分数の論理》の統一としての分数の定義

分数の定義においては、単位分数についても、一般の真分数についても、《分割分数の論理》 $\left(\frac{b}{a} = (1 \div a) \times b = \frac{1}{a} \times b\right)$ に依拠する方法が用いられている。ただし、注目されるのは、《分割分数の論理》による定義に続く形で、《商分数の論理》 $\left(\frac{b}{a} = (1 \times b) \div a = b \div a\right)$ が導入され、《商分数の論理》と《分割分数の論理》の同一性を示す説明が行われている点である。この説明により、《倍操作》と《等分操作》の交換可能性が示されると同時に、数としての分数の成立根拠が明確な形で示されている。この点について、次に、樺正董 (⑧)、中條澄清 (②) の教科書を見る。

まず、樺正董の教科書 (⑧) においては、《分割分数の論理》により、単位量に対する等分割操作、倍操作の合成操作の結果を表現する数として、分数が導入されている（第2編「分数ノ性質及其計算」、第1章「分数ノ定義」。原文の図は縦書き）。



上図ノ如キ糸アリトスレハ、之ヲ4等分シタル1分ヲ何ト云フカ。  
4等分シタル1ツヲ4分ノ1ト云フ。  
今、右ノ1部ノ3ツハ何ト云フカ。  
4分ノ3ト云フ。

然ラハ、或<sup>ヒトツノモノ</sup>単位ノ5分ノ4トカ、7分ノ6トカ云フモノハ如何ナルモノカ。

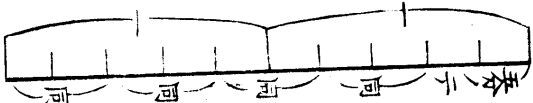
或単位ノ5分ノ4トハ、或単位ヲ5等分シタル1部ヲ4ツ、或単位ノ7分ノ6トハ、或単位ヲ7等分シタル1部ヲ7ツ。

此様ナル、或単位ヲ幾ツカニ分チ其幾倍カニ当ルモノヲ示ス数ヲ何ト云フカ。

定義 或単位ヲ幾ツカニ分チ其幾倍カニ当ルモノヲ示ス数、4分ノ3トカ、7分ノ6トカ云フモノヲ分数ト云フ。

上記の説明に続く形で、「或単位ヲ幾分カスルコトヲ示ス数」、「幾倍カスルコトヲ示ス数」として、それぞれ、「分母」、「分子」の用語が定義される。その後、次の記述がある（原文の図は縦書き）。

注意 5分ノ2ハ、前ノ定義ニ依リ、或単位ヲ5等分シタル一部ヲ2ツナリ。然レドモ、又、或単位ノ2ツヲ5等分シタルモノト云フコトヲ得ベシ。次図ノ如シ。



上記の引用においては、 $\frac{2}{5}$ を例として、第一に、《分割分数の論理》による定義 $\left(\frac{2}{5} = (1 \div 5) \times 2\right)$ が

確認されている。第二に、新たに、《商分数の論理》による定義 $\left(\frac{2}{5} = (1 \times 2) \div 5\right)$ が導入されている。

第三に、2通りの方法によって定義された分数 $\frac{2}{5}$ について、両者が同じ長さを表現することが、図

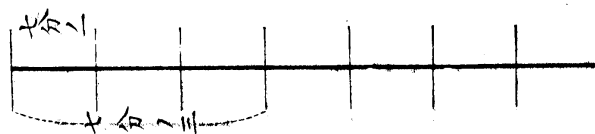
によって示されている（「或単位」に対応する長さとして、数1を表現する長さが設定されている）。

第四に、この事実を根拠として、2通りの方法——《分割分数の論理》および《商分数の論理》による分数の定義について、両者の同一性 $\left(\frac{2}{5} = (1 \div 5) \times 2 = (1 \times 2) \div 5\right)$ が示されている。

ただし、上記の引用に見られる通り、《分割分数の論理》については、「定義」として位置付けられている。これに対して、《商分数の論理》に対する位置付けは、「注意」である。この事実が示す通り、《商分数の論理》に対する位置付けが、《分割分数の論理》との比較において、副次的な性格に止められている点は否定できない。

次に、中條澄清の教科書(②)においても、樺正董の教科書(⑧)と同じく、《分割分数の論理》により、線分を用いる説明によって、分数が定義されている。この点に加え、整数との相違点に関する説明が行われている点は特徴的である（「分数」、原文の図は縦書き）。

整数（小学尋常科筆算書卷之5ヲ見ヨ）トハ全キ数即チ欠ルコトナキ数ヲ云フ者ニシテ、金8円、米380石、道路17町等ノ如シ。今、之ニ反シタル分数ヲ授クベシ。



設如ハ上図ノ如キ直線ヲ7等部ニ分チタル1部ヲ、其線分ノ7分ノ1又其3部ヲ其7分ノ3ト云フ。

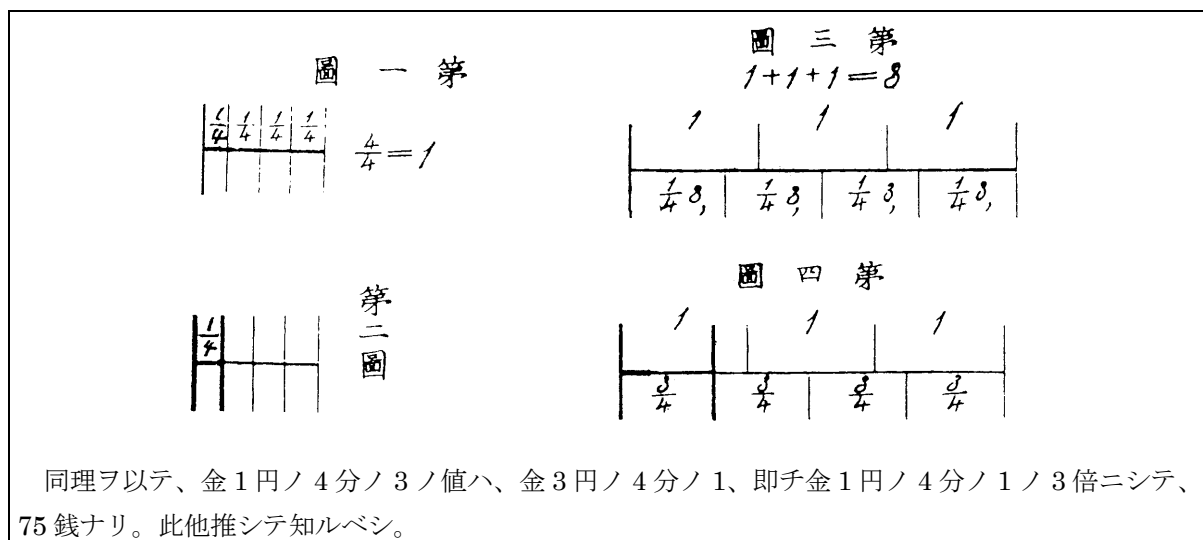
(中略)  $\left[\frac{1}{10}, \frac{4}{10}, \frac{9}{10}\right]$ 等を例とする、同じ内容の説明]

此ノ如ク、一物ヲ若干等部ニ分チタル一部若クハ一部以上ノ部数ヲ分数ト名ルナリ。

上記の引用に続く形で、分数の記法、用語「分母」、「分子」、分数の種類（「適當分数」、「不適當分数」、「混分数」）<sup>(34)</sup>、「分数ノ値」（「其分母ヲ以テ分子ヲ除キタル商」）、「分数一個」（「1個ヲ若干等部ニ分チタル一部」、《單位分数》）に関する説明が行われる。これに続いて、次の説明がある。

左図ノ如キ直線ノ長サヲ1個トスレハ、第1図ハ $\frac{4}{4}$ ニシテ、其分数1個即チ4分ノ1ノ長サハ第2図ノ如シ。第1図ノ3倍ハ即チ3個ニシテ、之ヲ4等部ニ分チタル1部ハ第3図ノ如シ。故ニ、第4図ニ於テ $\frac{3}{4}$ ノ値、即チ長サハ、第3図ノ4分ノ1、即チ3個ヲ4等分シタル1、即チ4分ノ1ノ3倍ナルコト明カナリ

(34) 「適當分数」については「其分母ヨリ較ヤ小ナル分子ヲ持ツ分数」、「不適當分数」については「其分子及分母相等シク若クハ其分母ヨリ較ヤ大ナル分子ヲ持ツ分数」、「混分数」については「整数ト適當分数ノ相混シタルモノ即チ相集マリタル分数」として説明されている。今日の用語によれば、順に、《真分数》、《仮分数》、《帯分数》である。なお、「較ヤ」は「やや」と読み、「～と比較して」を意味すると見られる。



上記の引用においては、「1個」（「第1図」）を4等分した長さとして $\frac{1}{4}$ （「第2図」）、次に、それを3倍した長さとして $\frac{3}{4}$ （「第3図」）が、順に示されている。次に、「第3図」における $\frac{3}{4} = (1 \div 4) \times 3$ について、それが、第4図における $\frac{3}{4} = (1 \times 3) \div 4$ （「3個ヲ4等分シタル1」）と等しいことが示されている。

中條澄清の教科書(②)において用いられている概念は、「分数ノ値」（「其分母ヲ以テ分子ヲ除キタル商」）であり、《商分数の論理》によって分数の定義が行われているわけではない。ただし、上記において説明の対象とされている「理」の内容においては、《分割分数の論理》と《商分数の論理》の同一性が含まれていると見る事が可能である。

上記に加え、小笠原利孝の教科書(⑤)においても、「分数トハ一個或ハ全キ物ノ等部分ノ一或ハ其幾多ノ数ヲ云フ」として、《分割分数の論理》を用いた分数の定義が行われる。次に、この定義に続く形で、《商分数の論理》を用いた定義が記されている（第8章「分数」、「定義」）。

分数ハ分子及分母ト称スル両数ヨリ組成シテ、一數ヲ他數ノ上ニ書シ、此兩數ノ間ニ一横線ヲ置キタルモノニシテ、通常、除法ノ記法ニテ表ス。

分数ハ不盡除法ノ現出ト見做スコトヲ得。分子ハ実、分母ハ法ニシテ、分数ハ即チ其商ナリ。

ただし、中條澄清(②)、樺正董(⑧)の教科書とは異なり、小笠原利孝の教科書(⑤)においては、《商分数の論理》と《分割分数の論理》の同一性に関する説明が行われていない。宮川保全・愛知信元の教科書(⑦)についても、この点は同じである（第7編「分数」、(1)「分数総論」）。

第I期・前期の教科書において、分数の定義・説明においては、基本的に、《分割分数の論理》 $\left(\frac{b}{a} = (1 \div a) \times b = \frac{1}{a} \times b\right)$ に依拠している。ただし、注目されるのは、第一に、《分割分数の論理》による定義に続く形で、《商分数の論理》 $\left(\frac{b}{a} = (1 \times b) \div a = b \div a\right)$ が導入されている点、第二に、《商分数の論理》と《分割分数の論理》との同一性を示す説明が行われている点である。《商分数の論理》に対する副次的な位置付けを含みながらも、第I期・前期の教科書においては、《分割分数の論理》

と《商分数の論理》の統一として分数を定義・説明する立場が採用されていたと見ることができる。

上記に加え、第Ⅰ期・前期の教科書における分数の定義・説明について、次の2点に注目しておきたい。次の引用は、古川四の教科書(①)における記述である(第1章「分数性質」、第1節「定義」。アンダーラインは引用者)。

例(1) 果物7個ヲ3人ニ分配セバ各々ノ所得幾何ナルヤ。  
 7個ノ果物ヲ3人ニ分配スルハ、即チ果物7個ヲ3等分スルナレバ、7ヲ3ニテ除スルニ商数トシテ2個、除残トシテ1個ヲ得ルヲ以テ、各々ニ2個宛ヲ与フルモ尚ホ1個ノ果物ノ残ルアリ。従テ1個ノ果物ヲ3等分セザルヲ得ズ。而シテ、1個ノ果物ヲ3部ニ分チ1部ヅハ各々ニ与フレバ、果物ハ全ク盡クルベシ。由テ各々ノ所得ハ2個ト1個ヲ3部ニ分チタルモノハ一、即チ2個ト3分ノ1ナルベシ。 答. 2個ト3分ノ1。

古川四の教科書(①)において、分数の定義は、《分割分数の論理》に依拠する方法によってのみ行われており、《商分数の論理》は導入されていない。上記の説明においても、《商分数の論理》の導入が目的とされているわけではない。注目されるのは、《分割分数の論理》に依拠した定義の説明において、個物に対する等分操作の必要性が発生する場面が設定されている点である。

次の引用は、小笠原利孝の教科書(⑤)における「分数」の最初の記述である(第8章「分数」)。

(1) 一個ノ橙ヲ2ツニ等シク割ルトキハ、其一分ヲ何ト称スルヤ。又若シ3ツニ等シク割ルトキハ如何。又4ツニ等シク割ルトキハ如何。  
 (2) 一個或ハ一物ハ2分ノ1幾何倍ヲ含有スルモノニ分割シ得ルヤ。又問フ。3分ノ1ハ幾何倍ニ分割サレ得ルヤ。

(1)の問答を通して、まず、《1を2等分した大きさ》、《1を3等分した大きさ》として、それぞれ、「2分ノ1」、「3分ノ1」が定義される。一般的には、《1をa等分した大きさ》として、単位分数 $\frac{1}{a}$ が定義される。次に、(2)の問答を通して、「2分ノ1」、「3分ノ1」が、それぞれ、《2倍すると1になる大きさ》、《3倍すると1になる大きさ》であることが示される。一般的には、《1をa等分した大きさ》について、それが、同時に、《a倍すると1になる大きさ》でもあることが示される。上記の問答においては、単位分数の定義に関する2通りの表現が示されていると同時に、そこにおける《等分操作》と《倍操作》の可逆性が示されている点が注目される。

ただし、小笠原利孝の教科書(⑤)における分数の定義は先に引用した通りである(「分数トハ1個或ハ全キ物ノ等部分ノ1或ハ其幾多ノ数ヲ云フ」)。単位分数の定義として採用されている表現は、《1をa等分した大きさ》だけであり、《a倍すると1になる大きさ》については、少なくとも直接的な形においては、採用されていない。

## 2. 2. 分数の性質・大小関係に関する、ひとまとまりの教育内容構成

第Ⅰ期・前期の教科書について注目される特徴は、項目として、「分数化法」が設定されている点である。項目「分数化法」においては、分数の性質・大小関係について、ひとまとまりの教育内容が構成されている。この項目は、定義の後、四則演算の前に位置付けられている。

整数とは異なり、分数については、数としての相等性が多様な形態において成立する点が特徴的である。従って、教科書においても、この点に関する説明を含んだ形で、分数の教育内容を構成す



ることが要請される。同時に、分数の相等性は、四則演算とは独立した形で成立している。従って、この点については、四則演算の前に、四則演算とは独立した形で説明するのが自然である。第Ⅰ期・前期の教科書における項目「分数化法」の設定とその位置付けについては、上記の要請を教育内容構成において具体化した結果として理解することが可能である。

ただし、第Ⅰ期・前期の教科書において、項目「分数化法」を設定する必要性については、四則演算の説明における有効性を重視した形で、説明が行われていた点は否定できない。この点については、次に引用する、中条澄清の教科書(②)の記述(「教師心得(2)」)に示されている。

化法ハ何レモ其理ニ通暁セシメサレハ、加法ニ至リテ其進歩ニ障碍ヲ与ルコト少々ナラサルナリ。

なお、上記の引用における「加法」については、文字通り、加法に限定された意味においてではなく、減法、乗法、除法を含む、四則演算一般を含む言葉として理解する必要がある。

次に、項目「分数化法」における教育内容構成について見よう。第Ⅰ期・前期の教科書の内、「分数化法」について最も詳細な分類を行っているのは山田正一の教科書(④)である。その全体構成を次に示す(第4節「分数化法7法」。( )内には、教科書において示されている例題を示した)。

分数化法とは分数の値を変せずして其状勢を変える法を云ふ。

分数化法の一 分数の分母を其分母より大なる他の数に化す [《倍分》]。  $\left( \text{ex. } \frac{5}{8} = \frac{5 \times 3}{8 \times 3} = \frac{15}{24} \right)$

分数化法之二 分数を已約分数に化す [《約分》]。  $\left( \text{ex. } \frac{30}{75} = \frac{30 \div 15}{75 \div 15} = \frac{2}{5} \right)$

分数化法之三 整数を或る一数を分母とせる仮分数に化す [《整数→仮分数の変形》]。  $\left( \text{ex. } 9 = \frac{117}{13} \right)$

分数化法之四 仮分数を整数或は混数に化す [《仮分数→整数、帯分数の変形》]。  $\left( \text{ex. } \frac{45}{12} = 3\frac{3}{4} \right)$

分数化法之五 混数を仮分数に化す [《帯分数→仮分数の変形》]。  $\left( \text{ex. } 6\frac{3}{4} = \frac{27}{4} \right)$

分数化法之六 異分母の二分数又は三分数等を通分母の分数に化す [《通分》]。  $\left( \text{ex. } \left( \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4} \right) = \left( \frac{12}{24}, \frac{16}{24}, \frac{18}{24} \right) \right)$

分数化法之七 異分母の二分数又は三分数等を最小通分母の分数に化す [《通分》]。  $\left( \text{ex. } \left( \frac{5}{6}, \frac{8}{15}, \frac{7}{12} \right) = \left( \frac{50}{60}, \frac{32}{60}, \frac{35}{60} \right) \right)$

ただし、項目「分数化法」の下位項目として、《倍分》 $\left( \frac{b}{a} = \frac{nb}{na} \right)$ に関する項目が設定されていない事例も存在する。例として、古川凹の教科書(①)から、項目「分数化法」の全体構成を次に示す(「分数」、第2章「分数化法」。( )内は原文)。

分数ノ値ヲ変ズルコトナク形状ヲ変ズルノ法、之ヲ分数化法ト云フ。  
 分数化法ニ四法アリ。  
 第一 整数或ハ混数 [帯分数] ヲ仮分数ニ化スルノ法  
 第二 仮分数ヲ整数ト真分数トニ分解スルノ法

第三 分数ヲ最簡ニナスノ法（約分）

第四 異分母ノ分数ヲ同分母ノ分数ニ化スルノ法（通分）

上記の引用に見られる通り、《約分》 $\left(\frac{nb}{na} = \frac{b}{a}\right)$ については「第三化法」として位置付けられている。これに対して、その逆にあたる《倍分》 $\left(\frac{b}{a} = \frac{nb}{na}\right)$ については、それに関する独自の項目が設定されていない。ただし、古川四の教科書（①）において、《倍分》が教育内容として構成されていないわけではない。この点に関連して、まず、「分数化法」の前に、《約分・倍分の原理》が導かれている（第1章「分数性質」、第2節「性質」）。

或分数ノ分子及分母ヲ同時ニ同数ニテ乗ズルカ或ハ除スルトキハ、分数ノ値変スルコトナシ。

《倍分》については、上記の内容に含めた形で説明されている。同時に、《通分》（上記の引用における「第四化法」）において用いられている（第2章「分数化法」）。

分母ヲ異ニスル2個ノ分数ヲ同分母ノ分数トナサント欲セバ、各分数ノ分子ニ他ノ分数ノ分母ヲ乗ズベシ。

この点を含め、山田正一の教科書（④）との比較によれば、古川四の教科書（①）においては下位項目の統合が図られている点が特徴的である。すなわち、山田正一の教科書（④）における「分数化法の六」（公倍数を共通分母とする《通分》）、「分数化法の七」（最小公倍数を共通分母とする《通分》）は「分数化法 第四」（《通分》）に、「分数化法の三」（《整数→仮分数の変形》）、「分数化法の五」（《帯分数→仮分数の変形》）は「分数化法 第一」（《整数・帯分数→仮分数の変形》）に、それぞれ、統合されている。

次に、中条澄清の教科書（②）における《倍分》の位置付けを見る。まず、中条澄清の教科書（②）における項目「分数化法」の全体構成は次の通りである。

分数化法ハ、分数ノ値ヲ変スルコトナクシテ、其形状ヲ変化スル方法ヲ云フ。

分数化法ヲ五法ニ分テ授クヘシ。

第一法 分数ヲ最低分数〔既約分数〕ニ化スル法

第二法 不適當分数〔仮分数〕ヲ整数若クハ混分数ニ化スル法

第三法 混分数ヲ不適當分数ニ化スル法

第四法 諸分数ヲ同分母ニ化スル法

第五法 諸分数ヲ最小同分母ニ化スル法

上記においては、「分数化法」として「五法」が記されている。《約分》については、「第一法 分数ヲ最低分数ニ化スル法」として位置付けられている。これに対して、《倍分》については、単独の「法」として位置付けられていない。ただし、《通分》に関する説明においては《倍分》を用いる必要性が生じる。この必要性に応じる形で、中条澄清の教科書（②）においては、《通分》に関する説明の前に、まず、《倍分》に関する説明が行われている（「分数」、②「分数化法、第四法」）。

化法第一法ニ依テ、分数ノ分子ハ公約数、即、同一数ヲ以テ之ヲ互約スレハ、其値変セサルナリ。今、此反対ニテ左説ヲ了解スヘシ。

同一数ヲ以テ分数ノ分子ニ乗スレハ、其値変スルコト無シ。

此理ニ依テ、左ニ本法ノ例ヲ示スヘシ。

(1) 設如ハ、2分ノ1ト3分ノ2ト5分ノ3ヲ同分母ニ化スレハ各何程ナリヤ。

$$\text{運算} \quad \frac{1}{2} = \frac{1 \times 3 \times 5}{2 \times 3 \times 5} = \frac{15}{30}, \quad \frac{2}{3} = \frac{2 \times 2 \times 5}{3 \times 2 \times 5} = \frac{20}{30}, \quad \frac{3}{5} = \frac{3 \times 2 \times 3}{5 \times 2 \times 3} = \frac{18}{30}$$

全体の構成、特に《倍分》の位置付けについては上記の相違点を含みながらも、第I期・前期の教科書においては、項目「分数化法」の設定により、四則演算の前に、四則演算とは独立した形で、分数の性質・大小関係に関するひとまとまりの教育内容が構成されている。この点は注目に値する重要な特徴である。

上記に関連して、次の2点についても、合わせて指摘しておきたい。第一に、《約分》、《倍分》等、分数の性質に関する個別の教育内容について、線分（長さ）を用いた説明が行われている点、第二に、《乗法・除法によって表現される分数の性質》についても、ひとまとまりの教育内容が構成されている点である。

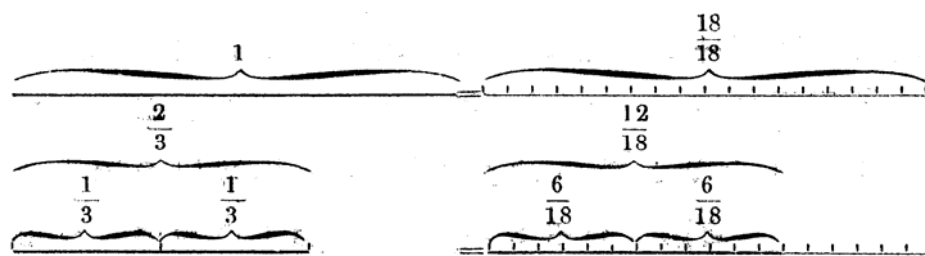
第一の点については、例えば、中條澄清の教科書(②)における《約分》の説明、宮川保全・愛知信元の教科書(⑦)における《約分》、《倍分》の説明に、その具体的な形態を見ることができる。次に、宮川保全・愛知信元の教科書(⑦)における《倍分》の説明を引用する（「分数」、(3)「化法」、「[第2] 分数を上項に化する法」）。

$\frac{2}{3}$ の分母を18に化するときは何。

$$18 \div 3 = 6 \quad \frac{2 \times 6}{3 \times 6} = \frac{12}{18}$$

[解] 前の分母3を以て求むる所の分母18を除し、6を得。以て、 $\frac{1}{3}$ は $\frac{6}{18}$ となることを知る。

故に、 $\frac{2}{3}$ は18分の $2 \times 6$ 、即ち $\frac{12}{18}$ に等しきことを知る。其理、第103条において解明せしものと同じ。又、図に據て之を示せば左の如し。



なお、上記の引用において、「其理、第103条において解明せしものと同じ」とは、 $\frac{2}{3}$ についても、 $\frac{12}{18}$ についても、「分数の値」（「分母を以て分子を除したる商」）が等しい $\left(\frac{2}{3}\right)$ ことを意味する。

上記の引用に見られる通り、《倍分》に関する説明においては、式と言葉による説明と同時に、線分（長さ）を用いた説明が行われている。次に引用する、中條澄清の教科書(②)における《約分》の説明においても、この点は同じである（「分数」、(2)「分数化法」）。

第一法 分数ヲ最低分数ニ化スル法

分数ノ分母子ニ1個ヨリ他ノ公約数ヲ有タサレハ、之ヲ最低分数ト云フ。

(1) 設如ハ、10分ノ8ヲ最低分数ニ化スレハ幾何ナリヤ。

運算  $\frac{8}{10} = \frac{8 \div 2}{10 \div 2} = \frac{4}{5}$  答. 5分ノ4。

(解) 分母子ノ公約数2ヲ以テ互約スレハ $\frac{4}{5}$ ヲ得ル。此分母子ニハ1ヨリ他ノ公約数ヲ有タサルユヘ、之ヲ以テ答トス。左図ヲ以テ、 $\frac{8}{10}$ ト $\frac{4}{5}$ ト形状ノミ変スルト雖モ、其両分数ノ値変セサル理ヲ了解スヘシ

この点に関連して、中條澄清の教科書(②)においては、「図解」の重要性が指摘されている点が注目される(「教師心得(1)」)。

整数加減乗除ハ固ヨリ、乗数等ヨリ最小公倍数ニ至ルマテ理解スル生徒ト<sup>(いそ)</sup>雖モ、分数ノ理ヲ了解スルニ<sup>(くるし)</sup>困ムモノナレハ、最モ注意ヲ加ヘ、反復丁寧ニ解明シ、本書ニ示スカ如キ図解ヲ以テ詳説スヘシ。且、分数化法及其四則トモ、<sup>(なるべく)</sup>可及的図解ヲ示シテ其理ヲ了解セシムヘシ。

序ニ曰ク図解ハ、平方形若クハ図形ノ等分ヲ以テ示シ、或ハ他ノ方法ヲ用イルモ可ナリト雖モ、余ノ思考ト経験ニ依レハ、一直線ヲ等分スルニ優レルモノ無シト信ス。又、真直ナル竹若クハ木材ヲ等分シ、之ニ銅線ヲ貫キタル器械ヲ製シ、其等分シタル竹若クハ木材ヲ移動シテ解明シ、直線ヲ塗板ニ書クニ代用スレハ便宜ナリ。

上記の引用においては、第一に、「分数化法」(《約分》)を含め、分数に関する「理」の「了解」のためには、式と言葉による説明に加え、「図解」が必要である点、第二に、「図解」においては、「一直線ヲ等分スル」方法が最も優れている点、第三に、この方法を実現するための「器械」について、その作成・使用方法が、教科書の著者自身による「思考ト経験」の結果として、記されている。上記の引用は、中條澄清の教科書(②)が著者による実験的研究の成果として作成されたことを示している(中條澄清の教科書(②)における量と数の理論については後に見る(2.3.1))。

第Ⅰ期・前期の教科書において、実験的研究の成果を取り入れた形で作成されている教科書は、筆者の知る限り、中條澄清の教科書(②)が唯一の事例である。第Ⅰ期・後期および第Ⅱ期の教科書においては、編著者による実験的研究の成果にもとづいて作成された事例が出現する。

第二に、《乘法・除法によって表現される分数の性質》についても、ひとまとまりの教育内容が構成されている点も重要な特徴である。《乘法・除法によって表現される分数の性質》とは、分子または分母に対して、整数を乗数とする乗法または整数を除数とする除法を行うことによって生ずる、分数の大きさの変化に関する一連の命題である。この内容については、分数の定義から比較的容易に導くことが可能である。同時に、それを根拠として、《約分・倍分の原理》、《分数乗法の計算規則》等を導く説明が可能となる。この点において重要な意味と位置を備えた教育内容である。

第Ⅰ期・前期の教科書においては、例えば、古川凹の教科書(①)においては、項目「分数性質」

〔「分数」、第 1 章「分数性質」、第 2 節〕が設定されている。同じ内容を備えた項目として、佐久間文太郎の教科書 (③) においては「定説」(第 2 章「分数」、第 2 節)、小笠原利孝の教科書 (⑤) においては「分数定理」(第 8 章「分数」、第 2 節)、下河邊半五郎の教科書 (⑥) においては「分数定説」(第 5 章「分数」、第 6 節)、樺正董の教科書 (⑧) においては「分数ノ定理」(第 2 編「分数ノ性質及其計算」、第 3 章) が、それぞれ、設定されている。上記の項目においては、《乗法・除法によって表現される分数の性質》について、ひとまとまりの教育内容内容が構成されている (なお、その他の教科書においても同じ内容は構成されている。ただし、それに関する独自の項目が上記と同じ形で設定されているわけではない)。

例として、下河邊半五郎の教科書 (⑥) から、《乗法・除法によって表現される分数の性質》に関する記述を次にまとめて引用する (第 5 章「分数」、第 6 節「分数定説」。( ) 内は引用者)<sup>(35)</sup>。

(2) 分数ノ分子ヲ幾倍或ハ幾分スルハ、分数ノ値ヲ同幾倍或ハ同幾分スルナリ。

$$\left( \frac{b \times c}{a} = \frac{b}{a} \times c, \frac{b \div c}{a} = \frac{b}{a} \div c \right)$$

(3) 分数ノ分母ヲ幾倍或ハ幾分スルハ、分数ノ値ヲ同幾分或ハ同幾倍スルナリ。

$$\left( \frac{b}{a \times c} = \frac{b}{a} \div c, \frac{b}{a \div c} = \frac{b}{a} \times c \right)$$

(4) 同一数ヲ以テ分数ノ分母子ニ乗ジ或ハ除スルトキハ、分数ノ値ヲ変セズ。

$$\left( \frac{b}{a} = \frac{b \times c}{a \times c} = \frac{b \div c}{a \div c} \right)$$

下河邊半五郎の教科書 (⑥) において、「定説」とは「論証ニヨリテ理義明瞭ナラシムルモノ、之ヲ定説ト云フ」と定義されている (第 1 章「総論」、(9))。上記の内容についても、具体例に即した説明ではなく、一般的な「論証」が行われている。例として、(3)に関する説明を次に引用しておく。

分母ヲ幾倍スルハ、原量ヲ前ニ比シテ幾倍ノ分部ニ等分スルナリ。故ニ、原量ノ各分部ハ前ニ比シテ同幾分セラル。今、此幾分セラレタル小分部ヲ前ニ同シキ数ダケ取レバ、分数ノ値ハ前ニ比シテ同幾分セラレタルコト明ラカナリ。

又、之ニ反シテ、分母ヲ幾分スルハ、原量ヲ前ニ比シテ幾分ノ分部ニ等分スルナリ。故ニ、原量ノ各分部ハ前ニ比シテ幾倍セラル。従テ、分数ノ値ハ前ヨリ同幾倍大ナルコト明カナリ。

これに対して、佐久間文太郎 (③) の教科書においては具体例に即した説明が行われている。次に、佐久間文太郎の教科書 (③) から、「定説」の全体構成および「定説(3)」(《約分・倍分の原理》)に関する説明を引用しておく (第 2 章「分数」、第 2 節「定説」。( ) 内は引用者)。

(1) 一数ヲ以テ分数ノ分子ニ乗ジ、或ハ分母ヲ除スルハ、其分数ニ乗ズルニ同ジ。

$$\left( \frac{b \times c}{a} = \frac{b}{a \div c} = \frac{b}{a} \times c \right)$$

(2) 一数ヲ以テ分数ノ分子ヲ除シ、或ハ分母ヲ乗ズルハ、其分数ヲ除スルニ同ジ。

(35) 「定説(1)」は、《分数と数 1 の相等》に関する命題 (「分母ト分子ト同一ナル分数ハ其値 1 個ニ等シ」) である。「定説」において構成されている教育内容が、すべて、《乗法・除法によって表現される分数の性質》であるわけではない。他の教科書においても、この点は同じである。

$$\left( \frac{b \div c}{a} = \frac{b}{a \times c} = \frac{b}{a} \div c \right)$$

(3) 同じ数ヲ分母子ニ乗ジ、或ハ除スルモ、其分数ノ値変ゼズ。

$$\left( \frac{b}{a} = \frac{b \times c}{a \times c} = \frac{b \div c}{a \div c} \right)。$$

上記における「定説(3)」（《約分・倍分の原理》）については、具体例に即した形で、線分（長さ）を用いた説明が行われている。

$\frac{4 \div 2}{6 \div 2} = \frac{2}{3}$   
甲

$\frac{2}{3}$

乙

$\frac{4}{6}$

丙

$\frac{12}{18}$

$\frac{4 \times 3}{6 \times 3} = \frac{12}{18}$

(9) 左図ナル甲線ノ  $\frac{2}{3}$  ト乙線ノ  $\frac{4}{6}$  ト丙線ノ  $\frac{12}{18}$  ト、其長短如何ナル關係ヲナスカ。答、皆相等シ。

(10)  $\frac{2}{3}$  ハ  $\frac{4}{6}$  ノ分母子ヲ如何ニナセシモノニ等シキカ。

又、 $\frac{12}{18}$  ハ  $\frac{4}{6}$  ノ分母子ヲ如何ニナセシモノニ等シキカ。

答、 $\frac{2}{3}$  ハ  $\frac{4}{6}$  ノ分母子ヲ 2 除シ、又、 $\frac{12}{18}$  ハ  $\frac{4}{6}$  ノ分母子ヲ 3 倍セシモノナリ。

先に見た、「分数化法」における《倍分》および《約分》については、上記の説明によって、その成立根拠が示されている。

## 2. 3. 加法・減法に関する教育内容の構成

先に見た通り（1. 1）、第Ⅰ期・前期の教科書においては、分数の定義を出発点とし、性質、大小関係を経て四則演算に至る形で、教育内容が構成されている。分数加法、減法についても、項目「分数加法」、「分数減法」が設定され、それぞれの項目において、ひとまとまりの計算体系が構成されている。

次に、第一に、分数加法、減法に関する分類の観点と順序の構成、第二に、それによるアルゴリズムの形成過程について、その特徴を解明する。ただし、その前に、特に中條澄清の教科書（②）において、演算が成立するための量的な条件に関する説明が存在する点に注目しておきたい。

### 2. 3. 1. 演算成立のための量的な条件に関する説明

中條澄清の教科書（②）において、分数加法に関する説明は次の記述から開始される（「分数」、(3)「分数加法」）。

同種ノ二物数若クハ二物数以上ヲ集ムル法ヲ加法ト云フハ、既ニ整数加法ニテ知ル所ナリ。小学尋常科筆算書卷之一第 17 丁ヲ見ヨ。諸分数ノ加法ニテモ、亦タ、同種ノ諸分数ニアラサレハ集ムルコト能ハサルナリ。

例之ハ次題ノ如キ 3 分数ノ加法ハ、各米 1 俵ノ分数ニシテ同種ナリ。且、各分数 1 個 [単位分数] ハ 8 分ノ 1 ナルヲ以テ、直ニ集ムルコトヲ得ベシ。

(1) 設如ハ、米 1 俵ノ 8 分ノ 2 ト 8 分ノ 3 ト 8 分ノ 4 ノ和ハ幾何ナリヤ。答、1 俵 8 分ノ 1

上記において注目されるのは、「同種」の概念が示されている点である。整数加法の場合と同じく、分数加法においても、演算の対象については、「同種ノ二物数」であることが演算成立の前提条件となる点、逆に、「同種」でない場合においては演算が成立しない点が記されている。

中條澄清の教科書(②)においては、「同種」に関する一般的な定義、説明は行われていない。上記の引用を見る限り、同じ名称の単位(上記においては「俵」)を付して用いられる数であることが「同種」の定義であると見られる。この点に関連して、中條澄清編『算数学正解』(1886(明治19)年)においては、「同物数」に関する定義と説明が行われている<sup>(36)</sup>。対概念である「異物数」と合わせて、次に引用する(原文の傍点は省略)<sup>(37)</sup>。

同物数ハ同種類ノ一個、即チ同種類ノ数量ヲ頭ス諸数ヲ云フ。

例之ハ、8個ト28個、或ハ2週5日5時ト8時18分29秒、或ハ8里ト5里27町ト25間5尺4寸等ノ如シ。(解)此例第二ノ一個ハ1日ニシテ、各時間ヲ頭シ、第三ノ一個ハ1里ニテ、各距離ヲ頭ハス数ナリ。(中略)

異物数ハ異種類ノ一個、即チ異種類ノ数量ヲ頭ハス諸数ヲ云フ。

例之ハ、3円ト18斤、或ハ3日5時7分ト18円9里ト2段8畝6歩等ノ如シ。

上記の引用によれば、「同物数」とは、同じ名称の単位が付されている場合を含みながらも、より一般的には、時間、距離等、《同じ種類の量を表現する数》を意味する。中條澄清の教科書(②)における用語「同種ノ二物数」についても、同じ意味を備えた用語として理解可能であろう<sup>(38)</sup>。

上記により、先に引用した、中條澄清の教科書(②)の記述については次の理解が可能である。すなわち、演算の対象となる2つの数が《同じ種類の量を表現する数》であることが、演算成立の前提条件として指摘されている。

量の表現として数を定義・説明する立場からは、量に対する操作(合併、除去、倍、等分等)として、数の演算の定義・説明を行うのは自然な選択である。上記の引用においては、この点に加え、演算(操作)の対象となる2つの量に対して、両者における同質性(同じ種類であること)が要請される点が指摘されている。

先に見た通り(0.6)、第I期・前期の教科書—例えば、古川凹(①)、下河邊半五郎(⑥)の教科書においては、量の表現として数を定義・説明する立場が採用されていた。この立場から、単位量、測定概念が導入され、分数については、連続量の表現、具体的には、連続量の測定におい

(36) 中條澄清編『算数学正解』第一巻、「数量及数」、觀光堂、1886(明治19)年、国立国会図書館近代デジタルライブラリー所蔵。同書の成立については次のように記されている。「余先キニ大坂ニ於テ数学私塾開設ノ頃、来学諸子ニ算数学講談ノ用ニ供セン為メ、英米諸氏ノ著書中ヨリ各法ノ原理ヲ訳述シ、或ハ自己ノ解釈ヲ記スル所ノ稿、偶然積ンデ数巻ト為ル。此頃、一友人来リテ其稿ヲ熟読シ、之ヲ世ニ公ニセンコトヲ勸ム。是ニ於テ大ニ訂正ヲ加ヘ、再ヒ知友ニ示シテ書名ヲヒシニ算数学正解ノ名ヲ以テス」(「例言」)。

(37) 中條澄清の教科書(②)からの引用にある「物数」については、同上書において、次のように定義・説明されている。対概念である「虚数」と合わせて、次に引用しておく。「虚数ハ実物ニ関係ナキ時、用キル数ニテ、即チ其一個ニ特別ノ名称無キ数ナリ。例之ハ8個、136個等ノ如シ。物数ハ実物ニ関係スル時、用キル数ニテ、即チ其一個ニ特別ノ名称アル数ナリ。例之ハ金8円、茶15斤、距離135里等ノ如シ。(解)金8円ト云ヘハ貨幣ナル実物ニ関係ノ其一個ニ円ト云フ特別ノ名称アリ。之ニ反シテ、8個ト云ヘハ実物ニ関係セサル数ニテ、其一個ニ特別ノ名称ナキナリ。「一個」については、次のように定義・説明されている。「一個ハ単純ナルモノ、即チ確定シタル数量ヲ云フ。例之ハ1里、1円、1斤等ノ如シ。(注意)爰ニ謂フ一個ハ英語『ユニット』ノ訳ニシテ、之ヲ数基トモ訳スルナリ。(中略)故ニ一個ハ数ノ基礎ト謂フベキナリ」。

(38) 本文の引用における例示(「2週5日5時」等)においては、「諸等数」による記述が行われている。「諸等数」は「単数」(「一名称ヲ以テ頭シタル物数」)の対概念である。中條澄清の教科書(②)における例示(「米1俵ノ8分ノ2」等)は「単数」による記述である。

て発生する端下量（単位量に満たない量）の表現として定義されていた。すなわち、下河邊半五郎の教科書（⑥）においては、「若シ、某大サノ其原量ヨリ小ナル場合ニ於テ」、「其大サ」を表現する数、古川凹の教科書（①）においては、「或量ハ量基ヲ1回ヲモ包含セザルノ意ヲ表示スル数」が、具体的な分数の定義・説明であった。この点に関連して、次の2点を指摘しておく。

第一に、分数の加法・減法について、演算の定義が記述されている教科書としては、中條澄清の教科書（②）の他、古川凹（①）、佐久間文太郎（③）、樺正董（⑧）の教科書が存在する。しかしながら、古川凹の教科書（①）を含め、上記の教科書においては、演算の量的な側面に関する説明それ自体が行われていない。例として、古川凹（①）、樺正董（⑧）の教科書における加法の定義を次に引用する（順に、「分数」、第3章「分数四則」、第1節「分数加法」。第2編「分数ノ性質及其計算」、第5章「分数加法」、「定義」）。

分数加法ハ夥多ノ分数中ニ包含セラル、数基ノ分部ヲ合一シテ一数トナスノ法ナリ。

$\frac{2}{7}$  ト  $\frac{3}{7}$  ト加ヘルトハ如何ナル意味コトカ  $\frac{2}{7}$  ト  $\frac{3}{7}$  トヲ一ショニ集メ、其数ヲ言ヒ顯スコトナリ。

上記の記述との比較によれば、演算成立のための量的な条件に関する記述の存在については、中條澄清の教科書（②）が備えていた独自の特徴として位置付けることが可能である。

第二に、古川凹（①）、下河邊半五郎（⑥）の教科書とは異なり、中條澄清の教科書（②）において、数、量に関する定義、説明は特に行われていない。ただし、中條澄清編『算数学正解』（1886（明治19）年）においては、数、量の概念および「算数学」に関する定義・説明が行われている<sup>(39)</sup>。

まず、「増スヲ得ヘク減スヲ得ヘク、計ルヲ得ヘキモノ」として「数量」を、「一個若クハ一個ノ集合スル者」として「数」を、それぞれ、定義している。次に、「数量ノ性質、関係等ヲ講究スル」学問として「数理学」(Mathematics)を、「諸数ノ性質及関係ヲ講究シ、其定理ヲ以テ実業即チ実地ノ応用ニ供スル法則ヲ講究スル」、「数理学中ノ一科」として「算数学」(Arithmetic)を、それぞれ、定義している（先に見た通り、「虚数」と「物数」、「同物数」と「異物数」等の概念についても、定義、説明が行われている<sup>(40)</sup>。ただし、分離量、連続量の区別は設定されていない。

「整数」については「全キ数」として定義されている（「数量及数」、「数理学、算数学及公理」<sup>(41)</sup>）。これに対して、分数については、明確な定義・説明が行われていない。ただし、先に引用した通り、中條澄清の教科書（②）において、分数は、「全キ数即チ欠ルコトナキ数」としての整数との対比において、「之ニ反シタル」数、「一物ヲ若干等部ニ分チタル一部若クハ一部以上ノ部数」として、定義されている（2. 1）。この定義における「一物」として想定されているのは、量一般であると見られる。ただし、先に引用した通り、「分数ノ理ヲ了解スル」方法については、「一直線ヲ等分スルニ優レルモノ無シ」と指摘されていた（2. 2）。この指摘が示す通り、分数に関する説明においては、連続量（長さ）に依拠する方法の有効性が注目されている。

(39) 中條澄清編『算数学正解』第一巻、「数量及数」、観光堂、1886（明治19）年。

(40) 須田勝彦が指摘している通り、同じ内容の記述は、中條澄清記述『算学教授書』（1876（明治9）年）においても行われている。須田勝彦「明治初期算術教科書の自然数指導——塚本明毅『筆算訓蒙』を中心にして」『教授学の探究』第15号、北海道大学教育学部教育方法学研究室、1998年、6～7ページ。従って、中條澄清の教科書（②）に関する限り、それを、「理論流義算術」の、「小学教育内」への「闖入」の具体例として位置付けることは適切性を欠く。

(41) 国立国会図書館近代デジタルライブラリーにおいて所蔵されているのは、中條澄清編『算数学正解』の内、整数およびその四則演算の一部を対象とする第一巻のみである。



### 2. 3. 2. 分類の観点と順序の構成

分数加法は、基本的には、《真分数+真分数（同分母）》、《真分数+真分数（異分母）》、《帯分数+帯分数（異分母）》に分類され、この順序に従った形で、計算体系が構成されている。分類の基本的観点は《シルエットの別》に設定され、《真分数→帯分数》による順序が構成されている。例として、権正董の教科書（⑧）における「分数加法」（第2編「分数ノ性質及其計算」、第5章）の下位項目を次に示す（番号は引用者による）。

- |                        |
|------------------------|
| (1) 同シ分母ヲ有シタル分数ヲ加ヘル場合  |
| (2) 異リタル分母ヲ有スル分数ヲ加ヘル場合 |
| (3) 帯分数ヲ加ヘル場合          |

古川凹の教科書（①）においても、「分数加法ヲ三況ニ区分ス」として、権正董の教科書（⑧）と同じ形で下位項目が設定されている（「分数」、第3章「分数四則」、第1節「分数加法」）。

- |            |
|------------|
| 第一況 同分母ノ分数 |
| 第二況 異分母ノ分数 |
| 第三況 混数加法   |

中條澄清（②）、山田正一（④）の教科書においては、下位項目に対して名称が付されていない。ただし、分類と順序は、権正董（⑧）、古川凹（①）の教科書と同じである。

これに対して、下河邊半五郎の教科書（⑥）においては、上記の教科書とは異なった形で、計算体系が構成されている（第5章「分数」、第8節「分数加法」、(4)「教授ノ順序」。( )は引用者）。

分数加法ハ左ノ七況ニ大別シテ教授スルヲ可トス。

- |                           |                  |
|---------------------------|------------------|
| * (1) 同分母ノ分数加法            | 《《真分数+真分数（同分母）》》 |
| (2) 整数ト通常分数〔真分数〕トノ加法      | 《《整数+真分数》》       |
| (3) 同分母ノ通常分数ト混分数〔帯分数〕トノ加法 | 《《真分数+帯分数（同分母）》》 |
| (4) 同分母ノ混分数ノ加法            | 《《帯分数+帯分数（同分母）》》 |
| * (5) 異分母ノ通常分数ノ加法         | 《《真分数+真分数（異分母）》》 |
| (6) 異分母ノ通常分数ト混分数トノ加法      | 《《真分数+帯分数（異分母）》》 |
| * (7) 異分母ノ混分数ノ加法          | 《《帯分数+帯分数（異分母）》》 |

下河邊半五郎の教科書（⑥）において、直接的な説明の対象となっているのは、上記の一部に限定されている。具体的には、\*を付した(1)(5)(7)についてのみ、例題として示され、計算方法に関する説明が行われている。

下河邊半五郎の教科書（⑥）において、分類の基本的観点は《同分母・異分母の別》に設定され、《同分母→異分母》による順序が構成されている。《シルエットの別》については副次的な観点として位置付けられ、同分母分数の場合、異分母分数の場合、それぞれについて、《真分数→帯分数》による順序が構成されている。下河邊半五郎の教科書（⑥）における分類の観点と順序の構成については、第I期・後期の教科書において進化した、部分的変容の一形態として位置付けることが可能である。

減法においても、基本的な分類の観点と順序の構成については加法と同じである。すなわち、《真

分数－真分数（同分母）》、《真分数－真分数（異分母）》、《帯分数－帯分数（異分母）》に分類され、この順序に従った形で、計算体系が構成されている。例として、樺正董の教科書（⑧）における「分数減法」（第6章）の下位項目を次に示す。

- (1) 同一ナル分母ヲ有スル分数ヲ減スル場合
- (2) 異リタル分母ヲ有スル分数ヲ減スル場合
- (3) 帯分数ノ減法

古川凹の教科書（①）においても、「分数減法ヲ三況ニ区分ス」として、次の下位項目が設定されている（第3章「分数四則」、第2節「分数減法」）。

- 第一況 同分母ノ分数
- 第二況 異分母ノ分数
- 第三況 混数減法

中條澄清（②）、山田正一（④）の教科書においては、上記のような形で、下位項目に名称が付されているわけではない。ただし、分類と順序は、樺正董（⑧）、古川凹（①）の教科書と同じである。

下河邊半五郎の教科書（⑥）においては、減法についても、加法と同じ分類と順序に従った形で、計算体系が構成されている（第5章「分数」、第9節「分数減法」、(4)「教授ノ順序」。( )は引用者）。

- 分数減法ハ左ノ七況ニ大別シテ教授スルヲ可トス。
- |  |                  |
|--|------------------|
| (1) 同分母ノ減法                                     | 《《真分数－真分数（同分母）》》 |
| (2) 整数ト通常分数トノ減法                                | 《《整数－真分数》》       |
| (3) 同分母ノ通常分数ト混分数トノ減法                           | 《《帯分数－真分数（同分母）》》 |
| (4) 同分母ノ混分数ノ減法                                 | 《《帯分数－帯分数（同分母）》》 |
| * (5) 異分母ノ通常分数ト混分数トノ減法 [「異分母ノ通常分数ノ減法」の誤記と見られる] | 《《真分数－真分数（異分母）》》 |
| (6) 異分母ノ通常分数ト混分数トノ減法                           | 《《帯分数－真分数（異分母）》》 |
| * (7) 異分母ノ混分数減法                                | 《《帯分数－帯分数（異分母）》》 |

ただし、直接的な説明の対象は、\*を付した(5)(7)に限定されている（《《真分数－真分数（同分母）》》については、説明の対象から除外されている）。

なお、上記の特徴と「開発主義」教授理論との関連について、次の点を指摘することができる。古川凹の教科書（①）においては、教育内容構成の順序について、次の記述がある（巻一、「凡例」）。

既知ニ依リ未知ヲ求ムルノ法ヲ固守シ、着々歩ヲ進メ、簡ヨリ繁ニ往クヲ務メ（以下略）。

この点に関連して、注目されるのは、「開発主義」教授理論の代表的な教授法書である、若林虎三郎・白井毅編『改正教授術』（明治16年）に記されている「教授ノ主義」、「既知ヨリ未知ニ進メ」、「簡ヨリ繁ニ進メ」である<sup>(42)</sup>。先に見た順序の構成については、この原理の具体的な存在形態であ

(42) 梅根悟・海老原治善・中野光編『資料日本教育実践史1』三省堂、1979年、75ページ。「教授ノ主義」については、その重要性が次のように説明されている。「左ニ掲クル諸主義ハ、ペスタロヂー其他諸教育家ノ幾多ノ理論ト経験トヲ積ミテ組成セルモノニシテ、現今教育諸大家ノ一般ニ是認スル所ノモノナリ。故ニ、教師者熱復翫味充分ニ其意義ヲ明ニシ、常ニ之ニ因リテ業ヲ授ケバ、庶幾クハ教授ノ正鵠ヲ失ハザラン」（アンダーラインは原文）。

ると同時に、「開発主義」教授理論の具体化の一形態として理解することが可能である。

ただし、上記において見た通り、古川凹の教科書(①)における順序の構成は、加法についても、減法についても、中條澄清(②)、樺正董(⑧)の教科書と同じである。分数加法、減法に関する計算体系の構成において、「開発主義」教授理論を具体化した結果として、特に、他の教科書とは異なる独自の特徴が付与されているわけではないのである。この点については、「教授ノ主義」それ自体の常識的性格に起因すると考えられる(乗法、除法についても、この点は同じである(3. 1))。

なお、先に見た通り(1. 1)、佐久間文太郎(③)、小笠原利孝(⑤)の教科書において、分数加法、減法について設定されている項目は、「分数加法」、「分数減法」ではなく、それぞれ、「分数加減法」(第2章「分数」、第4節)、「分数加法及減法」(第8章「分数」、第2節)である。他の教科書とは異なり、加法と減法について、2つの演算を関連付けた形で、ひとまとまりの教育内容が構成されている点が特徴的である。この点についても、「開発主義」教授理論との関連の存在が予想される。この点については、佐久間文太郎(③)、小笠原利孝(⑤)の教科書におけるアルゴリズムの形成過程を見る(2. 3. 3)。

### 2. 3. 3. アルゴリズムの形成過程

先に見た通り、樺正董の教科書(⑧)において、分数加法の下位項目は、(1)「同シ分母ヲ有シタル分数ヲ加ヘル場合」、(2)「異リタル分母ヲ有スル分数ヲ加ヘル場合」、(3)「帯分数ヲ加ヘル場合」によって構成されていた。次に、上記の下位項目によるアルゴリズムの形成過程を見る。

同シ分母ヲ有シタル分数ヲ加ヘル場合

$\frac{5}{18}$  ト  $\frac{7}{18}$  ト  $\frac{1}{18}$  トハ加ヘテ何程ナルカ。

$\frac{1}{18}$  ヲ5ツト7ツト1ツトハ、合ハセテ13ナリ。即チ $\frac{13}{18}$ ナリ。

右ニテ、如何ニ同シ分母ヲ有スル分数ヲ加ヘベキカヲ知レルカ。

法則第一 同一ナル分母ヲ有スル分数ノ和ヲ求メント欲セハ、分子ノ和ヲ分子トシ、前ノ分母ヲ分母トシタル分数ヲ作ルベシ。

注意 若シ成ルコトナラハ、常ニ整数ヲ取り出シ、且ツ残りノ分数ヲ約スベシ。

例題  $\frac{5}{8}$ 、 $\frac{3}{8}$ 、 $\frac{7}{8}$  ノ和ヲ求ム。

解  $5+3+7=15$  故ニ $\frac{15}{8}$ ニシテ、整数ヲ取り出ストキハ $1+\frac{7}{8}$ ナリ。

上記により、まず、「真分数+真分数(同分母)」に関する計算(《たす》)の方法が説明される。同時に、必要に応じて、「くりあげ」(仮分数→帯分数の変形)、「約分」を付加する点が注記される。これらの内容については、すでに、「分数化法」において説明されている。計算の方法については「法則」として一般的な形で定式化され、「例題」において、その具体的な適用方法が説明される。

なお、上記の引用においては、3項の演算が例題として示されている。しかしながら、3項の演算について考えるためには、その成立根拠として、結合法則の成立を示すことが必要である。上記

同、74～75ページ)。

の引用においては、この点に関する説明を欠いた形で、3項の演算が示されている。結合法則の成立については、最初から前提とされているのである。

なお、結合法則の位置付けについては、古川四（①）、中條澄清（②）、山田正一（④）、下河邊半五郎（⑥）の教科書についても、同じ点を指摘することが可能である。この事実は、分数加法の結合法則に関する限り、それが演算の代数的性質の一つであるにも関わらず、第Ⅰ期・前期の教科書においては説明の対象として位置付けられていないことを示している。この点については後に考察を加える（2. 3. 4）。

異リタル分母ヲ有スル分数ヲ加ヘル場合

$\frac{5}{12}$ 、 $\frac{7}{18}$  アリ。各如何ナルコトヲ示スカ、 $\frac{5}{12}$  ハ  $\frac{1}{12}$  ヲ 5 ツ、 $\frac{7}{18}$  ハ  $\frac{1}{18}$  ヲ 7 ツ。

之ヲ直チニ加フルコトヲ得ルカ、 $\frac{1}{12}$  ト  $\frac{1}{18}$  トハ種類異ル故、直チニ加フル能ハス。

然ラハ、 $\frac{5}{12}$  ト  $\frac{7}{18}$  ヲ分母ヲ同一トセヨ、第4章ノ法ニヨリ、 $\frac{15}{36}$ 、 $\frac{14}{36}$  ナルコトヲ知ル。

次ニ此等ノ和ハ如何、 $\frac{15}{36}$  ト  $\frac{14}{36}$  ノ和ハ前ノ方ニ依リテ  $\frac{29}{36}$  ナリ。

然ラハ、分母ノ異リタル分数ヲ如何ニ加フベキヤ。

法則第二 分数ノ分母ヲ同一トナシ、前ノ法則第一ニ依リ加フベシ。

例題  $\frac{5}{6}$ 、 $\frac{7}{8}$ 、 $\frac{5}{12}$  ノ和ヲ問フ。

解  $\frac{5}{6}$ 、 $\frac{7}{8}$ 、 $\frac{5}{12}$  ノ分母ヲ同一トスレハ、 $\frac{20}{24}$ 、 $\frac{21}{24}$ 、 $\frac{10}{24}$  ニシテ、前ノ法則ニ依リ、其和  $\frac{51}{24}$  即  $2 + \frac{3}{24}$ 、

分数ヲ約シテ  $2 + \frac{1}{8}$  ナリ。

次に、「真分数+真分数（異分母）」に関する計算の方法が説明される。「法則第二」として定式化されている通り、その基本的な操作は、「通分」→「たす」である。これに加え、「例題」において説明されている通り、必要に応じて、「くりあげ」（仮分数→帯分数の変形）、「約分」が付加される。この点は、先に見た、同分母分数の場合と同じである（なお、引用における／は、原文における改行を示す。以下同じ）。

帯分数ヲ加ヘル場合

$2 + \frac{5}{6}$  ト  $4 + \frac{1}{8}$  トアリ。之ヲ一ショニ集ムルニハ、何ト何ト一ショニスベキカ。

2 ト 4 ト別ニ合セ、 $\frac{5}{6}$  ト  $\frac{1}{8}$  ト合ス。

然ラハ、 $\frac{5}{6}$  ト  $\frac{1}{8}$  トノ和ヲ問フ、 $\frac{5}{6}$  ト  $\frac{1}{8}$  トハ前ノ法ニテ  $\frac{23}{24}$  ナリ。

然ラハ、2 ト 4 トハ如何、且ツ全キ答ハ如何、2 ト 4 ニテ 6 トナリ、総ヘテ  $6 + \frac{23}{24}$  ナリ。

右ノ例ニテ、帯分数ヲ加フル法則ヲ問フ。

法則第三 帯分数ヲ加フルニハ、整数、分数ヲ別々ニ加へ、之ヲ又加フ可シ。

例題  $3 + \frac{7}{15}$ 、 $55 + \frac{1}{3}$ 、 $17 + \frac{9}{10}$  ヲ加ヘヨ。

解  $3 + 55 + 17 = 75$  トナリ、 $\frac{7}{15}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{9}{10}$  ノ和ハ  $\frac{51}{30}$ 、即チ  $1 + \frac{21}{30}$ 、分数ヲ約シテ  $1 + \frac{7}{10}$  ナリ。

故ニ、前ノ  $75$  ト加ヘ  $76 + \frac{7}{10}$  ナリ。

上記により、「帯分数+帯分数（異分母）」に関する計算の方法が説明される。「法則第三」として定式化されている通り、その基本的な操作は、「通分」→（たす）《たす》である。なお、（たす）は帯分数の整数部分同士について、「たす」は分数部分同士について、それぞれ、加法を行うことを意味する。「例題」においては、必要に応じて、「くりあげ」（仮分数→帯分数の変形）、「約分」が、上記の基本操作に付加される点が説明されている。

上記の分析結果により、樺正董の教科書（⑧）における分数加法のアルゴリズムの形成過程については、次の形に記述することが可能である。ただし、次においては主要な操作に対象を限定し、「くりあげ」（仮分数→帯分数の変形）、「約分」等、必要に応じて付加される操作については、副次的な操作として、記述を省略している。なお、\*は、その内容について、例題として示され、計算方法に関する説明が行われていることを意味する。

\*① 真分数+真分数（同分母）：《たす》

\*② 真分数+真分数（異分母）：《通分》→《たす》

\*③ 帯分数+帯分数（異分母）：《通分》→（たす）《たす》

最短の過程を辿ってアルゴリズム（③）に至る形で過程が構成されており、そのための重要なポイントが例題として示されている点が注目される。この特徴は、「一般的な概念を可能な限り早期に形成し、その適用によって、個別的な概念を説明する」という原理に基礎を置くものであり、「水道方式」の歴史的源流として位置付けることが可能である。ただし、上記において構成されているのは、水道方式の用語によれば、「素過程」および「典型的な複合過程」（「水源池」）までに対応する教育内容である。「退化した複合過程」——上記の原理においては、「一般的な概念の適用によって、個別的な概念を説明する」、その後半部分——については、対応する教育内容は構成されていない<sup>(43)</sup>。

なお、樺正董の教科書（⑧）においては、項目「分数化法」の設定により、四則演算に進む前に、分数の性質・大小関係に関するひとまとまりの教育内容が構成されている。上記による過程の構成については、この点が重要な要因となっている。この点を含め、アルゴリズムの形成過程については、古川凹（①）、中條澄清（②）、山田正一（④）の教科書についても、同じ点を指摘することができる。

減法については、古川凹の教科書（①）を見る。先に見た通り、古川凹の教科書（①）において、分数減法の下位項目は、「第一況 同分母ノ分数」、「第二況 異分母ノ分数」、「第三況 混数減法」によって構成されていた。上記の下位項目によるアルゴリズムの形成過程を見る。

(43) 「素過程」、「典型的な複合過程」、「退化した複合過程」等の用語については次を参照。遠山啓「現代化における一つの指針」『遠山啓著作集 数学教育論シリーズ4 水道方式をめぐる』太郎次郎社、1981年、10～13ページ [初出は、『算数教育』1960年7月号、明治図書出版]。

第一況 同分母ノ分数

例(1) 4分ノ3ヨリ4分ノ1ヲ減ズレバ如何。

4分ノ3ヨリ4分ノ1ヲ減ズルハ、数基ヲ4等分シタルモノ、3ヨリ4等分シタルモノ、1ヲ減ズルナレバ、3ヨリ1ヲ減ジ、所得ノ差ヲ分子トスレバ4分ノ2即チ2分ノ1ヲ得ルナリ。

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad \text{答. 2分ノ1}$$

例(2)  $\frac{8}{9}$ ヨリ $\frac{5}{9}$ ヲ減ズレバ如何。(中略)

規則 所題ノ分数ノ分母同ジケレバ、小ナル分子ヲ大ナル分子ヨリ減ジ得差ヲ分子トシ、公分母ヲ分母トシテ分数ヲ作レバ、所求ノ差ニ相当スル分数ヲ得ルナリ。

上記により、まず、《真分数－真分数（同分母）》に関する減法（《ひく》）の方法が説明される。この点に加え、必要に応じて《約分》を付加する点についても、説明が行われる（《約分》については、すでに、「分数化法」において説明されている）。計算の方法については例題（「例」）に即した説明が行われた後、一般的な規則として定式化される（「規則」）。

第二況 異分母ノ分数

例(1) 4分ノ3ヨリ3分ノ2ヲ減ズレバ残数如何。

4分ノ3ヨリ3分ノ2ヲ減ゼント欲スルモ、4等分シタルモノト3等分シタルモノトハ同種ノモノニ非ザレバ、預メ同分母ノ分数ニ化シ、同種ノ分数トセザルベカラズ。

$$\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{9}{12} - \frac{8}{12} = \frac{1}{12} \quad \text{答. 12分ノ1}$$

例(2) 41分ノ27ヨリ246分ノ83ヲ減ズレバ残数如何。(中略)

規則 分数ノ分母同ジカラザレバ、先ヅ同分母ノ分数ニ化シ、而シテ新分数ニ就キ第一況ニ於ル如ク減法ヲ施スベシ。

次に、《真分数－真分数（異分母）》に関する計算（《ひく》）の方法が説明される。「規則」として定式化されている通り、その基本的な操作は、《通分》→《ひく》である。「例(2)」においては、演算結果に対する《約分》の必要性が生じる場合が示されている。

第三況 混数加法

例(1) 18個9分ノ8ヨリ13個5分ノ4ヲ減ズレバ残数如何。

18個ヨリ13個ヲ減ズレバ残数5個ヲ得、又、9分ノ8ヨリ5分ノ4ヲ減ズレバ45分ノ4ヲ得。

$$18\frac{8}{9} - 13\frac{4}{5} = 18\frac{40}{45} - 13\frac{36}{45} = \frac{40-36}{45} + 18 - 13 = 5\frac{4}{45} \quad \text{答. 5個45分ノ4}$$

例(2) 21個6分ノ5ヨリ12個8分ノ5ヲ減ズレバ残数如何。(中略)

規則 混数ノ減法ヲ施サント欲セバ、先ヅ分数ノ減法ヲ施シ、次ニ整数ノ減法ヲ施スベシ。

次に、《帯分数－帯分数（異分母）》に関する計算の方法が説明される。例題に関する説明（式）および「規則」において示されている通り、その基本的な操作は、《通分》→（ひく）《ひく》である。なお、（ひく）は帯分数の整数部分同士について、《ひく》は分数部分同士について、それぞれ、減法を行うことを意味する。

例(3) 48個11分ノ5ヨリ26個8分ノ7ヲ減ズレバ残数如何。

分数ニ同分母ヲ付スルニ  $48\frac{40}{88} - 26\frac{77}{88}$  ヲ得ルヲ以テ、分数ノ減法ヲ施ス能ハズ。由テ被減数ノ

48ヨリ1個ヲ借り47トナシ、此ノ借リタル1個ヲ  $\frac{88}{88}$  トナシ、之ヲ分数  $\frac{40}{88}$  ニ加ヘテ  $\frac{128}{88}$  トナシ、

而シ<sup>(ママ)</sup> 減法ヲ施スニ  $\frac{51}{88}$  ヲ得、又、整数ニ就キ減法ヲ施スニ47ヨリ26ヲ減ズルノ21ヲ得。

$$48\frac{5}{11} - 26\frac{7}{8} = 48\frac{40}{88} - 26\frac{77}{88} = \frac{128}{88} - \frac{77}{88} + 47 - 26 = \frac{51}{88} + 21 = 21\frac{51}{88}$$

上記においては、《帯分数—帯分数（異分母）》の内、被減数の分数部分より減数の分数部分の方が大きい場合が示されている。この場合については、《ひく》の前に、まず、《くりさげ》（整数・帯分数→仮分数の変形） $\left(48\frac{40}{88} = 47\frac{128}{88}\right)$  を行うことが必要になる。その後、整数部分同士および分数部分同士について、それぞれ、減法（《ひく》、《ひく》）を行う。この点について、例題に即した形で説明が行われている。

例(4) 9個ヨリ5個<sup>(ママ)</sup>  $1\frac{2}{12}$ ノ11ヲ減ズレバ残数如何。

$$9 - 5\frac{11}{12} = \frac{12}{12} - \frac{11}{12} + 8 - 5 = \frac{1}{12} + 3 = 3\frac{1}{12}$$

被減数ノ分数、減数ノ分数ヨリ小ナレバ、被減数ノ分子ニ分母ヲ加ヘ、被減数ノ整数ヨリ1個ヲ減ズベシ。

上記の引用においては、「例(4)」において、上記の操作（《通分》→《くりさげ》→《ひく》《ひく》）の、《整数—帯分数》の場合に対する適用方法を示した後、《くりさげ》の手順だけが定式化されている。

上記の分析結果により、古川四の教科書(①)における分数減法のアルゴリズムの形成過程については、次の形に記述することが可能である。

- \*① 真分数—真分数（同分母）：《ひく》
- \*② 真分数—真分数（異分母）：《通分》→《ひく》
- \*③ 帯分数—帯分数（異分母）：《通分》→《ひく》《ひく》
- \*④ 帯分数—帯分数（異分母）：《通分》→《くりさげ》→《ひく》《ひく》
- \*⑤ 整数—帯分数：《くりさげ》→《ひく》《ひく》

最短の過程を辿ってアルゴリズム(④)に至る形で過程が構成されている点、そのための重要なポイントが例題として示されている点において、加法の場合と同じ特徴を備えている。

なお、先に、加法に関するアルゴリズムの形成過程について、《一般的な概念を可能な限り早期に形成し、その適用によって、個別的・特殊な概念を説明する》という原理の存在を指摘した。ただし、加法においては、この原理の内、その後半部分にあたる、《一般的な概念の適用による、個別的・特殊な概念の説明》に対応する教育内容が構成されていなかった。減法においては、部分的ではあるけれども、上記⑤として、対応する教育内容が構成されている点が注目される。

古川四の教科書(①)における④は、分数減法において最も一般的な操作の系列(アルゴリズム)であると同時に、最も多くの操作を必要とする、その意味において複雑な性格を備えている。この点に加え、操作の一つである《くりさげ》は、次の意味において重要な性格と位置を占めている。

加法における《くりあげ》は演算の結果に対して行われる操作である。これに対して、減法における《くりさげ》は、演算を実行する前に行われる操作である。すなわち、被減数の分数部分が減数の分数部分より小さい場合(古川四の教科書(①)においては「例(3)」)において、演算を行う前に、被減数に対して行われる操作である。上記の場合においては、《くりさげ》を欠いては、演算の実行それ自体が不可能となる、その意味において必要不可欠な操作である。

古川四の教科書(①)において、特に⑤が教育内容として構成されている点については、④および《くりさげ》が備えている上記の性格との関連において理解することが可能である。すなわち、個別的・特殊な場合である⑤に対する適用を通して、最も一般的かつ複雑な性格を備えた④について、その理解と定着を図ることが意図されている。特に、加法における《くりあげ》とは異なり、④に含まれる《くりさげ》は、演算の実行それ自体にとって必要不可欠な操作である。上記の意図が特に減法の場合において設定されているのは、この点に起因すると見られる。

この点に関連して、中条澄清の教科書(②)においては、上記④の性格が次のように指摘されている(「教師心得(4)」)。

減法中運算ノ困難ナルハ(16)題ノ如キ類ナリ。能ク注意ヲ加ヘテ解明スヘシ。

上記の引用において、「(16)題」とは、《帯分数-帯分数(異分母)》の問題であり、操作として、《通分》→《くりさげ》→(ひく)《ひく》を必要とする場合である。説明は次の通りである。

(16) 金4円2分ノ1ヨリ1円4分ノ3取レハ、残り何程ナリヤ。  
 答. 金2円4分ノ3

(解) 此  $\frac{1}{2}$  ト  $\frac{3}{4}$  ヲ最小同分母ニ化 [ス] レハ、 $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$  ト  $\frac{3}{4}$  ナリ。

此  $\frac{2}{4}$  ヲ  $\frac{3}{4}$  ハ減シ能ハサルナリ。故ニ、 $1 = \frac{4}{4}$  ノ理ニ依テ、

$$4\frac{1}{2} = 3 + 1 + \frac{1}{2} = 3 + \frac{4}{4} + \frac{1}{2} = 3 + \frac{4}{4} + \frac{2}{4} = 3 + \frac{6}{4}$$

ト為シ、其下ニ法 [減数] ヲ記シ、減算スレハ答ヲ得ルコト上 [「運算」] ノ如シ。

算 運

$$4\frac{1}{2} = 3\frac{6}{4}$$

$$1\frac{3}{4}$$


---


$$2\frac{3}{4}$$

なお、中条澄清の教科書(②)におけるアルゴリズムの形成過程は、先に見た、古川四の教科書(①)と同じである。

権正董の教科書(⑧)においては、古川四の教科書(①)における操作⑤に対して、古川四の教科書(①)とは異なる位置が与えられている。この点に関連して、まず、権正董の教科書(⑧)における分数減法のアルゴリズムの形成過程を次に示す。

- \*① 真分数-真分数(同分母): 《ひく》
- \*② 真分数-真分数(異分母): 《通分》→《ひく》
- \*③ 帯分数-帯分数(異分母): 《通分》→(ひく)《ひく》
- \*④ 整数-帯分数: 《くりさげ》→(ひく)《ひく》
- \*⑤ 帯分数-帯分数(異分母): 《通分》→《くりさげ》→(ひく)《ひく》



先に引用した下位項目との関連においては、①が「同一ナル分母ヲ有スル分数ヲ減スル場合」、②が「異リタル分母ヲ有スル分数ヲ減スル場合」、③④⑤が「帯分数ノ減法」に、それぞれ、対応する。この内、特に③④⑤について、例題および必要な操作を定式化した記述（「法則」）を、次にまとめて引用する。

法則第三 整数ハ整数ヨリ減シ、分数ハ分数ヨリ減ス。而シテ其各ノ残リヲ加フ可シ。

$$\left( \text{ex. } 5\frac{7}{12} - 2\frac{5}{18} = 5\frac{42}{72} - 2\frac{20}{72} = 3\frac{22}{72} = 3\frac{11}{36} \right)$$

法則第四 若シ、減セラル可キ分数ナキトキハ、整数ノ内 1 ヲ取り、減数ナル分数ノ分母ト同一ナル分母ヲ有スル分数ト化シ、之レヨリ分数ヲ減スベシ。其為メニ、無論、被減数ノ整数ハ 1 少ナクナルベシ

$$\left( \text{ex. } 3 - \frac{2}{5} = 2\frac{5}{5} - \frac{2}{5} = 2\frac{3}{5} \right)。$$

法則第五 若シ減スル分数大ナルトキハ、被減数ニ 1 ヲ加ヘ減スベシ。其為メニ被減数ノ整数ハ 1 個少ナクナルベシ

$$\left( \text{ex. } 7\frac{5}{24} - 2\frac{7}{18} = 7\frac{15}{72} - 2\frac{28}{72} = 6\frac{87}{72} - 2\frac{28}{72} = 4\frac{59}{72} \right)。$$

古川凹の教科書（①）における⑤は、樺正董の教科書（⑧）においては、④（「法則第四」）として位置付けられている。この事実は、樺正董の教科書（⑧）においては、④において、《くりさげ》それ自体に関する説明を行うことが意図されていることを示している。④によって、《くりさげ》に関する説明を行った後、⑤（「法則第五」）において、それを基本操作の一つとして含む、分数減法に関する最も一般的な操作の体系（アルゴリズム）に関する説明へと進む — 樺正董の教科書（⑧）においては、この順序に従った形で、分数減法に関するアルゴリズムの形成過程が構成されている。

上記の分析結果に示されている通り、古川凹（①）、中條澄清（②）、樺正董（⑧）の教科書においては、分数減法において最も一般的な操作の系列（アルゴリズム）に関する説明のための独自の工夫が、教科書によって異なる形態において行われている。

ただし、上記の意味における工夫は、第 I 期・前期のすべての教科書において行われていたわけではない。例題として示され、計算方法に関する説明が行われている内容に限定して見る限り、下河邊半五郎の教科書（⑥）においては、《帯分数—帯分数（異分母）》の問題については、《くりさげ》を必要としない場合だけが示されている。《くりさげ》については、言葉による説明に止まっている。山田正一の教科書（④）においては、《帯分数—帯分数（異分母）》の問題については、《くりさげ》を必要とする場合だけが示されている。

次に、先に指摘した通り（1. 1）、佐久間文太郎（③）、小笠原利孝（⑤）の教科書においては、項目として、それぞれ、「分数加減法」、「分数加法及減法」が設定されている点、2つの演算について、ひとまとまりの教育内容が構成されている点が特徴的である。例として、佐久間文太郎の教科書（③）におけるアルゴリズムの形成過程を次に示す。

- \*① 真分数+真分数（同分母）：《たす》
- \*② 真分数-真分数（同分母）：《ひく》
- \*③ 真分数+真分数（異分母）：《通分》→《たす》
- \*④ 真分数-真分数（異分母）：《通分》→《ひく》
- \*⑤ 帯分数+帯分数（異分母）：《通分》→（たす）《たす》
- \*⑥ 帯分数-帯分数（異分母）：《通分》→（ひく）《ひく》

\*⑦ 帯分数—帯分数（異分母）：《通分》→《くりさげ》→（ひく）《ひく》

樺正董の教科書（⑧）における加法のアルゴリズムの形成過程、古川凹の教科書（①）における減法のアルゴリズムの形成過程の一部を、順に組み合わせた形で、過程が構成されている。前者については①③⑤として、後者については②④⑥⑦として、それぞれ位置付けられている。計算規則の定式化については、加法と減法を組み合わせた形で行われている。2つの演算の関係を示す記述としては、例えば次の記述が見られるに過ぎない（第4節「分数加減法」、「豫習」）。

- (1) 5分ノ3ハ、其分ツ所ノ基<sup>モト</sup>ハ何ナリヤ。又、5分ノ2ハ何ナリヤ。
- (2) 然ラバ、1円ノ5分ノ3ト1円ノ5分ノ1トノ和ハ5分ノ幾何ナリヤ。答. 5分円ノ4。
- (3) 然ラバ、1円ノ5分ノ4ト1円ノ5分ノ1トハ其差幾何ナリヤ。答. 5分円ノ3。

### 2. 3. 4. 演算の代数的な側面に関する説明

加法・減法の代数的な側面に関する説明については、下河邊半五郎の教科書（⑥）における演算結果の検証方法（検算）に関する説明が唯一の事例である。

下河邊半五郎の教科書（⑥）において注目される特徴は、教育内容に関するカテゴリーとして、「試法」が設定されている点である（第1章「総論」(7)「試法」）。

術ニヨツテ計算セシ後、其誤ナキヲ見ル為ニ施ス法、之ヲ試法ト云フ。

分数加法についても、「試法」が設定されている。ただし、その内容については「整数加法ト同一ナリ。故ニ略ス」と説明されるに過ぎない（第5章「分数四則」、第8節「分数加法」、(3)「試法」）。整数加法の「試法」に関する記述を次に引用する（第3章「整数四則」、第1節「加法」、(4)「試法」）。

加法ノ試法ハ又加法ヲ以テス。即チ、最初ノ加フル順序ヲ転倒シテ合算ス。  
 然シテ二数相等シケレバ、其答数ハ正シキナリ。  
 例ヘバ、左式〔右に引用〕ニ於テ、最初14ヨリ始メタルモノナレバ、更ニ  
 16ヨリ加ヘ始ムベシ。而シテ、其答相等シケレバ正シ。

1 4	+	1 6	+	1 6
1 3		1 3		1 3
+ 1 6		+ 1 4		+ 1 4
4 3		4 3		4 3

上記においては、加法の交換法則《 $a + b = b + a$ 》、結合法則《 $(a + b) + c = a + (b + c)$ 》が用いられている。ただし、法則の成立それ自体に関する説明は、交換法則についても、結合法則についても、行われていない。

なお、この点に関連して、下河邊半五郎の教科書（⑥）における加法の定義を見よう（第3章「整数四則」、第1節「加法」、(2)「定義」）<sup>(44)</sup>。

若干ノ量ヲ表ス所ノ衆数ヲ合シ、一数トナスノ術ナリ。

(44) 下河邊半五郎の教科書（⑥）においては、「演算の対象が同じ種類の量であること」の必要性について、明確な説明が行われている。「実名数ハ只同種類ノモノ即チ同名数ノミ相加フルヲ得ベシ。5馬ト7羊トノ和ハ12馬トモ12羊トモ云フ能ハズ。12ナル数ハ到底此種ノ群ヲ現ハス能ハズシテ、単ニ12ノ動物、12ノ4足獣ト云フノ外ナキナリ」（第3章「整数四則」、第1節「加法」、(4)「定説」）。問題「今、茲ニ半紙5枚、美濃紙7枚、駿河半紙9枚アリ。其和ヲ問フ」についても、次のように説明されている。「紙ノ種類、皆異ナルヲ以テ其和ハ何紙何枚ト称スルヲ得ズ。只通有ナル性質ヲ抽出シテ、之ニ附スルニ過ギザルナリ」（同上、(5)「例題」）。減法についても、同じ内容が次のように説明されている。「客数及主数共ニ同名数ナレバ、差モ亦之レト同名数ナリ。若シ両数ノ名数同ジカラザレバ、減法ヲ施スヲ得ズ」（第3章「整数四則」、第2節「減法」、(4)「定説」）。ただし、分数の加法・減法については、この点に関する説明は行われていない。

「衆数」の演算として加法が定義されている。定義に先立つ形で示されている問題は、「松 3 本ト 5 本ト 1 本ト 4 本トアリ。然ラバ、全数若干本ナルカ」である（同上、(1)「解明」）。下河邊半五郎の教科書(⑥)においては、結合法則の成立を含んだ形で、演算が定義されているのである。

分数減法においても、「試法」については、「整数減法ト同一ナリ。故ニ略ス」と説明されている（第 5 章「分数四則」、第 9 節「分数減法」、(3)「試法」）。整数減法の「試法」においては、減法の相互関係（ $\langle\langle a-b=c \Leftrightarrow a-c=b \rangle\rangle$ ）を用いる方法、加法との逆の関係（ $\langle\langle a-b=c \Leftrightarrow c+b=a \rangle\rangle$ ）を用いる方法、2 通りの方法が説明されている（第 3 章「整数四則」、第 2 節「減法」、(7)「試法」）。

減法ハ加法ノ反対ナリ。故ニ、大数ヨリ差ヲ減ジテ小数ト同ジキカ、又ハ小数ニ差ヲ加ヘテ大数ト同ジキカヲ見テ、其正否ヲ知ルベシ。

例ヘバ、大数=21、小数=4、差=17、 $21-17=4$  小数、 $17+4=21$  大数ナリ。

次に、上記の方法の成立根拠に関する説明を見る。減法の相互関係（ $\langle\langle a-b=c \Leftrightarrow a-c=b \rangle\rangle$ ）に関する説明は特に行われていない。加法との逆の関係（ $\langle\langle a-b=c \Leftrightarrow c+b=a \rangle\rangle$ ）については、次の説明が行われている（第 3 章「整数四則」、第 2 節「減法」、(4)「定説」）。

加法ハ減法ノ反対ナリ。加法ハ 2 数已上ヲ与ヘテ其和ヲ求ムルニ在リ。而シテ、減法ハ其和ト一数トヲ与ヘテ他数ヲ求ムルニ在リ。

下河邊半五郎の教科書(⑥)においては、「試法」というカテゴリーの設定により、演算結果の検証方法（検算）が教育内容として構成されている点が注目される。ただし、上記において見た通り、この点については、次の限界を備えていた。

分数加法・減法に関する演算結果の検証方法については、「整数加法ト同一ナリ」、「整数減法ト同一ナリ」と記すに止まる。方法の根拠となる代数法則あるいは代数的な関係の成立を示す説明はまったく行われていない。整数加法・減法において成立する代数法則あるいは代数的な関係は、分数の加法・減法においても同じ形で成立する — 下河邊半五郎の教科書(⑥)においては、この点については自明であり、従って、説明の必要性は特に存在しないと考えられていた。

ただし、整数加法・減法に関する演算結果の検証方法についても、具体的な方法の例示に止まる場合が多い。方法の根拠となる代数法則あるいは代数的な関係それ自体の成立については、必ずしも明確な形で説明が行われているわけではない。

### 3. 初等数学としての分数論の原型の諸相（その2）

#### — 乗法・除法の教育内容について —

先に見た通り（1. 1）、第Ⅰ期・前期の教科書においては、分数の定義に始まり、性質、大小関係を経て四則演算に至る形で、教育内容が構成されている。分数乘法についても、除法についても、項目「分数乘法」、「分数除法」が設定され、それぞれの項目において、ひとまとまりの教育内容が構成されている。

第3章においては、分数乘法、除法に関する教育内容構成を対象として、先に設定した次の視点から、その特徴に関する解明を試みる。分類の観点と順序の構成（3. 1）、演算の意味に関する説明（定義の方法（3. 2）、量と数の区別と連関（3. 3）、計算規則に関する説明（3. 4）、代数的な側面に関する説明（3. 5）。

#### 3. 1. 分類の観点と順序の構成

##### 3. 1. 1. 乗法

分数乘法は、被乗数、乗数に関する⑧《分数、整数の区別》を基本的な観点として、《分数×整数》、《整数×分数》、《分数×分数》に分類され、この順序に従った形で教育内容が構成されている。

例えば、樺正董の教科書（⑧）における「分数乘法」（第7章）の下位項目は次の通りである（番号は引用者による）。

- |  |
|--|
| (1) 分数ヲ整数ニテ乗スル場合<br>(2) 整数ヲ分数ニテ乗スル場合<br>(3) 分数ヲ分数ニテ乗スル場合 |
|--|

中條澄清の教科書（②）においても、分類と順序は同じである（(5)「分数乘法」）。

- |   |
|---|
| 第一法 法整数、実分数ナルモノ<br>第二法 法分数、実整数ナルモノ<br>第三法 法実各分数ナルモノ |
|---|

古川四の教科書（①）においては、「分数乘法ヲ四況ニ区分ス」として、次の分類と順序が構成されている（第3章「分数四則」、第3節「分数乘法」）。

- |   |
|---|
| 第一況 分数ニ整数ヲ乗ズルトキ<br>第二況 整数ニ分数ヲ乗ズルトキ<br>第三況 分数ニ分数ヲ乗ズルトキ<br>第四況 混数〔帯分数〕ニ混数ヲ乗ズルトキ |
|---|

「第四況」の設定に見られる通り、古川四の教科書（①）においては、特に《分数×分数》に関する分類の観点として、被乗数・乗数に関する⑨《真分数、帯分数の区別》が設定されている点特徴的である。

山田正一の教科書（④）において、基本的な分類と順序は、中條澄清（②）、樺正董（⑧）の教科書と同じである。ただし、部分的には、分類の詳細化が見られる。具体的には、《分数×整数》、《整数×分数》において、分類の観点として、被乗数または乗数に関する⑨《真分数、帯分数の区別》

が設定されており、《真分数→帯分数》による順序が構成されている。《分数×整数》については、《真分数×整数》 $\left(\text{ex.}\frac{3}{4}\times 5\right)$ 、《帯分数×整数》 $\left(\text{ex.}2\frac{2}{5}\times 3\right)$ 、2つのタイプが例題として示され、それぞれについて、計算方法に関する説明（「解」）が行われている。《整数×分数》についても、《整数×真分数》、《整数×帯分数》による分類と順序が構成されている（第5節、(3)「分数乗法」）。

下河邊半五郎の教科書(⑥)においては、次の記述がある（第5章「分数」、第10節「分数乗法」、(4)「教授の順序」。( )内は引用者による。）。

分数ノ乗法ハ左ノ4況ニ大別シテ教授スルヲ可トス。	
* (1) 分数ト整数トノ乗法	《《分数×整数》》
* (2) 通常分数〔真分数〕ノ乗法	《《真分数×真分数》》
(3) 通常分数ト混分数〔帯分数〕トノ乗法	《《真分数×帯分数》、《真分数×帯分数》》
(4) 混分数ノ乗法	《《帯分数×帯分数》》

上記において\*を付した分類については、例題として示され、計算方法に関する説明が行われている。下河邊半五郎の教科書(⑥)において、基本的な分類と順序は、《分数×整数》→《分数×分数》によって構成されている。中條澄清(②)、樺正董(⑧)の教科書の教科書とは異なり、《整数×分数》に関する独自の項目が設定されていない点が特徴的である。この点に加え、上記、(2)(3)(4)の設定に見られる通り、特に《分数×分数》について、分類の詳細化が見られる。すなわち、分類の観点として、被乗数・乗数に関する◎《真分数、帯分数の区別》が設定され、《真分数→帯分数》による順序が構成されている。

上記の相違点を内包しながらも、第I期・前期の教科書においては、分数乗法について、《分数×整数》、《整数×分数》、《分数×分数》を基本的な分類と順序として、単一の項目において、ひとまとまりの教育内容が構成されている。ここでは、この点に注目しておきたい。

### 3. 1. 2. 除法

分数除法についても、基本的な分類と順序は乗法と同じである。すなわち、被除数、除数に関する◎《分数、整数の区別》を基本的な観点として、《分数÷整数》、《整数÷分数》、《分数÷分数》に分類され、この順序に従った形で教育内容が構成されている。

例えば、樺正董の教科書(⑧)における「分数除法」(第8章)の下位項目は次の通りである。

(1) 分数ヲ整数ニテ割ル場合
(2) 整数ヲ分数ニテ割ル場合
(3) 分数ヲ分数ニテ割ル場合

中條澄清の教科書(②)においても、分類と順序は同じである((6)「分数除法」)。

第一法 法数整数ナルモノ
第二法 法分数、実整数ナルモノ
第三法 法実各分数ナルモノ

古川四の教科書(①)においては、「分数除法ヲ三況ニ区分ス」として、次の4項目が設定されている（第3章「分数四則」、第4節「分数除法」）。

第一況	分数ヲ整数ニテ除ストキ
第二況	整数ヲ分数ニテ除ストキ
第三況	分数ヲ分数ニテ除ストキ
第四況	混数〔帯分数〕ヲ混数ニテ除ストキ

乗法と同じく、除法についても、特に《分数÷分数》に関する分類の観点として、被除数・除数に関する◎《真分数、帯分数の区別》が設定され、《真分数→帯分数》による順序が構成されている。

下河邊半五郎の教科書(⑥)においては、次の記述がある(第5章「分数」、第11節「分数除法」、(4)「教授の順序」。( )内は引用者による)。

分数ノ除法ハ左ノ四況ニ大別シテ之ヲ教授スルヲ可トス。	
* (1)	整数ト分数トノ除法 《分数÷整数》
* (2)	通常分数〔真分数〕ノ除法 《真分数÷真分数》
(3)	通常分数ト混分数〔帯分数〕トノ除法 《真分数÷帯分数》、《帯分数÷真分数》
(4)	混分数ノ除法 《帯分数÷帯分数》

上記において、\*を付した分類については、例題として示され、計算方法に関する説明が行われている。下河邊半五郎の教科書(⑥)において、基本的な分類と順序は、《分数÷整数》→《分数÷分数》によって構成されている。樺正董(⑧)、中條澄清(②)、古川凹(①)の教科書とは異なり、《整数÷分数》に関する独自の項目が設定されていない点が特徴的である。この点に加え、上記、(2)(3)(4)の設定に見られる通り、特に《分数÷分数》において分類の詳細化が見られる。すなわち、分類の観点として、被除数・除数に関する◎《真分数、帯分数の区別》が設定され、《真分数→帯分数》による順序が構成されている。

佐久間文太郎の教科書(③)において、分数除法の教育内容は、「整数ヲ以テ分数ヲ除スル」場合、「分数ヲ以テ分数或ハ整数ヲ除スル」場合の2つに分類されている。後者においては、《分数÷分数》→《整数÷分数》による順序が構成されている(第2章「分数」、第6節「分数除法」)。従って、佐久間文太郎の教科書(③)における分数除法の分類と順序は、《分数÷整数》→《分数÷分数》→《整数÷分数》となる。

樺正董(⑧)、中條澄清(②)、古川凹(①)、下河邊半五郎(⑥)の教科書において、《分数÷分数》は説明の最後に位置付けられていた。この点については、例えば、《分数÷整数》を「簡」、《分数÷分数》を「繁」とし、「簡ヨリ繁ニ」という順序に従った結果として理解することが可能である。これに対して、佐久間文太郎の教科書(③)においては、《分数÷分数》が、説明の早期に位置付けられている点が注目される。同時に、この点は、《分数÷分数》と《整数÷分数》の関係が《一般》－《特殊》の関係として位置付けられていることを示す事実として注目に値する<sup>(45)</sup>。

ただし、上記による順序の構成は除法の場合に限定されている。乗法に関する分類と順序は、《分数×整数》→《整数×分数》→《分数×分数》である(第2章「分数」、第5節「分数乗法」)。後2者についても、特に、《一般－特殊》の関係として位置付けられているわけではない。

上記の相違点を内包しながらも、第Ⅰ期・前期の教科書においては、分数除法についても、《分数

(45) 最近の算数教科書(平成10年改訂の学習指導要領による、平成13年検定済の教科書)においては、多くの教科書において、《分数÷整数》→《分数÷分数》→《整数÷分数》の順序が構成されている。《整数÷分数》については、《整数→分数の変形》による、《分数÷分数》の計算規則 $\left(\frac{b}{a} \div \frac{d}{c} = \frac{b}{a} \times \frac{c}{d}\right)$ の適用可能性が示されている。

÷整数》、《整数÷分数》、《分数÷分数》を基本的な分類と順序として、単一の項目において、ひとまとまりの教育内容が構成されている。ここでは、この点に注目しておきたい。

### 3. 2. 定義の方法 — 演算の意味に関する説明（その1）

第I期・前期の教科書において注目すべき特徴は、整数乗法・除法に関する説明の論理との間に《連続性》を備えた形で、分数乗法・除法の意味を説明しようとする観点が設定されている点である。この点に関連して、注目されるのは、中條澄清の教科書(②)における次の記述である(「教師心得(3)」)。

分数ヲ授クルニ際シ注意スヘキハ、整数四則ノ理ハ分数四則ニ至リテモ亦タ同一ナルコトヲ理解セシムルノ一事ナリ。尚之ヲ詳説スレハ、既ニ授ケタル整数四則ノ理ヲ以テ分数四則ノ演算ヲ為スモノニシテ、彼レハ整数是レハ分数ト其算理ニ區別無キコトヲ理解セシムヘシ。是ヲ以テ、余ハ、特ニ注意ヲ加ヘテ四則各法ノ最初ニ此理ヲ了解セシムヘキ要点ヲ記載セリ。

整数、分数、それぞれの四則演算に関する個別的な論理による説明が否定され、有理数の四則演算として、統一的な論理による説明の必要性が明記されている。このような記述の存在は、中條澄清の教科書(②)に独自の特徴である。

この点に注目し、本節においては、次の順序に従って考察を進める。まず、中條澄清の教科書(②)を対象として、演算の意味に関する説明の論理に関する分析を行い、その特徴を解明する。次に、中條澄清の教科書(②)に関する分析結果との比較により、その他の教科書 — 具体的には、上記の観点が設定されていると見られる、古川凹(①)、下河邊半五郎(⑥)、樺正董(⑧)の教科書 — について、その特徴を解明する。分析の視点としては、① 演算に関する定義の方法、② 演算における量と数の区別と連関、を設定し、2つの視点から、整数および分数の乗法、除法について、演算の意味に関する説明の論理および両者の関連を解明する。

#### 3. 2. 1. 乗法

まず、上記の引用(「教師心得(3)」)の意味を明確にするために、次に、中條澄清の教科書(②)における整数乗法の定義を見る<sup>(46)</sup>。ポイントにあたる記述を次にまとめて引用する(「乗法」)。

一數ヲ二度集タル數ヲ其二倍ト云ヒ、三度集タル數ヲ其三倍ト云ヒ、四度集メタル數ヲ其四倍ト云ヒ、(中略)以上推シテ知ルベシ。(中略)

此ノ如ク倍スルコトヲ乗ズルト云ヒ、又乗ケルト云フ。(中略)

加法ヲ用キズシテ數ヲ倍スル法アリ。之ヲ乗法或ハ乗算或ハ乗ケ算ト云フ。×ヲ乗号ト名ケ、之ヲ二數ノ間ニ記セハ、其右數ヲ左數ニ乗シ、即チ倍スルコトヲ示ス。

$3 \times 2 \quad \dots \quad \textcircled{1}$

$3 \times 2 = 6 \quad \dots \quad \textcircled{2}$

上ノ $\textcircled{1}$ ハ3ヲ2倍スルナリ。之ヲ呼シテ「三乗ケルニ」ト云フ。3ニ2ヲ乗スルハ、3ヲ2度集ムルコトヘ、 $3 + 3 = 6$ ト同一ナリ。

故ニ、右 $\textcircled{2}$ ハ、 $3 \times 2$ ヲ乗シタルモノハ6ニ等シキコトヲ表ハスナリ。

(46) 中條澄清『小学尋常科筆算書』卷之二、訂正再版、1888(明治21)年。『日本教科書大系 近代編 第12巻 算数(3)』講談社、1963年、28~29ページ。

《同数累加》 $(\overbrace{a+a+\cdots+a}^{b\text{ケ}})$  にもとづいて《倍》の概念（ $a$  の  $b$  倍）が導入され、《倍》を用いて、整数乗法（ $a \times b$ ）が次のように定義されている。

$$\langle a \times b = \overbrace{a+a+\cdots+a}^{b\text{ケ}} \stackrel{\text{def.}}{\iff} a \text{ の } b \text{ 倍を求める} \rangle$$

次に、上記の概念を用いて乗法九九が構成される。注目されるのは、それに続く形で行われている、次の説明である（「乗法」）。なお、「(110)」とは、「金 91 円ノ 9 倍ハ何円ナリヤ。答 819 円」のことである<sup>(47)</sup>。

例へハ、(110) ニ於テ、法数 [乗数] ハ一個ノ 9 倍ナリ。故ニ、此題ハ 91 円ヲ法数ニ在ル一個ノ数ニ等シク、即チ 9 倍スルナリ。  
 故ニ、乗法ハ加法ヲ用キスシテ一數ヲ倍スル法ナレトモ、尚ホ精密ニ述レハ次ノ如シ。  
 一數ニ在ル一個ノ数ニ等シク他ノ一數ヲ若干倍スル法ヲ乗法ト云フ。

上記においては、《倍》＝《同数累加》による定義について、新しい観点から、「尚ホ精密」な説明が行われている。まず、乗数（「法数」）と 1（「一個」）との関係に注目する。「(110)」の例においては、9 は 1（「一個」）の何倍であるかを考える。「9 倍」である。これが「法数ニ在ル一個ノ数」である。この数（倍）に「等シク他ノ一數ヲ若干倍スル」。例においては、「91 円」を「9 倍」する。これが、「91 円  $\times$  9」を具体例とする、乗法の新しい定義（再定義）である。

上記の方法による再定義の必要性については、先に引用した「教師心得(3)」との関連において、理解することができる。「教師心得(3)」によれば、「彼レハ整数是レハ分数ト其算理ニ區別無キコトヲ理解セシム」ることが重要である。従って、分数乗法の定義においても、整数乗法の定義との間に《連続性》を備えた方法を用いることが要請される。

上記の引用においては、この要請に応え、分数乗法に対する拡張可能性を備えた——上記の引用によれば「尚ホ精密」な——形で、整数乗法の再定義が行われている。具体的には、《乗数と 1 との関係（倍）》から《被乗数と積との関係（倍）》を導く方法が採用されている。

再定義された整数乗法については、《比》を用いて、次の形に記述することが可能である。

$$\langle a \times b \iff 1 : b = a : X \text{ を満たす数 } X \text{ を求める (} a, b, x \text{ は整数)} \rangle$$

再定義された乗法の定義を用いて、分数乗法が説明される。説明の出発点となる記述を次に引用する（(5)「分数乗法」）。

一數ニ在ル一個ノ数ニ等シク他ノ一數ヲ若干倍スル法ヲ乗法ト云フコトハ、已ニ整数乗法ニテ知ル所ナリ。小学尋常科筆算書卷之二第 24 丁ヲ見ヨ。分数乗法ニ於ケルモ亦同理ナリ。

分数乗法の定義については、整数乗法の定義と「同理」であるから、次の形に記述される。

$$\langle \frac{b}{a} \times \frac{d}{c} \iff 1 : \frac{d}{c} = \frac{b}{a} : X \text{ を満たす数 } X \text{ を求める (} a, b, c, d \text{ は整数。ただし、} a, c \neq 0 \text{)} \rangle$$

上記の定義にもとづく説明の具体例として、次に、《分数  $\times$  分数》に関する説明を見る（(5)「分数乗法」）。

(47) 同上書、35 ページ。



(1) 1斤ニ付、金1円ノ4分ノ3ノ茶、1斤ノ6分ノ5ノ値ハ何程ナリヤ。

答 1円ノ8分ノ5

$$\frac{3}{4} \div 6 = \frac{3}{4 \times 6} \quad \text{㊶}$$

$$\frac{3}{4 \times 6} \times 5 = \frac{3 \times 5}{4 \times 6} \quad \text{㊷}$$

$$\text{故ニ、} \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{3 \times 5}{4 \times 6} = \frac{5}{8} \quad \text{㊸}$$

(解) 本題ハ、1斤ノ6分ノ5ノ値ヲ求ムルユヘ、1斤ノ値ヲ6分シ、之ヲ5倍スヘキナリ。故ニ、前説 [「一數ヲ以テ分数ノ分母ニ乗スレハ、其數ヲ以テ其分数ヲ除クナリ」] ニ依テ、上ノ㊶ハ1斤ノ値ノ6分ノ1ナリ。次、第一法 [「法整数実分数ナルモノ」、(規則) 法數ヲ以テ実數ノ分子ニ乗スヘシ] ニ依テ、之ヲ5倍スレハ㊷ノ如シ。此㊷ノ形象ニ依テ、㊸ノ如ク記シ、即チ、兩分母ノ積ヲ以テ兩分子ノ積ヲ除ケハ本題ノ答ヲ得ルナリ。

「1斤ノ値ヲ6分シ、之ヲ5倍スヘキナリ」という方法は、「一數ニ在ル一個ノ數ニ等シク他ノ一數ヲ若干倍スル法」という定義の適用によって得られる。まず、「1斤ノ6分ノ5」は、「1斤」を6等分し、5倍することによって得られる $\left(\frac{5}{6} = (1 \div 6) \times 5\right)$ 。従って、「1斤ノ6分ノ5ノ値」を得るためには、「1斤ノ値」である「金1円ノ4分ノ3」を6等分し(㊶)、次に、その結果を5倍すればよい(㊷) $\left(\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \left(\frac{3}{4} \div 6\right) \times 5\right)$  (「斤」とは尺貫法による重さの単位であり、1斤=600g)。

上記の説明に続いて、《分数÷整数》、《分数×整数》、2つの演算を実行することによって、積が得られることが示される $\left(\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \left(\frac{3}{4} \div 6\right) \times 5 = \frac{3}{4 \times 6} \times 5 = \frac{3 \times 5}{4 \times 6}\right)$ 。なお、《分数÷整数》においては、

《乗法・除法によって表現される分数の性質》(上記の引用における「前説」)が用いられる。

演算の過程において、積の分母を得るために行われる演算は、被乗数の分母と乗数の分母の乗法であり、積の分子を得るために行われる演算は、被乗数の分子と乗数の分子の乗法である。この事実を根拠として、《分数×分数》の計算規則 $\left(\frac{b}{a} \times \frac{d}{c} = \frac{b \times d}{a \times c}\right)$ が導かれ、次の形に定式化される。

(規則) 法実兩分母ノ積ヲ新分母トシ、兩分子ノ積ヲ新分子ト為スヘシ。

演算の定義を出発点とする説明によって、計算規則が導かれている。定義の具体的な適用方法に加え、この点についても注目しておきたい。

有理数(整数、分数)の乗法一般に関する統一的な方法による定義は、中条澄清の教科書(②)に限らず、第I期・前期の他の教科書においても試みられている。

古川四の教科書(①)において、分数乗法の説明は次の記述から始まる(第3章「分数四則」、第3節「分数乗法」)。

整数乗法ニ於ケル如ク、分数乗法ハ、法數ノ數基ヲ包含スル如ク、実數ヲ包含スル積數ヲ求ムルノ法ナリ。

「数基」については、「或量ヲ測算スル為ニ用イル所ノ同種ノ一定量、之ヲ量基或ハ数基ト云フ」と説明されている<sup>(48)</sup>。ここでは、数 1 を意味する。上記の引用においては、先に見た中條澄清の教科書 (②) と同じ方法によって、分数乘法が定義されている。同時に、「整数乘法ニ於ケル如ク」という記述には、有理数（整数、分数）の乘法一般に関する統一的な方法によって定義を行おうとする観点が明確な形で示されている。

古川凹の教科書 (①) から、整数乘法に関する説明を次に引用する<sup>(49)</sup>。

例(1) 爰ニ 3 人ノ児童アリ。各鉛筆 2 本ヲ持テリ。鉛筆ノ総数幾何ナルヤ。

$$2+2+2=6 \quad \text{答} \quad 6 \text{ 本}$$

例(2) 1 個 3 銭宛ノ果物 4 個ノ代価幾何ナルヤ。

$$3+3+3+3=12 \quad \text{答} \quad 12 \text{ 銭}$$

乘法ハ同一ナル数若干個ヲ加フルノ略法、即チ、法数（乗数）ト称スル数ノ数基ヲ包含スル如ク、実数（被乗数）ト称スル数ヲ包含スル積数ト称スル数ヲ発見スルノ法ナリ。

例(1)中ノ 2 ハ実、3 ハ法ニシテ、答ノ 6 ハ積ナリ。又例(2)中ノ 3 ハ実、4 ハ法ニシテ、12 ハ積ナリ。

上記の引用においては、乘法が生じる具体的な場面の設定に続いて、直ちに、2 通りの方法による乗法の定義が示されている。中條澄清の教科書 (②) においては、まず、《倍》＝《同数累加》による定義を行い、次に、《乗数と 1 との関係 (倍)》から《被乗数と積との関係 (倍)》を導く方法による定義へと移行する過程が構成されていた。これに対して、古川凹の教科書 (①) においては、このような過程は構成されていない。2 通りの方法による定義が、単に、接続詞「即チ」によって結ばれているのみである。

古川凹の教科書 (②) における分数乘法の説明は次の通りである（第 3 章「分数四則」、第 3 節「分数乘法」）。整数乘法と同じく、《乗数と 1 との関係 (倍)》から《被乗数と積との関係 (倍)》を導く方法による定義が用いられている。この点に加え、中條澄清の教科書 (②) と同じく、演算の定義を出発点とする説明によって、計算規則が導かれている点についても注目しておきたい。

第二況 整数ニ分数ヲ乗ズルトキ

例(1) 8 ニ 5 分ノ 4 ヲ乗ズレバ総数如何。

法数  $\frac{4}{5}$  ノ数基ヲ包含スル如ク、積数ハ 8 ヲ包含スベキモノナリ。然ルニ、 $\frac{4}{5}$  ハ数基ヲ 5 等分シタルモノハ 4 ヲ成ルヲ以テ、積ハ 8 ヲ 5 等分シタルモノハ 4 ヲ成ルベシ。而シテ、8 ヲ 5 等分スレバ  $\frac{8}{5}$  ヲ得、此ノ  $\frac{8}{5}$  ヲ 4 倍スレバ、 $\frac{8}{5} \times 4 = \frac{8 \times 4}{5}$  ヲ得。故ニ、 $\frac{8}{5} \times 4 = \frac{8 \times 4}{5} = \frac{32}{5}$ 。答. 5 分ノ 32。

[例(1)については省略]

規則 整数ニ分数ヲ乗ゼント欲セバ、整数ニ分子ヲ乗ジ得積ヲ分子トシ、分数ノ分母ヲ分母トスベシ。

次に、樺正董の教科書 (⑧) から、分数乘法の定義に関する記述を引用する（第 7 章「分数乘法」）。

37 ヲ 8 ニテ乗スルトハ如何ナルコトナルカ。

37 ヲ 8 ツダケ作ルコトナリ。

(48) 古川凹編輯『小學筆算書』卷之一、集英堂、1886（明治 19）年、第 1 章「定義」。

(49) 古川凹編輯『小學筆算書』卷之二、集英堂、1886（明治 19）年、東書文庫所蔵。

然ラハ、 $\frac{4}{7}$ ヲ $\frac{3}{5}$ ニテ乗スルトハ如何ナルコトナルカ。

$\frac{4}{7}$ ヲ5分ノ3ダケ作ルコトナリ。

然ラハ、一般ニ、甲数ヲ乙数ニテ乗スルトハ如何ナルコトカ。

定義 甲数ヲ乙数ニテ乗スルトハ、甲数ヲ乙数ダケ作ルコトナリ。

樺正董の教科書(⑧)においては、整数乗法の定義が示されていない<sup>(50)</sup>。従って、上記の引用における「37ヲ8ツダケ作ルコト」についても、その意味内容は不明である。ここでは、中條澄清の教科書(②)と同じく、《同数累加》＝《倍》による定義が行われていると仮定しておく。

分数乘法における「ダケ作ル」の意味内容については、次の説明がある。なお、樺正董の教科書(⑧)においても、演算の定義を出発点とする説明によって、計算規則が導かれている。この点を示す記述と合わせて、次に引用しておく(第7章「分数乘法」、「分数ヲ分数ニテ乗スル場合」)。

$\frac{3}{5}$ ヲ $\frac{6}{7}$ ニテ乗スルトハ如何ナルコトカ。

$\frac{3}{5}$ ヲ7分ノ6ダケ作ルコトナリ。即チ、 $\frac{3}{5}$ ノ7分ノ1ノ6倍ヲ作ルコトナリ。

$\frac{3}{5}$ ヲ7分ノ1ダケ作レ。

$\frac{3}{5}$ ノ7分ノ1、即チ $\frac{3}{5}$ ヲ7分シタルモノハ、分数定理第二[「一ツノ分数ヲ(中略)若干分セント欲

セハ、分母ノ若干倍ノモノヲ作ルベシ」(「定理第二」、「注意」)]ニ依リ、 $\frac{3}{5 \times 7}$ 即 $\frac{3}{35}$ ナリ。

次ニ此6倍ヲ作レ $\frac{3}{35}$ ノ6倍ハ $\frac{3 \times 6}{35}$ 即 $\frac{18}{35}$ ナリ。

此答 $\frac{18}{35}$ ノ18及ヒ35ハ如何ニシテ得タルモノカ $\frac{18}{35}$ ハ二ツノ分数ノ分子ノ3ト6トヲ乗シタルモノニシテ、35ハ分母ノ5ト7トヲ乗シタルモノナリ。

然ラハ、如何ニ分数ヲ分数ニテ乗スベキカヲ知りシカ。

法則第三 分数ヲ分数ニテ乗スルニハ、其二ツノ分子ヲ乗セシモノヲ分子トシ、二ツノ分母ヲ乗セシモノヲ分母トシタルモノヲ作ルベシ。

上記の仮定によれば、次の見方が可能となる。樺正董の教科書(⑧)においては、整数乘法についても、分数乘法についても、《倍》を用いる方法により、2つの演算の意味に関する統一的な説明が行われている。《倍》については、「ダケ作ル」による統一的な言語表現が行われている。

佐久間文太郎の教科書(⑥)においても、《倍》を用いる方法により、2つの演算の意味に関する

(50) 樺正董の教科書(⑧)については、「本書ハ、余ガ先ニ編セル算数学初歩ニ続キ、小学高等科生徒ニ課スルカ為メニ編セシモノナリ」と説明されている(「緒言」)。樺政蔵編『算数学初歩』、樺正董編『開発算数学』(⑧)は、それぞれ、小学尋常科用、小学高等科用の教科書として編集されたものであり、両書によって、小学校8年間における算術教育カリキュラムの全体像が示されている。整数乗法の定義については、『算数学初歩』(上巻)において示されていると予想される。この教科書については、下巻についてのみ、国立国会図書館近代デジタルライブラリー、富山県立図書館に所蔵されている。上巻については不明である。

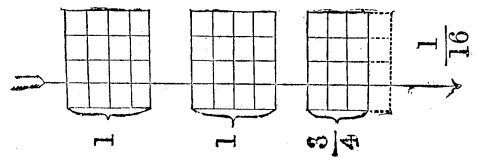
統一的な説明が行われている。ただし、《倍》に関する言語表現は個別的である。次の引用を見よう。  
 整数乘法については、次の問答（「豫習」）を通して定義が導かれる（第5章「乗法」、「定義」）<sup>(51)</sup>。

- (1)  $2+2+2$  ハ幾何ナルカ。 答 6  
 (2) 然ラバ、今、2ヲ幾度加ヘシカ。 答 3度  
 (3) 2ヅ、4度加フレバ幾何ナルカ。又、問フ。2ヅ、5度加フレバ幾何ナルカ。 答 8、10  
 (4) 梨子1ツ2銭ナレバ梨子3ツハ幾銭ナルカ。 答 6銭  
 (解) 梨子1ツ2銭ナルガ故ニ、梨子3ツノ値ハ2銭ヲ3度加ヘタルモノ、即チ2銭ノ3倍ニシテ6銭ナル。  
 (5) 1人ノ手2本アリ。5人ノ手、幾本ナルカ。 答 10本  
 (6) 前題ノ答数ハ如何シテ出セシヤ。 答 2本ヲ5倍シテ出セリ。  
 (7) 然ラバ、此法ヲ何ト云フカ。 答 乗法或ハ掛ケ算  
 (8) 乗法トハ如何ナル法ナルカ。 定義 乗法ハ同数ノ和ヲ求ムル法ナリ。

上記において、直接的な形で記述されている乗法の定義は、《同数累加》の簡便算である（(8)）。ただし、それ以前においては、《同数累加》と《倍》の同一性についても説明が行われている（(4)）。従って、上記の引用においては、《同数累加》＝《倍》によって整数乗法の定義が行われていると見ることは可能であろう。

分数乗法の定義においても、《倍》の概念が用いられている。ただし、次の引用に見られる通り、《分数倍》の言語表現として用いられているのは、「倍」ではなく、「ノ」である（第2章「分数」、第5節「分数乗法」。原文は、図を含め、すべて縦書きである）。

(20) 2個4分ノ3ノ4分ノ3ハ幾何ナリヤ。 答 2個16分ノ1  
 図ニ示セル如ク、方形2個ト其4分ノ3アリ。之ヲ矢ニテ其全体4分ノ3ト4分ノ1ニ左右ニ分タバ、右方ハ即チ2個4分ノ3ノ4分ノ3ナルベシ。



故ニ、 $2\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{11}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{11 \times 3}{4 \times 4} = \frac{33}{16} = 2\frac{1}{16}$  ナリ。

(21) 然ラバ、分数ニ分数ヲ乗ズルトキハ如何ニナスベキヤ。  
 答 分母ト分母又分子ト分子ヲ相乗ジテ兩分数ノ積トナス。

上記による言語表現の使い分けについては、例えば、小笠原利孝の教科書（⑤）において次の注記がある（傍点は原文）。

法若シ分数ナルトキハ、之ノ語ヲ用ヒ、倍ノ語ヲ用ヒズ。例ヘバ、 $\frac{1}{2} \times 15$ ハ2分ノ1ノ15倍ニシテ、

(51) 佐久間文太郎編『尋常小学筆算全書』2巻、金港堂出版、1887（明治20）年、東書文庫所蔵。

$15 \times \frac{1}{2}$  ナルトキハ 15 ノ 2 分ノ 1 ト云フカ如シ。

しかしながら、上記による言語表現の使い分けが、2 つの演算の定義の方法における統一性を見えにくいものになっている点は否定できない。

### 3. 2. 2. 除法

中條澄清の教科書においては、整数除法の定義についても、《累減の簡便算》から《倍を求める演算》への移行過程を含む、丁寧な指導過程が構成されている（「除法」）<sup>(52)</sup>。

整数除法の説明は次の記述から始まる。集合を示し、それを、特定の数の要素を持つ部分集合に分割する場面が設定されている。

- (1) 石 4 ツヨリ 2 ツ宛減スレハ何度ニテ盡ルヤ。 答 2 度。  
 (2) 金 6 銭ヨリ 3 銭宛減スレハ何度ニテ盡ルヤ。 答 2 度。  
 (3) 桃 12 顆ヨリ 4 顆宛減スレハ何度ニテ盡ルヤ。 答 3 度。(中略)

右ノ諸題ハ次ノ如ク理解スヘキモノナリ。

- (1)ハ石 4 ツヲ石 2 ツ宛ニ分チタルナリ。  
 (2)ハ金 6 銭ヲ 3 銭宛ニ分ニ分チタルナリ。  
 (3)ハ桃 12 顆ヲ 4 顆宛ニ分チタルナリ。(中略)

故ニ、右(1)ハ石 4 ツノ中ニ石 2 ツ宛 2 ツアリ。(2)ハ金 6 銭ノ中ニ 3 銭宛 2 ツアリ。(3)ハ桃 12 顆ノ中ニ 4 顆宛 3 ツアリ。(後略)

第一に、上記を含め、複数の具体例に即した形で、集合の等分割とその結果を示した後、《累減の簡便算》（「一数ヨリ他数ヲ累減スル簡法」）として除法が定義される。これは、加法との関係による、《同数累加の簡便算》（「同一数ヲ累加スル簡法」）としての乗法の定義に対応する。

此ノ如ク数ヲ分ツコトヲ、割ルト云ヒ除スルト云ヒ除クト云フ。減法ヲ用キシテ数ヲ分ツ法アリ。之ヲ除法或ハ除算或ハ割り算ト云フ。(中略)

右◎ [6 ÷ 2 = 3] ハ、6 ヨリ 2 ヲ 3 度累減スルト同一ナリ。故ニ左説ノ如シ。

第一 除法ハ一数ヨリ他数ヲ累減スル簡法ナリ。

第二に、乗法との関係に注目する。 $6 \div 2 = 3$ 、 $2 \times 3 = 6$ 。両者の関係を具体例として、《除法と乗法との逆の関係》が導かれる。《 $a \div b = c \Leftrightarrow b \times c = a$  (a、b は整数、a は b の倍数)》。

右◎ [6 ÷ 2 = 3] ノ法 2 ヲ 3 倍 (即チ 3 度集ムルナリ) スレハ 6 ヲ得ルナリ。故ニ左説ノ如シ。

第二 法ニ商ヲ乗スレハ実ニ等シ。

第三 除法ハ乗法ノ反対ナリ。

次に、《除法と乗法との逆の関係》を用いて、「法数 2、3、4 等ノ除法」が説明される。

是レヨリ法数 2、3、4 等ノ除法ヲ授クヘシ。

(52) 整数除法に関する説明については、次による。中條澄清著『小學尋常科筆算書』巻三、1888 (明治 21) 年、寛裕舎、文部省検定済 [『日本教科書大系 近代編 第 12 巻 算数 (3)』講談社、1963 年]。

$2 \times 2 = 4$ 故ニ $4 \div 2 = 2$	①
$6 \times 3 = 18$ 故ニ $18 \div 3 = 6$ 或ハ $18 \div 6 = 3$	②
$9 \times 4 = 36$ 故ニ $36 \div 4 = 9$ 或ハ $36 \div 9 = 4$	③
$7 \times 5 = 35$ 故ニ $35 \div 5 = 7$ 或ハ $35 \div 7 = 5$	④

右説ノ理ニ依テ、左ノ①ハ2ト2ノ積4ヲ得ルユヘ、2ニテ4ヲ除ケハ2ヲ得ル。又②ハ6ト3ノ積18ヲ得ルユヘ、3ニテ18ヲ除ケハ6、或ハ6ニテ除ケハ3ヲ得ル。此他推シテ知ルヘシ。

次に、2位数、3位数、4位数を、それぞれ1位数で割る問題（「法数単位ノ除法」）について、演算の結果を導く方法が説明される。導かれた結果については、《除法と乗法との逆の関係》を用いる方法によって、検証が行われる。一例を次に示す。

(6) 金24銭ヲ2銭宛ニ分テハ幾ツナリヤ 答 12。	
本題ノ実ハ①ノ如キ数ナルユヘ、20ト4ヲ各ニツニ分チ、得タルニ商ヲ合スレハ本題ノ商ナリ。故ニ、2ニテ20ヲ分テハ10、次ニ4ヲ分テハ2ヲ得ル、②③ノ如シ。之レヲ合スレハ本題ノ商ヲ得ルコト④ノ如シ。(中略)	$24 = 20 + 4$ ① $20 \div 2 = 10$ ② $4 \div 2 = 2$ ③ $12$ ④
第15丁第二説ニ依テ、此法2銭ヲ12倍スレハ実24銭ヲ得ル。故ニ此演算ハ正シキ証ナリ。	其證 $12 \times 2 = 24$

第三に、《除法と乗法との逆の関係》に依拠する形で、《乗法の逆演算》として、除法に関する定義（再定義）が行われる。

(70) 金684円ヲ9円宛ニ分テハ幾ツナリヤ。答 76。(中略)
例ヘハ(70)ニ於テ、法9円ニ商76ヲ乗スレハ其实684円ヲ得テ、此実ノ中ニ法ハ76アルコトヲ知ル。
故ニ、除法ハ減法ヲ用キスシテ一數ヲ分ツ法ナレトモ、尚ホ精細ニ述レハ次ノ如シ。
一數ノ中ニ他數幾何アルヤ（即チ一數ハ他數ノ何倍ナルヤ）ヲ看出スル法ヲ除法ト云フ。

上記においては、《684円÷9円=76 ⇔ 9円×76=684円》が具体例として示され、この関係を一般化する形で、次のように除法が定義されている。

$$\langle\langle a \div b \Leftrightarrow b \times x = a \text{ となる数 } x \text{ を求める (} a, b \text{ は整数。} a \text{ は } b \text{ の倍数)} \rangle\rangle。$$

$b \times x = a$  において、 $x$  は《倍》を意味する。従って、除法は《倍を求める演算》となる。中條澄清の教科書における除法の定義は、《乗法の逆演算》として、《倍を求める演算》なのである。

次に、整数に即した形で行われた除法の定義は、そのままの形で、分数へと拡張される。先の引用と重複するが、分数除法に関する説明は次の記述から始まる（(6)「分数除法」）。

一數ノ中ニ他數幾何アルヤヲ看出スル法ヲ除法ト云フコトハ、既ニ整数除法ニテ知ル所ナリ。(中略) 分数除法ニ於ケルモ亦同理ナリ。
--

上記の引用においては、分数除法が次のように定義されている。

$$\langle\langle \frac{b}{a} \div \frac{d}{c} \Leftrightarrow \frac{d}{c} \times X = \frac{b}{a} \text{ となる数 } X \text{ を求める} \rangle\rangle$$

具体的な説明を見よう。「第一法 法数整数ナルモノ」（《分数÷整数》）、「第二法 法分数、実整

数ナルモノ」(《整数÷分数》)の例題およびそれに関する説明から、関連する部分を、次にまとめて引用する(番号は引用者による)。

(1) 一石 3 円ノ粟価金 1 円ノ 4 分ノ 3 買ヘハ其量何程ナリヤ。  
 (解) 本題ハ価金 1 円ノ 4 分ノ  $\frac{3}{4}$  [3 の誤記と見られる] 中ニ 1 石ノ価 3 円ヲ幾何含有スルヤヲ看出スヘキナリ。  
 (2) 金 3 円ヲ以テ 1 斤ニ付金 1 円ノ 4 分ノ 1 ノ茶ヲ買ヘハ何斤ナリヤ。  
 (解) 本題ハ金 3 円ノ中ニ金 1 円ノ 4 分ノ 1 ヲ幾許含有スルヤヲ看出スヘキナリ。

上記の内容については、次の形に式表現される<sup>(53)</sup>。

$$(1) \left\langle \frac{3}{4} \div 3 \iff 3 \times X = \frac{3}{4} \text{ となる数 } X \text{ を求める} \right\rangle$$

$$(2) \left\langle 3 \div \frac{1}{4} \iff \frac{1}{4} \times X = 3 \text{ となる数 } X \text{ を求める} \right\rangle$$

分数においても、除法の定義は、《乗法の逆演算》として、《倍を求める演算》である。

ただし、《乗法の逆演算》としての除法については、2 通りの方法による定義が可能である。しかしながら、上記(1)(2)の式表現においても示されている通り、中條澄清の教科書(②)において、分

数除法の定義は、《倍を求める演算》としての定義、すなわち、 $\left\langle \frac{b}{a} \div \frac{d}{c} \iff \frac{d}{c} \times X = \frac{b}{a} \text{ となる数 } X \right\rangle$

を求める》に限定されており、もう一つの方法による定義、すなわち、 $\left\langle \frac{b}{a} \div \frac{d}{c} \iff X \times \frac{c}{d} = \frac{b}{a} \text{ となる数 } X \text{ を求める} \right\rangle$ としての定義は採用されていない。この点は整数除法においても同じである。

上記による定義の方法は、中條澄清の教科書(②)に独自の特徴であると同時に、整数除法、分数除法の意味に関する説明の論理における《連続性》の内実を構成している。同時に、演算における量と数の区別と連関に関する説明の論理との整合性を考えた結果として理解することができる。この点については、引き続き、考察を加える(3. 3)。

下河邊半五郎の教科書(⑥)においては、中條澄清の教科書(②)とは異なった形で説明が行われている。それは、次の3点による。

第一に、整数除法については、2 通りの方法による定義が行われている(第3章「整数四則」、第4節「除法」、(2)「定義」)。

甲数中ニ乙数ノ幾倍ヲ含有スルカヲ驗スル法ナリ。  
 甲数ヲ乙数ノ如クニ平等ニ分ツノ法ナリ。

第二に、上記、2 通りの方法による定義は、そのままの形で、分数除法へと拡張されるわけではない。この点に関連して、下河邊半五郎の教科書(⑥)においては《除法と乗法との逆の関係》 $(a \div b = c \iff b \times c = a)$ に関する説明が行われている(第3章「整数四則」、第4節「除法」、(1)「解明」、(3)「用語」)。

(53) 問題(1)においては、被除数より除数の方が大きい。そのため、「幾何含有スルヤ」を問う問題としては、その適切性に疑問が残る。

除法ハ乘法ニ反対セル法ニ外ナラズ。  
 除法ニ於テ、法ト商トノ乗積ハ実ニ等シキヲ知ルベシ。

第三に、《乘法との逆の関係》に依拠する方法により、《乘法の逆演算》として、分数除法への定義の拡張が図られる（第5章「分数」、第11節「分数除法」、(1)「例題」）<sup>(54)</sup>。

整数除法ノ用語ノ條下ニ説キタル如ク、除法ニ於テ、法ト商トノ乗積ハ実ニ等シキモノナレバ、除法ノ定義ヲ変ジテ左ノ如クナスコトヲ得。

甲数ヲ乙数ニテ除スルトハ、乙数ニ某数（即チ商）ヲ乗ジテ甲数ヲ得ベキ其某数ヲ求ムルニ在リ。

此定義ニヨリ、本題 [「 $\frac{4}{7}$ ヲ以テ $\frac{31}{35}$ ヲ除セバ如何」] ハ $\frac{4}{7}$ ヲ乗ジテ $\frac{31}{35}$ ヲ得ベキ某数ヲ求ムルニアルナリ。

樺正董の教科書（⑧）においても、次の3点について、下河邊半五郎の教科書（⑥）と共通の特徴が見られる。

第一に、整数除法について、2通りの方法による定義が行われている。関連する記述を次にまとめて引用する（第8編「除法」、第1章「定義」）<sup>(55)</sup>。

定義 甲数ヲ乙数ニ割ルトハ、甲数ヲ乙数ダケ分チ、其一部分ノ数ヲ見出スコトナリ。

定義 甲数ヲ乙数宛ニ割ルトハ、甲数ヲ乙数宛ニ分ケ、其カズヲ見出スナリ。

注意 割ルト云フ語ニニッアルコトヲ見ル可シ。而シテ法則ヲ得ルニハ、何レノ定義ニ據ルモ可ナリ。

演算が生じる場面については、上記2通りの定義に対応する形で、次の具体例が示されている。

12ヲ3ニ割レハ部分何程ナルヤ。答4。

爰ニ6ニナル数アリ。3宛ニ割レハ幾ニ得ルヤ。答2ニ。

第二に、《除法と乘法との逆の関係》に関する説明が行われている（第8編「除法」第5章「定理及検算法」）<sup>(56)</sup>。

定理 商ト除数ト乗スレハ被除数ト等シ。

第三に、《乘法との逆の関係》に依拠する方法により、《乘法の逆演算》として、分数除法への定義の拡張を図っている（第8章「分数除法」、「定義」）。

18ヲ3ニテ割ルトハ如何ナルコトカ。

(54) 引用の前半部分においては、分数除法 $\frac{b}{a} \div \frac{d}{c}$ が、《 $\frac{d}{c} \times X = \frac{b}{a}$ となる数Xを求めること》として定義されている。

これに対して、後半部分においては、 $\frac{31}{35} \div \frac{4}{7}$ について、《 $X \times \frac{4}{7} = \frac{31}{35}$ となる数Xを求めること》と説明されている。

この説明においては、分数乘法に関する交換法則の成立が前提とされている。交換法則の成立については、整数乘法において説明されている。「数多ノ因数ノ乗積ハ其因数ノ位置ヲ如何ニ変ズルモ、其値ハ変ズルコトナシ。例へバ、 $2 \times 5 \times 6 \times 3 = 3 \times 6 \times 2 \times 5$ 。「法ニ実ヲ乗ジテ知り、又種々因数ヲ変換シテ計算シ、其積前ニ得タル者ト同ジケレバ、以テ誤謬ノナキヲ保証ス。例へバ、第一  $18 \times 8 = 144$  第二  $8 \times 18 = 144$ 」（第3章「整数四則」、第4節「除法」、(4)「定説」、(7)「試法」）。分数乘法については、「整数乘法ト同一ナルヲ以テ之ヲ略ス」と記されている（第5章「分数」、第11節「分数除法」、(3)「試法」）。

(55) 樺政蔵編『算数学初歩』巻之下、求古堂・鶴棲堂、1888（明治21）年、富山県立図書館所蔵。

(56) この「定理」から、「注意 依テ左ノ検算法ヲ得」として、「検算法 商ト除数ト乗シ被除数ト等シケレハ其答ノ正合スルヲ知ル」が導かれている。



18 トスルニハ 3 ニ如何ナル数ヲ乗スベキカヲ見出スコトナリ。即チ 6 ナルベシ。

$\frac{3}{5}$  ヲ  $\frac{6}{7}$  ニテ割ルトハ如何ナルコトナルカ。

$\frac{3}{5}$  トスルニハ  $\frac{6}{7}$  ニ如何ナル数ヲ乗スベキカヲ見出スコトナリ。即  $\frac{7}{10}$  ナラハ如何ニモ  $\frac{6}{7}$  ヲ乗シ  $\frac{3}{5}$  トナルベシ。

然ラハ、一般ニ甲数ヲ乙数ニテ割ルトハ如何ナルコトカ。

定義 甲数ヲ乙数ニテ割ルトハ、甲数トスルニハ乙数ニ如何ナル数ヲ乗スベキカヲ見出スコトナリ。

上記の引用に示されている通り、分数除法への定義の拡張を図る局面において、はじめて、整数除法について、《乗法の逆演算》としての定義（再定義）が行われている。

次の引用は、古川四の教科書（①）における分数除法の定義である（第3章「分数四則」、第4節「分数除法」）。

整数除法ノ如ク、分数除法ハ乗法ノ還元ニシテ、積及ビ兩乗子ノ一ヲ知テ他ノ乗子ヲ求ムルノ法ナリ。

古川四の教科書（①）においても、《乗法との逆の関係》（上記の引用においては「還元」）に依拠する方法により、分数除法への定義の拡張が図られている。ただし、次の引用に見られる通り、整数除法の説明においては、演算が生じる2通りの場面設定に続いて、直ちに、《乗法の逆演算》としての除法の定義が記されている（第3章「整数四則」、第4節「除法」）<sup>(57)</sup>。

<p>例(1) 4人ノ工夫ニ賃銀トシテ金 20 円ヲ付与セリト云フ。各夫ノ所得金幾何ナルヤ。答 5 円。</p> <p>例(2) 石盤 1 枚ノ価ハ金 9 銭ナリ。金 36 銭ニテ幾枚ヲ買得ルヤ。答 4 枚。</p> <p>除法ハ、積数ト其ノ実数或ハ法数ヲ知テ、法数或ハ実数ヲ求ムルノ法ナリ。</p>	<table border="0" style="margin: auto;"> <tr> <td></td> <td>丁</td> <td>丙</td> <td>乙</td> <td>甲</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> </tr> <tr> <td></td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> </tr> <tr> <td></td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> </tr> <tr> <td></td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> </tr> <tr> <td></td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> </tr> <tr> <td></td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> </tr> <tr> <td></td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> </tr> <tr> <td></td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> <td>○</td> </tr> </table>		丁	丙	乙	甲	○	○	○	○		○	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	○	○	○	○	○
	丁	丙	乙	甲	○	○	○	○																																																																	
	○	○	○	○	○	○	○	○																																																																	
	○	○	○	○	○	○	○	○																																																																	
	○	○	○	○	○	○	○	○																																																																	
	○	○	○	○	○	○	○	○																																																																	
	○	○	○	○	○	○	○	○																																																																	
	○	○	○	○	○	○	○	○																																																																	
	○	○	○	○	○	○	○	○																																																																	

古川四の教科書（①）において、《乗法との逆の関係》は、最初から前提とされているのであり、説明の対象としては位置付けられていない。

上記の分析結果に見られる通り、下河邊半五郎（⑥）、樺正董（⑧）、古川四（①）の教科書においては、整数除法について、2通りの方法による定義が行われている。ただし、整数除法に関する2通りの定義は、それぞれが、そのままの形で、分数除法へと拡張されるわけではない。《乗法との逆の関係》に依拠する方法により、新たに、《乗法の逆演算》として、整数除法に関する再定義が行われる。そして、この定義に依拠する形で、分数除法への拡張が図られる。《乗法の逆演算》としての定義が、2つの演算の定義における《連続性》の内実を構成しているのである。

### 3. 3. 量と数の区別と連関 — 演算の意味に関する説明（その2）

#### 3. 3. 1. 乗法

中条澄清の教科書（②）においては、整数乗法についても、分数乗法についても、演算における

(57) 古川四編輯『小學筆算書』卷之二、集英堂、1886（明治19）年、東書文庫所蔵。

量と数の区別と連関に関する「理」は「同一」となる形に、説明の論理が構成されている。この点について次に見る。まず、先に引用した、「教師心得(3)」においては、次のように述べられている。

是ヲ以テ、余ハ、特ニ注意ヲ加ヘテ四則各法ノ最初ニ此理ヲ了解セシムベキ要点ヲ記載セリ。

上記における「要点」について、その内容を見る。

まず、整数乗法に関する「理」については、次の記述がある<sup>(58)</sup>。

右ノ解説ニテ、乗法ハ、法数ニ在ル一個ノ数ニ等シク、実数ヲ若干度集ムルト同一ナリ。即チ、(110)ニ於テ、91 円ヲ 9 度集ムレハ 819 円ヲ得ルナリ。故ニ左説ヲ理解スヘシ。

第一 乗法ハ同一数ヲ累加スル簡法ナリ。

此理ニ依テ、加法 (98) [「一ツ 3 <sup>(りん)</sup> 釐 ノ桃 3 ツノ値ハ何程ナリヤ」] ハ、3 釐ヲ 3 倍スレハ簡便ナル等ヲ知ルヘシ。

前諸題ニ於テ、法数 [乗数] ハ皆虚数ナリ。又、積ハ実 [被乗数] ト同シ種類ノ物数ナリ。例ヘハ、(110) [「金 91 円ノ 9 倍ハ何円ナリヤ。答 819 円」] ノ法 9 ハ虚数ニシテ、積即チ答ノ 819 円ハ実 91 円ト同シ種類ノ物数ナルカ如シ。故ニ左ノ 2 説ヲ了解スヘシ。

第二 法数ハ虚数ナリ。

第三 積ハ実数ト同物数ナリ。

整数乗法における量と数の区別と連関が、《量×数(倍)＝量》として説明されている(なお、「釐」とは、通貨の単位で、 $1 \text{ 釐} = \frac{1}{10} \text{ 銭} = \frac{1}{100} \text{ 円}$ )。上記の引用にある「虚数」および「物数」については、次の説明(「命名」)を引用しておく<sup>(59)</sup>。

虚数ハ其一個ニ特別ナル名称ナキ数ヲ云フ。例ハ、8 個、79 個、602 個等ノ如シ。  
物数ハ其一個ニ特別ナル名称アル数ヲ云フ。例ハ、5 円、24 時、135 里等ノ如シ。

次に、「教師心得(3)」においては、上記に加え、次のように記されていた。

分数ヲ授クルニ際シ注意スヘキハ、整数四則ノ理ハ分数四則ニ至リテモ亦タ同一ナルコトヲ理解セシムルノ一事ナリ。

従って、整数乗法について説明された演算における量と数の区別と連関に対しては、分数乗法においても「同一」の形で成立することが要請される。この点については、次の記述がある。

尚整数乗法ニ於テ学ヒタル左ノ 3 説ハ、分数乗法ニ於ケルモ亦同理ナリ。小学尋常科筆算書卷之二 第 25 丁ヲ見ヨ。

第一 乗法ハ同一数ヲ累加スル簡法ナリ。

第二 法数ハ虚数ナリ。

第三 積ハ実数ト同物数ナリ。

(58) 中条澄清『小学尋常科筆算書』卷之二、訂正再版、1888(明治21)年。『日本教科書大系 近代編 第12巻 算数(3)』講談社、1963年、35ページ。

(59) 中条澄清訳述『算學教授書』卷之一、中川蔵版、1876(明治9)年、東書文庫所蔵。  
なお、この説明における「一個」の「個」は助数詞としての意味を持たない。「一個ハ都テ単一無併ノ物ヲ云フ」。「数ハ一個或ハ数件ノ一個集合シテ成ル者ナリ」。「一個」は数1を意味する言葉として用いられている。

整数乘法に関する上記の「3説」は、すべて、分数乘法についても成立することが記されている。《分数×分数》の説明に即した形で、この点を具体的に見る。先の引用と重複するが、中条澄清の教科書(②)における《分数×分数》の例題と説明を次に引用する。

1斤ニ付、金1円ノ4分ノ3ノ茶、1斤ノ6分ノ5ノ値ハ何程ナリヤ。

(解) 本題ハ、1斤ノ6分ノ5ノ値ヲ求ムルユヘ、1斤ノ値ヲ6分シ、之ヲ5倍スヘキナリ。

まず、「第二」および「第三」の「説」について見る。被乗数 $\frac{3}{4}$ は茶の価格(「円」)を表現する。

これに対して、乗数 $\frac{5}{6}$ は、茶の重さ(「斤」)ではなく、1斤と $\frac{5}{6}$ 斤との関係(倍) $\left(\frac{5}{6} = (1 \div 6) \times 5\right)$ を

表現する。積 $\frac{5}{8}$ は茶の価格(「円」)を表現する。従って、「第二」および「第三」の「説」は成立している。

次に、「第一」の「説」(「乘法ハ同一数ヲ累加スル簡法ナリ」)について見る。まず、分数を乗数とする乘法について、《同数累加》の簡便算としての説明は成立しない。これは、《分数回集める》という記述が意味を成さない点に起因する。これに対して、中条澄清『算数学基則』(明治25年)においては、《分数回集める》という用語が用いられている<sup>(60)</sup>。

中条澄清の教科書(②)においては、「第一」の「説」が分数を乗数とする乘法においても成立する点について、具体的な説明が行われていない。この点については、上記、『算数学基則』を参照することによって、補足することにする。

『算数学基則』においては、例えば、《整数×分数》の例題、「1斤に付4円の茶 $\frac{3}{4}$ 斤の値は何程なりや」について、《乗数と1との関係(倍)》を用いた説明により、それが、《4円の $\frac{3}{4}$ 倍を求める

演算》であることが、演算結果を導く方法 $\left(4 \times \frac{3}{4} = (4 \div 4) \times 3\right)$ と合わせた形で示されている。次に、

《4円の $\frac{3}{4}$ 倍を求めること》が《4円を $\frac{3}{4}$ 回集めること》と同じであると説明されている。

$\frac{3}{4}$ 斤は1斤を4分したるもの、3倍なり。故に、1斤の値4円を4分して3倍すれば答を得。是れ

4円を $\frac{3}{4}$ 倍するものなり。(中略) 又本題は原理第1に依て、4円を $\frac{3}{4}$ 回集めると同<sup>(ママ)</sup>1なり。

(60) 中条澄清『算数学基則』数理社叢書第1編、数理社、1892(明治25)年、13~14ページ、国立国会図書館近代デジタルライブラリー所蔵。本書の性格を示す記述を次に引用する。「此基則は算術の基則なれば、整数にまれ、分数にまれ、尚ほ、小数にまれ、諸等数にまれ、一定の原理を以て貫通すべきは勿論なり」(4ページ)。「算術を授くるは学校の種類と教科の程度に従て酌量し、或は生徒の能力発達度を観察して教授すべきは勿論なれども、要するに、基則の解説は極めて平易に為し、生徒をして容易に了解せしめ、且快樂を感じしむるこそ、最も大切なことたるべし。是を以て、本書は一定の原理を以て貫通せしむるのみならず、極めて平易に解説することに注意し、苟も高尚に渡る解説は戒めて下さざるなり」(4ページ)。算術の対象となる有理数(整数、分数、小数)全般に関する統一的な原理による説明の必要性和同時に、それに基づく説明が、生徒にとって「快樂」となることが指摘されている。

上記の引用における「原理」とは、「乗法中基礎と為すべき緊要なる諸原理」を意味する。その内容を次に引用する<sup>(61)</sup>。先に引用した、「整数乗法ニ於テ学ヒタル左ノ3説」と同じ内容である。

- 第1. 乗法は同1数を累加する簡法なり。  
 第2. 乗数は必ず不名数なり。  
 第3. 積は被乗数と同種の数なり。

上記の引用に示されている通り、中條澄清による乗法の説明において、《同数累加》を用いた説明は、整数を乗数とする場合に対象が限定されているわけではない。ただし、分数を乗数とする場合については、直接的な形で、《同数累加》を用いた説明が行われるわけではない。分数を乗数とする場合については、まず、《乗数と1との関係（倍）》に依拠する方法によって、《分数倍》としての説明が行われる。次に、それが《分数回集める》ことと同じであると説明される。《分数回集める》ことの意味内容が、《分数倍》によって説明されているのである。

『算数学基則』における乗法の原理（「第1」）は、分数乗法においても成立する——この点に関する説明が、上記の方法により、間接的な形で行われている。

なお、この点は、次に引用する《分数×分数》の説明についても同じである<sup>(62)</sup>。

次の問題を以て、分数に分数を乗ずる場合を解説すべし。

(4) 1斤に付 $\frac{3}{4}$ 円の茶 $\frac{4}{5}$ 斤は何程なりや。

本題は $\frac{3}{4}$ 円を $\frac{4}{5}$ 倍すべきなり／又、本題は原理第1に依て $\frac{3}{4}$ 円を $\frac{4}{5}$ 回集めたと同1なり。

上記により、先に引用した、整数乗法に関する「3説」は、すべて、分数乗法についても成立することが示された。

なお、乗法における量と数の区別と連関（《量×数（倍）＝量》）については、明治初期の算術教科書においても明確な説明が行われていた<sup>(63)</sup>。次の引用を見よう。

更ニ注意ヲ要スヘキ者アリ。乗積ハ必ス乗実ト同種類ナラサルコトヲ得ス。故ニ、乗実虚数ナレハ其積モ亦虚数ナリ。乗実銭ナレハ其積モ亦銭ナリ。円ナレハ亦円ナリ。而メ、乗数ハ唯乗実ヲ幾倍スヘキヤヲ示ス者ナリ。故ニ必ス虚数ナリ。例ヘハ、今、1尺2銭ノ綿布3尺ニテハ其価如何ト問ハンニ、其答ハ6銭ナリ。此答ヲ得ルニ2ト3トヲ乗スルハ、2銭ト3尺トヲ乗シタル者ナラス。（中略）3尺ハ1尺ノ3倍ナルヲ以テ、1尺ノ値2銭ヲ3倍シテ、6銭ヲ得ルナリ。

今、若シ、2銭ト3尺トヲ乗シテ答ヲ得ルト云ハハ、猶、3匹ノ馬ト2個ノ桃トヲ乗スト云フカ如シ。甚タ理ニ背ケル者トナス。

上記は、永峰秀樹著『小學筆算書』（1877（明治10）年）<sup>(64)</sup>からの引用である（「乗法」、「注意」）。その内容は、そのまま、中條澄清の教科書（②）において見た「3説」の説明になっている。

(61) 中條澄清『算数学基則』数理社叢書第1編、数理社、1892（明治25）年、10ページ。

(62) 中條澄清『算数学基則』数理社叢書第1編、数理社、1892（明治25）年、14ページ。

(63) 須田勝彦「明治初期算術教科書の自然数指導——塚本明毅『筆算訓蒙』を中心にして」北海道大学教育学部教育方法学研究室編『教授学の探究』第15号、1998年、16ページ。

(64) 永峰秀樹著『筆算教授書』巻之一、内藤書屋、1877（明治10）年、東書文庫所蔵。ただし、分数乗法については、この点に関する説明は行われていない。

なお、下河邊半五郎の教科書(⑥)においては、整数乘法における量と数の区別と連関については、《量×数=量》として説明されている(第3章「整数四則」、第3節「乗法」、(4)「定説」)。これに対して、分数乘法については、量と数の区別と連関に関する説明それ自体が行われていない(第5章「分数」、第10節「分数乗法」)。

### 3. 3. 2. 除法

先に見た通り(3. 3. 1)、中條澄清の教科書(②)においては、乗法における量と数の区別と連関について、《量×数(倍)=量》として説明されている。これにより、整数乗法との《連続性》を備えた形で、分数乗法に関する説明の論理が構成されている。

中條澄清の教科書(②)において、除法は、《倍を求める演算》として定義されている。この定義において、量と数の区別と連関については、どのような説明の論理が構成されているか? 整数除法に関する説明の論理と分数除法に関する説明の論理との《連続性》は、どのような内実によって構成されているか? — ここでは、まず、この点に関する解明を行う。

《量×数=量》の逆演算としての除法については、④《量÷量=数》、⑤《量÷数=量》、2通りの説明が可能である。この点を基本的な前提として、中條澄清の教科書を見る(「除法」)<sup>(65)</sup>。

前諸題ハ、皆法数ト実数ハ同シ種類ノ物数ニシテ、商ハ皆虚数ナリ。例ヘハ、(70) [問題「金 684 円ヲ 9 円宛ニ分テハ幾ツナリヤ。答 76」] ノ実 684 円ト法 9 円ハ金ニシテ、商 76 ハ虚数ナルカ如シ。故ニ左説ノ如シ。

第一 法数ト実数ハ同物数ナリ。

第二 商ハ虚数ナリ。

上記の引用においては、同種の量の間に行われる、④《量÷量=数》の演算として、整数除法が説明されている<sup>(66)</sup>。特に、演算の対象となる 2 つの量が同種である必要性については、具体例にもとづく説明と注意が行われている。次の引用を見よう。

(152) 金 25 円ヲ以テ米 5 石買ヘリ。此米 1 石ノ価何円ナリヤ。答 5 円。

本題ノ 5 石ハ 1 石ノ 5 倍ナリ。今、1 石ヲ 1 円トスレハ 5 石ノ価ハ 5 円ナリ。故ニ、除法ニテ 25 円ハ 5 円ノ何倍ナルヤヲ求ムルニ 5 倍ナリ。是ヲ以テ 1 石ノ価ハ 1 円ノ 5 倍即チ 5 円ナリ。(中略)

除法ノ法実ハ同物数ニシテ商ハ虚数ナルユヘ、右 3 題解説ノ如ク了解スヘシ。決シテ (152) ハ 5 石ヲ以テ 25 円(中略)ヲ除クモノニアラス。仮リニ然カスルモノトセハ、除法ハ 1 数ヨリ他数ヲ累減スル簡法ナル理ニテ、金額ヨリ石数(中略)ヲ減シ得ヘキモノニシテ、甚タ不都合ナリ。又 (152) ノ

(65) 整数除法に関する説明については、次による。中條澄清著『小學尋常科筆算書』巻三、1888(明治21)年、寛裕舎、文部省検定済 [『日本教科書大系 近代編 第12巻 算数(3)』講談社、1963年、所収]。

(66) 中條澄清の教科書においては、例えば次の記述がある。「(144) 金 12 銭ヲ以テ 1 顆ニ付 3 銭ノ梨ヲ買ヘハ何顆ナリヤ。答 4 顆」。この引用においては、「答 4 顆」と記されている。従って、「法数ト実数ハ同物数」ではあるけれども、「商ハ虚数」ではないように見える。この点については次のように説明されている。「本題ハ一顆ノ価 3 銭ナルユヘ、12 銭ハ 3 銭宛ニ分テハ其数 4 ナリ。故ニ梨ノ数ハ 4 顆ナリ」。この説明によれば、本質的に重要なのは《12 銭÷3 銭=4》の関係なのであり、商 4 に「顆」を付けるか否かは末梢的な問題に過ぎない。なお、この点については次の説明がある。「尚原理第 3 に付テ詳説せんニ、8 円を以テ 64 円を除き得たる商は 8 石即ち名数にして、原理第 3 に述ぶる如く、商は必ず不明数にあらずとせんか。然らば、64 円より 8 円を累減して米の石数を得べきなり。是れ到底石数を得べき理なし。之を極平易に述べれば、64 円より 8 円をひとつ、ふたつ、みつ等、累減するものにて、此ひとつ、ふたつ等を以て米と為すは、実に誤謬の極みと言はざる可らず」。中條澄清『算数学基則』数理社叢書第 1 編、数理社、1892(明治 25)年、17 ページ。

如キ、米 5 石ヲ以テ 25 円ヲ除ク等ト称スルハ、全ク前ノ解説ヲ約言スルモノニシテ、算理上ヨリ正當ノ辞ニ非ルコトヲ能ク理解スヘシ。

異種の量の間の演算が不可能である点が指摘されている。この点に加え、引用の前半部分においては、㊸《量÷数＝量》（25 円÷5＝5 円）を、㊹《量÷量＝数》（25 円÷5 円＝5）に変換する方法が説明されている。この説明については後に考察する。

同種の量の間に行われる、㊹《量÷量＝数》の演算としての除法の説明は、分数除法において、どのような形で具体化されているか？ この点に関連して、先の引用と重複するが、《分数÷整数》、《整数÷分数》の例題およびその意味に関する説明を、次に引用する。

(1) 一石 3 円ノ粟価金 1 円ノ 4 分ノ 3 買ヘハ其量何程ナリヤ。

(解) 本題ハ価金 1 円ノ 4 分ノ  $1\frac{3}{4}$  [3 の誤記と見られる] 中ニ 1 石ノ価 3 円ヲ幾何含有スルヤヲ看出スヘキナリ。

(2) 金 3 円ヲ以テ 1 斤ニ付金 1 円ノ 4 分ノ 1 ノ茶ヲ買ヘハ何斤ナリヤ。

(解) 本題ハ金 3 円ノ中ニ金 1 円ノ 4 分ノ 1 ヲ幾許含有スルヤヲ看出スヘキナリ。

上記の内容を式表現すれば、(1)については $\langle\frac{3}{4}\text{円}\div 3\text{円}=\frac{1}{4}\rangle$ 、(2)については $\langle 3\text{円}\div \frac{1}{4}\text{円}=12\rangle$

となる（演算の結果を得る方法については、3. 4. 1 において見る）。「分数除法ニ於ケルモ亦同理ナリ」と説明されていた 3 つの説——「一数ノ中ニ他数幾何アルヤヲ看出スル法」としての除法の定義（第一）、「法数ト実数ハ同物数ナリ」（第二）、「商ハ虚数ナリ」（第三）——はすべて成立している。この点については、教科書において次のように記されている（(6)「分数除法」）。

此例及解説ニ依テ、此除法モ亦前ノ 3 説ト合理ナルコトヲ了解スヘシ。

なお、《分数÷分数》の例題は、「金 2 円 4 分ノ 1 ヲ以テ 1 斤ニ付金 1 円ノ 5 分ノ 3 ノ茶ヲ買ヘハ何斤ナリヤ」である。この問題に関する説明は特に行われていない。しかしながら、前記の引用における「解」によれば、この問題における量と数の区別と連関については $\langle 2\frac{1}{4}\text{円}\div \frac{3}{5}\text{円}=3\frac{3}{4}\rangle$ と記述される。従って、「前ノ 3 説ト合理ナルコト」は明らかである。

中條澄清の教科書(2)において、除法については、同種の量の間に行われる、㊹《量÷量＝数》の演算として説明されている。これにより、分数除法における量と数の区別と連関についても、整数除法に関する説明の論理との《連続性》を備えた形で、説明を行うことが可能となっている。「整数四則ノ理ハ分数四則ニ至リテモ亦タ同一ナルコト」（「教師心得(3)」）が示されている。

これに対して、㊸《量÷数＝量》の演算としての除法については、教科書において、直接的な形で説明が行われているわけではない。少なくとも、㊹《量÷量＝数》と同じ形で、その内容が「理」として明記されているわけではない。しかしながら、先に見た通り、中條澄清の教科書(2)においては、乗法における量と数の区別と連関について、《量×数＝量》として説明されていると同時に、除法については《乗法の逆演算》として定義されている。この方法による限り、除法の説明における㊸《量÷数＝量》の位置が問われなければならない。この点について次に見よう。

まず、先に引用した問題、「(152) 金 25 円ヲ以テ米 5 石買ヘリ。此米 1 石ノ価何円ナリヤ。答 5 円」について見る。上記の方法による限り、この問題における量と数の区別と連関については、㊸《量

÷数＝量》により、《25 円÷5＝5 円》として説明することが考えられる。しかしながら、中條澄清の教科書 (②) において、このような説明は行われていない。

先に引用した、問題(152)に関する説明を見る。説明の内容は、第一に、この問題を《25 円÷5 石》として説明することの不可能性である（「米 5 石ヲ以テ 25 円ヲ除ク等ト称スルハ、(中略) 算理上ヨリ正当ノ辞ニ非ルコトヲ能ク理解スヘシ」）。第二に、仮定として「1 石ヲ 1 円トス」を設定する方法により、この問題における量と数の区別と連関が、《25 円÷5 円＝5》、すなわち、同種の量の間に行われる、④《量÷量＝数》に変換されている（「今、1 石ヲ 1 円トスレハ 5 石ノ価ハ 5 円ナリ。故ニ、除法ニテ 25 円ハ 5 円ノ何倍ナルヤヲ求ムルニ 5 倍ナリ」）。第三に、⑤《量÷数＝量》（《25 円÷5＝5 円》）としての説明は全く行われていない。

上記の事実により、中條澄清の教科書 (②) における⑤《量÷数＝量》の位置について、次の理解が可能であろう。中條澄清の教科書 (②) において、⑤《量÷数＝量》は、少なくとも、そのままの形態においては、除法における量と数の区別と連関の一形態として位置付けられていない。⑤《量÷数＝量》については、それを、④《量÷量＝数》に変換することによって、はじめて、除法の一形態として位置付けられる<sup>(67)</sup>。

⑤《量÷数＝量》については、それを、④《量÷量＝数》に変換することができる。変換は、現在においては「トランプくぼり」と呼ばれる方法による<sup>(68)</sup>。

等分除 E [「12cm を 3 等分する」演算] と包含除 D [「12cm を 4cm で割って、倍を示す 3 を求める演算」] とは、除数が自然数の場合には、「トランプくぼり」で互いに関連づけられる。すなわち、「12t の石炭を 3 台のトラックへ積む」場合、まず 1 台に 1t ずつ積むと、1 回で 3t ずつ積まれる。したがって、その回数を求める包含除  $12t \div 3t$  を行なえば、商 4 は、1 台に積まれる石炭のトン数を表わすことになる。

先に引用した、問題(152)に関する説明においても、「今、1 石ヲ 1 円トスレハ」として、同じ方法が説明されている<sup>(69)</sup>。

(67) 中條の教科書においては、例えば次の問題がある。「左ノ諸題ヲ各二ツニ分ツヘシ。(7) 金 44 銭 (8) 米 86 石 (9) 金 84 円 (以下略)」。この問題においては、量と数の区別と連関の一形態として、⑤《量÷数＝量》が位置付けられているように見える。この点については、次の説明が可能であろう。第一に、この問題は、1 位数を除数とする除法（「単位除法或ハ短除法」と総称されている）のアルゴリズムの説明に続く形で設定されている。この位置付けとの関連から、この問題における教育内容は、⑤《量÷数＝量》の関係ではなく、除法のアルゴリズムである。この問題においては、その定着が目的とされている。第二に、この問題に先立って示されている例題は、「(6) 金 24 銭ヲ 2 銭宛ニ分テハ幾ツナリヤ。答 12」である。この例題との関連から、上記の問題は、例えば、次の内容を省略する形で記述されている。「(7) 金 44 銭ヲ 2 銭宛ニ分テハ幾ツナリヤ。(8) 米 86 石ヲ 2 石宛ニ分テハ幾ツナリヤ。(9) 金 84 円ヲ 2 円宛ニ分テハ幾ツナリヤ」。

(68) 銀林浩『数の科学 — 水道方式の基礎』むぎ書房、1975 年、116～117 ページ。

(69) 中條澄清は、自らが編集した雑誌『数理會堂』においても、「算数学除法ノ原理ヲ解説」している。「(2) 金 120 円ヲ 8 名ニ分配スレバ 1 名ニ付何円宛ナリヤ」が、⑤《量÷数＝量》の具体例にあたる。この問題に関する説明においても、第一に、仮定として、「先ツ 1 名ニ付 1 円宛ノ分配トスレハ」を設定する方法により、それが、同種の量の間、④《量÷量＝数》へと変換されている。第二に、この方法を「甚タ迂遠ナリ」とする批判に対する反論が、「除法ノ原理」および乗法における量と数の区別と連関（《量×数＝量》）との論理的整合性を根拠とする形で、行われている。反論にあたる部分を次に引用する。「此(2)ノ解説ニ対シ、人或ハ言ハン。甚タ迂遠ナリ。直ニ 8 名ヲ以テ金額ヲ除クヘシト。是レ実地応用上ニ於テ固ヨリ此ノ如シト雖モ、除法ノ原理解説ニ於テ此ノ如ク説明セハ、(I) [「除法ハ同一数ヲ以テ同種ノ他数ヨリ累減スル簡法ナリ」] ニ依テ金額ヨリ 8 名ヲ累減スルコトヲ得ルカ。是レ為シ能ハザルコトナリ。近來算術ノ理論精密ニシテ乗法ニ於テ次ノ 3 原理 [「(I) 乗法ハ同一数ヲ累加スル簡法ナリ。(II) 乗法ノ法ハ虚数ナリ。(III) 乗法ノ実ト積ハ同種ノ二数ナリ」] ヲ解説シ、人ニ米或ハ金額ニ里数ヲ乗スルカ如キハ不合理ト主張スルニモ拘ラス、除法ノ法実ハ同種若クハ異種ノ二数ナリト解説スルハ我輩ノ怪ム所ナリ」。中條澄清「除了解説」『数理會堂』初會、数理社、1889 (明治 22) 年、17～18 ページ。なお、同じ内容の反論は次においても行われている。中條澄清『算数学基則』数理社叢書第 1 編、数理社、1892 (明治

この点に注目することにより、次の理解が可能となる。中條澄清の教科書(②)においては、㉔《量÷数=量》の、㉑《量÷量=数》への変換可能性とその方法に関する説明が行われている。この点を前提として、除法における量と数の区別と連関については、㉑《量÷量=数》に一元化した形で説明を行うことが原理とされている。この原理に依拠することによって、量と数の区別と連関についても、整数除法に関する説明の論理との《連続性》を備えた形で説明を行うこと——教科書の表現によれば、「整数四則ノ理ハ分数四則ニ至リテモ亦タ同一ナルコト」（「教師心得(3)」）を示すこと——が可能となっている。

分数除法においても、整数除法の問題(152)と同じタイプの問題がある（(6)「分数除法」、「第二法 法分数、実整数ナルモノ」）。

(9) 金 21 円ニテ畑一段ノ 7 分ノ 3 買ヘハ、其畑一段ノ価何円ナリヤ。

この問題に関する説明は次のようになるだろう。まず、この問題における量と数の区別と連関については、㉔《量÷数=量》により、《21 円÷ $\frac{3}{7}$ =X 円》と記述可能である。しかしながら、この関係については、「畑一段ノ価」を 1 円と仮定する方法により、《21 円÷ $\frac{3}{7}$ 円》として説明される。㉔《量÷数=量》が、㉑《量÷量=数》に変換されるのである。演算の結果として、49 が得られる（その方法については、3. 4. 1 において見る）。従って、「畑一段ノ価」は 1 円の 49 倍、すなわち、49 円であることが導かれる。

中條澄清『算数学基則』においては、同じタイプの問題について、上記と同じ方法による説明が行われている<sup>(70)</sup>。

次の問題を以て、分数にて整数を除する場合を解説すべし。

(6) 米  $\frac{3}{4}$  石の値 6 円なれば 1 石の値は何円なりや。

先づ、1 石の値を 1 円とすれば、 $\frac{3}{4}$  石の値は  $\frac{3}{4}$  円なり。今、6 円は此何倍なるやを着出するに 8 倍なり。故に、1 円の 8 倍即ち 8 円を以て答とす。本題は、6 円より  $\frac{3}{4}$  円を 8 回累減したるなり。

「トランプくばり」に関する先の引用においては、自然数を除数とする場合に対象が限定されていた。しかしながら、分数を除数とする場合に対しても、上記により、この方法は適用可能である。

次に、中條澄清の教科書(②)との比較により、下河邊半五郎の教科書(⑥)における、量と数の区別と連関に関する説明の論理を解明する。

第一に、下河邊半五郎の教科書(⑥)においては、整数乘法について、《量×数=量》の演算と

25) 年、19~20 ページ。ここでは、反論に先立つ、次の記述に注目しておきたい。「従来除法を解説するに、其除数と被除数は同種の種数なることあり。又異種の数なることあり。故に、商には名数と不名数の場合ありとて、2 様に説明するの習慣久しきに因るものならん。我輩、此総論に陳述したる主意を以て、除法は常に前款の如く解説し、多年其教授に依て好結果を奏したること少々ならず。(中略)是に於て、今激烈なる論鋒を以て反対論者を説諭せんとす」。反論における「激烈なる論鋒」の必要性は、除法における量と数の区別と連関を《量÷量=数》に一元化する説明の方法が、中條澄清の教科書が備えていた独自性の強い特徴であったことを示している。

(70) 中條澄清『算数学基則』数理社叢書第 1 編、数理社、1892 (明治 25) 年、21~22 ページ。



して説明されている（第3章「整数四則」、第3節「乗法」、(4)「定説」）<sup>(71)</sup>。ただし、先に指摘した通り、整数乗法において、《倍》の概念は導入されていない。次の引用においても記されている通り、乗数については、《被乗数を累加する回数を表現する数》としての説明に止められている。

法ハ常ニ虚名数ナリ。蓋シ、法ナル数ハ実ナル数ヲ幾回相加フルカノ意ヲ表示スルニ過ギザルナリ。故ニ、要スベキ答ハ必ズ実ト同種ノ数ヲ得ルナリ。

上記の引用に関連して、下河邊半五郎の教科書(⑥)における「(3) 虚名数」、「(4) 実名数」の定義を次に引用しておく（第1章「総論」）。

虚名数トハ物数ヲ表サザル数ヲ云フ。例ヘバ3、4、7、8等ノ如シ。  
実名数トハ物数ヲ表スル数ヲ云フ。例ヘバ3人、4日、7尺、8冊等ナリ。

第二に、整数除法について、《乗法との逆の関係》が説明されている（第3章「整数四則」、第4節「除法」、(1)「解明」）。

除法ハ乗法ニ反対セル法ニ外ナラズ。

第三に、整数除法における量と数の区別と連関が、2つの「定説」として明記されている（第3章「整数四則」、第4節「除法」、(4)「定説」）。

(1) 法ト実ト同名数ナルトキハ商ハ虚名数ナリ。  
(2) 法ト実ト異名数ナルトキハ法ハ常ニ虚名数ニシテ、得ル所ノ商ハ常ニ実ト同名即チ実名数ナリ。  
前述ノ如ク、除法ハ乗法ノ反対ナルガ故ニ此二定説ヲ得ルナリ。

中條澄清の教科書(②)との比較において注目されるのは、「定説(2)」の存在である。下河邊半五郎の教科書(⑥)においては、④《量÷量=数》と並列する形で、⑧《量÷数=量》についても、整数除法における量と数の区別と連関の一形態として、明記されている。なお、上記の引用においては「法ト実ト異名数ナルトキ」とあるが、この記述において、異なる種類の量の演算が考えられているわけではない。

先に見た通り、下河邊半五郎の教科書(⑥)においては、整数除法の定義として、「甲数中ニ乙数ノ幾倍ヲ含有スルカヲ驗スル法」に加え、「甲数ヲ乙数ノ如クニ平等ニ分ツノ法」が示されていた(3.2.2)。後者の定義については、次の例題が、その具体的な場面を示している（第3章「整数四則」、第4節「除法」、「(1) 解明」）。

(2) 金80銭ヲ以テ上等ノ筆5本ヲ買ヘリ。1本幾銭ナルヤ。

この例題において成立するのが、上記の「定説(2)」、すなわち、⑧《量÷数=量》（《80銭÷5=16銭》）の関係である。

問題は、この関係が、分数除法に対して、どのような形で拡張されているか？ という点にある。次の引用は、「定説(2)」にあたる分数除法の例題とその説明である（第5章「分数」、第11節「分数除法」、「(1) 例題」）。

尚、実名数ノ例ヲ挙ゲテ之〔「除法ノ定義」、「甲数ヲ乙数ニテ除スルトハ、乙数ニ某数（即チ商）ヲ

(71) 下河邊半五郎の教科書(④)においては、「定説」について、次のように説明されている。「論証ニヨリテ理義明瞭ナラシムルモノ之ヲ定説ト云フ」（「総論」）。

乗ジテ甲数ヲ得ベキ其某数ヲ求ムルニ在リ] ヲ説カン。(中略)

(4) 茶 1 斤ノ 13 分ノ 11 ノ価 12 分ノ 7 銭ナルトキハ、1 斤ノ価如何。

本題ヲ考フルニ、1 斤ノ 13 分ノ 11 ノ価、12 分ノ 7 銭ナルガ故ニ、1 斤ノ 13 分ノ 1 ノ価ハ其 11 分ノ 1、即チ  $\frac{7}{12 \times 11}$  ナルベシ。13 分ノ 1 ノ価、上ノ如クナレバ、1 斤ノ価ハ其ノ 13 倍、即チ  $\frac{7 \times 13}{12 \times 11}$  ナルベシ。

上記の引用において注目されるのは、「1 斤ノ 13 分ノ 11 ノ価、12 分ノ 7 銭ナルガ故ニ」として、乗法における量と数の区別と連関が、説明の出発点とされている点である。この問題における量と数の区別と連関を、除法を用いて、 $\langle \frac{7}{12} \text{ 銭} \div \frac{11}{13} = X \text{ 銭} \rangle$  として説明する方法は採用されていない。上記の説明は、引用の前半部分において記述されている、 $\langle \text{乗法の逆} \rangle$  としての除法の定義に依拠している。それにより、問題における量と数の区別と連関が、乗法を用いて、 $\langle X \text{ 銭} \times \frac{11}{13} = \frac{7}{12} \text{ 銭} \rangle$  として説明されている<sup>(72)</sup>。

下河邊半五郎の教科書 (⑥) における⑩《量÷数=量》の説明においては、除法の定義により、その逆演算としての乗法に依拠する方法が採用されている。それにより、⑩《量÷数=量》については、それを《量×数=量》に変換する方法によって、説明が行われている。

中條澄清 (②)、下河邊半五郎 (⑥) の教科書を対象として、分数除法の意味に関する説明の論理を、演算における量と数の区別と連関の側面から、見てきた。その結果について注目されるのは、特に、⑩《量÷数=量》を、分数除法における量と数の区別と連関の一形態として位置付けるために、独自の論理が構成されている点である。中條澄清の教科書 (②) においては、⑩《量÷数=量》を④《量÷量=数》に変換する方法、下河邊半五郎の教科書 (⑥) においては、⑩《量÷数=量》を《量×数=量》の関係に変換する方法が採用されている。

先に見た通り、第Ⅰ期・前期の教科書においては、整数除法に関する限り、多くの教科書において、2 つの意味が区別されている。しかしながら、分数除法へと演算が拡張された局面においては、量と数の区別と連関については、説明の対象が④《量÷量=数》に限定されている。その理由に関する説明は行われていない。この点との比較によれば、中條澄清 (②)、下河邊半五郎 (⑥) の教科書において、⑩《量÷数=量》を、分数除法における量と数の区別と連関の一形態として位置付けるために独自の論理が構成されている点は注目に値する。ただし、先に見た通り、その論理による位置付けが間接的な形態に止まらざるを得なかった点は否定できない<sup>(73)</sup>。この事実は、第Ⅰ期・前期の教科書において、⑩《量÷数=量》を直接的な形で分数除法へと拡張する論理が構成されてい

(72) [ ] 内の定義は  $\langle \frac{b}{a} \div \frac{d}{c} \longleftrightarrow \frac{d}{c} \times X = \frac{b}{a} \rangle$  となる数 X を求める》である。これに対して、問題(4)に関する説明が依拠している定義は、 $\langle \frac{b}{a} \div \frac{d}{c} \longleftrightarrow X \times \frac{d}{c} = \frac{b}{a} \rangle$  となる数 X を求める》である。この説明においては交換法則の成立が前提とされている。

(73) 中條澄清は「除法の応用を大別すれば次の如し」として、次の 3 つを分類している。「(1) 1 数の中に他数を幾何含蓄するやを求むること、(2) 1 数は他数の何倍なるやを求むること、(3) 1 数を若干部に分割すること」。この分類の内、「(3) 1 数を若干部に分割する」については、演算における量と数の区別と連関として、⑩《量÷数=量》が想定されていると見られる。それが第 3 の分類としてあげられている点については、本文において見た、⑩《量÷数=量》に対する間接的な位置付けに起因すると見られる。同『算数学基則』数理社叢書第 1 編、数理社、1892 (明治 25) 年、20~21 ページ。

なかったことを示している。この点に、除法における量と数の区別と連関に関する説明の論理において、第Ⅰ期・前期の教科書に共通する形で含まれていた限界を指摘することができる。

次に、分数除法の意味に関する説明における「開発主義」教授理論の具体化の例として、佐久間文太郎の教科書(③)における項目「豫習」に注目しておきたい。この項目は、《分数÷整数》、《整数÷分数》、《分数÷分数》の分類と順序による、個別の演算に関する説明の前に設定されている。項目設定の目的については、次のように説明されている(「例言」)。

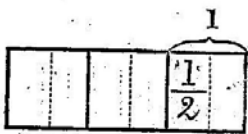
算法ノ新ニ歩ヲ進ムル毎ニ豫習ヲ掲ゲ、实例ヲ挙ゲ、先ツ觀念ヲ作りテ後、定法数理ヲ説示スルモノトス。

項目「豫習」の設定については、教科書における「開発主義」教授理論 — 特に「教授ノ主義」、「七. 觀念ヲ先ニシ表出ヲ後ニスベシ」<sup>(74)</sup> — の具体化の一形態として位置付けることが可能である。分数除法の「豫習」においては、分数除法における量と数の区別と連関(④《量÷量=数》)に関する統一的な説明を行うことが意図されている。次に、その一部を引用しておく(第2章「分数」、第6節「分数除法」、「豫習」)。

(教師ノ注意) 左ニ示セル図ノ正方形1個ヲ以テ1トス。此図ニ就キテ視察上問題ノ答数ヲ語ラシムベシ。

(1) 1個ハ3個ノ中ニ幾倍アルカ。又問フ。1個ハ $2\frac{1}{2}$ 、2、 $1\frac{1}{2}$ ノ中ニ各幾倍アルカ。

答 3個、2個半、2個、1個半。



(2)  $\frac{1}{2}$ ハ1、2、3ノ中ニ各幾倍ヲ含メルカ。答 2個、4個、6個。

(3)  $\frac{1}{2}$ ハ $1\frac{1}{2}$ 、 $2\frac{1}{2}$ ノ中ニ各幾倍ヲ含メルカ。(中略)

(11) 前問ノ如ク、整数ヲ分数ニテ除シ、或ハ分数ニテ整数又ハ分数ヲ除スル法ヲ分数除法ト云フ。

ただし、佐久間文太郎の教科書(③)において、中條澄清(②)、下河邊半五郎(⑥)の教科書について見たような、整数除法の意味に関する説明の論理との《連続性》を備えた説明が意図されているわけではない。

### 3. 4. 計算規則に関する説明

第Ⅰ期・前期の教科書において注目すべき特徴は、分数乗法、除法の計算規則を導く説明が、演算の定義を出発点とする方法によって行われている点である。ただし、分数乗法の計算規則を導く説明については、定義の方法に関する分析と合わせて、先に見た(3. 2. 1)。ここでは除法について見る。

先に見た通り、第Ⅰ期・前期の教科書において、分数除法は、基本的に、《分数÷整数》、《整数÷分数》、《分数÷分数》に分類され、この順序に従った形で、教育内容が構成されている(3. 1. 2)。ここでは、まず、上記3つに分類された個別の演算について、その計算規則を導く説明の論理(3. 4. 1)、次に、分数除法に関する一般的な計算規則に関する説明の論理(3. 4. 2)を解明す

(74) 若林虎三郎・白井毅編『改正教授術』(明治16年)[梅根悟・海老原治善・中野光編『資料日本教育実践史1』三省堂、1979年、75ページ]。

る。

ただし、《分数÷整数》については、分数の定義の延長として説明可能である。そのため、多くの教科書において、《乗法・除法によって表現される分数の性質》を用いた説明が行われている<sup>(75)(76)</sup>。従って、個別の演算については、《整数÷分数》または《分数÷分数》を主要な対象とする。

### 3. 4. 1. 定義を出発点とする計算規則の説明

分析対象とする教科書において、計算規則を導く説明は、次の2つの過程によって構成されている。第一の過程は、具体的な数値を備えた問題を「例題」として示し、それに即した形で、演算の結果を導く過程であり、第二の過程は、第一の過程において行われた操作またはそれによって導かれた演算の結果に関する考察によって、計算規則を導く過程である。

第一の過程においては、次の2通りの方法が採用されている。第一の方法は、《倍を求める演算》としての定義を出発点とし、《被除数と除数を通分した後、分子同士の除法を行う方法》であり、第二の方法は、《乗法の逆演算》としての除法の定義を出発点とし、《それに対して代数的な操作を行う方法》である。両者に共通する特徴として、演算の定義を出発点とする形で、計算規則を導く説明が行われている点が注目される。

第二の過程においては、次の2通りの方法が採用されている。第一の方法は、《演算結果としての同一性に依拠する方法》であり、第二の方法は、《被除数に対して行われた代数的な操作に注目する方法》である。第一の過程との組み合わせによれば、分数除法の計算規則については、総計4通りの説明が存在することになる。

これは、明治検定期算術教科書が、その教育内容構成において《多様性》を備えていたことを示す事実として注目に値する。ただし、筆者の知る限り、第一の過程において第二の方法を採用すると同時に、第二の過程においても第二の方法を採用している教科書は存在しない。従って、ここでは、3通りの方法による説明を見ることにする。

第一の方法は、まず、《倍を求める演算》としての定義を出発点とし、《被除数と除数を通分した後、分子同士の除法を行う方法》である。この方法による説明の具体例として、中條澄清の教科書(②)による《整数÷分数》の説明を見る((6)「分数除法」、「第二法 法分数、実整数ナルモノ」)。

(1) 金3円ヲ以テ1斤ニ付金1円ノ4分ノ1ノ茶ヲ買ヘハ何斤ナリヤ。 答 12斤。

$$\text{(運算)} \quad 3 \div \frac{1}{4} = \frac{3 \times 4}{4} \div \frac{1}{4} = \frac{12}{4} \div \frac{1}{4} = 12 \div 1 = 12$$

$$\text{即} \quad 3 \div \frac{1}{4} = \frac{3 \times 4}{1} = 3 \times \frac{4}{1} = 12$$

(75) 例えば、佐久間文太郎の教科書(③)においては、四則演算に先立つ形で、次の内容が教えられている。「(2) 一数字ヲ以テ分数ノ分子ヲ除シ或ハ分母ニ乗ズルハ、其分数ヲ除スルニ同ジ」(第2章「分数」、第2節「定説」)。《分数÷整数》については、この性質を用いた説明が行われている。「桃3個ノ値7分錢ノ6ナルトキハ、1個ノ値幾何ナレヤ。(解) 1個ノ値ハ7分錢ノ6ノ3分ノ1ナルベシ。故ニ  $\frac{6}{7} \div 3 = \frac{6 \div 3}{7} = \frac{2}{7}$  或ハ  $\frac{6}{7 \times 3} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$  ナリ(分数定説第二)」(第6節「分数除法」)。

(76) 「開発主義」教授理論による「教授ノ主義」の一つとして、「児童ノ発見シ得ル所ノモノハ決シテ之ヲ説明スベカラズ」がある。若林虎三郎・白井毅編『改正教授術』(明治16年)[梅根悟・海老原治善・中野光編『資料日本教育実践史1』三省堂、1979年、75ページ]。《分数÷整数》の計算規則は、おそらく、「児童ノ発見シ得ル所ノモノ」であり、従って、この「教授ノ主義」の適用対象の一つであろう。

(解) 本題ハ金 3 円ノ中ニ金 1 円ノ 4 分ノ 1 ヲ幾許含有スルヤヲ看出スヘキナリ。然ルニ、4 分ノ 1 ヲ以テ直ニ 3 円ヲ除キ能ハサルナリ。3 円ニ 4 ヲ乗シ其分母ニ 4 ヲ記セハ (化法第一ノ反対ニテ、此ノ如ク分数ノ形象ニ為スモ其値変セサル理ヲ了解スヘシ)、法実ハ同分母即各 4 分ノモノナリ。是ニ於テ、法ヲ以テ実ヲ除クハ、全ク法ノ分子ヲ以テ実ノ分子ヲ除クナリ。故ニ、実ノ分子 12 ヲ法ノ分子 1 ニテ除ケハ商 12 ヲ得テ、金 3 円ノ中ニ金 1 円ノ 4 分ノ 1 ハ 12 個アルコトヲ知ル。是ヲ以テ、本題ノ答ハ 12 斤ナリ。

定義により、除法  $\left(3 \div \frac{1}{4}\right)$  によって商が得られることを説明した後、その方法が説明される。被除数は整数、除数は分数であるから、そのままの形では演算を行うことができない。そこで、被除数を、分母を 4 とする分数に変形  $\left(3 = \frac{12}{4}\right)$  した後、被除数と除数との間で《分子同士の除法》を行えばよい  $\left(3 \div \frac{1}{4} = \frac{12}{4} \div \frac{1}{4} = 12 \div 1 = 12\right)$ 。この方法により、まず、商として 12 が導かれる。

此演算ノ順序ヲ検スレハ、実ニ法ノ分母ヲ乗シ其分子ニテ除クモノニシテ、即チ、法ノ分母ヲ転倒シテ実ニ乗スルヲ知ルナリ。

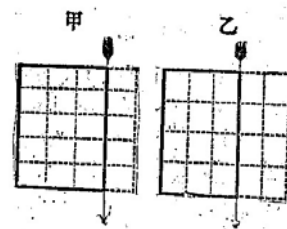
次に、演算の結果を導く過程において、被除数 (3) に対して行われた操作に注目する。まず、除数  $\left(\frac{1}{4}\right)$  の分母を掛ける操作 ( $\times 4$ )、次に、除数の分子で割る操作 ( $\div 1$ ) である。そして、これら 2 つの操作の合成操作 ( $\times 4 \div 1$ ) は除数の逆数を掛ける操作  $\left(\times \frac{4}{1}\right)$  に等しい<sup>(77)</sup>。この点、すなわち、2 つの操作の同一性を根拠として、分数除法の計算規則  $\left(\frac{b}{a} \div \frac{d}{c} = \frac{b}{a} \times \frac{c}{d}\right)$  が導かれている。

佐久間文太郎の教科書 (③) においても、中條澄清の教科書 (②) と同じく、《倍を求める演算》としての定義を出発点とし、《被除数と除数を通分した後、分子同士の除法を行う方法》によって、まず、演算の結果 (商) が導かれる (第 2 章「分数」、第 6 節「分数除法」)。

(15) 4 分ノ 3 ノ中ニ 5 分ノ 3 ハ幾何アルカ。

(解) 甲図ハ 1 個ノ正方形ノ 4 分ノ 3 ヲ示シ、乙図ハ 5 分ノ 3 ヲ示セリ。今、縦ニ 4 分シタル正方形ヲ横ニ 5 等分シ、縦ニ 5 分シタル正方形ヲ横ニ 4 等分セバ、即チ甲図ノ  $\frac{3}{4}$  ハ  $\frac{15}{20}$  ニシテ、乙図ノ  $\frac{3}{5}$  ハ  $\frac{12}{20}$  ナルベシ。故ニ、 $\frac{3}{5}$  ノ  $\frac{3}{4}$  中ニ含メル数ハ、12 ノ 15 中ニ含メル数ニ等シ。

即チ  $15 \div 12 = 1 \frac{1}{4}$  ナリ。是故ニ、



(77) 中條澄清の教科書 (②) においては、分数乗法の定義  $\left(X \times \frac{b}{a} = (X \div a) \times b\right)$ 、およびそこにおける 2 つの操作 (a 等分操作、b 倍操作) の交換可能性が用いられている。ただし、この点に関する説明は特に行われていない。

$$\frac{3}{4} \div \frac{3}{5} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} \div \frac{3 \times 4}{5 \times 4} = \frac{3 \times 5}{3 \times 4} = \frac{15}{12} = 1 \frac{1}{4}$$

中條澄清の教科書(②)と異なるのは、計算規則を導くために、上記の方法によって得られた商、すなわち演算の結果に注目する点である。

- (16) 前問ニ於テ、 $\frac{3}{4} \div \frac{3}{5}$ ノ結果ハ $\frac{15}{12}$ トナレリ。此結果ノ分母12ハ、実ノ分母4ニ法ノ分子3ヲ乗ジ、又分子15ハ、実ノ分子3ニ法ノ分母5ヲ乗ジタルモノナルベシ。
- (17) 分数ヲ以テ分数ヲ除スルニハ如何スベキヤ。
- 答 法ノ分母子ヲ転倒シテ実ニ乗ズ。

上記の説明により、商の分母(12)および分子(15)について、それらが、それぞれ、被除数の分母と除数の分子の積(4×3)、被除数の分子と除数の分母の積(3×5)に等しいこと( $\frac{3}{4} \div \frac{3}{5} = \frac{15}{12} = \frac{3 \times 5}{4 \times 3}$ )が示される。そして、この点、すなわち、演算結果としての同一性を根拠として、分数除法の計算規則( $\frac{b}{a} \div \frac{d}{c} = \frac{b}{a} \times \frac{c}{d}$ )が導かれる<sup>(78)</sup>。

なお、先に見た通り(3. 1. 2)、佐久間文太郎の教科書(③)において、《整数÷分数》は、《分数÷分数》の後に位置付けられている。《整数÷分数》については、まず、《整数→分数(除数と同じ分母の分数)の変形》が行われ、次に、《分数÷分数》に関する説明の論理が適用されている( $15 \div \frac{5}{6} = \frac{90}{6} \div \frac{5}{6} = 90 \div 5 = \frac{90}{5} = 18$ )。この説明は、佐久間文太郎の教科書(③)において、《分数÷分数》と《整数÷分数》の関係が、《一般》－《特殊》の関係として把握されていることを示している。

第二の方法は、《乗法の逆演算としての定義を出発点とし、それに対する代数的な操作を通して商を導く方法》である。次の引用は、下河邊半五郎の教科書(⑥)による《分数÷分数》の説明である(第5章「分数」、第11節「分数除法」、「(1)例題」)。

甲数ヲ乙数ニテ除スルトハ、乙数ニ某数(即チ商)ヲ乗ジテ甲数ヲ得ベキ其某数ヲ求ムルニ在リ。

此定義ニヨリ、本題  $[\frac{31}{35} \div \frac{4}{7}]$  ハ  $\frac{4}{7}$  ヲ乗ジテ  $\frac{31}{35}$  ヲ得ベキ某数ヲ求ムルニアルナリ。然ルニ、某数ヲ  $\frac{4}{7}$  ニテ乗ズルトハ、之ヲ7分シ其等部分ノ4倍ヲ採ルナリ。故ニ、某数(即チ商)ノ  $\frac{4}{7}$  ハ正ニ実数  $\frac{31}{35}$  ニ相当スルナリ。因テ、某数ノ7分ノ1ハ  $\frac{31}{35}$  ノ4分ノ1ニ相当ス。即チ、某数ノ  $\frac{1}{7}$  ハ  $\frac{31}{35 \times 4}$  ナリ。故ニ、某数(即チ商)ハ其7倍、即  $\frac{31 \times 7}{35 \times 4}$  ナルベシ。(中略)

規則 分数ヲ以テ分数ヲ除スルニハ、法分数ノ分母子ヲ転倒シテ、之ヲ実分数ニ乗ズベシ。

(78) 佐久間文太郎の教科書(③)において、 $\frac{3 \times 5}{4 \times 3} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{3}$  については明記されていない。分数乗法の計算規則についてはすでに説明されていることから、この点については自明とされているものと見られる。

《乗法の逆演算》としての除法の定義、すなわち、 $\langle \frac{31}{35} \div \frac{4}{7} = X \Leftrightarrow X \times \frac{4}{7} = \frac{31}{35} \rangle$ となる数  $X$  を求める》を出発点とし、それに対する代数的な操作を通して、まず、商が導かれる  $\left( X \times \frac{1}{7} = \frac{31}{35 \times 4}, X = \frac{31 \times 7}{35 \times 4} \right)$  (79)。次に、この商は、除数の逆数を乗数とする乗法の結果に等しい  $\left( \frac{31}{35} \div \frac{4}{7} = \frac{31 \times 7}{35 \times 4} = \frac{31}{35} \times \frac{7}{4} \right)$ 。この説明によって示された演算結果としての同一性を根拠とする方法により、分数除法の計算規則  $\left( \frac{b}{a} \div \frac{d}{c} = \frac{b}{a} \times \frac{c}{d} \right)$  が導かれる (80)。なお、古川四の教科書 (①) においては、“ $X \frac{b}{a}$ ” の代わりに、“ $X \times \frac{b}{a} = (X \div a) \times b$ ” が用いられている。この点を除けば、説明の論理は同じである。

次に、樺正董の教科書 (⑧) における《整数÷分数》の説明を見る (第8章「分数除法」、「整数ヲ分数ニテ割ル場合」。なお、引用における／は原文における改行を示す)。

7ヲ $\frac{3}{5}$ ニテ割ルトハ如何ナルコトカ。／7トスルニハ $\frac{3}{5}$ ニ何ヲ乗スベキカヲ求ムルコトナリ。

3ト $\frac{3}{5}$ トハ何レカ大ナルカ。／3ハ $\frac{3}{5}$ ノ5倍ニ当ル。

7トスルニハ、3ニ乗スベキモノト、 $\frac{3}{5}$ ニ乗スベキモノトハ、何レカ大ナルカ。

3ハ $\frac{3}{5}$ ヨリ5倍大ナルヲ以テ、3ニ乗スベキモノヨリ、 $\frac{3}{5}$ ニ乗スベキモノハ5倍大ナルモノナル可シ。

7トスルニハ3ニ何ヲ乗スベキカ。／3ニ $\frac{7}{3}$ ヲ乗スレハ丁度7トナルベシ。

然ラハ、7トスルニハ $\frac{3}{5}$ ニ何ヲ乗スベキカ。／ $\frac{7}{3}$ ヨリ5倍大ナルモノ即 $\frac{7 \times 5}{3}$ ニシテ、 $11 + \frac{2}{3}$ ナリ。

下河邊半五郎の教科書 (⑥) と同じく、《分数除法の定義を出発点とし、それに対する代数的な操作を通して商を導く方法》が採用されている。わかりにくい説明ではあるが、商を導く過程については、次の理解が可能であろう。

まず、《乗法の逆演算》としての定義、 $\langle 7 \div \frac{3}{5} = X \Leftrightarrow \frac{3}{5} \times X = 7 \rangle$ から出発する。次に、“ $\frac{3}{5} \times X = 7$ ”

(79) この過程においては《乗法・除法によって表現される分数の性質》が用いられている。その内容については、分数の定義との関連において、次のように説明されている。「分数ノ分子ヲ幾倍或ハ幾分スルハ、分数ノ値ヲ同幾倍或ハ同幾分スルナリ」。「分数ノ分母ヲ幾倍或ハ幾分スルハ、分数ノ値ヲ同幾分或ハ同幾倍スルナリ」(第5章「分数」、第6節「分数定説」)。

(80) 下河邊半五郎の教科書 (④) において、2つの演算の結果が等しい点  $\left( \frac{31}{35} \div \frac{4}{7} = \frac{31 \times 7}{35 \times 4} = \frac{31}{35} \times \frac{7}{4} \right)$  については特に明記されていない。分数乗法の計算規則についてはすでに説明されていることから、下河邊半五郎の教科書 (④) においても、 $\frac{31 \times 7}{35 \times 4} = \frac{31}{35} \times \frac{7}{4}$  については自明とされていると見られる。

(㉔)、「 $3 \times \frac{7}{3} = 7$ 」(㉕)について、両者の被乗数および乗数の大小関係に注目する。なお、㉕において被乗数が3であるのは、㉔における被乗数の分子と同じ数値が選ばれた結果であり、積が7であるのは、㉔における積と同じ数値が選ばれた結果である。被乗数の大小関係(「3ハ $\frac{3}{5}$ ヨリ5倍大」)から、乗数の大小関係(「7トスルニハ $\frac{3}{5}$ ニ何ヲ乗スベキカ」。「 $\frac{7}{3}$ ヨリ5倍大ナルモノ」)が導かれ、この点を根拠として演算の結果(商)が導かれる( $X = \frac{7}{3} \times 5 = \frac{35}{3}$ )。

右ノ得タル $\frac{35}{3}$ ノ35及3ハ如何シテ得ベキカ。

35ハ、整数7ニ除数分数ノ分母5ヲ乗セシモノニシテ、3ハ分数分子ニ等シ。

然ラハ、如何ニ整数ヲ分数ニテ割ルベキカヲ知リシカ。

法則第2 整数ヲ分数ニテ割ルニハ、整数ヲ分母ニテ乗セシモノヲ分子トシ、元ノ分子ヲ分母トナスベシ。之ヲ簡単ニ云ヘハ、整数ヲ置キ、除数ノ分母分子ヲ転倒シ、之ヲ乗スベシ。

次に、演算の結果に注目する方法により、商の分母(3)は除数の分子(3)に等しいこと、商の分子(35)は被除数と除数の分母との積( $7 \times 5$ )に等しいことが示される( $7 \div \frac{3}{5} = \frac{35}{3} = \frac{7 \times 5}{3}$ )。そして、上記2点を根拠として、分数除法の計算規則が導かれる( $X \div \frac{b}{a} = \frac{X \times a}{b} = X \times \frac{a}{b}$ )。

分数除法の計算規則について、少なくとも3通りの方法による説明が存在することを見た。先に述べた通り、3通りの方法による説明の存在それ自体については、明治検定期算術教科書が、その教育内容構成において《多様性》を備えていたことを示す事実として注目に値する。ただし、同時に、説明の論理それ自体に《共通性》が存在する点に対する注意が必要である。

第一に、最初に導かれた演算の結果を前提とし、演算の結果を媒介とする間接的な方法によって、計算規則が導かれている。このような説明の方法は、現在においても継承されていると同時に、《結果主義》として批判の対象となり、その克服に向けた取り組みが進められている。

第二に、分数除法において重要な概念である《逆数》に関する説明が行われていない。「法分数ノ分母子ヲ転倒シ」とする記述は行われている。ただし、「転倒」した数について、それが、もとの数の《逆数》(分数 $\frac{b}{a}$ に対して、 $\frac{b}{a} \times X = X \times \frac{b}{a} = 1$ を満たす数X)である点については説明が行われていない。除法の代数的な本質は、それが《逆数の乗法》である点にある。この見方によれば、《逆数》に関する説明が行われていない点は重要な問題点である。

### 3. 4. 2. 計算規則の一般性を示す説明

小笠原利孝の教科書(㉖)において注目される特徴は、乗法についても、除法についても、個別的な計算規則を導く説明に加え、一般的な計算規則の存在を示す説明が行われている点である。次



の引用は、項目「分数乗法」における最後の記述である（第8章「分数」、第3節「分数乗法」）<sup>(81)</sup>。

乗法通則

- 第一 実法ノ両分母ヲ相乗シテ乗積ノ分母トシ、実法ノ両分子ヲ相乗シテ乗積ノ分子トナス。  
 第二 実或ハ法整数又ハ混数ナルトキハ、仮分数ニ化シテ後、前法ニ従フベシ。

上記の引用において注目されるのは、「乗法通則」というカテゴリーの設定である。小笠原利孝の教科書（⑤）においても、分数乗法については、《分数×整数》、《整数×分数》、《分数×分数》による分類と順序が構成されており、まず、この順序に従った形で、それぞれの演算に関する個別的な説明が行われている。上記の引用においては、その説明に続く形で、《分数×分数》について導かれた計算規則の一般性を示す説明が行われている。

上記の引用においては、第一に、《分数×分数》の計算規則 $\left(\frac{b}{a} \times \frac{d}{c} = \frac{b \times d}{a \times c}\right)$ が言語によって定式化されている。第二に、乗数、被乗数の一方が整数である場合においては、まず、《整数→分数の変形》 $\left(a = \frac{a}{1}\right)$ を行い<sup>(82)</sup>、次に、《分数×分数》の計算規則を適用するという規則が示されている。上記2点により、《分数×分数》の計算規則について、それが《分数×分数》に対してのみ適用可能な個別的な規則ではなく、《分数×整数》および《整数×分数》に対しても適用可能な一般的な規則——小笠原利孝の教科書（⑤）の表現によれば「乗法通則」であることが示されている。

ただし、上記の引用に示されている通り、「乗法通則」については、言語による一般的な記述に止まり、具体的な事例にもとづいた説明が行われているわけではない。

除法についても、「分数除法ノ通法」または「分数除法通則」として、一般的な計算規則の存在を示す説明が行われている（第8章「分数」、第4節「分数除法」）。

分数除法ノ通法

(例) 4分ノ3ニテ7分ノ5ヲ除スレバ如何。

分数除法第三ノ方法ニテ運算ヲナス。左ノ如シ。

$$\text{運算 } \frac{5}{7} \div \frac{3}{4} = \frac{5 \times 4}{7 \times 3} \div \frac{3 \times 7}{4 \times 7} \quad \text{故ニ } 5 \times 4 \div 3 \times 7 \quad \text{即チ } \frac{5 \times 4}{7 \times 3} = \frac{20}{21}$$

此方法ニ由テ得タル21分ノ20ハ、実7分ノ5ニ、法4分ノ3ヲ転倒シタルモノヲ乗ジタルニ同ジ。是故ニ左ノ通則ヲ定ム。

分数除法通則 総テ整数或ハ混数〔帯分数〕ヲ仮分数ニ化シ、而シテ後、実ニ法ノ分母分子ヲ転倒シテ乗ズベシ。

(81) 「乗法通則」は「第三」まで示されている。ただし、「第三」は演算の過程における《約分》に関する注意（「実及法各々ノ分母分子ニ通乗子アラバ、之ヲ約シテ後、前法ニ従フベシ」）なので、ここでは省略する。

(82) 《整数→分数の変形》に関しては、《商分数の論理》を用いた説明が行われている（第8章「分数」）。

分数ハ分子及分母ト称スル両数ヨリ組成シテ、一數ヲ他數ノ上ニ書シ、此両數ノ間ニ一横線ヲ置キタルモノニシテ、通常除法ノ記法ニテ表ス。分数ハ不盡除法ノ現出ト見做スコトヲ得。分子ハ実、分母ハ法ニシテ、分数ハ即チ其商ナリ。(中略) 分数ノ値トハ分母ニテ分タレタル分子ノ商ナリ。例ヘハ、 $\frac{9}{3}$ ノ値ハ3。 $\frac{10}{5}$ ノ値ハ2。 $\frac{12}{7}$ ノ値ハ $1\frac{5}{7}$ ナリ/整数ハ、1ヲ分母トシテ置クトキハ、分数ノ形状ニ化シ得ベシ。例ヘハ、 $7 = \frac{7}{1}$ 、 $15 = \frac{15}{1}$ 等ノ如シ。

上記の引用においては、第一に、《分数÷分数》の計算規則が個別の演算（異分母分数の場合）に適用され、第二に、その結果に注目する方法により、計算規則として、「実ニ法ノ分母子ヲ転倒シテ乗ズベシ」 $\left(\frac{b}{a} \div \frac{d}{c} = \frac{b}{a} \times \frac{c}{d}\right)$ が導かれている。第三に、この計算規則が「分数除法通則」として位置付けられ、演算の対象に整数、帯分数を含む場合についても、それらを仮分数に変形することにより、この計算規則が適用可能となることが記述されている。ただし、上記の引用に見られる通り、除法においても、言語による一般的な記述に止まり、具体的な事例にもとづいた説明が行われているわけではない。

この点に加え、次の点に対する注意も必要である。すなわち、小笠原利孝の教科書(⑤)においては、分数除法に関する限り、個別的な計算規則が数多く説明されている<sup>(83)</sup>。計算規則の一般性を示す説明の存在については、このような教育内容構成による要請に応えた結果としての側面を否定することはできない。

### 3. 5. 演算の代数的な側面に関する説明

#### 3. 5. 1. 演算結果の検証方法（検算）

整数加法・減法において成立する代数法則あるいは代数的な関係は、分数の加法・減法においても同じ形で成立する——先に見た通り（2. 3. 4）、下河邊半五郎の教科書(⑥)において、この点については自明であり、説明の必要性は特に存在しないと考えられていた。乗法・除法についても、同じ点を指摘することが可能である。

分数乗法についても、「試法」については、「整数乘法ト同一ナルヲ以テ之ヲ略ス」と説明されている。整数乗法の「試法」を次に引用する（第3章「整数四則」、第3節「乗法」、(7)「試法」）。

乗法ノ試法ハ又乗法ヲ用フ。則チ、法ニ実ヲ乗ジテ知り、又種々因数ヲ変換シテ計算シ、其積前ニ得タル者ト同ジケレバ、以テ誤謬ノナキヲ保証ス。例ヘバ、

第一 $18 \times 8 = 144$	第一 $3 \times 5 \times 9 = 135$
第二 $8 \times 18 = 144$	第二 $5 \times 3 \times 9 = 135$
	第三 $9 \times 5 \times 3 = 135$

上記においては、乗法の交換法則《 $a \times b = b \times a$ 》、結合法則《 $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ 》が用いられている。ただし、法則の成立それ自体に関する明確な説明が行われているわけではない<sup>(84)</sup>。法則の

(83) 具体的には次の通りである。第一に、《分数÷整数》 $\left(\text{ex. } \frac{9}{10} \div 3\right)$ について、「分数定理第二」（「分子ヲ除シ或ハ分母ニ乗スルハ分数ノ値ヲ除ス」）により、「 $\frac{9}{10}$ ノ分子ヲ3ニテ除スルカ或ハ3ヲ分母ニ乗ズル」、第二に、《整数÷分数》について、《整数→分数（除数と同じ分母を持つ分数）の変形》→《分子同士の除法》 $\left(\text{ex. } 5 \div \frac{15}{16} = \frac{80}{16} \div \frac{15}{16} = 80 \div 15 = 5\frac{1}{3}\right)$ 、第三に、《分数÷分数》については、「法及実同分母ナルトキ」、「法及実ノ分母異ナルトキ」に2分され、前者については《分子同士の除法》、後者については、《通分》→《分子同士の除法》 $\left(\text{ex. } \frac{2}{3} \div \frac{2}{5} = \frac{10}{15} \div \frac{6}{15} = 10 \div 6 = 1\frac{2}{3}\right)$ （本文の引用にある「分数除法第三ノ方法」）が、それぞれ、示されている。

(84) 明治初期の教科書における乗法の交換法則に関する説明について、須田勝彦は、「多くの教科書は交換法則を使用はするがそれを明示しているわけではない」点を指摘すると同時に、これに対して、「『法則』あるいは『理』を明示的に理解させることへの努力」が行われていた教科書の存在を指摘している。須田勝彦「明治初期算術教科書の自然数指導——塚本明毅『筆算訓蒙』を中心にして」『教授学の探究』第15号、北海道大学教育学部教育

成立を前提とする形で、次の命題が記されているに過ぎない（同上、(4)「定説」）<sup>(85)</sup>。

数多ノ因数ノ乗積ハ、其因数ノ位置ヲ如何ニ変ズルモ、其値ハ変ズルコトナシ。

例ヘバ、 $2 \times 5 \times 6 \times 3 = 3 \times 6 \times 2 \times 5$

分数除法についても、「整数除法ト同一ナルヲ以テ之ヲ略ス」と記されている（第5章「分数四則」、第4節「分数除法」、(3)「試法」）。整数除法については、基本的な方法として、第一に、除法の相互関係 $\langle a \div b = c \Leftrightarrow a \div c = b \rangle$ を用いる方法、第二に、乗法との逆の関係 $\langle a \div b = c \Leftrightarrow c \times b = a \rangle$ を用いる方法が説明されている（第3章「整数四則」、第4節「除法」、(7)「試法」）。

除法ノ試法ハ、商ヲ以テ〔実数ヲ〕除シ、法ト等シキ商ヲ得レバ正シキモノトス。但シ、残数アリタルトキハ豫ジメ実数ヨリ去リ置クベシ。又、商ニ法ヲ乗ジテ実数ト同ジケレバ誤謬ナキナリ。但シ、残数アリタルトキハ之ヲ加フベシ。

方法の根拠について見る。第一の方法に関連して、除法の相互関係 $\langle a \div b = c \Leftrightarrow a \div c = b \rangle$ の成立を示す説明は特に行われていない。第二の方法に関連して、乗法との逆の関係 $\langle a \div b = c \Leftrightarrow c \times b = a \rangle$ については、次の記述がある（同上、「(1) 解明」、「(3) 用語」）。

除法ハ乗法ニ反対セル法ニ外ナラズ。

法ト商トノ乗積ハ実ニ等シキヲ知ルベシ。

樺政蔵および樺正董の教科書（⑧）においては、整数除法および分数除法について、演算結果の検証方法に関する説明が行われている。

まず、樺政蔵の教科書においては、整数除法の「検算法」として、3通りの方法が説明されている<sup>(86)</sup>。ここでは、その内、乗法との逆の関係 $\langle a \div b = c \Leftrightarrow c \times b = a \rangle$ を用いる方法について見る（第8編「除法」、第5章「定理及検算法」）<sup>(87)</sup>。

豫 問

(1) 桃 12 ヲ 3 ツノ部分ニ分ツトキハ、1 部分幾ナルヤ。 答. 4 ツノ桃。

(2) 若シ、此 4 ツノ桃ヲ 3 ツ合セたらハ如何。 答. 元トノ 12 ノ桃トナル。

(3) 24 ヲ 4 分スレハ如何。 答. 6

(4) 若シ、此 6 ヲ 4 倍スレハ如何。 答. 元トノ 24 トナル。

(5) 然ラハ如何ナルコトヲ知リシヤ。

定 理 商ト除数ト乗スレハ被除数ト等シ。

方法学研究室、1998年、17ページ。この「努力」は、明治検定期（第1期・前期）の教科書においては継承されていない。

(85) 分配法則の成立については、下河邊半五郎の教科書（④）において、具体的かつ明確な説明が行われている。「甲数ノ各部ニ乙数ノ各部ヲ乗ジ、其積ヲ悉ク加フレバ、甲数ニ乙数ヲ乗ジタルニ等シ。例ヘバ  $32 \times 16$  ハ（中略）即チ、実 32 個ヲ単位ト 10 位トノ 2 部ニ分チテ 30 個ト 2 個トニナシ、之レニ法ノ 16 個ヲ亦単位ト 10 位トノ 2 部ニ分チテ、法実各部ヲ相乗ジテ其積ヲ加ヘタルニ等シ」（(4)「定説」）。分配法則の成立に関する説明は、演算の方法に関する説明に先立つ形で行われている。演算の方法に先立つ形で、その根拠となる代数法則が説明されている点は注目に値する。

(86) 樺政蔵編『算数学初歩』巻之下、求古堂・鶴棲堂、1888（明治21）年、富山県立図書館所蔵。

(87) 他の2つの「検算法」は、剰余（「余数」）を生じる場合に関する次の方法である。「除法ノ商ト除数ト乗シ、余数ヲ加ヘ、被除数ト等シケレハ、其答ノ正合スルコトヲ知ル」。「商ニテ被除数ヲ除シ、除数ト同シモノヲ得、余数モ前ト同シケレハ、其答ノ正合スルヲ知ル」。この2つの方法についても、本文における引用と同じ形で説明が行われている。

注意 依テ左ノ檢算法ヲ得。

檢算法 商ト除数ト乗シ被除数ト等シケレハ、其答ノ正合スルヲ知ル。

「豫問」により、具体的な事例から「定理」を導き、「定理」を根拠とする形で「檢算法」が示されている点は注目に値する。

樺正董の教科書（⑧）においては、分数除法についてのみ、演算結果の検証方法が説明されている。説明は、《分数÷整数》および《分数÷分数》の具体例に即した形で行われている。《分数÷分数》の具体例に即した説明を次に引用する（第8章「分数除法」、「分数ヲ分数ニテ割ル場合」）。

例題  $\frac{5}{6}$  ヲ  $\frac{2}{9}$  ニテ割ルベシ。

解 法則ニ依リ除数ノ分数ヲ転倒シ  $\frac{9}{2}$  トシ、 $\frac{5}{6}$  ニ乗ズルトキハ、 $\frac{5}{6} \times \frac{9}{2} = \frac{5 \times 3}{2 \times 2} = \frac{15}{4} = 3 + \frac{3}{4}$

試ミニ、 $\frac{15}{4}$  ナル答ヲ  $\frac{2}{9}$  ト乗スベシ。 $\frac{5}{6}$  トナルヲ見ン。

上記の説明においては、《乗法との逆の関係》が用いられている。ただし、整数の場合とは異なり、この関係の成立それ自体に関する説明が行われているわけではない。整数除法において成立する《乗法との逆の関係》は、分数除法においても同じ形で成立する——樺政蔵および樺正董（⑧）の教科書においても、この点については自明であると考えられていた。なお、分数乘法に関する演算結果の検証方法については、特に説明が行われていない。また、整数乘法については不明である。

古川四（①）、佐久間文太郎（③）においては、整数乘法・除法に関する限り、それぞれ、「証法」、「檢算」として、説明が行われている<sup>(88)</sup>。小笠原利孝の教科書（⑤）においては、整数除法についてのみ、説明が行われている<sup>(89)</sup>。これに対して、上記の教科書においては、分数乘法・除法については全く説明が行われていない。

### 3. 5. 2. 演算によって生じる数の大小関係

中条澄清の教科書（②）においては、《分数×分数》の説明に続く形で、次の記述がある。分数乘法における《乗数と1との大小関係》、《被乗数と積との大小関係》——これら2つの大小関係の関係に関する記述である（(5)「分数乘法」、「第三法 法実各分数ナルモノ」）。

整数乘法ニテハ、積ハ必ス実ヨリ大ナリト雖モ、分数乘法ノ積ハ実ヨリ大或ハ小ナルコトアリ。前ノ諸例ト解説ニ依テ、左ノ両説ヲ了解スヘシ。

第一 法数一個ヨリ較ヤ大（整数若クハ混分数ノトキ）ナレハ、積ハ実ヨリ較ヤ大ナリ。

第二 法数一個ヨリ較ヤ小（適當分数ノトキ）ナレハ、積ハ実ヨリ較ヤ小ナリ。

この記述については、次の解説がある（「教師心得(5)」）。

乗除二法ニ於テ生徒ニ了解セシムヘキ緊要ナル点ハ、乘法ハ第25丁（中略）ノ解説〔上記の引用〕ナリ。何レモ此理ニ明晰ナラサレハ乗除ノ応用ニ熟達スル能ハサルナリ。

(88) 古川四編輯『小學筆算書』卷之二、集英堂、1886（明治19）年、東書文庫所蔵、第3章「整数四則」、第3節「乘法」、第4節「除法」。

(89) 小笠原利孝『小學筆算教科書』卷之三、岡安・水谷両書房、1888（明治21）年、訂正再版、東書文庫所蔵、第2章「整数四法」、第3節「乘法」。

樺正董の教科書(⑧)においても、次の記述がある。特に説明は行われていないけれども、中条澄清の教科書(②)と同じく、分数乘法によって生ずる数の大小関係に関する説明が意図されていると見られる(第7章「分数乘法」、「分数ヲ分数ニテ乗スル場合」、「問題」)。

- (33) 甲ノ数アリ。分母分子同一ナル分数ヲ乗スルトキハ、元ノ数ト何レカ大ナルカ。若シ、分母分子ヨリ大ナルトキハ如何。分母分子ヨリ小ナルトキハ如何。
- (34) 或数ニ如何ナル数ヲ乗スルトキハ、元ノ数ト等シキカ。又其ヨリ大トナルヤ。又小トナルヤ。

整数乘法においては、一般に、演算の結果は被乗数より大きい(ただし、0、1を乗数とする場合を除く)。これに対して、分数乘法においては、《乗数と1との大小関係》により、必ずしも同じ関係が成立するとは限らない。中条澄清の教科書(②)においても、樺正董の教科書(⑧)においても、整数乘法との《連続性》に加え、上記の意味における《不連続性》についても、教育内容として構成されている<sup>(90)</sup>。

樺正董の教科書(⑧)においては、次の問題がある。特に説明は行われていないけれども、分数除法における《除数と1との大小関係》、《被除数と商との大小関係》——これら2つの大小関係の關係に注目している(第8章「分数除法」、「整数ヲ分数ニテ割ル場合」)。

- (19)  $5$  ヲ  $\frac{3}{3}$  ニテ割レハ幾何トナルカ。
- (20)  $5$  ヲ  $\frac{4}{3}$  ニテ割レハ幾何トナルカ。
- (21)  $5$  ヲ  $\frac{2}{3}$  ニテ割レハ幾何トナルカ。
- (22) 或数ヲ分母分子ト同一ナル分数ニテ割レハ、元ノ数ト何レカ大ナルカ、分母分子ヨリ小ナルハ如何、大ナルハ如何。
- (23) 或数ヲ如何ナルモノニテ割レハ元ノ数ト等シキヤ、又元ノ数ヨリ大ナルヤ、又小ナルヤ。

整数除法において、一般に、演算の結果は被除数より小さい(1を除数とする場合を除く)。これに対して、分数除法においては、必ずしも同じ関係が成立するとは限らない。樺正董の教科書(⑧)においては、この意味における両者の《不連続性》についても、教育内容として構成されている<sup>(91)</sup>。

中条澄清の教科書(②)において注目されるのは、まず、次の記述である(「教師心得(5)」)。

乗除二法ニ於テ生徒ニ了解セシムヘキ緊要ナル点ハ、乘法ハ第25丁、除法ハ第31丁ノ解説ナリ。

(90) 《整数倍》から《分数倍》への《倍》概念の拡張に関連して、次の説明も行われている。「凡そ若干倍するとは若干の増加なりとのみ理解せしむるは、整数乘法に限れるものにて、乘法一般に付て言へば、必ず倍の語をして増加の意義と為す可らず。唯だ倍するとは乗ずる又は掛けるの一名として教授するを肝要なるべし」。中条澄清『算数学基則』数理社叢書第1編、数理社、1892(明治25)年、14ページ、国立国会図書館近代デジタルライブラリー所蔵。

(91) 同じ内容に関する説明は、数としては少ないけれども、最近の算数教科書においても行われている。ただし、それ以前に与えられている計算問題において、除数が1より大きい場合が説明されている事例は少ない。この点については、平成10年改訂の学習指導要領における次の記述に起因すると見られる。「帯分数を含む計算は取り扱わないものとする」(第6学年、3.内容の取扱い(3))。演算の対象となる数の範囲が狭く限定されることにより、演算の代数的な側面に関する説明が不自然なものになっている。ただし、学習指導要領の記述を文字通りに理解するならば、分数の表記方法として、帯分数ではなく、仮分数を採用することにより、除数が1より大きい除法の事例を含んだ形で教育内容を構成する可能性は残されている。

何レモ此理ニ明晰ナラサレハ乗除ノ応用ニ熟達スル能ハサルナリ。

「第31丁ノ解説」を次に見る（(6)「分数除法」）。

以上ノ解説ニ依テ、分数除法ニ於テ緊要ナル三説ヲ理解スヘシ。即次ノ如シ。

第一 法実相等シケレハ、其商ハ1個ナリ。

第二 実数法数ヨリ較ヤ小ナレハ、其商ハ1個ヨリ較ヤ小ナリ。

第三 実数法数ヨリ較ヤ大ナレハ、其商ハ1個ヨリ較ヤ大ナリ。

（解）第一法ノ(6)(7)(8)、第二法ノ(1)(2)、第三法ノ(1)ハ此第三説、又第一法ノ(1)、第二法ノ(5)、第三法ノ(2)(11)ハ第二説ノ題ナリ。

上記の引用においては、これまで、演算の結果を導くために示されていた問題（例題、練習問題）とその結果を、「演算によって生じる数の大小関係」という新しい観点から見直すことを求めている。この観点から、「演算の対象となる被除数と除数との大小関係」、「演算の結果である商と1との大小関係」——これら2つの大小関係の關係に注目している。その内容を具体的に理解するために、「第三説」の例として「第三法ノ(1)」、「第二説」の例として「第三法ノ(2)」を、次に引用する（(6)「分数除法」、「第三法 法実各分数ナルモノ」）。

(1) 金2円4分ノ1ヲ以テ、1斤ニ付金1円ノ5分ノ3ノ茶ヲ買ヘハ何斤ナリヤ。答 3斤4分ノ3。

(2) 金1円ノ10分ノ3ヲ以テ、1斤ニ付金1円ノ5分ノ3ノ茶ヲ買ヘハ何斤ナリヤ。

答 1斤ノ2分ノ1。

先に、筆者は、中條澄清の教科書に関する中谷太郎の指摘（「問題の中ではあるが、計算法則を意識させようとしている」）を引用した(0. 6)。樺正董の教科書(⑧)における記述を含め、上記の記述については、この指摘の典型的な実例として位置付けることが可能である。

中條澄清の教科書(②)において、次に注目すべきは、先に引用した「解説」に続く、次の記述である。

分数ノ分母ハ除法ノ法数、其分子ハ除法ノ実数ナルヲ以テ、第六丁ニ記ス三説ヲ以テ、順序ニ此三説ト照考スヘシ。

上記の記述における「第六丁ニ記ス三説」とは、「分数と1との大小関係」に関する次の諸命題である（(1)「分数」）。

第一 分数ノ分母子相等シケレハ、其値ハ1個ナリ。

第二 分数ノ分子、分母ヨリ較ヤ大ナレハ、其値ハ1個ヨリ較ヤ大ナリ。

第三 分数ノ分子、分母ヨリ較ヤ小ナレハ、其値ハ1個ヨリ較ヤ小ナリ。

「分数ノ値」については、「其分母ヲ以テ分子ヲ除キタル商ナリ」と定義されている（(1)「分数」）。

上記の「三説」においては、「分数を構成する2つの整数（分母、分子）の大小関係」、「その分数と1との大小関係」——この2つの大小関係の關係が記述されている。そこには、先に見た、「分数除法ニ於テ緊要ナル三説」、すなわち、「被除数と除数との大小関係」、「商と1との大小関係」——これら2つの大小関係の關係と同じ關係が成立している。この点に関する説明においては、両者の大小關係に対する「照考」、特に後者においては、「商分数の論理」 $\left(\frac{b}{a} = b \div a\right)$ の分数除法に対

する拡張が求められている。それにより、両者の関係の同一性が示されている。

なお、上記の関係を明確に記述する方法として、「重分数」がある。第Ⅰ期・前期の教科書においては、「重分数」に関する説明を行っている事例が存在する（中條澄清の教科書（②）においては説明されていない）。例えば、宮川保全・愛知信元の教科書（⑦）においては次の説明がある（第7編「分数」、(9)「除法」）。

$16\frac{1}{2} \div 4\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$ 等を、時ありては $\frac{16\frac{1}{2}}{4\frac{1}{4}}$ 、 $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}}$ 等の如く記すことあり。之を重分数と云ふ。而して之を計算するの法は前に示したるものと等しく、即ち、整数或は混分数を仮分数に化し、其式の分母（除数）を倒置し、以て乗法を施すなり。

山田正一の教科書（④）においても、同じ内容が説明されている（第5節「分数除法」）。しかしながら、中條澄清の教科書（②）とは異なり、宮川保全・愛知信元（⑦）、山田正一（④）の教科書においては、分数除法の代数的な側面それ自体が教育内容として構成されているわけではない。「重分数」についても、上記の引用に見られる通り、分数除法に関する別な記法として説明されているに過ぎない。

須田勝彦は、明治初期の教科書における自然数の教育内容構成について、「算術の内部における代数的認識の形成はこの時期の教科書における教育内容構成の重要な柱となっていた」と指摘している<sup>(92)(93)</sup>。本節において見た記述は、同じ特徴が、明治検定期（第Ⅰ期・前期）の教科書における分数の教育内容構成においても継承されていることを示している。

(92) 須田勝彦「教育史研究の有効性について — 教科教育史の立場から」『日本の教育史学』第43集、教育史学会、2000年、315ページ。

(93) 分数については、例えば次の記述が目される。前者においては乗法の交換法則が、後者においては乗法における《乗数と1との大小関係》、《被乗数と積との大小関係》 — これら2つの大小関係の関係が、それぞれ記されている。「乗実ト乗数トハ其位置ヲ相換フルモ其乗積ハ相同ジ」。「乗数1ヨリ大ナレハ、其乗積ハ乗実ヨリモ大トナル。又、乗数1ヨリ小ナレハ、其乗積ハ乗実ヨリモ小トナル」。永峰秀樹著『筆算教授書』巻之3、1877（明治10）年、内藤書屋、「分数」、(7)「乗分」、「注意」。

## 4. おわりに

序章において設定した視点（0. 7）に従って、第Ⅰ期・前期の教科書を主要な対象として、そこにおける分数の教育内容構成の特徴に関する解明を進めてきた（1、2、3）。本章においては、まず、その結果を整理する（4. 1）。次に、「理論流儀算術」との関連（4. 2）および当時における教育実践研究の成果との関連（4. 3）を基本的な観点として、第Ⅰ期・前期の教科書が備えていた特徴に対する評価を試みる。

### 4. 1. 初等数学としての分数論の原型の諸特徴

第1章から第3章において行った教科書分析の結果、第Ⅰ期・前期の教科書における分数の教育内容構成は、次の特徴を備えていることが明らかになった。

- (1) 分数の定義、性質、大小関係、四則演算（加法、減法、乗法、除法）の順序により、分数全般、個別の構成要素、それぞれについて、一つのまとまりを備えた形で教育内容が構成されている。この特徴については、《ひとまとまりの数学的概念に関して、ひとまとまりの教育内容を構成する》という原理に基礎を置くものと見られる。
- (2) 整数の性質についても、分数とは独立した形で、分数の前に、ひとまとまりの教育内容が構成されている。
- (3) 分数の定義に関する基本的な方法としては、単位分数においても、一般の真分数においても、《分割分数の論理》 $\left(\frac{b}{a} = (1 \div a) \times b = \frac{1}{a} \times b\right)$ に依拠している。ただし、それに続く形で、《商分数の論理》 $\left(\frac{b}{a} = (1 \times b) \div a = b \div a\right)$ が導入され、《分割分数の論理》との同一性を示す説明が行われている。《商分数の論理》に対する副次的な位置付けを含みながらも、《分割分数の論理》と《商分数の論理》の統一として分数を定義・説明する立場が採用されている。
- (4) 項目「分数化法」の設定により、四則演算に関する教育内容からは独立した形で、分数の性質・大小関係に関する、ひとまとまりの教育内容が構成されている。
- (5) 加法・減法については、演算の対象となる2つの量に対して、両者における《同質性》が要請されている。
- (6) 加法・減法の計算体系においては、《シルエットの別》を分類の観点とし、《真分数→帯分数》による順序が構成されている。最短の過程を辿ってアルゴリズムの獲得に至る形でアルゴリズムの形成過程が構成されており、そのための重要なポイントが例題として示されている。この特徴については、《一般的な概念を可能な限り早期に形成し、その適用によって、個別的な概念を説明する》という原理に基礎を置くものと見られる。
- (7) 乗法・除法については、演算の対象に関する《整数、分数の分類》を観点とし、(分数、整数) → (整数、分数) → (分数、分数) による順序が構成されている。
- (8) 乗法・除法の意味に関する説明の論理が、整数乗法・除法の意味に関する説明の論理との《連続性》を備えた形で、構成されている。《連続性》の内実は、乗法については、第一に、《倍》を用いた定義の方法、第二に、《乗数と1との関係(倍)》から《被乗数と積との関係(倍)》を導く定義の方法、第三に、《量×数(倍)＝量》による、量と数の区別と連関に関する説明によって、除法については、第一に、《乗法の逆演算》としての定義の方法、第二に、㉠《量



÷量＝数（倍）》による、量と数の区別と連関に関する説明によって、それぞれ、構成されている。上記 2 点に加え、第三に、㊸《量÷数＝量》を量と数の区別と連関の一形態として位置付けるために、独自の論理が構成されている。

- (9) 乗法についても、除法についても、計算規則を導く説明は、演算の定義を出発点とする方法によって行われている。個別の計算規則に加え、計算規則の一般性を示す説明も行われている。
- (10) 演算によって生じる数の大小関係、演算結果の検証（検算）方法等、分数乗法・除法の代数的な側面に関する説明が行われている。特に、《被除数と除数との大小関係》、《商と 1 との大小関係》、2 つの大小関係の関係に関する説明においては、分数を定義する一つの方法としての《商分数の論理》を、分数除法に拡張する形で適用する方法も採用されている。
- ただし、上記の特徴(1)～(9)に関連して、次の点についても、合わせて指摘しておく必要がある。
- (11) 分数の性質・大小関係に関する教育内容構成に関連して、項目「分数化法」を設定する根拠としては、四則演算の説明における有効性が重視されていた。
- (12) 加法・減法の計算体系構成における原理の内、《一般的な概念の適用によって、個別的な概念を説明する》、その後半部分については、対応する教育内容が構成されていない。
- (13) 除法の意味に関する説明において、㊸《量÷数＝量》の、量と数の区別と連関の一形態として位置付けは間接的な形態に止まっている。
- (14) 除法の計算規則を導く説明においては、次の 2 点において、問題点が含まれている。①《逆数》に関する説明が行われていない。② 最初に導かれた演算の結果を前提とし、演算の結果を媒介とする間接的な方法によって、計算規則が導かれている。
- (15) 演算結果の検証（検算）方法については、その根拠となる代数法則（交換法則、結合法則等）または代数的な関係の成立について、必ずしも明確な説明が行われているわけではない。

#### 4. 2. 「理論流義算術」との共通性と差異性

序章において、筆者は、明治検定期（第 I 期・前期）の教科書を、「理論流義算術」の、「小学教育内」への「闖入」の具体例として位置付けた (0. 6)。この点に関連して、まず、「理論流義算術」との関連を基本的な観点とし、寺尾寿の教科書<sup>(94)</sup>における分数の教育内容構成との共通性及び差異性を解明する方法により、上記の特徴(1)～(9)に対する評価を試みる。

##### 4. 2. 1. 共通性

上記の特徴(1)～(9)は、寺尾寿の教科書との間に、次の点において共通性を備えている。

第一に、教育内容構成原理 ((1)(2)) に関連して、寺尾寿の教科書における目次の項目を次に示す。

㊸ 寺尾寿編纂『中等教育算術教科書』上巻、敬業社、1888（明治 21）年

第 2 編 完全数ノ諸性質：倍数及ビ約数ノ総論ノ剰余ノ理論ノ 9 或ハ 11 ニテ掛ケ算及ビ割り算ノ驗シヲ行フ法ノ最大公約数ノ理論ノ単数及ビ互ニ単純ナル数ノ理論ノ最小公倍数ノ理論ノ単数ノ理論ノ数ノ分析及ビ其の応用ノ第 2 編ノ演習問題

第 3 編 分数：分数ノ総論ノ分数ト完全数トノ変換ノ約分ノ通分ノ分数ノ寄セ算ノ分数ノ引き算ノ分数ノ掛ケ算ノ分数ノ割り算ノ余数及ビ逆数ノ分数ノ余論ノ第 3 編ノ演習問題

第二に、分数の性質・大小関係に関する教育内容構成 ((4)) について見る（分数の定義に関する

(94) 寺尾寿編纂『中等教育算術教科書』上巻、敬業社、1888（明治 21）年。

特徴 (3) については、差異性との関連において、後に見る)。寺尾寿の教科書 (9) において、項目「分数化法」は設定されていない。ただし、分数の性質・大小関係に関する教育内容は、すべて、次の項目において構成されている。すなわち、先に引用した目次の項目に見られる、「約分」(第3章)、「通分」(第4章)に加え、《約分・倍分の原理》については、項目「分数ノ総論」(第1章)において、《帯分数・整数 $\leftrightarrow$ 仮分数の変形》については、項目「分数ト完全数トノ変換」(第2章)において、それぞれ、構成されている。

第三に、分数加法については、演算の定義 ((5))、分類と順序、アルゴリズムの形成過程 ((6)) に関する記述を、この順序に従って、次に引用する(順に、「序論」、第5章「分数ノ寄せ算」。原文の傍点は省略する。なお、( ) 内には、教科書の説明に従って、例題の計算方法を記した)<sup>(95)</sup>。減法においても、分類の観点と順序の構成 ((6)) については、加法と同じである(アルゴリズムの形成過程については、後に見る)。

凡テ同シ種類ノ若干ノ量ヲ加ヘ合ハセテ得タル所ノ量ヲ名ケテ、此等ノ量ノ和トイフ。  
若干ノ数ヲ加ヘ合ハストハ、此等ノ数ガ表ハス所ノ量ノ和ヲ表ハスベキ数ヲ作ルコトナリ。

(1) 法則第一 同シ分母ヲ有シタル若干ノ分数ヲ加ヘ合ハスニハ、此等ノ分数ノ分子ヲ加ヘ合ハセタルモノヲ分子トシ、其公分母ヲ分母トシタル分数ヲ作ルベシ $\left(\text{ex. } \frac{7}{15} + \frac{3}{15} + \frac{2}{15} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}\right)$ 。

(2) 法則第二 同シ分母ヲ有セザル若干ノ分数ヲ加ヘ合ハスニハ、先ヅ之ヲ通分シテ後、前ノ法則ヲ適用スレバヨシ $\left(\text{ex. } \frac{2}{3} + \frac{3}{5} + \frac{9}{10} = \frac{20}{30} + \frac{18}{30} + \frac{27}{30} = \frac{65}{30} = 2\frac{5}{30} = 2\frac{1}{6}\right)$ 。

(3) 法則第三 若干ノ帯分数ヲ加ヘ合ハスニハ、先ヅ分数ダケヲ加ヘ合ハセ(若シ、得ル所ノ和ガ1ヨリ大ナレバ、其中ニアル完全数ヲ取り出シ)、箇様ニシテ得ル所ノ数ヲ、与ヘラレタル諸々ノ帯分数ノ完全ナル部分ノ和ニ加フベシ。

$$\left(\text{ex. } 5\frac{2}{3} + 8\frac{3}{5} + 1\frac{9}{10} = 5\frac{20}{30} + 8\frac{18}{30} + 1\frac{27}{30} = (5+8+1) + \frac{20+18+27}{30} = 14\frac{65}{30} = 16\frac{5}{30} = 16\frac{1}{6}\right)$$

第四に、分数乘法については、定義 ((8))、分類と順序 ((7))、計算規則の一般性を示す記述 ((9)) を次に引用する(第7章「分数ノ掛ケ算」。なお、( ) 内には、教科書の説明に従って、例題の計算方法を記した)。

第1編 [整数乘法の定義] ノ中ニイヘル如ク(中略)、凡テ或ル数ヲ或ル他ノ数ニ掛クルトハ、後ノ数ガ表ハス所ノ量ニ始ノ数ヲ掛ケタルモノ(即チ、始ノ数ガ表ハス所ノ量ヲ其種類ノ量ノ単位ニテ作ルト同様ニシテ、後ノ数ガ表ハス所ノ量ヲ以テ作りタル量)ヲ表ハスベキ所ノ数ヲ作ルコトナリ。

此定義ニ基キテ、吾ガ輩、既ニ或ル完全数ヲ或ル他ノ完全数ニ掛クルノ法ヲ説キ明シタレバ、今ハ此ノ他ノ場合 [分数乘法の定義] ニ移ラン。

(1) 法則第一 或ル完全数ヲ或ル分数ニカクルニハ、此分数ノ分子ヲ此ノ完全数ニ掛ケタルモノヲ分子トシ、与ヘラレタル分数ノ分母ヲ分母トスル分数ヲ作ルベシ $\left(\text{ex. } \frac{3}{7} \times 5 = \frac{3 \times 5}{7} = \frac{15}{7} = 2\frac{1}{7}\right)$ 。

(95) 特徴としては整理していないけれども、先に、代数法則の位置付けに関連して、明治検定期(第Ⅰ期・前期)の教科書においては、結合法則の成立を含んだ形で、演算(加法)が定義されている点を指摘した(2. 3. 4)。本文における引用に示されている通り、この点については、寺尾寿の教科書(9)においても同じである。

(2) 法則第二 或ル分数ヲ或ル完全数ニ掛クルニハ、此分数ノ分子ヲ此完全数ニ掛ケタルモノヲ分子トシ、与ヘラレタル分数ノ分母ヲ分母トシタル分数ヲ作ルベシ  $\left(\text{ex. } 3 \times \frac{2}{7} = \frac{3 \times 2}{7} = \frac{6}{7}\right)$ 。

(3) 法則第三 或ル分数ヲ或ル他ノ分数ニ掛クルニハ、始ノ分数ノ分子ヲ後ノ分数ノ分子ニ掛ケ、且ツ、始ノ分数ノ分母ヲ後ノ分数ノ分母ニ掛クレバヨシ  $\left(\text{ex. } \frac{4}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{4 \times 3}{7 \times 5} = \frac{12}{35}\right)$

(4) 法則第四 或ル帯分数ヲ或ル数ニ掛ケ、若シクハ或ル数ヲ或ル帯分数ニ掛クルニハ、先ヅ与ヘラレタル帯分数ヲ分数ノ形ニ直シテ、而シテ後、場合ニヨリテ、前ノ法則第一、第二若シクハ第三ヲ適用スレバヨシ  $\left(\text{ex. } 8 \frac{2}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{42}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{42 \times 3}{5 \times 7} = \frac{126}{35} = 3 \frac{21}{35} = 3 \frac{3}{5}\right)$ 。

注意第一 完全数ハ此数ヲ分子トシ 1 ヲ分母トシタル分数ノ形ニ直スコトヲ得。且ツ、簡様ナル分数ハ通常ノ分数ト同シ性質ヲ有スルモノナルニハ、完全数ヲ分数ニ掛ケ、或ハ分数ヲ完全数ニ掛クルニ、法則第一及ビ法則第二ニヨリ代ワリニ、与ヘラレタル完全数ヲ分数ノ形ニ直シテ後、法則第三ヲ適用スルコトヲ得ベシ。

乗法においても、除法においても、計算規則を導く説明 (96) は、演算の定義を出発点とする方法によって行われている<sup>(96)</sup>。例として、上記の「法則第三」、すなわち、《整数×分数》 $\left(\text{ex. } 3 \times \frac{2}{7}\right)$ の計算規則を導く説明を、次に引用する (第7章「分数ノ掛ケ算」)<sup>(97)</sup>。

(96) 先に、分数除法の計算規則を導く説明に含まれている問題点を指摘した ((14))。この点に関連して、寺尾寿の教科書 (9) における説明を見ておく。分数除法の計算規則については、第一に、 $\frac{b}{a} \div \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$  として説明されている。「或ル分数ニテ或ル分数ヲ割ルニハ、除数ノ分子ヲ被除数ノ分母ニ掛ケ、其分母ヲ被除数ノ分子ニ掛ケベシ。例トヘバ、 $\frac{3}{4}$  ニテ  $\frac{2}{5}$  ヲ割ルトハ (中略)  $\frac{2 \times 4}{5 \times 3}$  ニ等シ」(第8章「分数ノ割り算」、「法則第四」)。第二に、これに続く形で、《逆数》の概念が導入されている。「或ル数ノ逆数トハ、此数ニテ 1 ヲ割リテ得ル数ノコトナリ。例トヘバ、3ノ逆数トハ 1 : 3 即チ  $\frac{1}{3}$  ノコト、 $\frac{3}{4}$ ノ逆数トハ 1 :  $\frac{3}{4}$  即チ  $\frac{4}{3}$  ノコトナリ」(第9章「余数及ビ逆数」、「逆数」)。第三に、《逆数》の概念を用いて、上記の規則が  $\frac{b}{a} \div \frac{d}{c} = \frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$  に変形されている。「凡テ或ル数ニテ或他ノ数ヲ割リテ得ル所ノ数ハ、除数ノ逆数ヲ被除数ニ掛ケタルモノニ等シ。是ハ唯割算ノ法則第四 (中略) ヲ言ヒカヘタルマデナリ」(第9章「余数及ビ逆数」、「定理」)。ただし、この「言ヒカヘ」を行うためには、《逆数》に関する説明の前に、計算規則として、 $\frac{b}{a} \div \frac{d}{c} = \frac{b}{a} \times \frac{c}{d}$  が導かれていることが必要になる。しかしながら、先に見た通り、寺尾寿の教科書において、分数除法の計算規則については  $\frac{b}{a} \div \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$  として説明されるに止まっている。上記の規則は、少なくとも直接的な形においては導かれていない。

(97) 引用にある「第2章ノ中ニイヘルコト」、「第1章ノ定理第三」に対応する内容は、順に、次の通りである。「完全数ヲ分数ニ直スコト スベテ完全数ハ之ヲ随意ノ分母ヲ有シタル分数ノ形ニ直スコトヲ得」。「法則 或ル完全数ヲ或ル与ヘラレタル分母ヲ有スル分数ノ形ニ直スニハ、此数ニコノ分母トナルベキ数ヲ掛ケタルモノヲ分子ニ取ルベシ」 $\left(\text{ex. } 5 = \frac{5 \times 7}{7}\right)$  (第2章「分数ト完全数トノ変換」)。「スベテ或ル分数ノ分子ヲ n ニテ割リテ得ル所ノ分数ハ、モトノ分数ノ n 分ノ 1 ニ等シ」(n は整数)  $\left(\text{ex. } \frac{6 \div 3}{11} = \frac{6}{11} \div 3\right)$  (第1章「分数ノ総論」)。引用による説明がわかりにくいのは、この時点においても、まだ、《商分数の論理》が導入されていない点に起因する。

如何ニモ、 $\frac{2}{7}$ ト云フ分数ハ、単位ノ7分ノ1ノ2倍ニ等シキ量ヲ表ハス数ナリ。故ニ、 $\frac{2}{7}$ ヲ3トイフ数ニ掛クルトハ、3トイフ数ガ表ハス所ノ量ノ7分ノ1ノ2倍ニ等シキ量ヲ表ハスベキ数ヲ作ルコトニシテ、即チ3ノ7分ノ1ノ2倍ニ等シキ数ヲ作ルコトナリ。然ルニ、先ヅ3トイフ数ハ、第2章ノ中ニイヘルコト（中略）ニヨリテ、 $\frac{3 \times 7}{7}$ ニ等シキユヘ、3ノ7分ノ1ハ、第1章ノ定理第三（中略）ニヨリテ、 $\frac{3 \times 7}{7}$ ノ分子ヲ7ニテ割リテ得ル所ノ数 $\frac{3}{7}$ ニ等シ。倍 $\frac{3}{7}$ ノ2倍ハ前ノ法則ニヨリテ $\frac{3 \times 2}{7}$ ニ等シ。故ニ、3ノ7分ノ1ノ2倍、即チ3ニ $\frac{2}{7}$ ヲ掛ケタル結果ハ $\frac{3 \times 2}{7}$ ニ等シ。

先に指摘した通り、寺尾寿の教科書は、算術教育の目的設定において「学問としての数学」を志向する立場を、具体的な教育内容構成として示した代表的な事例であった(0. 6)。上記の事実に見られる通り、明治検定期（第Ⅰ期・前期）の教科書については、多くの点において、寺尾寿の教科書との共通性を備えている。この意味において、上記の事実は、明治検定期（第Ⅰ期・前期）の教科書については、寺尾寿の教科書とともに、「学問としての数学」を志向する立場を、教育内容・教材構成として示した具体的な事例として評価する可能性を示している。

なお、この点に関連して、三羽光彦は、第一次小学校令（1886（明治19）年）の時期を「高等小学校の発足期」とし、この時期における高等小学校の性格について、次のように指摘している。「在地の知識人層との関わりをもちながら、近代的な教養や科学を地域の民衆が摂取する窓口ともなっていた」、「水準の高い学校であった」。「高等小学校は中等教育の代替としてみなされたり、あるいは中学校への予備教育の性格を有して」いた<sup>(98)</sup>。

本節において行ったのは、中学校の教員養成を目的とする教科書と高等小学校の教科書との比較検討である。比較の対象は、分数の教育内容構成に限定されている。ただし、この点を前提としても、検討の結果は、上記の引用において指摘されている高等小学校の性格を、教育内容の側面において示す一つの事例として位置付ける可能性を示している。

先に、筆者は、明治検定期（第Ⅰ期・前期）の教科書を、「理論流義算術」の、「小学教育内」への「闖入」の具体的な形態として位置付けた。しかしながら、上記の事実を根拠として、この位置付けの妥当性を検証することは不可能である。この点に関する検証のためには、少なくとも、「闖入」後に加え、「闖入」前における教科書の内容の解明および両者の比較検討が必要である。それにより、上記の位置付けについて、事実を根拠とする形で検証を行う可能性が拓かれる。現時点においては、「闖入」前、すなわち、明治初期の教科書における教育内容構成の特徴を解明する課題が残されている<sup>(99)(100)</sup>。

(98) 三羽光彦『高等小学校制度史研究』岐阜経済大学研究叢書5、法律文化社、1993年、1ページ、15ページ。三羽の研究においては、「研究視角」の一つとして、「学校制度と教育内容との関係」があげられており、「教育内容の変化は学校の性格を内部から決定する重要な要因でもある」、「教育課程編成や教育内容にまでおりた具体的な検討を行わないと、[学校制度の]実態に即した分析とはならない」とする見方が示されている(6~7ページ)。この立場から、三羽は、多くの高等小学校において英語教育が実施されていた点に注目している。同上書、第1部、第3章、第2節「高等小学校の英語教育」。

(99) 自然数の教育内容構成については、次の研究がある。須田勝彦「明治初期算術教科書の自然数指導—塚本明毅『筆算訓蒙』を中心に—」『教授学の探究』第15号、北海道大学教育学部教育方法学研究室、1998年。

(100) この課題に関連して、佐藤英二は、小山健三編纂『小學筆算書』（1882（明治15）年）と「理論流儀算術」の

#### 4. 2. 2. 差異性

次に、寺尾寿の教科書(⑨)との差異性について見よう。この点に関連して、注目されるのは、先に整理した、明治検定期(第Ⅰ期・前期)の教科書が備えていた特徴の(3)(8)(10)、即ち、第一に、《分割分数の論理》と《商分数の論理》の統一としての分数の定義・説明((3))、第二に、除法における量と数の区別と連関に関する説明((8))、第三に、除法の代数的な側面に関する説明((10))である。寺尾寿の教科書(⑨)においては、上記3点に関する教育内容が構成されていない。この事実は、上記3点に関する説明の存在を、明治検定期(第Ⅰ期・前期)の教科書が備えていた独自の特徴として位置付ける可能性を示している。この点について、関連する教育内容を対象に含めた形で、教科書の記述を見よう。

第一に、寺尾寿の教科書(⑨)においては、分数の定義において、基本的には、《分割分数の論理》に依拠する方法が採用されている。《商分数の論理》に関する説明も行われている。しかしながら、《商分数の論理》と《分割分数の論理》との同一性を示す説明((3))は行われていない。

分数については、まず、連続量(長さ)の測定において生じる半端量(単位量に満たない量)の表現として導入され、《分割分数の論理》に依拠する方法によって定義されている(第1章「分数ノ総論」、「分数ノ起源」)。

今、計ラントスル所ノ量ガ単位ヲ幾個ニカ等分シテ得ル所ノ部分ノ丁度幾倍ニカ等シキコトアラバ、此事実ヲ略言シテ、此量ハ単位ノ幾分ノ幾個トカニ等シトヘバ、<sup>(なお)</sup>仍ホ此量ノ価格ヲ言ヒ著ハスコトヲ得ベシ。例トヘバ、或ル直線ノ長サガ単位ヲ7ツニ等分シタル一部分ノ丁度5倍ニ等シキトキハ、此長サハ単位ノ7分ノ5ニ等シトイヒテ、其価格ヲ言ヒ著ハスコトヲ得ベシ。ノ箇様ノ場合ニ於テ、此量ノ価格ヲ言ヒ著ハスコトモノ、即チ此例ニイヘル7分ノ5ナドヲ称シテ、分数ト云フ。

《商分数の論理》については、分数除法の定義との関連において、説明が行われている(第8章「分数ノ割り算」)。

法則第一 或ル完全数ニテ或ル他ノ完全数ヲ割ルニハ、除数ヲ分母トシ、被除数ヲ分子トシタル分数ヲ作レバヨシ。

例トヘバ、7ニテ5ヲ割ルトハ、前ニイヘルコト[除法の定義]ニヨリテ、之ニ7ヲ掛クレバ5トナルヤウナル数ヲ作ルコトナリ。即チ、今、求ムル所ノ商ノ7倍ガ5ニ等シカラザルベカラズ。(中略)

因テ、今求ムル所ノ数ハ $5 \times \frac{1}{7}$ 或ハ $\frac{5}{7}$ トイフ分数ニ等シ。

注意第一 スベテノ分数ハ、其分母ヲ以テ其分子ヲ割リテ得ル所ノ商ト見做スコトヲ得。

如何ニモ、例トヘバ $\frac{5}{7}$ トイフ分数ハ、7ニテ5ヲ割リテ得ル所ノ商ニ等シク、又、例トヘバ $\frac{5}{1}$ ハ(中

算術教育思想としての同一性に注目し、次の見方を示している。「1880年代初頭に小山の『小学筆算書』のような教科書が現れていたことは、「理論流儀算術」が寺尾の『中等教育算術教科書』(1888年)によって普及した後で、小学校にまで影響を及ぼしたとする通説は修正を要することになろう」。佐藤英二「明治期の小学校算術教科書における子ども」『明治大学人文科学研究所紀要』第57冊、2005年、82ページ。この見方についても、教科書における教育内容構成の特徴を解明することにより、別な角度から、その成立可能性を検証することが課題となるだろう。なお、小山健三編纂『小学筆算書』(1882(明治15)年)は、「明治14年(1881年)5月に定められた『小学校教則綱領』に準拠して編集された代表的な筆算教科書の一つ」(「所収教科書解題」)として、次に収録されている。『日本教科書大系 近代編 第11巻 算数(2)』講談社、1962年。

略) 5ヲ1ニテ割リタルモノ即チ5ニ等シ

しかしながら、寺尾寿の教科書(⑨)において、分数については、上記の形で、2通りの方法による定義が行われるに止まり、両者の同一性に関する説明は行われていない。この点により、《分割分数の論理》と《商分数の論理》の区別と統一としての分数の定義・説明については、明治検定期(第Ⅰ期・前期)の教科書が備えていた独自の特徴として位置付けることが可能である。

第二に、寺尾寿の教科書(⑨)においては、分数除法における量と数の区別と連関について、整数除法の意味に関する説明の論理との《連続性》を備えた形で説明を行うという観点(⑧)が設定されていない。分数除法に関する限り、量と数の区別と連関に関する説明それ自体が行われていない。次に、この点について具体的に見る。

まず、整数除法については、整数乗法(《量×数(倍)＝量》)の《逆演算》として定義されている(順に、第1編「完全数ノ組立及計算」、第5章「掛ケ算或ハ乘法」、「定義」。同、第7章「割リ算或ハ除法」、「定義」)。

凡テ或ル数ヲ或ル量ニ掛クルトハ、此数ガ表ハス所ノ量ヲ其種類ノ量ノ単位ニテ作ルト同様ニシテ、与ヘラレタル量ニテ或ル量ヲ作ルコトナリ。

例トヘバ、5トイフ数ト、7尺トイフ長サアランニ、5トイフ数ガ表ハス所ノ量ハ、其種類ノ量ヲ5倍シテ作リタルモノニ等シ。故ニ、7尺トイフ長サニ5トイフ数ヲ掛クルトハ、7尺ノ5倍ニ等シキ長サヲ作ルコトナリ。

或ル数ニテ或ル他ノ数ヲ割ルトハ、後ノ数ヲ得ル為ニ始ノ数ニ掛クベキ数ヲ作ルコトナリ。

(中略) 例トヘバ、7ニテ28ヲ割ルトハ、28ヲ得ル為ニ7ニ掛クベキ数ヲ作ルコトナリ。

次に、整数除法における量と数の区別と連関については、④《量÷量＝数》、⑤《量÷数＝量》の2つの形態が区別されている。関連する記述を次にまとめて引用する(第1編「完全数ノ組立及計算」、第5章「掛ケ算或ハ乘法」、「注意」)。

除数ト被除数トガ、共ニ同シ種類ノ量ヲ同シ単位ニテ計リタルモノヲ表ハス所ノ数ナルトキ。

実[被除数]ト商トガ、共ニ同シ種類ノ量ヲ同シ単位ニテ計リタルモノヲ表ハス所ノ数ナルトキ。

分数においても、乗法に関する限り、演算における量と数の区別と連関に関する説明が行われている。先に引用した通り、分数乗法の定義においては、「第1編[整数乗法の定義]ノ中ニイヘル如ク」として、整数乗法(《量×数(倍)＝量》)と同じ方法によって、分数乗法に関する説明を行うことが記されていた(4.2.1)。

分数除法についても、整数除法と同じ方法により、《乗法の逆演算》として定義されている(第8章「分数ノ割リ算」)。

第1編ノ中ニイヘル如ク(中略)、或ル数ニテ或ル他ノ数ヲ割ルトハ、後ノ数ヲ得ル為ニ始ノ数ニ掛クベキ数ヲ作ルコトナリ。(中略)

例トヘバ、 $\frac{3}{4}$ ニテ $\frac{2}{5}$ ヲ割ルトハ、前ニ述ベタル場合ト同シク、之ニ $\frac{3}{4}$ ヲ掛クレバ $\frac{2}{5}$ トナル数ヲ作ルコトナリ。

しかしながら、分数除法における量と数の区別と連関に関する説明は、④《量÷量＝数》についても、⑤《量÷数＝量》についても、全く行われていない。

第三に、寺尾寿の教科書(⑨)において、分数除法の代数的な側面に関する説明((10))は全く行われていない。

まず、整数乗法、除法においては、代数法則あるいは代数的な関係に関する説明が行われている。同時に、「<sup>タメ</sup>驗シ」として、それを用いた演算結果の検証(検算)方法に関する説明が行われている。演算結果の検証(検算)方法に関する記述を、次にまとめて引用しておく(順に、第1編「完全数ノ組立及計算」、第2章「寄セ算或ハ加法」、第5章「掛ケ算或ハ乘法」、第7章「割リ算或ハ除法」)。

凡テ<sup>タメ</sup>驗シトハ、或ル計算ヲシ終リタル後、此計算ニ誤ナキカヲ試験スル為ニ、更ニ行フ所ノ計算ノコトナリ。

掛ケ算ノ驗シ 或ル数ニ他ノ数ヲカケテ得タル所ノ結果ヲタメスニハ、前ノ数ヲ乗数トシ後ノ数ヲ被乗数トシテ、再ビ掛ケ算ヲ行フベシ。若シニツノ計算共ニ誤リナキトキハ、前ニイヘル原則[乗法の交換法則]ニ據リテ、必同ジ積ヲ得ベシ。

割リ算ノ驗シ 前ニイヘルコト[「被除数=除数×完全商+剰余」]ニヨリテ、商ヲ法ニカケ、或ハ法ヲ商ニ掛ケテ、得ル所ノ積ニ剰余ヲ加フレバ実ヲ得ベシ。故ニ此ニツノ計算ノ中ノ一ツヲ用キテ、割リ算ノ結果ヲ驗スコトヲ得ベシ。

これに対して、分数除法においては、代数的な関係を用いた演算結果の検証(検算)方法に関する説明は行われていない(乗法においても、この点は同じである)。整数除法において成立する演算結果の検証(検算)方法は、分数除法においても同じ形で成立する — 寺尾寿の教科書(⑨)においても、この点については自明であり、従って、説明の必要性は特に存在しないと考えられていたと予想される。

ただし、演算によって生じる数の大小関係については、分数乗法に関する次の記述がある(第7章「分数ノ掛ケ算」、「注意第二」)。

或ル数ニ或ル分数ヲカケテ得ル所ノ結果ハ、強チニ此数ニ完全数ヲカケタルトキノ如ク、モトノ数ヨリ大ナル数ニハ非ズ。掛ケ算ノ定義ニヨルニ、或ル数ニ1ヨリ大ナル分数ヲカケタルモノハ、此数ヨリ大ナレドモ、1ヨリ小サキ分数ヲカケタルモノハ、モトノ数ヨリ小サキ数ナリ。

分数乗法における《乗数と1との大小関係》、《被乗数と乗数との大小関係》、2つの大小関係の関係について、説明が行われている。これに対して、分数除法については、演算によって生じる数の大小関係に関する説明は全く行われていない。

寺尾寿の教科書(⑨)において、分数除法の教育内容は、全体として簡略化された形で構成されており、量と数の区別と連関に関する説明((8))、代数的な側面に関する説明((10))は全く行われていないのである。この点において、上記2点に関する説明の存在についても、明治検定期(第I期・前期)の教科書が備えていた独自の特徴として位置付けることが可能である。

なお、上記とは逆の性格を備えた特徴についても指摘しておく。先に、明治検定期(第I期・前期)の教科書に含まれていた限界として、加法・減法の計算体系構成における原理の内、《一般的な概念の適用によって、個別的な概念を説明する》、その後半部分については、対応する教育内容が構成されていない点を指摘した((12))。これに対して、次の引用に見られる通り、寺尾寿の教科書(⑨)においては、この部分に対応する教育内容が構成されている点が注目される(第3章「分数ノ引き

算」、「注意」)。

帯分数ヨリ完全数或ハ分数ヲ引キ、又ハ完全数ヨリ分数或ハ帯分数ヲヒクトキモ、前ト同シ様ナル  
手数ヲ用キ得ベキコト明白ナリ。即チ次ニ示ス諸々ノ例ノ如シ。(中略)

$$\left(8 + \frac{5}{7}\right) - \frac{3}{7} = 8 + \left(\frac{5}{7} - \frac{3}{7}\right) = 8 + \frac{2}{7}$$

$$\left(6 + \frac{2}{7}\right) - \frac{5}{7} = \left(5 + \frac{9}{7}\right) - \frac{5}{7} = 5 + \left(\frac{9}{7} - \frac{5}{7}\right) = 5 + \frac{4}{7} \quad (\text{中略})$$

$$10 - \left(6 + \frac{5}{7}\right) = \left(9 + \frac{7}{7}\right) - \left(6 + \frac{5}{7}\right) = (9 - 6) + \left(\frac{7}{7} - \frac{5}{7}\right) = 3 + \frac{2}{7}$$

ただし、説明の対象は減法に限定されており、加法については説明されていない。この点については、《くりさげ》を含む、減法のアルゴリズムの複雑さに起因すると予想される。

上記の引用における「前ト同シ様ナル手数」とは、《帯分数－帯分数（異分母）》に即した形で説明された操作の系列、すなわち、(通分) → (くりさげ) → 《ひく》(ひく) → (約分) を意味する(第3章「分数ノ引き算」、「法則第三」)。これは、分数減法に必要なすべての操作が揃った、その意味において、最も一般的な操作の系列(アルゴリズム)である。そして、この点に関する理解は、上記の引用において行われているような、個別的な事例に対するアルゴリズムの適用によって、はじめて可能になる。

先に整理した通り、明治検定期(第Ⅰ期・前期)の教科書は、加法についても、減法についても、上記の説明を欠いていた((12))。その理由については不明である。

#### 4. 3. 教育実践研究の成果との関連

先に、筆者は、分数除法における量と数の区別と関連の一形態として、⑩《量÷数＝量》を、直接的な形で位置付ける論理の不在を指摘した。同時に、この点を、分数除法の意味に関する説明の論理において、明治検定期(第Ⅰ期・前期)の教科書が共通に抱えていた限界として位置付けた(3. 3. 2)。この点に加え、分数除法の計算規則を導く説明に含まれている問題点に関する指摘を行った(3. 4. 1)。上記2点については、先に、(14)として整理した通りである。

上記2点に関連して注目されるのは、当時における教育実践研究の成果として、同じ点が問題点として指摘され、その克服に向けた提言が、具体的な形で行われている点である。この点について、本節においては、当時の教育雑誌に掲載された記事から、三輪三吉「算術乗除ノ教授ニ就テ」に注目する<sup>(101)</sup>。

三輪三吉の経歴については不明である。ただし、次の引用に示されている通り、この記事においては、三輪自身の小学校教員としての経験にもとづいた形で、問題が設定されている。

余ハ小学生徒ニ分数小数ノ乗除ヲ授クルニ於テ許多ノ困難ニアヘリ。殊ニ生徒ハ(中略)分数ニテ除スルトキ、其商ガ実〔被除数〕ヨリ大キク、小数ヲ乗スルトキ其積却ツテ小トナルヲ見レハ、忽チ奇異ノ思ヲナシ、コハ以前学ビシモノトハ同シカラズ者ナリ、解シカタキモノナリトノ觀念ヲイダキテ、如何ナル場合ニ乗除スヘキカニ於テ甚キ混雑錯乱ヲ生スルニ至ルヲ見タリ。余ハコノ困難ニアヒ

(101) 三輪三吉「算術乗除ノ教授ニ就テ」『信濃教育會雑誌』第58号、1891(明治24)年、7～12ページ。以下において、この記事からの引用については、ページ数の注記を省略する。



テ以為ク。小数トテ乗除ハ乗除ナリ。整数ノトキト異ルノ理ナシ。異ナラサルモノニ同シカラサルノ感ヲナサシムルハ、畢竟、同一ノ乗除ナルニ同一ノ説明ヲナサバルノ致ス所ナラント。是ニ於テ、此等諸種ノ場合ニ通シテ施コサルヘキ説明ヲ求メテ、稍可ナルモノヲ得タルノ思アリ。故ニ今コゝニ之ヲ挙ゲン。

整数、分数、それぞれの乗法、除法の意味に関する個別的な論理による説明が、子どもにおいて「奇異ノ思」、「混雑錯乱ヲ生スル」原因として批判の対象となり、有理数（整数、分数・小数）の演算として、統一的な論理による説明の必要性が指摘されている。

この点については、明治検定期（第Ⅰ期・前期）の教科書においても、例えば、中條澄清の教科書（②）において、教育内容構成の基本的観点として設定され、その具体化が試みられていた（3. 2, 3. 3）。三輪三吉の提案において注目されるのは、同じ点が基本的観点として共有されていると同時に、異なった形態による具体化の方法が提案されている点である。

まず、乗法については、《同数累加の簡便算》による定義の方法が批判の対象とされている。

乗法ハ加算ノ速算ナリ。78 銭ヲ 9 ツ加ヘ合セルナリトノミ説カバ、余ハ其説明ノ一端ニ偏スルヲ歎セサルヲ得ス。何トナレハ、コレ、乗数カ整数ナルトキニノミ適応スヘシ。乗数モシ小数分数ナラハ、其積ハ却テ被乗数ヨリ減セン。之ヲ加ヘ合スト謂フヘケンヤ。故ニ、余ハ、乗法ニ於テ加ヘ合ス者ナリ、幾倍スルモノナリナド説明スルコトヲ喜バズ。乗法ノ結果ハ必ス原数ヨリ増加ストノ意味ヲ含メル言語ヲ無垢ナル脳漿ニ染メ付クルハ不利ノ甚キモノナリ。コレ幾分誤謬ヲ含ムノ觀念ニアラスヤ。

上記の立場から、乗法については、次の定義が提案される。

乗法ハ其性質ヨリ察スルニ、畢竟、被乗数ヲ一ノ全キ数トシテ、ソレノ乗数ダケニ相当スル数ヲ発見スルノ算法タルニ外ナラス。（中略）コノ乗数ダケト云ヘル言葉ハ包括極テ広クシテ、如何ナル場合ニモ適用スヘシ。

上記による乗法の定義については、《比》を用いる方法により、次の形に記述することが可能である。

$$\langle a \times b \Leftrightarrow a : 1 = X : b \text{ を満たす数 } X \text{ を求める (} a, b, x \text{ は整数)} \rangle$$

先に見た通り、上記の方法による乗法の定義それ自体は、例えば、中條澄清の教科書（②）においても採用されていた（3. 2. 1）<sup>(102)</sup>。ただし、上記の批判との関連において問題となるのは、分数乗法へと定義の拡張を図る時点において、はじめて、上記の方法による定義への移行（再定義）が行われる点である。中條澄清の教科書（②）において、乗法（整数乗法）に関する説明を開始する時点において行われているのは、《同数累加》＝《倍》による定義である。この点が、批判の対象とされている。

例ヘハ、前題 [「布一反ノ代 78 銭ナルトキ、9 反ノ代ヲトフト云フ如キ場合」] ニ於テハ一ノ全数 78 銭ニテ、ソレヲ 9 ツダケ求ムルノ意トナリ、モシ、此 9 反ガ変ジテ 3 分之 2、モシクハ 1 反ノ 7 分トナルトキハ、78 銭ヲ 3 分之 2 ダケ、モシクハ 7 分ダケ求ムルノ意トナル故、決シテ差支アルコトナシ。故ニ、余ハ最初ヨリ、此説明ヲ用キラレンコトヲ望ムナリ。

(102) 中條澄清の教科書（②）においては、《乗数と 1 との関係（倍）》に注目する観点から、《 $a \times b \Leftrightarrow 1 : b = a : X$  を満たす数  $X$  を求める ( $a, b, x$  は整数)》として定義されていた。本文における記述とは項の順序が異なるけれども、ここでは、両者において、同じ関係が、《比》を用いる方法によって記述されている点に注目している。

次に、除法について見る。三輪三吉は、⑧《量÷数＝量》として説明される除法の例として、「米4俵ノ代11円20銭ナルトキ、1俵ノ代何程ト云フトキニ施コス除法」を示し、この問題を《等分》を用いて説明する方法に対して、次の批判を行っている。

往々、コノ場合ノ除法ヲ説明スルニ、実ヲ数個ノ等シキ部分ニワカチテ其一ヲ求ムルモノナリト云フ。其一ヲ求ムルト云フハ可ナリ。等シキ部分ニワカトハ除法ニ通ジタル言ニアラス。此ノ如ク説明スルヲ以テ、分数ニ逢テ躓キ小数ニ遭フテ倒ルハナリ。

「除法ニ通ジタル言」として、三輪は、《1に当たる数を求める演算》としての除法の定義を提案する。関連する記述を、次にまとめて引用する。

或数ノ幾ツダケニ相当スル数ト、其幾ツダケナリト云フコトヲ知テ、或数ノ一ツダケヲ求ムルナリ。実数ハ或数ノ法数ダケニ相当セルモノナリ。法数ヲ以テ実数ヲ除スルハ、即チ或数一ツダケヲ求ムルモノナリ。  
除法ノコノ場合ニ求ムルモノハ、一ツニ当レル全キ数ナリト知ルベシ。是レ甚ダ緊要ノコトナリ。

上記による除法の定義についても、《比》を用いる方法により、次の形に記述することが可能である。

$$\langle a \div b \iff a : b = X : 1 \text{ を満たす数 } X \text{ を求める (a, b, x は整数)} \rangle$$

上記の定義に依拠する方法により、整数除法、分数除法の意味に関する統一的な論理による説明の可能性が拓かれる。

是レタゞ整数除法ニ於テ確当スルノミナラス、分数小数ニ通シテ又精確ナレハ、説明理解ノ便、甚タ鮮カラサルヘシ。即チ、或ル田ノ3分ヨリ米2石4斗ヲ獲ルトキ、コノ田全体ヨリ獲ル所ノ米何程ト云フ題ニ於テモ、1園ノ5分ノ3ニ植ウル所ノ樹数124本ナルトキ、全園ニ植ウヘキ樹数幾何ト云フトキニモ、皆、前ノ解釈ヲ用キテ除法ヲ施コス所以ヲ知ラシムヘシ。

例えば、「樹数」に関する例題については、上記の方法により、次の形に記述される。

$$\langle 124 \div \frac{3}{5} \iff 124 : \frac{3}{5} = X : 1 \text{ を満たす数 } X \text{ を求める} \rangle$$

従って、上記の定義については、分数除法に関する説明において初めて依拠するのではなく、除法に関する説明を開始する時点から、依拠する必要性が指摘される。

若シ、此説、果シテ可ナルヲ得バ、余ハ深く算術初歩ノ教授ヨリ此説ニ従ハレンコトヲ望ム。コレ、他日、小数ヲサヅケ分数ヲサヅクルニ至テ、彼ノ許多ノ困難ヲ除キ得ヘケレバナリ。

整数除法に関する意味の説明の論理との間に《連続性》を備えた形で、分数除法の意味に関する説明の論理を構成する点については、第Ⅰ期・前期の教科書においても、教育内容構成の基本的観点として設定されていた。この観点は、《乗法の逆演算》としての除法の定義として具体化されていた（この点については、先に、特徴(8)として整理した通りである）。上記においては、同じ観点に基づきながらも、異なった形態による具体化の方法が提案されている点が注目される。

この点に加え、計算規則についても、演算の定義を出発点とする方法によって、それを導く説明が提案されている。具体的には、上記の例題「1園ノ5分ノ3ニ植ウル所ノ樹数124本ナルトキ、全園ニ植ウヘキ樹数幾何」について、次の説明が提案されている。

分数除法ノ演算ヲ説明スルニ於テモ、此解釈 [分数除法に関する上記の定義] ハ甚タ便利ナルヲ覺ユ。コヽニ前題ヲ演算セハ  $124 \div \frac{3}{5} = 124 \times \frac{5}{3} = 302\frac{2}{3}$  ナルヘシ。除法ノコノ場合ハ全キーツタケヲ求ムルモノニテ、実数ハ法数ト相當セルコト故、一ツ即 5 分之 5 ガ法数 5 分之 3 ニ対スル割合如何ヲ思考セシムルトキハ、 $\frac{5}{3}$  即 1 ト 3 分之 2 ナルヲ知得スヘシ。然ラハ、全園即一ツニアタル樹数ハ 124 本ノ 1 ト 3 分之 2 タケニシテ、即  $124 \times \frac{5}{3}$  ニテ計算シ得ベキコトヲモ亦解シ得ン。

第Ⅰ期・前期の教科書においても、演算の定義を出発点とする方法によって、計算規則を導く説明が行われていた（この点については、先に、特徴(9)として整理した通りである）。ただし、上記の説明において注目される特徴は、①《逆数》が用いられている点、② 演算の結果を媒介とする間接的な方法ではなく、直接的な方法によって計算規則が導かれている点である。演算の定義を出発点とする点において共通の特徴を備えながらも、上記 2 点において、第Ⅰ期・前期の教科書に含まれていた問題点（先に整理した特徴(14)）を克服する可能性が具体的な形で示されている。

上記において見た通り、三輪三吉の提案においては、有理数の演算としての統一的な論理による説明の必要性については、第Ⅰ期・前期の教科書と共通する観点が設定されている。この点に加え、説明の具体的な形態に関連して、乗法、除法の定義に関して、独自の方法が提案されている点、除法の計算規則を導く説明においては、第Ⅰ期・前期の教科書に含まれていた問題点を克服する可能性が具体的な形で示されている点が注目される。

第Ⅰ期・後期および第Ⅱ期の教科書においては、上記の成果がどのような形で具体化されているか？ — この点については、本報告書に続く課題とする。

平成 17～19 年度 科学研究費補助金（基盤研究(C)）研究成果報告書

## 学校数学としての分数論の形成過程

— 明治期の算術教科書を対象として —

発行年月 2008（平成 20）年 3 月 25 日

編集・発行 研究代表者 岡野 勉

住 所 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地  
新潟大学教育人間科学部附属教育実践総合センター  
教育実践研究室

電 話 025 (262) 7093

M a i l okano@ed.niigata-u.ac.jp