

クロススケログラムによる推移量推定

正 員 中 静 真[†] 正 員 菊 池 久和^{††}
 正 員 石 井 郁夫[†] 正 員 牧 野 秀夫[†]

Displacement Estimation by Cross-Scalograms

Makoto NAKASHIZUKA[†], Hisakazu KIKUCHI^{††}, Ikuro ISHII[†]
 and Hideo MAKINO[†], *Members*

あらまし 本論文では、ウェーブレット変換による推移量推定法を提案する。推移量とは、ずれが生じている二つの信号の間で位置ずれの距離として定義される。本推定法は、位相の線形性を用いるために、1 サンプル周期以下の推移に対しても正確に推移量を推定することができる。また、ウェーブレット関数系が空間上で局在する性質をもつことから、推移量が座標の関数として変化する場合にも適用することができる。本論文では、信号の連続ウェーブレット変換の位相差から推移量を推定する。はじめに、連続ウェーブレット変換の位相を、座標の変化に対して、ウェーブレット関数の中心周波数に比例して変化する要素と、それ以外の要素に分離する。二つの信号のウェーブレット変換の位相差においては、前者の差が推移量を表し、後者の差は推定誤差となる。そこで、推移量推定を行う座標で、推定誤差の分布範囲が最小となるスケールを選択する。また、二つの信号のウェーブレット変換から、位相差を位相としてもつ量、クロススケログラムを定義している。最後にシミュレーションにより、本論文で提案した推定法の有効性を確認している。

キーワード ウェーブレット変換, 推移, スケログラム

1. ま え が き

ステレオ法による3次元計測⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾、二つの画像の位置合せ (registration)⁽⁵⁾、動画の動き解析などの応用では、二つの画像の位置ずれを計測することが不可欠な技術となっている。例えばステレオ法による3次元計測では、二つのカメラに投影された対象物体上の特徴点の位置ずれを二つの画像から計測することにより、奥行の測定を行う⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾。

信号の位置ずれを測定する方法は大きく三つに分類することができる。第1の方法は、特徴点抽出による方法⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾である。これは、二つの信号に対し別々に特徴点を抽出し、一つの特徴点から他方の信号に対応する特徴点を検索して距離を測定する方法である。特徴点としては、帯域通過信号のゼロ交差がよく用いられている⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾。特徴点抽出による方法では、複雑な構造をもつ信号、すなわち特徴点を密にもつ信号では、対

応する可能性のある特徴が多く現れ、対応付けを誤る危険性が増加する。逆に特徴点が疎に分布する信号では、空間上で高い密度で位置ずれの距離を得ることができない。

第2の方法として、二つの画像の相互相関関数を用いる方法がある^{(1),(9)}。この方法では、サンプル間を補間しない場合、1ピクセル以下のずれを測定することができない。第3に、相互相関関数のフーリエ変換から得られるクロススペクトル⁽⁹⁾を用いる方法がある。これは、フーリエ変換の位相差がクロススペクトルの位相となることを利用している。フーリエ変換の推移則より、位相差が信号のずれを表す。しかしながら、フーリエ変換の基底関数である複素正弦波が空間上で無限の広がりをもつために、フーリエ係数からは、信号の位置に関する情報が失われる。従って、位置ずれが空間上で一定でない場合、ずれの変化を測定することが不可能である。

一方、非定常信号の解析法としてウェーブレット変換⁽⁶⁾⁻⁽⁸⁾が注目されている。複素関数を基本ウェーブレット関数として用いたウェーブレット変換では位相を定義することができ、位相から時間、座標の変化を観

[†] 新潟大学工学部情報工学科, 新潟市

^{††} 新潟大学工学部電気電子工学科, 新潟市

Faculty of Engineering, Niigata University, Niigata-shi, 950-21
 Japan

測することができる⁽⁸⁾。従って、クロススペクトルと同様の定義を行うことで、位相から位置ずれを推定することが期待できる⁽⁹⁾。更に、基底関数であるウェーブレット関数が時間軸上、若しくは空間上で局在するために、信号の局所的なずれを推定することが期待できる。

そこで、本論文では、信号に生じるずれを1次元連続関数により推移量として定式化した後、複素ウェーブレット変換の位相を用いた推移量推定法を提案する。

提案する推定法は、特徴点抽出を行わないために、対応付けを誤ることがない。また、空間上のすべての座標で位置ずれを計測できる。更に、座標に対する位相の線形性により、補間を用いなくても1サンプル周期以下のずれも推定できる。

本論文では、2.で、ステレオ法による奥行推定の例を挙げ、問題の定式化と推移量の定義を行う。3.では複素ウェーブレット変換の位相微分の性質について説明する。4.では、位相微分の性質から、位相差が推移量を示すことを説明する。二つの信号のウェーブレット変換の位相差を表す量としてクロススケログラム⁽⁹⁾を定義する。ウェーブレット変換では変数として座標とスケールを与えるが、推移量が一定の場合について推定誤差の分布を最小とするためのスケールの選択方法を提案する。また、提案するスケール選択法を線形関数、区分的に線形な関数で与えられる推移量の推定に適用した場合に発生する誤差について説明する。

5.では、提案した方法のシミュレーションを行い、推移量が一定の場合と変化する場合のいずれでも推移量推定が行えることを示す。6.で、以上をまとめ、今後の課題について述べる。

2. 問題の定式化

2次元画像からの3次元計測の手法として、ステレオ画像からの解析法^{(1)~(4)}がよく知られている。これは、図1に示すように、二つの異なる位置からの測定対象の画像から、測定対象の3次元形状を測定する方法である。二つの画像を横切る水平面で、二つの画像から図2に示されるような1次元信号が得られる。この二つの信号から特徴点を抽出し、対応付けを行った後、対応する特徴点同士のずれ (disparity) を測定する。測定距離から三角測量の手法により、奥行を計測することができる。

重なりや隠れ (occlusion) が発生しないと仮定すると、一つの信号のある特徴点に対応する点が他方の信

号に必ず1点だけ存在する。また、対応する特徴点の発生する順番は、二つの信号で同一である。そこで、1次元連続関数により二つの信号を表現した場合、ある任意の信号 $u(x)$ に対して、位置ずれが生じている信号 $v(x)$ を、単調増加関数 $d(x)$ により

$$v(x) = u(d(x)) \tag{1}$$

と定義することができる。座標 x における位置ずれの距離は

$$\Delta(x) = x - d(x) \tag{2}$$

と表現することができる。 $\Delta(x)$ を推移量と呼ぶ。本論文では、最も単純な場合である定数の推移量を、連続ウェーブレット変換を用いて推定する方法を提案する。また、それを線形関数と区分的線形関数に適用した場合の誤差発生について検討する。

3. ガボールウェーブレット変換の位相微分

本論文では、座標 x に関する畳込み積分

$$f * g(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x-y)f(y)dy \tag{3}$$

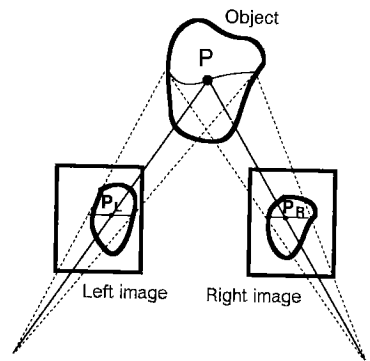


図1 ステレオ法による3次元計測

Fig.1 The measurement of structure from spatially separated cameras.

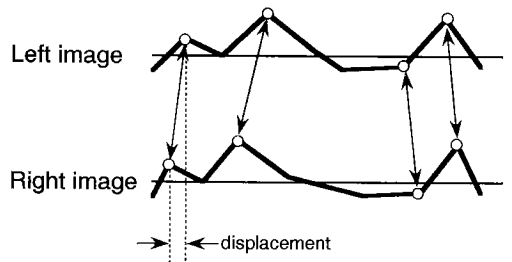


図2 二つの画像間での特徴点の対応付け

Fig.2 Image matching between the right and the left image.

から、信号 $f(x)$ の連続ウェーブレット変換^{(6),(7)}を

$$W_a(x) = f * \Psi_a^*(x) \quad (4)$$

と定義する。肩符*は複素共役を示す。ここで信号 $f(x)$ は2乗可積分関数である。 $\Psi_a(x)$ はウェーブレット関数系を示し、基本ウェーブレット関数 $\Psi_a(x)$ より、スケール a によるスケール変換

$$\Psi_a(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi\left(\frac{x}{a}\right) \quad (5)$$

から生成される。

本論文では、ガウス関数に複素正弦波を乗じた関数、すなわちガボール関数^{(6)~(9)}

$$\Psi(x) = \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \exp(-j\omega x) \quad (6)$$

を基本ウェーブレット関数として用いる。

ガボールウェーブレットは複素関数であるために位相 $\phi_a(x)$ が定義できる。位相 $\phi_a(x)$ の座標 x に関する微分は

$$\frac{d}{dx} \phi_a(x) = \frac{d}{dx} \tan^{-1} \left[\frac{\Psi_a^{(I)}(x)}{\Psi_a^{(R)}(x)} \right] \quad (7)$$

である。ここで肩符 (R) , (I) はそれぞれ関数の実部、虚部を示す。位相を単調増加関数として定義するため、 x_0 で $\phi_a(x_0) = 0$ として

$$\phi_a(x) = \int_{x_0}^x \frac{d}{dy} \tan^{-1} \left[\frac{\Psi_a^{(I)}(y)}{\Psi_a^{(R)}(y)} \right] dy \quad (8)$$

とする。すると、

$$\phi_a(x) = -\frac{\omega}{a}(x - x_0) \quad (9)$$

と表すことができ、座標 x に対して線形に変化することがわかる。また、ガボールウェーブレット変換の位相 $\Phi_a(x)$ も、信号がデルタ関数の場合にはウェーブレット変換 $W_a(x)$ がウェーブレット関数 $\Psi_a(x)$ の複素共役と一致するために

$$\frac{d\Phi_a(x)}{dx} = \frac{\omega}{a} \quad (10)$$

となり、ウェーブレット関数と同じく座標 x の変化に対してウェーブレット関数の中心周波数 ω/a に比例して変化する。以下、本章ではデルタ関数以外の任意の信号 $f(x)$ について、ガボールウェーブレット変換の位相微分の性質を導く。

ウェーブレット変換の位相微分は逆正接の微分より、

$$\frac{d\Phi_a(x)}{dx} = \frac{W_a^{(R)}(x) \frac{dW_a^{(I)}(x)}{dx} - \frac{dW_a^{(R)}(x)}{dx} W_a^{(I)}(x)}{(W_a^{(I)}(x))^2 + (W_a^{(R)}(x))^2} \quad (11)$$

と与えられる。上式の分母はウェーブレット変換の2

乗振幅値と一致する。特に $f(x)$ が実信号の場合、ウェーブレット変換の実部と虚部はそれぞれ

$$W_a^{(R)}(x) = f * \Psi_a^{*(R)}(x) \quad (12a)$$

$$W_a^{(I)}(x) = f * \Psi_a^{*(I)}(x) \quad (12b)$$

と表現できる。式(11)に式(12)を代入すると

$$\frac{d\Phi_a(x)}{dx} = \frac{\omega}{a} + \mu_a(x) \quad (13)$$

但し

$$\mu_a(x) = \frac{1}{a^2} \left[\frac{W_a^{(I)}(x)H_a^{(R)}(x) - W_a^{(R)}(x)H_a^{(I)}(x)}{|W_a(x)|^2} \right] \quad (14)$$

を得る。ここで $H_a(x)$ は

$$H_a(x) = f * \eta_a^*(x) \quad (15)$$

であり、

$$\eta_a(x) = \frac{x}{a} \Psi_a(x) \quad (16)$$

である。式(13)から、位相 $\Phi_a(x)$ は、 x_0 で $\Phi_a(x_0) = 0$ なら、

$$\Phi_a(x) = \frac{\omega}{a}(x - x_0) + \int_{x_0}^x \mu_a(y) dy \quad (17)$$

と二つの項に分離して表現することができる。右辺第1項は、ウェーブレット関数の中心周波数 ω/a と座標 x によって決まり、信号に依存しない項である。右辺第2項は信号 $f(x)$ によって変化する。当然、信号 $f(x)$ がデルタ関数の場合、右辺第2項はゼロとなる。

$\mu_a(x)$ を変形して

$$\mu_a(x) = \frac{1}{a} \frac{|H_a(x)|}{|W_a(x)|} \cos\left(\theta_a(x) - \Phi_a(x) + \frac{\pi}{2}\right) \quad (18)$$

と表現する。ここで $\theta_a(x)$ は $H_a(x)$ のスケール a 、座標 x での位相を表す。

$\Psi_a(x)$ と $\eta_a(x)$ は、スケール a が等しい場合、互いに直交する。そのため、原信号 $f(x)$ の2乗ノルム $\|f\|$ と $W_a(x)$, $H_a(x)$ には

$$\|f\|^2 \geq \frac{|W_a(x)|^2}{\|\Psi_a\|^2} + \frac{|H_a(x)|^2}{\|\eta_a\|^2} \quad (19)$$

の関係がある。ここで $\|\cdot\|$ は関数の2乗ノルムを示している。等号が成立するのは、 y を変数として $f(x-y)$ が $\Psi_a(y)$ と $\eta_a(y)$ の1次従属となる場合である。また、 $\|\Psi_a\|$ と $\|\eta_a\|$ は a によらず定数となる。

式(19)より、 $|H_a(x)|$ の分布範囲は

$$|H_a(x)| \leq \|\eta_1\| \sqrt{\|f\|^2 - \frac{|W_a(x)|^2}{\|\Psi_1\|^2}} \quad (20)$$

となる。位相 $\Phi_a(x)$ と $\theta_a(x)$ は振幅に対して無関係な値をとり得るために、 $\mu_a(x)$ の分布範囲は

$$|\mu_a(x)| \leq \frac{1}{a} \|\eta_1\| \sqrt{\frac{\|f\|^2}{|W_a(x)|^2} - \frac{1}{\|\Psi_1\|^2}} \quad (21)$$

と表すことができる。

位相微分の二つの項、信号に依存しない項 ω/a と $\mu_a(x)$ の比 $R_a(x)$ を

$$R_a(x) = \frac{|\mu_a(x)|}{\omega/a} \tag{22}$$

とすると、その範囲は

$$|R_a(x)| \leq \frac{1}{\omega} \|\eta_1\| \sqrt{\frac{\|f\|^2}{|W_a(x)|^2} - \frac{1}{\|\Psi_1\|^2}} \tag{23}$$

と与えられる。ある座標 x におけるウェーブレット変換 $W_a(x)$ の振幅が増加するにつれ、 $R_a(x)$ の上限が減少する。従って、位相はウェーブレット関数の中心周波数 ω/a によって支配されるようになる。平方根の中の定数を無視すれば

$$M = \|\eta_1\| \|f\| \tag{24}$$

より、 $|R_a(x)|$ の上界を

$$|R_a(x)| < \frac{1}{\omega} \frac{M}{|W_a(x)|} \tag{25}$$

と与えることができる。式(23)、式(25)ともに $|W_a(x)|$ の増加と共に右辺が減少し、 $|W_a(x)|$ が最大のとき $|R_a(x)|$ の分布範囲が最小となる。

4. クロススケログラムによる推移量推定

本章では、前章で説明したガボールウェーブレット変換の位相微分の性質から推移量を推定する。本章では推移量が一定で、二つの信号 $u(x), v(x)$ の関係が

$$v(x) = u(x + \Delta) \tag{26}$$

で示される場合に誤差分布を最小とする推定法を提案し、それを1次関数、線形区分関数に適用した場合に発生する誤差について説明する。

$u(x)$ のウェーブレット変換結果を $U_a(x), v(x)$ のウェーブレット変換を $V_a(x)$ とする。連続ウェーブレット変換はシフト不変な線形変換であるため

$$V_a(x) = U_a(x + \Delta) \tag{27}$$

の関係がある。 $u(x)$ がデルタ関数の場合、ガボールウェーブレット変換の位相 $\Phi_a^u(x), \Phi_a^v(x)$ は、それぞれ

$$\Phi_a^u(x) = \frac{\omega}{a}(x - x_0) \tag{28a}$$

$$\Phi_a^v(x) = \frac{\omega}{a}(x + \Delta - x_0) \tag{28b}$$

となる。従って、位相差 $\Delta\Phi_a^{uv}(x)$ は

$$\Delta\Phi_a^{uv}(x) = \frac{\omega}{a}\Delta \tag{29}$$

と計算され、位相差を ω/a で規格化することにより推移量 Δ を求めることができる。そこで、二つのウェー

レット変換の位相差を位相にもつ量として、二つの信号のウェーブレット変換より

$$C_a^{uv}(x) = U_a^*(x) V_a(x) \tag{30}$$

を定義する。これをスケログラム⁽⁸⁾、クロススペクトルとの対応から、クロススケログラム⁽⁹⁾と呼ぶ。 $u(x)$ と $v(x)$ が一致する場合、クロススケログラムがスケログラム⁽⁸⁾に一致する。

信号がデルタ関数の場合、クロススケログラムの位相を ω/a で規格化した値は、常に推移量 Δ と一致する。デルタ関数以外の一般の信号では、前章で示した座標 x ごとに、推移量に対して相対誤差が最小となるスケールを選択し推移量を求める。信号 $u(x), v(x)$ のガボールウェーブレット変換の位相 $\Phi_a^u(x), \Phi_a^v(x)$ は、 x_0 でともに 0 とすると式(13)の位相微分より、

$$\Phi_a^u(x) = \frac{\omega}{a}(x - x_0) + \int_{x_0}^x \mu_a(y) dy \tag{31a}$$

$$\Phi_a^v(x) = \frac{\omega}{a}(x + \Delta - x_0) + \int_{x_0}^{x+\Delta} \mu_a(y) dy \tag{31b}$$

と表現できる。クロススケログラムの位相 $\Phi_a^{uv}(x)$ は

$$\Phi_a^{uv}(x) = \frac{\omega}{a}\Delta + \int_x^{x+\Delta} \mu_a(y) dy \tag{32}$$

となる。これを ω/a で規格化した値を推移量の推定値とする。ここで、右辺第1項は信号に依存することがなく推移量を示す。右辺第2項は、推定値と真値との差、すなわち推定誤差を表す。真値と推定誤差の比、すなわち相対誤差を

$$R_a^{uv}(x) = \frac{a}{\Delta\omega} \left| \int_x^{x+\Delta} \mu_a(y) dy \right| \tag{33}$$

とすると、 $R_a^{uv}(x)$ は式(25)で示した上界より

$$R_a^{uv}(x) < \frac{M}{\Delta\omega} \int_x^{x+\Delta} \frac{1}{|U_a(y)|} dy \tag{34}$$

で示される範囲の値となる。相対誤差の分布を最小とするために、推移量を求める座標 x ごとに式(34)の左辺を最小とするスケール a を選ぶ。しかしながら、推移量 Δ が未知であるために、式(34)の右辺を計算しながらスケールを選択することは不可能である。そこで、積分を台形近似により、式(34)の右辺、すなわち推定誤差の比の上界 $R_{\max}^{uv}(a, x)$ を、

$$R_{\max}^{uv}(a, b) \approx \frac{M}{2\omega} \left(\frac{1}{|U_a(x)|} + \frac{1}{|V_a(x)|} \right) \tag{35}$$

と近似し、これを最小とするスケールを選ぶ。右辺は、ウェーブレット変換の振幅で決まり、推移量は直接関係しないことがわかる。

以上では、推移量が定数の場合についてスケール選

扱法を述べた。次に信号 $u(x)$ と $v(x)$ が

$$v(x) = u(ax + \Delta) \quad \text{但し } a > 0 \quad (36)$$

で示される関係にあり、推移量が座標 x の線形関数となる場合について検討する。ガボールウェーブレット変換 $V_a(x)$ と $U_a(x)$ には

$$V_a(x) = \sqrt{a} U_{aa}(ax + \Delta) \quad (37)$$

の関係がある。クロススケログラムの位相は、位相 $\Phi_a^u(x)$, $\Phi_a^v(x)$ の位相差を表し、

$$\begin{aligned} \Phi_a^{uv}(x) = & [\Phi_a^v(ax + \Delta) - \Phi_a^u(x)] \\ & + [\Phi_a^v(ax + \Delta) - \Phi_a^u(ax + \Delta)] \quad (38) \end{aligned}$$

と二つの項に分離して表現することができる。右辺第1項は同一スケールで座標の変化による位相差を示し、右辺第2項は同一座標でのスケールの変化による位相差を表している。右辺第1項は式(13)の位相微分より

$$\begin{aligned} \Phi_a^u(ax + \Delta) - \Phi_a^u(x) = & \frac{\omega}{a} ((a-1)x + \Delta) \\ & + \int_x^{ax+\Delta} \mu_a(x) dx \quad (39) \end{aligned}$$

と表現できる。推移量が1次関数で表される場合に発生する誤差は、式(39)の $\mu_a(x)$ による誤差項と式(38)の右辺第2項で示されるスケール間の位相差の二つに分離して表現できる。

一定推移量と同じスケール選択を適用した場合、スケールは $U_a(x)$, $V_a(x)$ とともに振幅の極大値をとるスケールの近くで選択されるので、 a が1に近づくほど $V_a(x)$ の振幅は $U_a(ax + \Delta)$ の振幅に近づき、一定推移量の場合と同じく $\mu_a(x)$ による誤差項と推移量の比を小さくすることができる。

フーリエ変換によるクロススペクトルでは、一定推移量に対しては誤差を発生せずに推移量を推定することができるが、推移量が線形関数で与えられる場合には、座標の関数として推移量を推定することはできない。クロススケログラムの場合、誤差が発生するものの座標の関数として推移量を推定することができる。

ところで、実際の数値計算においては、クロススケログラムの位相は単調増加関数ではなく、周期関数である偏角として表現される。偏角を $-\pi$ から $+\pi$ の間の値として表現する場合、推定誤差の影響がないものとする、すべてのスケールにおいて、推移量が

$$|\Delta| < \frac{a}{\omega} \pi \quad (40)$$

の範囲でなければ正しく推定されない。そこで、ガボ

ールウェーブレットの最小スケール a_{\min} を、推定する推移量の絶対値の最大値 Δ_{\max} に対して

$$\frac{\omega}{\pi} \Delta_{\max} < a_{\min} \quad (41)$$

とする。従って、実際の推移量推定では、起こり得る推移量の最大値を前もって知る必要がある。

ウェーブレット変換の位相の代わりに偏角を用いた場合、クロススケログラムの位相は座標 x でのウェーブレット変換だけで決まる。ウェーブレット関数系は空間上で局在するために、座標 x のウェーブレット変換は座標 x を中心とした信号の局所的な情報のみを現す。従って、推移量が区分的に定数若しくは線形関数で近似される関数の場合についても、任意の座標で推移量を計算することができる。そこで、座標 x での推移量を推定する場合、 $t_1 \leq x$ かつ $x \leq t_2$ の区間で

$$v(x) = u(ax + \Delta) \quad \text{但し } a > 0 \quad (42)$$

を満足している二つの関数について検討する。ここで $v(x)$ が $t_1 \leq x$ かつ $x \leq t_2$ の区間以外でゼロ、 $u(x)$ が $at_1 + \Delta \leq x$ かつ $x \leq at_2 + \Delta$ の区間以外でゼロならば、信号 $u(x)$ と $v(x)$ の推移量は線形関数の推移量推定と等しくなる。そこで、ウェーブレット変換 $V_a(x)$ と $U_a(x)$ を

$$U_a(x) = \int_{at_1+\Delta}^{at_2+\Delta} \Psi^*(x-y) u(y) dy + E_a^u(x) \quad (43a)$$

$$V_a(x) = \int_{t_1}^{t_2} \Psi^*(x-y) v(y) dy + E_a^v(x) \quad (43b)$$

と推移量が線形関数で示される区間の積分とそれ以外の区間の二つの項に分離して表現する。ここで $E_a^u(x)$ と $E_a^v(x)$ は、それぞれ

$$\begin{aligned} E_a^u(x) = & \int_{-\infty}^{at_1+\Delta} \Psi^*(x-y) u(y) dy \\ & + \int_{at_2+\Delta}^{\infty} \Psi^*(x-y) u(y) dy \quad (44a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_a^v(x) = & \int_{-\infty}^{t_1} \Psi^*(x-y) v(y) dy \\ & + \int_{t_2}^{\infty} \Psi^*(x-y) v(y) dy \quad (44b) \end{aligned}$$

である。区分的に線形な関数の場合、推移量が1次関数で表現される場合に加えてウェーブレット変換に $E_a^u(x)$ と $E_a^v(x)$ が誤差として現れる。ウェーブレット変換のスケール a を小さくすると共に、ウェーブレット関数の減衰する速度は速くなるので、誤差項 $E_a^u(x)$ と $E_a^v(x)$ はゼロに近づき、線形関数の推移量推定の場合に近づいていく。推移量が定数の場合のスケール選択法を適用した場合には、信号の周波数分布が高周波に偏るほど小さいスケールが選択され、 $E_a^u(x)$ と

$E\{x}$ がゼロに近づく。フーリエ変換によるクロススペクトルでは、推移量が区分的に線形関数で示される場合には、フーリエ変換の基底関数が空間上で無限の広がりをもつために、注目する区間以外の区間の影響を無視することはできない。

次章のシミュレーションでは、線形関数および区分的に線形関数で示される推移量に対して本章で述べたスケール選択法を適用し、推定誤差の分布について定数の場合と比較を行う。

5. シミュレーション

4.で述べた推移量推定法を、シミュレーションを行い、有効性を確認する。

推移量推定の対象とする信号として、間隔1で発生するデルタ関数列に、白色雑音 $e(t)$ を乗じた関数

$$s(x) = e(x) \sum_{k=-300}^{299} \delta(x-k)$$

を用いた。この関数に推移 $\Delta(x)$ を発生させた関数に対して推移量推定を行う。

実際の数値計算では、上記の信号と推移を発生させた信号を標準化した後に、離散時間の畳み込み演算を実行することで連続ウェーブレット変換を近似している。標準化のために帯域幅が規格化周波数で -0.5 から $+0.5$ までの理想低域通過フィルタを通過させ、サンプリング周期 $T=1$ でサンプリングした信号を図3に示す。この信号は離散信号での白色雑音と等価であり、エッジ等の特徴点がないために、特徴点抽出による推移量推定は困難である。

基本ウェーブレット関数として式(6)で示したガボール関数を用い、中心周波数 $\omega = \pi$ とした。また、連続ウェーブレット変換の場合、スケール a は連続であるが、数値計算では離散値とする必要があるので

$$a = (\sqrt{2})^i \quad \text{但し } i \text{ は } 0 \text{ 以上の整数}$$

で離散化した。最小のスケールは各々のシミュレーションで推定する推移量の最大値から、式(41)より求めた。また最大のスケールはすべてのシミュレーションで128としている。従って、シミュレーションに用いるスケールの個数は最大で14個となる。離散化したスケールの中で、各座標 x で式(35)の右辺を最小とするスケールを探索し、推移量を求めた。より細かくスケールを離散化すれば、また、スケール最大値を増やせば、式(35)の左辺をより小さくするスケールが見つかる可能性が増えるので、推定精度が向上する。

シミュレーションは、推移量が定数の場合および一

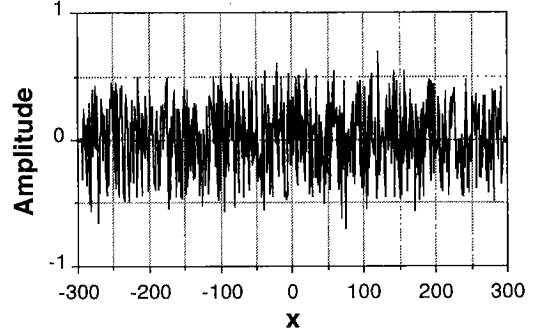


図3 原信号
Fig. 3 Original signal.

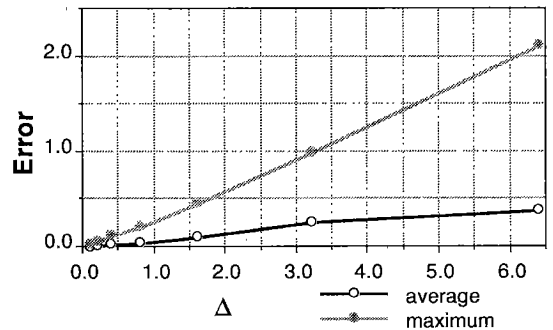


図4 誤差と推移量の関係 (Δ が一定の場合)
Fig. 4 Relation between estimation error and displacement $\Delta(x)$. ($\Delta(x)$: constant)

定の割合で座標に対し減少する場合、減少と増加を繰り返す場合の3通りで行った。以下にその結果を示す。

5.1 推移量が定数の場合

$\Delta(x)$ を定数として、 $\Delta(x)=0.1$ から 6.4 までの七つの場合で、それぞれ推移量を推定し、座標 x ごとに求めた推定誤差の絶対値の平均および最大値を求めた。図4に推移量の真値を横軸に、推定誤差の絶対値の平均と最大値をグラフにより示す。推定誤差の平均と推移量の比は $1/12$ から $1/20$ 程度であり、推定誤差の最大と推移量の最大値の比は $1/3$ 程度である。式(35)から予想されるように推定誤差と推移量の比には関係がなく、ほぼ一定値となっている。また、結果が示すように1サンプル周期以下の推移量に対しても、正確に推移量を推定している。

5.2 推移量が一定の割合で増加する場合

次に推移量 $\Delta(x)$ が

$$\Delta(x) = ax$$

で示され、一定の割合 a で増加する場合の推定結果を示す。 $a=0.01, 0.02, 0.04$ の三つの場合でシミュレーシ

ョンを行った。それぞれ測定する推移量の最大は 3, 6, 12 となる。 $\alpha=0.02$ について、推定結果と推移量の真値を横軸に座標 x をとり図 5 に示す。図 5 が示すとおり、ほぼ推移量に比例して推定誤差が増加している。また、 $\alpha=0.01, 0.02, 0.04$ の三つの場合で、推移量の最大値と推定誤差の絶対値の平均、最大値の関係をグラフにより図 6 に示す。推定誤差の平均と推移量の最大との比は 1/20 程度となっている。

5.3 推移量が区分的線形関数で与えられる場合

最後に推移量が、図 7 に示すように増減を繰り返す場合の例を示す。また、図 7 に示す推移量を 0.5 倍、2

倍とした場合のシミュレーションも行った。

推移量の真値と推定された推移量を、横軸に座標 x として図 8 に示す。推移量の変化が大きい -300 から 0 までの座標では、推移量の変化が小さい 0 から 300 までの座標に比べ推定誤差が増大している。また、推移量の最大値と、推定誤差の平均と推定誤差の最大値を図 9 に示す。この場合も推定誤差の絶対値の平均と推移量の最大との比は 1/10 から 1/20 程度となっている。また、推定誤差の絶対値の最大値と推移量の最大値との比は 1/3 程度となっている。

以上三つのシミュレーション例では、いずれの場合も提案した推移量の推定方法は、推定誤差と推移量の比が 1/10 から 1/20 程度となった。結果より 1 サンプ

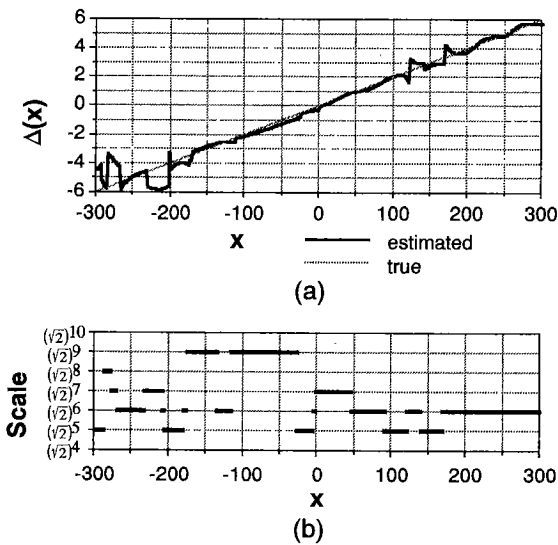


図 5 (a) 推移量の真値と推定値
(b) 選択されたスケール
Fig. 5 (a) Estimated and true displacement $\Delta(x)$.
(b) Selected scale. ($\Delta(x)=ax$)

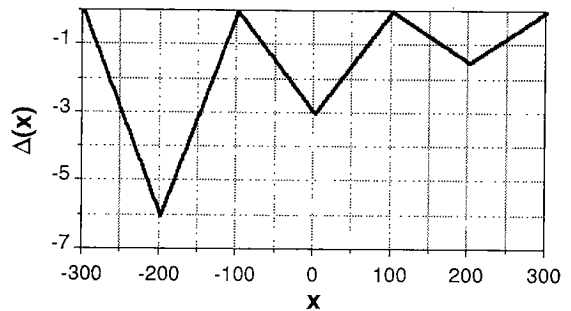


図 7 推移量の真値
Fig. 7 True displacement $\Delta(x)$.

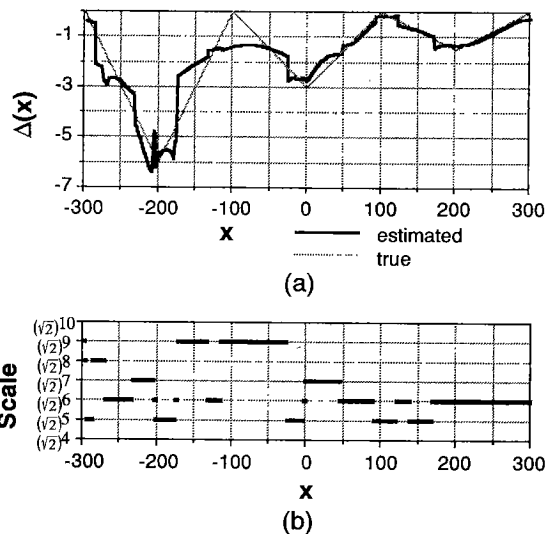


図 8 (a) 推移量の真値と推定値
(b) 選択されたスケール
Fig. 8 (a) Estimated and true displacement $\Delta(x)$.
(b) Selected scale. (True $\Delta(x)$ is shown in Fig. 7.)

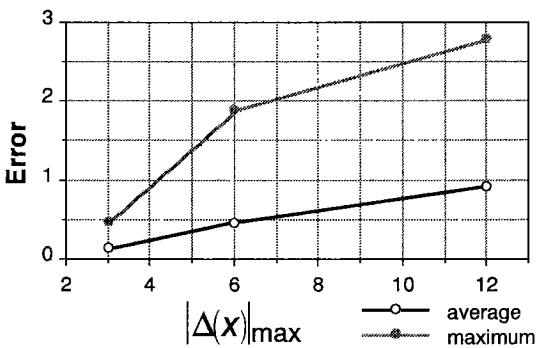


図 6 誤差と最大推移量の関係 ($\Delta(x)=ax$)
Fig. 6 Relation between estimation error and maximum displacement. ($\Delta(x)=ax$)

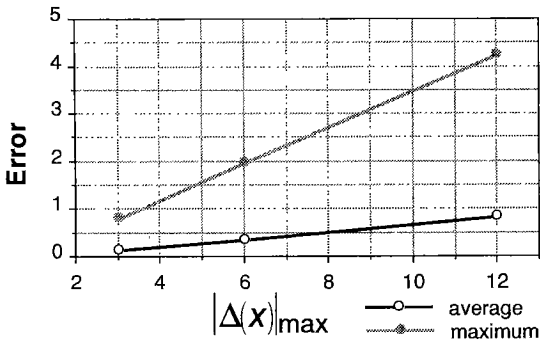


図9 誤差と最大推移量の関係($\Delta(x)$ が図7で示される場合)

Fig.9 Relation between estimation error and maximum displacement. (True $\Delta(x)$ is shown in Fig. 7)

ル周期未満の推移に対しても推定が可能であること、推移量が一定でない場合についても適用可能であることがわかった。また、推定誤差の絶対値の平均は、今回のシミュレーションの推移量の範囲では、いずれの場合も1サンプル周期未満となっている。

6. むすび

本論文では、ガボールウェーブレットの位相の性質から、二つの信号間での推移量の推定を行った。2.では、本論文で取り扱う問題を定式化し、二つの信号間での位置ずれを推移量と定義した。

3.ではガボールウェーブレットの位相微分から、信号に依存せず座標変化に比例する項を抽出し、その位相微分に占める割合を示した。

4.では、位相差により推移量が推定できることを示し、位相差を位相としてもつ量としてクロススケログラムを定義した。また、5.で示した位相微分の性質から、推移量一定の場合について各座標で推定誤差の分布範囲が最小となるスケールの選択方法を提案した。また、推移量が線形関数となる場合および線形区分関数となる場合について、提案した推定法に発生する誤差を考察した。

最後にシミュレーションにより、提案した推定法の有効性を確認し、1サンプル周期未満の推移量に対しても測定が可能であること、更に、推移量が一定でない場合についても推定が可能であることを示した。

本論文では推移量が一定の場合に対して、誤差解析を行い、スケール選択法を提案した。推移量が1次関数となる場合、スケール選択により式(38)で示したスケール間の位相差も含めた誤差分布を最小化すること

で、より高精度な推移量推定が可能になる。また、推移量が線形区分関数で変化する場合についても、線形関数で近似できる区間に合わせてウェーブレット変換のスケールを選択することで、より高い精度の推移量推定が可能になる。

今後の課題としては、2次元ウェーブレット変換への拡張が挙げられる。2次元にガボール関数を拡張した場合、ウェーブレット関数系はスケールと座標に加え、角度を変数としてもつ。従って、二つの画像で推移の方向と距離を同時に推定できることが期待される。また、実際の画像解析への適用例についても今後の課題とした。

文 献

- (1) Marr D.: "Vision", Freeman (1982).
- (2) Grimson W.: "Computational experiments with a feature based stereo algorithm", IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., 7, 1, pp. 17-34 (Jan. 1985).
- (3) Jenkin R. M. M., Jepson D. A. and Tsotsos J. K.: "Techniques for disparity measurement", CVGIP: Image understanding, 53, 1, pp. 14-30 (Jan. 1991).
- (4) Mallat S.: "Zero-crossings of a wavelet transform", IEEE Trans. Inf. Theory, 37, 4, pp. 1019-1033 (July 1991).
- (5) Tian Q. and Huhns N. M.: "Algorithm for subpixel registration", CVGIP, 35, pp. 220-233 (March 1986).
- (6) Daubechies I.: "Ten Lectures on Wavelets", SIAM (1992).
- (7) Daubechies I.: "The wavelet transform, time frequency localization and signal analysis", IEEE Trans. Inf. Theory, 36, 5, pp. 961-1005 (Sept. 1990).
- (8) Rioul O. and Vetterli M.: "Wavelets and signal processing", IEEE Signal Processing Magazine, pp. 14-38 (Oct. 1991).
- (9) 中静 真, 神谷広一, 菊池久和, 佐々木重信, 渡辺弘道: "クロススケログラム", 1990 信学秋季全大, A-113.
(平成5年12月27日受付, 6年3月4日再受付)



中静 真

会員。

昭63新潟大・工・電子卒。平2同大大学院修士課程了。平5同大大学院自然科学研究科博士課程了。工博。平5より新潟大・工・情報・助手、現在に至る。デジタル信号処理、特に時間・周波数解析と時間・スケール解析に関する研究に従事。IEEE



菊池 久和

昭49新潟大・工・電子卒。昭51同大学院修士課程了。同年富士通(株)入社。昭54新潟大・工・助手。同講師を経て平3同助教授(電気電子)。工博。平4年度文部省在外研究員(UCLA)。デジタル信号処理、画像解析、ウェーブレット解析の研究

に従事。IEEE 会員。



石井 郁夫

昭38新潟大・工・電気卒。新潟大・工・情報・教授。工博。立体映像、仮想空間操作、コンピュータグラフィックス、コンピュータビジョン、画像処理等の研究に従事。

情報処理学会会員。



牧野 秀夫

昭51新潟大・工・電子卒。昭53同大学院修士課程了。昭54新潟大・工・情報助手。平2同助教授。現在に至る。この間、昭58より1年間、北大・応電研・生体制御部門において信号処理の研究に従事。平1より1年間、カナダ・トロント大学医学部

において生体信号処理の研究に従事。最近は体内植込み型医用機器ならびに盲人用教育機器の開発を行っている。工博(北大)。日本ME学会、IEEE、電気学会、日本心臓ペースング学会各会員。