

トランジスタモデルとその定数値のきめ方にあると考えられる。

表2は周波数変動率についての結果を示すが、この場合ほぼ満足な一致が得られた。

文 献

- (1) N. ボゴリュエボフ, Yu. ミトロポリスキー: "非線型振動論", 共立出版 (昭 43).

(昭和 46 年 2 月 12 日 受付)

UDC 513.712

混成木とその性質

仙石 正和 黒部 貞一 小川 吉彦

仙石正和, 黒部貞一, 小川吉彦: 正員 北海道大学工学部電子工学科

Hybrid Trees and Their Some Properties. By Masakazu SENGOKU, Teiichi KUROBE and Yoshihiko OGAWA, Members (Faculty of Engineering, Hokkaido University, Sapporo-shi, Japan 060).

論文番号: 昭 46-1291 [A-353]

木または補木はグラフ中における基本的概念であり、それぞれ独特の性質を持っている。小文は木と補木の中間の性質を有する混成木を定義し、混成木とグラフの道、閉路、カットセットとの関係を $\partial/\partial e_i$, $\int de_i$ などの演算を用いて述べたものである。

扱うグラフは連結、無向グラフとし、グラフ G の枝集合 E を二つの部分 E_y, E_z に分割し、 $E = E_y \cup E_z$, $E_y \cap E_z = \phi$ とするとき、混成木をつぎのように定義する。

【定義】 e_z, \bar{e}_z , ($\bar{e}_z = E_z - e_z$) をそれぞれ G のカットセット、閉路を含まない E_z の任意の部分集合とする。 \bar{e}_z を短絡除去、 e_z を開放除去したグラフの E_y の枝からなる木を t_y とするとき、 $e_z \cup t_y$ からなる部分グラフを G の E_y に関する混成木 (ht) という。

この定義で $\bar{e}_z \cup t_y = t$ (t はグラフ G の木) となっており、混成木は $ht = t \oplus E_z$ と表わされる。(\oplus はリングサム)。したがって G の混成木集合を HT とすると、

$$HT = \{ht | ht = t \oplus E_z, t \in T\} \quad (1)$$

また i を G の補木とすると、

$$HT = \{ht | ht = i \oplus E_y, i \in CT\} \quad (2)$$

となる。ただし T, CT はそれぞれ G の木、補木集合である。つぎに本文中で使用する演算記号^{*}, $\partial/\partial e_i$, $\int de_i$ を定義しておく。 G の部分グラフを g_i で示し枝の積の形で表わすものとし、 A, B を G の部分グラフからなる集合とする。また e_i は G の一つの枝とする。なお、 E_y または E_z からなる部分グラフも枝の積の形で表わし、それぞれ同記号 E_y, E_z で表わすものとする。

$$A * B = \{g_i \oplus g_j | g_i \in A, g_j \in B\} \quad (3)$$

$$\partial g_i / \partial e_i = \begin{cases} g_i \oplus e_i, & e_i \notin g_i \text{ のとき} \\ \phi, & e_i \in g_i \text{ " } \end{cases} \quad (4)^{(2)}$$

$$\partial A / \partial e_i = \{\partial g_i / \partial e_i | g_i \in A\} \quad (5)$$

$$\int g_i de_i = \begin{cases} g_i \cup e_i, & e_i \notin g_i \text{ のとき} \\ \phi, & e_i \in g_i \text{ " } \end{cases} \quad (6)$$

$$\int Ade_i = \left\{ \int g_i de_i | g_i \in A \right\} \quad (7)$$

$g_i = e_i, e_i, \dots, e_i$, とすると、

$$\partial A / \partial g_i = \partial A / \partial e_i \oplus \partial A / \partial e_i \oplus \dots \oplus \partial A / \partial e_i \quad (8)$$

$$\int Adg_i = \int Ade_i \oplus \int Ade_i \oplus \dots \oplus \int Ade_i \quad (9)$$

さて (3) を用いると式 (1), (2) はつぎのように表わされる。

$$HT = E_z * T = E_y * CT \quad (10)$$

これと同様に混成 k -木をつぎのように定義する。

$$HT_{v_1, v_2, \dots, v_k} = E_z * T_{v_1, v_2, \dots, v_k} \quad (11)$$

ここで v_i は節点集合の部分集合、 T_{v_1, v_2, \dots, v_k} は k -木集合である。

【補題】 $P_{z_{ij}}$ を節点 i, j 間の E_z の枝だけからなる一つの道とすると、 $HT_{i,j} = \int HT dP_{z_{ij}}$ である。

(証明) $P_{z_{ij}} = e_1 e_2 \dots e_n$, $P_{z_{ij}} \subset E_z$ とする。 $T_{i,j} = \partial T / \partial P_{z_{ij}}$ の関係を用いて、定義式 (11) から、

$$\begin{aligned} HT_{i,j} &= E_z * T_{i,j} = E_z * \partial T / \partial P_{z_{ij}} \\ &= E_z * [\partial T / \partial e_1 \oplus \partial T / \partial e_2 \oplus \dots \oplus \partial T / \partial e_n] \\ &= E_z * \partial T / \partial e_1 \oplus E_z * \partial T / \partial e_2 \oplus \dots \oplus E_z * \partial T / \partial e_n \end{aligned}$$

ところで、

$$E_z * \partial T / \partial e_i = \int E_z * T de_i = \int HT de_i, (\because e_i \in E_z)$$

ゆえに

$$\begin{aligned} HT_{i,j} &= \int HT de_1 \oplus \int HT de_2 \oplus \dots \oplus \int HT de_n \\ &= \int HT de_1 e_2 \dots e_n = \int HT dP_{z_{ij}} \end{aligned} \quad (9)$$

(\because 式 (9) から)。

【定理 1】 節点 i, j 間の一つの道を P_{ij} とすると、

$$\begin{aligned} HT_{i,j} &= \partial HT / \partial P_{y_{ij}} \oplus \int HT dP_{z_{ij}} \\ &= (\partial / \partial P_{y_{ij}} \oplus \int dP_{z_{ij}}) HT \end{aligned}$$

ただし、

$$P_{ij} = P_{y_{ij}} \cup P_{z_{ij}}^\dagger, P_{y_{ij}} \subset E_y, P_{z_{ij}} \subset E_z$$

(証明)

$$\begin{aligned} HT_{i,j} &= E_z * T_{i,j} = E_z * \partial T / \partial P_{ij} \\ &= E_z * \partial T / \partial P_{y_{ij}} \oplus E_z * \partial T / \partial P_{z_{ij}}, P_{y_{ij}} \not\subset E_z \end{aligned}$$

であるから、

$$E_z * \partial T / \partial P_{y_{ij}} = \partial E_z * T / \partial P_{y_{ij}} = \partial HT / \partial P_{y_{ij}}$$

また $P_{z_{ij}} \subset E_z$ であるから $P_{z_{ij}} = e_1 e_2 \dots e_k$ として補題の証明と同様に

$$E_z * \partial T / \partial e_i = \int HT de_i, (e_i \in E_z)$$

を用いると、

$$E_z * \partial T / \partial P_{z_{ij}} = \int HT dP_{z_{ij}}$$

となる。ゆえに、

$$\begin{aligned} HT_{i,j} &= \partial HT / \partial P_{y_{ij}} \oplus \int HT dP_{z_{ij}} \\ &= (\partial / \partial P_{y_{ij}} \oplus \int dP_{z_{ij}}) HT \quad (\text{証明終}) \end{aligned}$$

[†] 今後添字 y, z はそれぞれ E_y, E_z に含まれる枝のみからなる部分グラフを示すものとする。

定理1の道をカットセットに置きかえると、

[定理1] Q_{ij} を節点 i, j を分離する一つのカットセットとすると、

$$HT = \left(\frac{\partial}{\partial} Q_{zij} \oplus \int dQ_{yij} \right) HT_{i,j}$$

ただし $Q_{ij} = Q_{zij} \cup Q_{yij}$

定理1, 1' の操作の繰返しによりつぎの定理を得る。

[定理2(2')] $P_{i_n i_m}, Q_{i_n i_m}$ をそれぞれ節点 i_n, i_m 間の一つの道、節点 i_n, i_m を分離する一つのカットセットとすると、

$$HT_{i_1, i_2, \dots, i_k} = \left(\frac{\partial}{\partial} P_{y_{i_1 i_2}} \oplus \int dP_{z_{i_1 i_2}} \right) \left(\frac{\partial}{\partial} P_{y_{i_2 i_3}} \oplus \int dP_{z_{i_2 i_3}} \right) \dots \left(\frac{\partial}{\partial} P_{y_{i_{k-1} i_k}} \oplus \int dP_{z_{i_{k-1} i_k}} \right) HT$$

$$HT = \left(\frac{\partial}{\partial} Q_{z_{i_1 i_2}} \oplus \int dQ_{y_{i_1 i_2}} \right) \left(\frac{\partial}{\partial} Q_{z_{i_2 i_3}} \oplus \int dQ_{y_{i_2 i_3}} \right) \dots \left(\frac{\partial}{\partial} Q_{z_{i_{k-1} i_k}} \oplus \int dQ_{y_{i_{k-1} i_k}} \right) HT_{i_1, i_2, \dots, i_k}$$

ただし、

$$P_{i_n i_m} = P_{y_{i_n i_m}} \cup P_{z_{i_n i_m}}, \quad Q_{i_n i_m} = Q_{z_{i_n i_m}} \cup Q_{y_{i_n i_m}},$$

$$(1 \leq n \leq k-1, 2 \leq m \leq k)$$

また混成木集合とグラフ G の独立な閉路、カットセットとの間にはつぎの関係がある。

[定理3(3')] グラフ G の独立な閉路およびカットセットをそれぞれ $L_1, L_2, \dots, L_\rho, Q_1, Q_2, \dots, Q_\rho$ とする。(μ, ρ はそれぞれ G の零度、階数)

$$HT = \left(\frac{\partial}{\partial} L_{y_1} \oplus \int dL_{z_1} \right) \left(\frac{\partial}{\partial} L_{y_2} \oplus \int dL_{z_2} \right) \dots \left(\frac{\partial}{\partial} L_{y_\rho} \oplus \int dL_{z_\rho} \right) E_y$$

ただし、

$$L_i = L_{y_i} \cup L_{z_i}, \quad (1 \leq i \leq \rho)$$

$$HT = \left(\frac{\partial}{\partial} Q_{z_1} \oplus \int dQ_{y_1} \right) \left(\frac{\partial}{\partial} Q_{z_2} \oplus \int dQ_{y_2} \right) \dots \left(\frac{\partial}{\partial} Q_{z_\rho} \oplus \int dQ_{y_\rho} \right) E_z$$

ただし、 $Q_i = Q_{z_i} \cup Q_{y_i}, \quad (1 \leq i \leq \rho)$ (証明省略⁽³⁾)

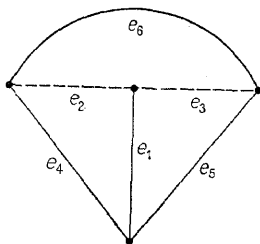


図1 混成グラフ
Fig. 1—Hybrid graph.

定理3(3')の例を示す。

[例題] 図1の混成グラフで、 $E = \{e_1 e_2 e_3 e_4 e_5 e_6\}$, $E_y = \{e_1 e_4 e_5 e_6\}$, $E_z = \{e_2 e_3\}$, $Q_1 = \{e_3 e_5 e_6\}$; $Q_{z_1} = \{e_3\}$ $Q_{y_1} = \{e_5 e_6\}$, $Q_2 = \{e_1 e_4 e_5\}$; $Q_{z_2} = \phi$ $Q_{y_2} = \{e_1 e_4 e_5\}$, $Q_3 = \{e_2 e_4 e_6\}$; $Q_{z_3} = \{e_2\}$ $Q_{y_3} = \{e_4 e_6\}$ とすると、

$$HT = \left(\frac{\partial}{\partial} Q_{z_1} \oplus \int dQ_{y_1} \right) \left(\frac{\partial}{\partial} Q_{z_2} \oplus \int dQ_{y_2} \right) \dots \left(\frac{\partial}{\partial} Q_{z_3} \oplus \int dQ_{y_3} \right) E_z$$

$$G_1 = \frac{\partial E_z}{\partial} Q_{z_1} \oplus \int E_z dQ_{y_1} = \frac{\partial \{e_2 e_3\}}{\partial} \{e_2\} \oplus \int \{e_2 e_3\} d e_4 e_6$$

$$= \{e_3, e_2 e_3 e_4, e_2 e_3 e_6\}$$

同様に

$$G_2 = \int G_1 dQ_{z_2} = \{e_1 e_3, e_3 e_4, e_3 e_5, e_1 e_2 e_3 e_4, e_1 e_2 e_3 e_5, e_2 e_3 e_4 e_6, e_2 e_3 e_5 e_6\}$$

$$HT = \frac{\partial E_z}{\partial} Q_{z_1} \oplus \int G_2 dQ_{y_1} = \{e_1, e_4, e_5, e_1 e_2 e_4, e_1 e_2 e_5, e_1 e_3 e_5, e_1 e_3 e_6, e_2 e_4 e_5, e_2 e_4 e_6, e_3 e_4 e_5, e_3 e_4 e_6, e_3 e_5 e_6, e_1 e_2 e_3 e_4 e_5, e_1 e_2 e_3 e_4 e_6, e_1 e_2 e_3 e_5 e_6\}$$

(例題終)

混成木は式(1),(2)から $E_z = \phi, E_y = \phi$ の場合それぞれ木、補木に一致することから木、補木は混成木の特別の場合と見なすこともできる。

最後に混成木に関してご討論いただいた東京工業大学の岸源也教授、梶谷洋司博士に感謝の意を表する。

文 献

- (1) 大附, 石崎, 渡部: “回路網解析と位相幾何学的自由度”, 信学論 (A), 51-A, 6, p. 238 (昭43-06).
- (2) W.K. Chen and S.K. Mark: “On the Algebraic Relationships of Trees, Co-Trees, Circuits and Cutsets of a Graph”, IEEE Trans., CT-16, p. 176 (May 1969).
- (3) 仙石, 小川, 黒部: “混合表現グラフの木、補木集合の代数的関係とそれによる能動回路解析”, 信学会回路とシステム理論研資 CT 70-27 (1970-10).

(昭和46年2月13日受付)

UDC 537.852.2 : 621.3.011.32].001.2

直線導線と円弧状導線間の
相互インダクタンスの解析
——二導線が接続されてい
ない場合——

武平 信夫

武平信夫: 正員 山口大学工学部電気工学科

An Analysis of Mutual Inductance between the Straight Conductor and the Conductor of Circular Arc —Case of Two Disconnected Conductors—. By Nobuo TAKEHIRA, Member (Faculty of Engineering, Yamaguchi University, Ube-shi, Japan 755).

論文番号: 昭 46-1292 [A-354]

前論文⁽¹⁾にひき続いて解析を行なう。前論文と本稿との相異点は図1に示すように、円弧状導線 C_2 が D 点からでなく、円周上の任意の点から始まることである。したがって中心角は $\theta - \theta_0$ となる。その他の記号はすべて前論文と一致するよう配慮した。特に説明を加えない場合は前論文と同一である。計算方法も同様であって、相互インダクタンスは次式となる。

$$M = \frac{\mu_0 r}{4\pi} (M_1 - M_2) \quad (1)$$

ただし、