

研究速報

M 元 PSK コヒーレント状態信号における信号の遷移確率を考慮した符号化変調方式

大嶽 貴寛^{†*} (学生員) 岡田 啓^{†**a)} (正員)
 山里 敬也^{††} (正員) 山崎 浩一^{†††} (正員)
 片山 正昭^{††} (正員)

Coded Modulation in Consideration of State of Signals for M -ary PSK Coherent Signals

Takahiro OTAKE^{†*}, Student Member, Hiraku OKADA^{†**a)},
 Takaya YAMAZATO^{††}, Kouichi YAMAZAKI^{†††}, and
 Masaaki KATAYAMA^{††}, Members

[†] 名古屋大学工学研究科電子情報システム専攻, 名古屋市
 Dept. of Electrical Eng. and Computer Science, Nagoya Uni-
 versity, Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya-shi, 464-8603 Japan

^{††} 名古屋大学エコトピア科学研究所, 名古屋市
 EcoTopia Science Institute, Nagoya University, Furo-cho,
 Chikusa-ku, Nagoya-shi, 464-8603 Japan

^{†††} 玉川大学工学部メディアネットワーク学科, 町田市
 Dept. of Media-Network Sciences, Tamagawa University, 6-
 1-1 Tamagawa-gakuen, Machida-shi, 194-8610 Japan

* 現在, 日本電気株式会社

** 現在, 新潟大学超域研究機構

a) E-mail: hiraku@m.ieice.org

あらまし 本論文では, M 元 PSK コヒーレント状態信号において, 量子最適受信機を用いた個別復調により古典的通信路行列を定め, これに符号化変調による誤り抑制手法を導入する. そして, 符号化変調の設計方法の提案及び特性評価を行う.

キーワード 量子情報通信, 量子測定通信路, M 元 PSK コヒーレント状態信号, トレリス符号化変調

1. まえがき

量子情報通信に基づく光通信は, 光通信の最終的な性能限界を達成できるもので, 将来の情報通信に用いられることが期待されている [1].

量子通信では, 量子信号検出において量子最適受信機による量子利得と, 量子通信路符号化において量子一括測定による量子利得の両方を得ることができる. 前者における従来の研究では, 特定の信号に対して測定過程を最適化してシンボル誤り率を最小化すること [1], [2] が検討されている. 後者では, 相互情報量を最大化すること [3] や, 実際に通信を行うのに必要とされる低い誤り率を達成するという観点での符号化に関する検討 [4], [5] も行われており, 量子一括測定による特性向上が示されている.

量子一括測定による符号化の量子利得を得ることを実現するためには数々の課題があり, 実現に向けた実験は行われているが (例えば [6]), 実用化のレベルに

達していないというのが現状である. そのため, 量子通信の実用化へのステップとして, 比較の実用化しやすい量子最適受信機による個別測定から本格的な開発が始まることも十分に考えられる.

そこで本論文では, 量子一括測定による符号化の量子利得を得ることで低い誤り率を達成するのではなく, 量子最適受信機を用いた量子測定通信路により古典的通信路行列を定め, 古典的符号化変調を適用してみるという, 半古典的手法により特性向上を図る. このようにすることで, 量子信号検出における量子利得のみは得ることができ, 更に古典的通信路行列を定めることで, 古典通信で用いられてきた誤り訂正手法を適用することが可能となる. 古典通信, 特に加法性白色ガウス雑音 (AWGN: additive white Gaussian noise) 通信路において符号化変調による信号の状態までを考慮した誤り訂正手法を適用することで, 情報レートが等しい無符号化信号よりビット誤り率特性を改善できることが示されている [7]. しかしながら, 量子最適受信機により得られる古典的通信路行列は AWGN 通信路とは異なる誤り特性をもっており, 必ずしも従来の手法がそのまま使えるとは限らない. 本論文では, 対称性を有しており, 符号化変調を適用するのに適していると思われる M 元 Phase Shift Keyed (PSK) コヒーレント状態信号 [2] を取り上げ, 符号化変調の具体的な設計方法の提案及び特性評価を行う.

2. M 元 PSK コヒーレント状態信号

本論文で想定している送信機は, 古典情報の送信シンボル $x_i \in X, i = 0, 1, \dots, M-1$ に対応する信号量子状態 $|\psi_i\rangle$ を送信する. 信号量子状態には, 次式で表される複素振幅 α の M 元 PSK コヒーレント状態信号を用いる.

$$|\psi_i\rangle = |\alpha \exp[j2\pi i/M]\rangle \quad (1)$$

なお, $j = \sqrt{-1}$ であり, α は複素数で $|\alpha|^2 = N_s$ とする. N_s は 1 信号当りの平均光子数を表す. 本論文では, 測定過程のみに主眼をおくため伝送路での雑音は考慮せず, 送信した信号をそのまま受信機に入力する. 受信機では, 決定作用素で表される測定・決定過程より受信シンボル $y_j \in Y, j = 0, 1, \dots, M-1$ を決定する. 決定作用素には, Square-Root Measurement (SRM) を用いる. SRM は M 元 PSK コヒーレント状態信号に対して最小シンボル誤りとなる最適決定作用素であることが示されている [1]. ここで次式を, M 通りの信号量子状態のすべての内積の組合せを各要素

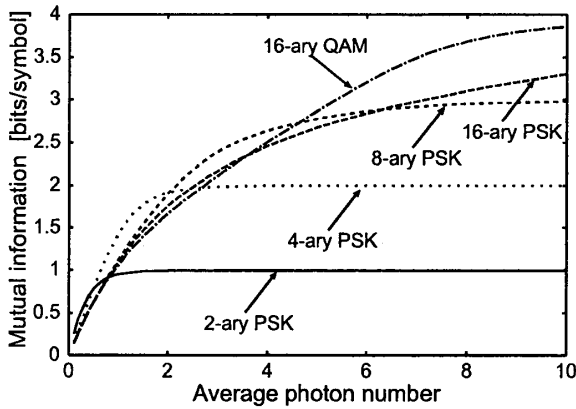


図1 M 元 PSK コヒーレント状態信号の相互情報量
Fig.1 The mutual information of M -ary PSK coherent state signals.

とする $M \times M$ の Gram 行列 G とする.

$$G = \begin{bmatrix} \langle \psi_0 | \psi_0 \rangle & \cdots & \langle \psi_0 | \psi_{M-1} \rangle \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle \psi_{M-1} | \psi_0 \rangle & \cdots & \langle \psi_{M-1} | \psi_{M-1} \rangle \end{bmatrix} \quad (2)$$

Gram 行列の行列平方根を $G^{1/2}$ とすると、この行列の i 行 j 列成分 $(G^{1/2})_{ij}$ の絶対値の 2 乗が送信シンボル x_i から受信シンボル y_j への遷移確率,

$$P(j|i) = |(G^{1/2})_{ij}|^2 \quad (3)$$

となる。 M 元 PSK コヒーレント状態信号の古典的通信路行列はこの遷移確率を成分としてもつ.

実際に通信を行う場合、送信シンボルはランダムに生起するため、送信シンボルの生起確率は等確率で $1/M$ である。このときの相互情報量は遷移確率 $P(j|i)$ を用いて次式となる.

$$I(X;Y) = \sum_{i=0}^{M-1} \frac{1}{M} \sum_{j=0}^{M-1} P(j|i) \log \left[\frac{P(j|i)}{\sum_{k=0}^{M-1} \frac{1}{M} P(j|k)} \right] \quad (4)$$

図 1 に、 $M=2,4,8,16$ の場合の 1 信号当りの平均光子数に対する相互情報量を示す。この図より、 M 元 PSK コヒーレント状態信号においても信号を多値化することで、等しい情報レートで等しい相互情報量を達成する最小の信号当りのエネルギーは理論的に減少することが分かる。よって符号化変調を適用する場合も、理論的にはビット誤り率特性を改善可能である。図 1 は相互情報量の最大化問題という観点で文献 [8] など

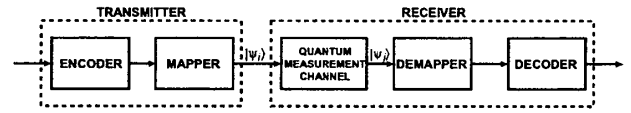


図 2 送受信機構成
Fig.2 Transmitter and receiver structure.

で報告されているが、実は符号化変調が有効かもしれないことを意味していたことになる。なお、相互情報量が 1 の場合、信号の多値数を $M = 2$ から $M = 4$ に増加させることで特性が向上するが、 $M = 4$ から $M = 8, 16$ に増加させると特性が劣化する。相互情報量が 2 の場合も、同様の傾向が見られる。古典通信の AWGN 通信路の場合、信号の多値数を増加させても特性が劣化することはないため [7]、 M 元 PSK コヒーレント状態信号はこの点においても異なる特徴を有しているといえる。

3. 適用する符号化変調方式

3.1 送受信機モデル

図 2 に、送受信機モデルを示す。送信機では送信情報系列を、符号化率 $R_c = k/n$ の畳込み符号器を用いて、 k ビットごとを n ビットの符号語に符号化する。なお、 $M = 2^n$ である。符号器から出力される符号語は、 M 元 PSK コヒーレント状態信号の信号量子状態 $|\psi_i\rangle$ に後述する割り当て方法に従って 1 対 1 に対応するようにマップで割り当てられる。ここで、 $i = 0, 1, \dots, M-1$ である。受信機では式 (3) の SRM による測定・決定過程より、信号量子状態 $|\psi_j\rangle$ を得る。 $j = 0, 1, \dots, M-1$ である。デマップで $|\psi_j\rangle$ より n ビットの受信符号語を個々の信号量子状態ごとに割り当てる。得られた符号語の系列に対してビタビ復号を行い、受信情報系列を得る。

3.2 集合分割と信号割当の基本方針

本論文では、適用する符号化変調として、古典通信で用いられているトレリス符号化変調を用いる。このトレリス符号化変調では、信号間距離を表すユークリッド距離に基づいた集合分割により信号間距離の大小を規定して、信号の状態を考慮した符号化を可能とする。そして受信機では、通信路の出力値と信号点のユークリッド距離から求めるメトリックを用いて軟判定復号することにより、ビット誤り率特性を改善できる。

本論文では M 元 PSK コヒーレント状態信号を量子状態のまま復号するのではなく、個別復調して受信符号語を得てから古典的手法であるビタビ復号を行う。

このため、量子状態における信号間距離をそのまま使うのではなく、個別復調により得られる $M \times M$ の古典的通信路行列を利用して信号間距離に相当するものを定める方が自然であると考えられる。また、ビタビ復号器への入力は硬判定値になってしまうため、メトリックの計算方法を検討する必要がある。そこで本論文では、古典的通信路行列に基づいて集合分割を行うことで、信号間距離の大きさを規定する。AWGN 通信路の集合分割では、分割の際に各々の部分集合に含まれる信号点間の最小距離が単純に増大するように分割するが、本論文では、分割の際に部分集合に含まれる信号間の最大の遷移確率が単純に減少するように分割する。符号語の信号割当は、AWGN 通信路の場合と同様に、同じ状態から分岐、併合する状態遷移に一つの部分集合を割り当てる。トレリス線図が平行な状態遷移を含む場合は、部分集合内で信号間の遷移確率が最小となる信号を割り当てる。

受信機での誤り訂正復号では、ビタビ復号による最ゆう復号を行う。量子測定通信路は遷移確率 $P(j|i)$ のみで表されるため、復号時に用いる枝メトリック BM には次式の $P(j|i)$ の対数ゆう度メトリックを用いる。

$$BM = -\log P(j|i) \tag{5}$$

3.3 具体的構成例

具体的構成例として、情報レートが1信号当り2ビットの8元PSKコヒーレント状態信号で、誤り抑制効果の異なる2通りの符号化を検討する。送信機での符号化に、情報ビットの2ビット中1ビットを符号化率 $R_c = 1/2$ 、拘束長 K の畳込み符号で符号化して、残りの1ビットは符号化を行わない無符号化ビットを含む場合と、すべての情報ビットを符号化率 $R_c = 2/3$ 、拘束長 K の畳込み符号で符号化する無符号化ビットを含まない場合について検討する。前節で述べた基本方針に従い、AWGN 通信路における集合分割、信号割当の方法 [7] に沿って説明する。

8元PSKコヒーレント状態信号の、任意の信号量子状態の位相差に対する式(3)の遷移確率を図3に示す。図3には、1信号当りの平均光子数 $N_s = 1, 3, 5$ の場合の遷移確率を示している。この遷移確率を基に集合分割を行うと、図4のようになる。1回目の集合分割は、8個の信号を2個の部分集合に分割する (B_0, B_1)。この部分集合は、最も誤りやすい位相差が $\pi/4$ の信号を含まない。2回目の集合分割は、部分集合内の信号を位相差が $\pi/2$ の信号を含まないように分割す

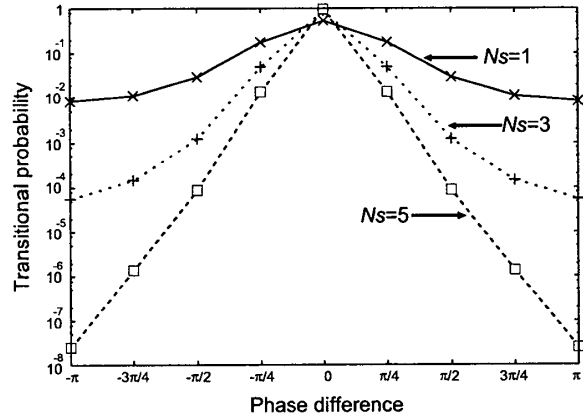


図3 8元PSKコヒーレント状態信号の位相差に対する遷移確率
Fig. 3 Transitional probability versus phase difference of 8-ary PSK coherent state signals.

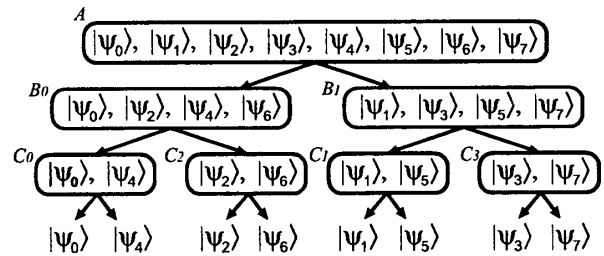


図4 8元PSKコヒーレント状態信号の集合分割
Fig. 4 Set partitioning of 8-ary PSK coherent state signals.

る (C_0, C_1, C_2, C_3)。3回目の集合分割で各信号にまで分けられる。

図5(a)に4状態における8元PSKコヒーレント状態信号でのトレリス線図を示す。このトレリス線図は無符号化ビットを含む場合であり、平衡遷移が存在する。無符号化ビットの誤りを抑制するため、無符号化ビットのみが異なる符号語に対応する平行遷移に、 C_0, C_1, C_2, C_3 のいずれかを割り当てる。また、ある状態から分岐、ある状態へ併合する枝に対しては $B_0(C_0, C_2)$ または $B_1(C_1, C_3)$ のいずれかを割り当てる。これにより、信号割り当てによる誤り抑制効果が高くなる。

8状態における8元PSKコヒーレント状態信号でのトレリス線図を図5(b)に示す。このトレリス線図は無符号化ビットを含まない場合であり、平衡遷移が存在しない。この場合も、ある状態から分岐、ある状態へ併合する枝に対しては B_0 または B_1 のいずれかを割り当てる。無符号化ビットを含まない場合は、すべての情報系列を誤り訂正符号化するため、誤り訂正符号による誤り抑制効果は高くなる。しかしながら、

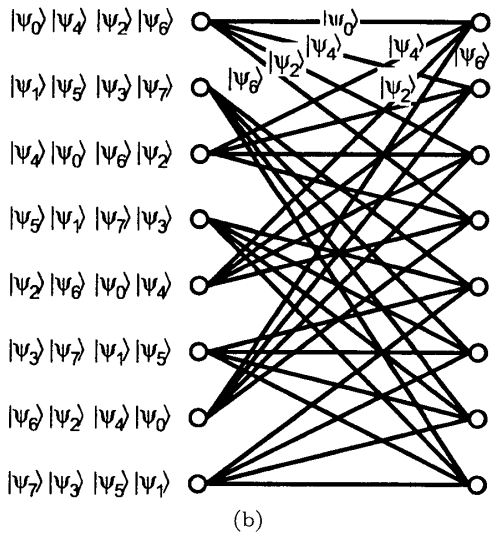
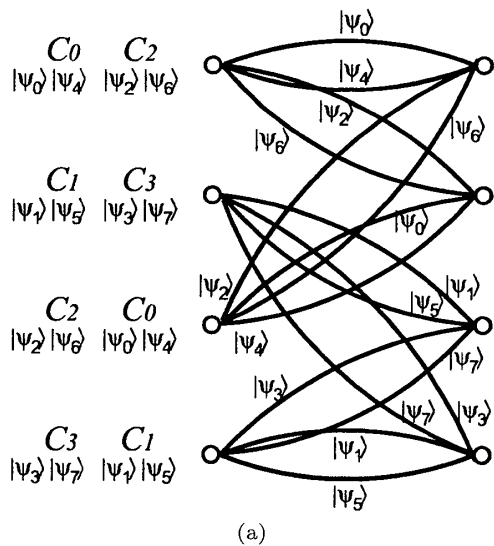


図5 情報レートが1信号当り2ビットの8元PSKコヒーレント状態信号におけるトレリス線図, (a) 無符号化ビットを含む, (b) 無符号化ビットを含まない
 Fig. 5 The trellis diagram of 8PSK coherent state signal, 2 bits/signal, (a) with uncoded bit, (b) w/o uncoded bit.

符号語の誤りやすさにばらつきが生じないため, 信号割当による誤り抑制効果は低くなる.

4. 数値例

情報レートが1信号当り2ビットで, 8元PSKコヒーレント状態信号を用いる場合の平均ビット誤り率特性の数値例について, 計算機シミュレーションと解析的に導出する下界で評価する. 情報系列長は512 bits, 畳込み符号の拘束長は $K = 5$ とする.

無符号化ビットを含む場合の下界は, 無符号化ビットのビット誤り率の解析値を示している. すなわち, 図5(a)の平行する枝の誤り率である. 無符号化ビットを含まない場合の下界はある状態からいったん分岐

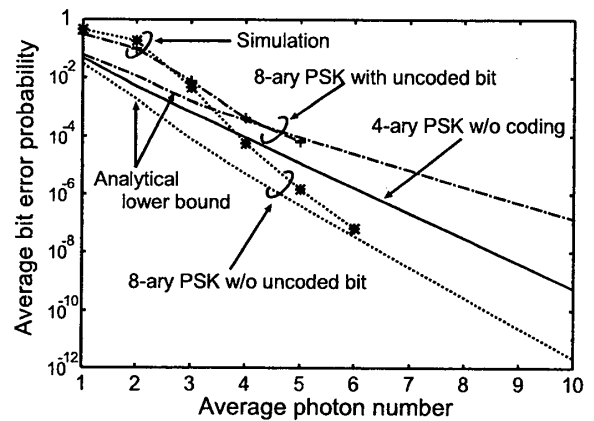


図6 8元PSKコヒーレント状態信号の平均ビット誤り率
 Fig. 6 The average bit error rate of 8-ary PSK coherent state signals.

して何回か遷移した後に併合するパスのうち, もっとも誤りやすいパスからペアワイズ誤り率を求め, これをこのパスで誤っている情報ビット数で割ったものを平均ビット誤り率の下界とする. 具体的には以下のとおりである. 式(5)の枝メトリック BM を用いて B 本の枝のパスメトリック PM は次式となる.

$$PM = \sum_{m=1}^B BM_m \tag{6}$$

$m = 1, 2, \dots, B$ である. トレリス線図において, 送信情報系列がすべて0の場合のパスを all-zero パスとして, そのパスメトリックを PM_{zero} とする. 最も誤りやすいパスは, all-zero パスから分岐して, B 回の遷移の後に併合するパスの中で, 式(6)のパスメトリックが最小のパスである. これを最小メトリックパスとしてそのパスメトリックを PM_{min} とする. このとき, 最小メトリックパスのパスメトリック PM_{min} が all-zero パスのパスメトリック PM_{zero} より大きくなる確率を求めることで, ペアワイズ誤り率を求め, これを枝当りの情報ビットで割ったものは, 平均ビット誤り率の下界とみなすことができる. なお, 下界の導出に用いる最小メトリックパスは, all-zero パスから分岐して拘束長の3倍以内で併合するパスの中から求めている.

1信号当りの平均光子数 N_s に対する平均ビット誤り率特性を図6に示す. 比較のため, 情報レートが等しい無符号化4元PSKコヒーレント状態信号の平均ビット誤り率の理論値も示している. 無符号化ビットを含む場合, 解析値より無符号化ビットのビット誤り率が無符号化4元信号より高くなる. そのため, 古典

通信における AWGN 通信路の場合とは異なり，無符号化ビットに最も誤りにくい信号を割り当てても，無符号化ビットによる誤りが支配的になり，全体のビット誤り率特性が改善しない．無符号化ビットを含まない場合は，ビット誤り率特性を改善できている．数値例より，古典通信における AWGN 通信路のように誤り訂正符号の効果を下げて信号割当による誤り抑制効果を高くするのではなく，信号割当の効果を下げて，すべての情報系列を誤り訂正符号化しなければビット誤り率特性は改善しないことが分かる．

5. む す び

本論文では， M 元 PSK コヒーレント状態信号において，量子最適受信機を用いた量子測定通信路により古典的通信路行列を定め，古典的符号化変調を適用することで誤り率向上を図った．上記手法に適用する符号化変調の設計方法を提案し，ビット誤り率特性について評価した．信号間の遷移確率を基に集合分割することに加えて，すべての情報系列を誤り訂正符号化することで，ビット誤り率特性が改善することを示した．また，古典通信の AWGN 通信路とは異なり，無符号化ビットを含むような符号化は改善効果が期待できないことが分かった．

なお本論文では，測定過程における量子雑音による影響に主眼をおくため，伝送路の雑音は考慮していないが，伝送路での雑音を考慮した場合でも，古典的通信路行列が求まれば本論文の手法を適用することは可能であると予想される．

謝辞 本研究の一部は，文部科学省 21 世紀 COE プログラム「先端プラズマ科学が拓くナノ情報デバイ

ス」の助成を受けて行われたものである．記して謝意を表する．

文 献

- [1] M. Ban, K. Kurokawa, R. Momose, and O. Hirota, "Optimum measurement for discrimination among symmetric quantum states and parameter estimation," *Int. J. Theor. Phys.*, vol.36, pp.1269–1288, 1997.
- [2] K. Kato, M. Osaki, M. Sasaki, and O. Hirota, "Quantum detection and mutual information for QAM and PSK signals," *IEEE Trans. Commun.*, vol.47, no.2, pp.248–254, Feb. 1999.
- [3] M. Sasaki, K. Kato, M. Izutsu, and O. Hirota, "Quantum channel showing superadditivity in classical capacity," *Phys. Rev. A*, vol.58, pp.146–158, July 1998.
- [4] 加藤研太郎, "エンタングルメント復号を持つ古典-量子通信路の符号化," 第 5 回量子情報技術研究会, QIT2001-28, pp.153–158, Nov. 2001.
- [5] 林 祐一, 宇佐見庄五, 臼田 毅, 内匠 逸, "古典線形符号による誤り率基準に基づく符号化の量子利得について," 情報理論とその応用シンポジウム, pp.783–786, 2001.
- [6] M. Takeoka, M. Fujiwara, J. Mizuno, and M. Sasaki, "Implementation of generalized quantum measurements: Superadditive quantum coding, accessible information extraction, and classical capacity limit," *Phys. Rev. A* 69, 052329, May 2004.
- [7] G. Ungerboeck, "Channel coding with multi-level/phase signals," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. IT-28, pp.55–67, Jan. 1982.
- [8] 臼田 毅, 内匠 逸, 中野良平, 畑 雅恭, "M 元量子信号の相互情報量の特性," 第 3 回量子情報技術研究会, QIT2000-6, pp.25–30, 2000.

(平成 18 年 3 月 28 日受付, 8 月 11 日再受付,
11 月 1 日最終原稿受付)