

論 文

ウェーブレット変換による回転に対して不感な多重スケール

画像表現：定義と画像復元アルゴリズム

中静 真[†] 菊池 久和^{††} 石井 郁夫^{†††} 牧野 秀夫[†]

A Rotation-Insensitive Multiscale Image Representation Based on the Wavelet Transform: Definition and Image Recovery Algorithm

Makoto NAKASHIZUKA[†], Hisakazu KIKUCHI^{††}, Ikuo ISHII^{†††}, and Hideo MAKINO[†]

あらまし 本論文では、回転不変かつシフト不変な多重スケール画像表現を得るために、ウェーブレットエネルギー分布を定義し、その表現からの画像復元法を提案する。回転不変に近い画像表現を得るために、離散2進ウェーブレット変換の二つ若しくは三つの異なる方向成分を一つのウェーブレットエネルギー分布に統合する。ウェーブレットエネルギー分布からの画像復元は、反復演算により実現する。提案する反復演算は、復元画像のウェーブレットエネルギー分布と、与えられたウェーブレットエネルギー分布の間の誤差が収束に至るまで減少することを保証する；更に、本論文ではウェーブレット変換の多重スケールの性質を利用した coarse-to-fine 復元法を提案し、局所的な収束に陥る危険性を減少させる。いくつかの画像復元例から、提案した coarse-to-fine 復元法の有効性を確認する。また、一つの応用例として、ウェーブレットエネルギー分布を画像の輪郭に沿って標本化することで、輪郭抽出符号化への応用を示す。

キーワード 多重スケール画像表現、ウェーブレット変換、エネルギー分布、画像復元

1. まえがき

画像処理の分野で、画像輪郭の検出方法として、微分演算を二つの直交する方向で画像に適用し、二つの微分値の2乗和の極大値、また原画像の2階微分の零交差を検出する方法が知られている[6]。輪郭線は画像中に現れる物体の形状を表し、原画像が移動または回転操作を受けければ、輪郭線も原画像が受けた操作と等しい移動操作、回転操作を受ける。画像の移動、回転に対して輪郭線の形状は変化しない。この性質から、画像解析、パターン解析の分野では、輪郭線が画像の特徴を示す表現として広く用いられている[6], [12]。

一方、ウェーブレット変換[1]～[5]においても、平

滑化関数の1階導関数、また2階導関数に一致するウェーブレット基底関数を用いることで、1階微分演算または2階微分演算を近似し、多重スケールによるエッジ検出を行うことが提案されている[2]～[5]。ウェーブレット変換の極大値、極値若しくは零交差で信号を表現することで、ウェーブレット極大値表現[4]、極値表現[5]、またウェーブレット零交差表現[3]が提案されている。これらは前述の輪郭抽出法を多重スケールに拡張することに相当し、特徴点の性質を複数のスケールにより詳しく記述することができる。従って、これらの表現を画像のマッチングへ利用することで、誤りの少ないマッチングを実現することが可能である[3]。

離散2進ウェーブレット変換[1]～[5]は、原画像の2次元周波数帯域を一つのスケールごとに、画像の水平、垂直、斜め方向成分に対応する二つあるいは三つの領域に分割する。従って、前述の単一スケールの輪郭抽出オペレータに対応して、異なる方向へ進行する画像輪郭を各スケールごとに一つの平面に表現するためには、水平・垂直方向成分ごとに異なるスケール・座標平面に表現されたウェーブレット変換を、一つに

[†] 新潟大学工学部情報工学科、新潟市
Faculty of Engineering, Niigata University, Niigata-shi, 950-21
Japan

^{††} 新潟大学工学部電気電子工学科、新潟市
Faculty of Engineering, Niigata University, Niigata-shi, 950-21
Japan

^{†††} 新潟大学自然科学研究科
Graduate School of Science and Technology, Niigata University,
Niigata-shi, 950-21 Japan

統合しなければならない。例えば、2次元ウェーブレット極大値表現では、水平、垂直方向のウェーブレット変換の2乗和の平方根を求め、その極大値から画像輪郭を表現している。

ウェーブレット極大値からの画像復元においては、凸射影復元法[2]～[5], [7]を適用するために、画像の輪郭に対して二つのウェーブレット変換から定義される偏角を与える必要がある[4]。この偏角は、画像の輝度こう配方向に相当し、凸射影復元の前に、2乗和により統合された表現を再びウェーブレット変換に展開するために必要な情報である。従って、水平、垂直方向のウェーブレット変換を統合することで得られた輪郭表現だけを用いて画像復元を行うことはできなかった。

本論文では回転不变に近い多重スケール表現を得るために、水平・垂直方向のウェーブレット変換の統合法として2乗振幅の総和を用いる[9], [10]。これをウェーブレットエネルギー分布と呼ぶ。また、この統合後の画像表現上で、画像符号化を含む画像の加工を実現するために画像復元法を提案する。提案法では、復元画像のウェーブレットエネルギー分布と離散2進ウェーブレット変換の平滑化画像に対して評価基準を与え、初期画像から反復演算により評価基準を最小化することで画像復元を実現する[9], [10]。この反復はウェーブレット極大値表現からの信号復元で用いられる凸射影復元と同じく、二つの部分空間の間で行われる射影操作と解釈することが可能である。しかしながら、エネルギー分布を拘束条件として定義する集合は凸空間とならない。そのために、評価基準を最小化することができず、ローカルミニマムに陥る危険性が生じる。そこで、ウェーブレット変換の多重スケールの性質を利用して、復元画像に対する拘束条件を復元初期では緩く、復元が進行するにつれて厳しいものとすることで、ローカルミニマムに陥る危険性を減少させ、再構成精度を向上させる。

2. では2次元離散2進ウェーブレット変換と、ウェーブレットエネルギー分布の定義について説明する。3. では、評価基準を定義し、これを反復演算により減少させる画像復元法を提案する。また、いくつかの復元例をもとに定義した画像表現、画像復元法の性質を示す。4. ではウェーブレットエネルギー分布を画像の輪郭上で標本化し、復元することにより画像の輪郭抽出符号化[4], [11]への応用を試みる。最後に以上をまとめ、今後の課題について述べる。

2. 2次元離散2進ウェーブレット変換のエネルギー分布

信号 $f(x)$ に対して1次元2進ウェーブレット変換は、信号とウェーブレット基底関数の畳込み演算

$$W_j f(x) = f * \phi_j(x) \quad (1)$$

により定義される[1]～[5]。ここで、 $\phi_j(x)$ はスケール 2^j のウェーブレット基底であり、基本ウェーブレット関数 $\phi(x)$ より

$$\phi_j(x) = \frac{1}{2^j} \phi\left(\frac{x}{2^j}\right) \quad (2)$$

と得られる。基本ウェーブレット関数 $\phi(x)$ にはアドミッシブル条件

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x) dx = 0 \quad (3)$$

を満たす関数を選ぶ。ここで、2進ウェーブレット変換から原波形を合成するために、逆変換のためのウェーブレット基底 $x(x)$ を以下の条件

$$\sum_{j=-\infty}^{+\infty} \hat{\phi}(2^j \omega) \hat{x}(2^j \omega) = 1 \quad (4)$$

を満足するように定義することで、関数 $f(x)$ は

$$f(x) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} W_j f * x_j(x) \quad (5)$$

により2進ウェーブレット変換から再構成される[4]。ここで、 $\hat{\phi}(\omega)$ は関数 $\phi(x)$ のフーリエ変換を表す。更に、スケールを $j=1$ から J までの有限の範囲で原信号を表現するために、分析、合成のためのウェーブレット基底関数と以下の関係

$$|\hat{\phi}(\omega)|^2 = \sum_{j=1}^{+\infty} \hat{\phi}(2^j \omega) \hat{x}(2^j \omega) \quad (6)$$

を満たすスケーリング関数 $\phi(x)$ を導入する[1]～[4]。 $\phi(x)$ をスケール 2^j でスケーリングして得られた関数と信号 $f(x)$ の畳込み演算によって得られるスケール j の平滑化信号

$$S_j f(x) = f * \frac{1}{2^j} \phi\left(\frac{x}{2^j}\right) \quad (7)$$

但し、 j は1以上の整数

は2進ウェーブレット変換と平滑化信号によって、表現することができる。 $f(x)$ と $\phi_j(x)$ を畳み込んで得られる $S_j(x)$ は、スケール J の平滑化信号と2進ウェーブレット変換により

$$\{(W_j f(x))_{1 \leq j \leq J, x \in R}, (S_j f(x))_{x \in R}\} \quad (8)$$

と表現されスケーリング関数と合成ウェーブレット基底により再構成される。更に、 $S_j f(x)$ を整数 n により離散化した関数 $S_j f(n)$ からは、以下の条件

$$|H(\omega)|^2 + |H(\omega + \pi)|^2 \leq 1 \text{かつ } H(0) = 1$$

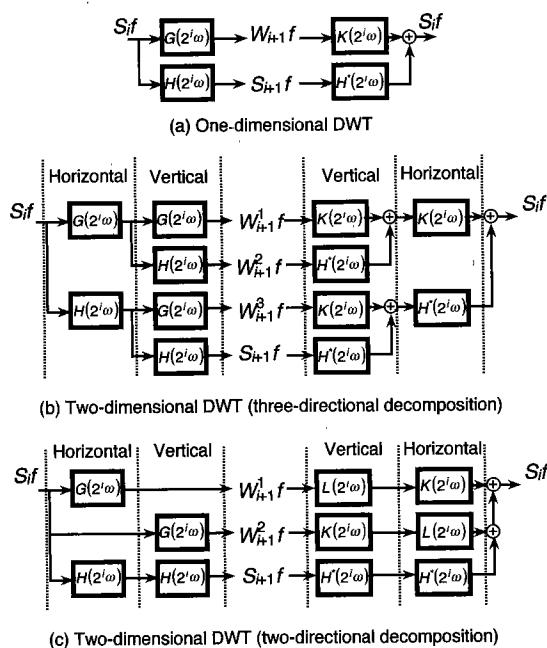


図 1 フィルタバンクによるウェーブレット変換と逆変換
Fig. 1 Discrete dyadic wavelet transform and inverse wavelet transform by filter bank structures.

$$\hat{\phi}(2\omega) = e^{-j\pi\omega} H(\omega) \hat{\phi}(\omega)$$

$$\hat{\phi}(2\omega) = e^{-j\pi\omega} G(\omega) \hat{\phi}(\omega)$$

$$\hat{x}(2\omega) = e^{-j\pi\omega} K(\omega) \hat{\phi}(\omega)$$

を満たす周波数特性 $H(\omega)$, $G(\omega)$, $K(\omega)$ を有する離散時間フィルタより、図 1(a)に示すフィルタバンク構造を用いて離散 2 進ウェーブレット変換

$$\{(W_j f(n+\tau))_{1 \leq j \leq J}, (S_j f(n+\tau))_{n \in \mathbb{Z}}\} \quad (9)$$

が導出できる。また、合成フィルタバンクにより原信号を完全再構成することが可能である。ここで、 τ は離散時間フィルタによる計算で生じる時間遅れを表す。以後、 $S_j f(n)$ を関数 $f(x)$ を離散化した数列として $f(n)$ と表記する。2 次元離散 2 進ウェーブレット変換は 2 次元信号に対して離散時間フィルタ $H(2^j\omega)$ と $G(2^j\omega)$ を水平、垂直方向に交互に畳み込むことで実現できる。水平方向の画素数 M , 垂直方向の画素数 N の画像 $(f(m, n))_{0 \leq m < M, 0 \leq n < N}$ に対して 2 次元離散 2 進ウェーブレット変換は、一つのスケールで 2 次元周波数帯域を 4 分割する場合、図 1(b)に示したフィルタバンクにより

$$\{(W_j^1 f)_{1 \leq j \leq J}, (W_j^2 f)_{1 \leq j \leq J}, (W_j^3 f)_{1 \leq j \leq J}, S_j f\} \quad (10)$$

3 分割する場合、図 1(c)に示したフィルタバンクにより

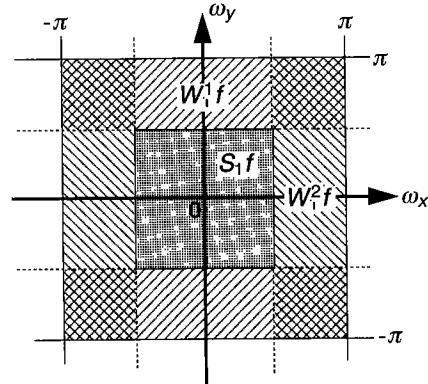


図 2 離散 2 進ウェーブレット変換による 2 次元周波数帯域分割
Fig. 2 Two-dimensional frequency band splitting pattern of the discrete dyadic wavelet transform.

$$\{(W_j^1 f)_{1 \leq j \leq J}, (W_j^2 f)_{1 \leq j \leq J}, S_j f\} \quad (11)$$

と導出される。ここで、 $S_j f$ は、

$$S_j f = (S_j f(m+\tau, n+\tau))_{0 \leq m < M, 0 \leq n < N}$$

であり、スケール 2^j での平滑化画像を示す。また、
 $W_j^i f$ は

$$W_j^i f = (W_j^i f(m+\tau, n+\tau))_{0 \leq m < M, 0 \leq n < N}$$

を表し、スケール 2^j における水平、垂直、斜め方向のウェーブレット変換をそれぞれ表す。3 分割の場合、二つのウェーブレット変換に対応する 2 次元周波数帯域は重なるために、再構成には、解析側の低域フィルタ $H(\omega)$ と

$$2L(\omega) = 1 + |H(\omega)|^2$$

で示される関係にある周波数特性 $L(\omega)$ をもつ離散時間フィルタを加える [5]。図 2 に一つのスケールあたり 2 次元周波数帯域を 3 分割するウェーブレット変換の周波数分割を示す。

この 2 次元離散 2 進ウェーブレット変換は、直交ウェーブレット変換と異なり、サンプリング間隔がスケールによらず一定であるために、任意の整数 u , v によりシフトを受けた画像 g

$$g(m, n) = f(m+u, n+v)$$

に対する離散 2 進ウェーブレット変換は

$$W_j^i g = (W_j^i f(m+u+\tau, n+v+\tau))_{0 \leq m < M, 0 \leq n < N}$$

となり、離散 2 進ウェーブレット変換もまた原画像と等しいシフト操作を受けた表現となる。これを本論文ではシフト不変性質と呼ぶ。

ここで、スケール j , 座標 (m, n) で得られる二つ、若しくは三つのウェーブレット変換のエネルギーの総和を

$$E_{jf}(m, n) = \sum_{i=1}^I (W_j^{(i)} f(m+\tau, n+\tau))^2 \quad (12)$$

と定義し、これをウェーブレットエネルギー分布と呼ぶ[9], [10]。ここで、 I は 1 オクタープあたりの 2 次元周波数帯域の分割数を示し 3 分割の場合 $I=2$, 4 分割の場合 $I=3$ となる。このウェーブレットエネルギー分布により、スケールごとに画像を 3 分割する離散 2 進ウェーブレット変換は

$$\{(E_{jf})_{1 \leq j \leq J}, (w_j^1 f)_{1 \leq j \leq J}, (w_j^2 f)_{1 \leq j \leq J}, S_j f\} \quad (13)$$

と表現することができる。ここで $w_j^i f$ は

$$w_j^i f = (w_j^i f(n, m))_{0 \leq m < M, 0 \leq n < N}$$

$$w_j^i f(m, n) = \frac{W_j^i f(m+\tau, n+\tau)}{(E_{jf}(m, n))^{1/2}} \quad (14)$$

であり、エネルギーを正規化したウェーブレット変換の意味で、正規化ウェーブレット変換と呼ぶ。

一方、画像 $f(x, y)$ の輝度こう配は

$$Mf(x, y) = \sqrt{\left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial x}\right)^2} \quad (15)$$

により与えられる。画像解析の分野では、微分を差分により近似して輝度こう配を求め、極大値を検出することで輪郭を検出する方法が広く用いられている[6]。また、輝度こう配方向は画像の水平方向、垂直方向の微分値より

$$Af(x, y) = \tan^{-1} \left(\frac{\partial f(x, y)/\partial y}{\partial f(x, y)/\partial x} \right) \quad (16)$$

と定義される。ここで、画像 $f(x, y)$ が回転操作を受け $f'(x, y)$ に変換されたとする。 $f'(x, y)$ の輝度こう配 $Mf'(x, y)$ は、 $f(x, y)$ が受けた回転操作と等しい回転操作を $Mf(x, y)$ に対して適用した関数と一致する。この性質を本論文では回転不变性質と呼ぶ。

さて、1 オクタープにつき 2 次元周波数帯域を、二つのウェーブレット変換 $W_j^1 f$, $W_j^2 f$ と平滑化画像 $S_j f$ へ 3 分割する 2 次元離散 2 進ウェーブレット変換(11)では、平滑化関数の 1 階導関数と一致する基本ウェーブレット関数を用いると、ウェーブレット変換は、画像の水平、垂直方向の微分操作を近似する。図 3 に参考文献[5]で導出された平滑化関数の 1 階導関数と一致する基本ウェーブレット関数(2 次スプラインウェーブレット)とそれに対応するスケーリング関数を示す。これらの基本ウェーブレット関数を用いることで、ウェーブレットエネルギー分布の平方根は輝度こう配を近似するようになる。また、輝度こう配方向(16)は正規化ウェーブレット変換の比から近似できる。

ウェーブレットエネルギー分布と輝度こう配の関係

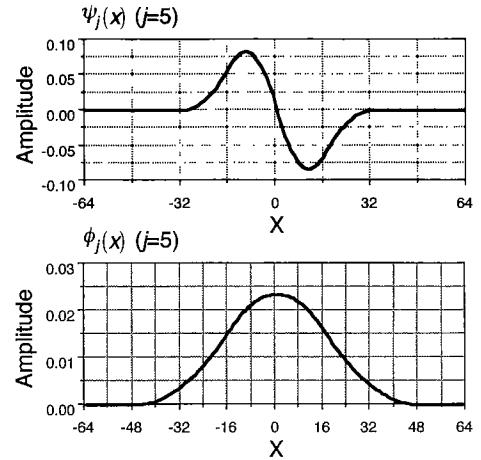


図 3 平滑化関数の 1 階導関数に一致するウェーブレット関数とそれに対応するスケーリング関数(2 次スプラインウェーブレット[4])

Fig. 3 The basic wavelet function which corresponds to the first derivative of a smoothing function and its corresponding scaling function. (quadratic spline wavelet [4])

を示すために、図 1(c) のフィルタバンク構造により計算されるウェーブレット変換を

$$W_j^1 f(x, y) = \psi_j^1 * f(x, y) \quad (17)$$

および

$$W_j^2 f(x, y) = \psi_j^2 * f(x, y) \quad (18)$$

と表現する。ここで、2 次元ウェーブレット基底 $\psi^1(x, y)$ および $\psi^2(x, y)$ は 1 次元ウェーブレット基底に対して

$$\psi_j^1(x, y) = \frac{1}{2^{j-1}} \phi\left(\frac{x}{2^j}\right) \phi\left(\frac{y}{2^{j-1}}\right) \quad (19)$$

$$\psi_j^2(x, y) = \frac{1}{2^{j-1}} \phi\left(\frac{x}{2^{j-1}}\right) \phi\left(\frac{y}{2^j}\right) \quad (20)$$

で示される関係にある[4]。1 次元のウェーブレット基底関数 $\psi(x)$ が平滑化関数 $\sigma(x)$ の 1 階導関数に一致する場合、式(17)と式(18)から得られるエネルギー分布は

$$E_{jf}(m, n) = \left(\frac{\partial}{\partial x} (\theta_j^1 * f(m+\tau, n+\tau)) \right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial y} (\theta_j^2 * f(m+\tau, n+\tau)) \right)^2 \quad (21)$$

と表現できる。ここで θ_j^1 と θ_j^2 はそれぞれ 2 次元平滑化関数であり

$$\theta_j^1(x, y) = \frac{1}{2^{j-1}} \sigma\left(\frac{x}{2^j}\right) \phi\left(\frac{y}{2^{j-1}}\right) \quad (22)$$

$$\theta_j^2(x, y) = \frac{1}{2^{j-1}} \sigma\left(\frac{y}{2^j}\right) \phi\left(\frac{x}{2^{j-1}}\right) \quad (23)$$

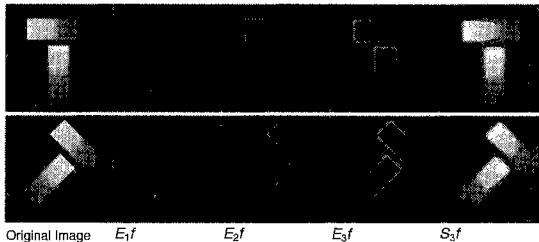


図 4 図形の回転とウェーブレットエネルギー分布
Fig. 4 Image rotation and wavelet energy distribution.

となる。ウェーブレットエネルギー分布(21)の平方根は、原画像に対して平滑化関数およびスケーリング関数を水平・垂直方向に畳み込んだ結果、得られた画像の輝度こう配に一致する。また、平滑化画像は

$$S_J f(x, y) = \frac{1}{2^{J/2}} \left(\phi\left(\frac{x}{2^J}\right) \phi\left(\frac{y}{2^J}\right) \right) * f(x, y) \quad (24)$$

となり、原画像に対して水平・垂直方向にスケーリング関数を畳み込んだ表現となる。ウェーブレットエネルギー分布(21)と平滑化画像(24)を、回転不变な表現である輝度こう配 Mf 、原画像 f と比較すると、平滑化関数若しくはスケーリング関数による畳込み演算が加わっているために、回転不变な表現にはならない。しかしながら、平滑化関数 $\sigma(x)$ およびスケーリング関数 $\phi(x)$ が原点を中心に線対称であるならば、原画像のおおまかな輝度変化は保存され、エネルギー分布と平滑化画像は回転不变性質を近似する表現となる。そこで、画像表現

$$\{(E_j f)_{1 \leq j \leq J}, S_J f\} \quad (25)$$

を、本論文では回転不变性質を近似するという意味で回転に対し不感な表現と呼ぶ。この表現は離散2進ウェーブレット変換の性質から、シフト不变性も有する。図3に示したウェーブレット関数を用いてウェーブレットエネルギー分布を求めた例を図4に示す。図4では原画像と、それを線形補間により回転させた画像のウェーブレットエネルギー分布を示している。ウェーブレットエネルギー分布、平滑化画像とも形状を損なわずに原画像が受けた回転操作と等しい回転操作を受けたように認識できる。

さて、スケールが無限にある場合、平滑化画像は画像の直流成分と等しくなり、二つの画像

$$f(x, y) = C + h(x, y)$$

$$g(x, y) = C - h(x, y)$$

ここで、 $h(x, y)$ は直流分が零で、絶対値が定数 C を超えない関数

からは等しいウェーブレットエネルギー分布が得られる。従って、ウェーブレットエネルギー分布から画像を一意に定めることができない。しかしながら、スケールを有限で打ち切る場合、図4からもわかるように平滑化画像から、原画像のおおまかな輝度こう配方向を推定することができる。従って、式(25)で示した表現だけを用いて、平滑化画像から輝度こう配方向を推定することで正規化ウェーブレット変換を復元し、原画像の近似画像が得られる可能性がある。次章では、式(25)からの反復画像復元法について説明する。

3. ウェーブレット変換のエネルギー分布からの画像復元

本章では、前章で定義した回転に対して不感な多重スケール表現(25)からの画像復元法を述べる。表現(25)では、平方根が輝度こう配の大きさを近似するウェーブレットエネルギー分布と平滑化画像のみが与えられている。そこで、復元画像 $\{g(m, n)\}_{0 \leq m < M, 0 \leq n < N}$ の各座標における輝度こう配を、原画像 f の輝度こう配に近づけることを目的に、評価基準

$$Dg = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{j=1}^J [(E_j f(m, n))^{1/2} - (E_j g(m, n))^{1/2}]^2 + \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} [S_J f(m+\tau, n+\tau) - S_J g(m+\tau, n+\tau)]^2 \quad (26)$$

を与える。この評価基準をできるだけ零に近づける復元画像 g を求める。式(26)で右辺第1項は、復元画像の輝度こう配に対する拘束条件であり、第2項は復元画像の平滑化画像 $S_J g$ に対する拘束条件である。反復復元法では、初期画像 $\{g^{(0)}(m, n)\}_{0 \leq m < M, 0 \leq n < N}$ として平滑化画像 $S_J f$ を与えた後、反復を繰り返すことで復元画像 $g^{(i)}$ の $Dg^{(i)}$ を零に近づける。以下に $J=2$ 、すなわち1スケールあたり周波数帯域を3分割するウェーブレット変換について復元法を説明する。1スケールあたり4分割を行う2次元離散2進ウェーブレット変換、およびそのウェーブレットエネルギー分布にも適用が可能である。

エネルギー分布と平滑化画像の表現(25)の真値が与えられた後、 $i=0$ と設定した後、 i 回目の繰り返しで

- 1) $\{g^{(i)}(m, n)\}_{0 \leq m < M, 0 \leq n < N}$ の離散2進ウェーブレット変換

$$\{(W_j^1 g^{(i)})_{1 \leq j \leq J}, (W_j^2 g^{(i)})_{1 \leq j \leq J}, S_J g^{(i)}\} \quad (27)$$

を計算する。

- 2) 1) で得られた離散2進ウェーブレット変換の平

滑化画像とエネルギー分布を、真値に置き換える。置き換えの対象となる座標で、表現(27)の正規化ウェーブレット変換が不定、すなわちウェーブレットエネルギー分布が零の場合は、正規化ウェーブレット変換の値を任意の値とする。置き換えの結果

$$\{((E_{if})^{1/2}w_j^1g^{(i)}))_{1 \leq j \leq J}, ((E_{if})^{1/2}w_j^2g^{(i)})_{1 \leq j \leq J}, S_{if}\} \quad (28)$$

を得る。

- 3) 表現(28)の逆ウェーブレット変換を行い、画像 $g^{(i+1)}$ を得る。 i を $i+1$ に更新した後、1) から繰り返す。

ここで、操作1) で得られたウェーブレット変換(27)と操作2) の置き換え操作後の表現(28)を、次元数 $(2J+1)MN$ の線形ベクトル空間におけるベクトルと考える。表現(27), (28)が示す置き換え操作前後の二つのベクトルの間のユークリッド距離は

$$\begin{aligned} D_1g^{(i)} = & \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^I [(E_{if}(m, n))^{1/2} w_j^k g^{(i)} \\ & \times (m+\tau, n+\tau) - W_j^k g^{(i)}(m+\tau, n+\tau)]^2 \\ & + \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} (S_{if}(m+\tau, n+\tau) - S_{if}g^{(i)} \\ & \times (m+\tau, n+\tau))^2 \end{aligned} \quad (29)$$

と求めることができる。これは

$$\begin{aligned} D_1g^{(i)} = & \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{j=1}^J [(E_{if}(m, n))^{1/2} \\ & - (E_{if}g^{(i)}(m, n))^{1/2}]^2 \\ & + \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} (S_{if}(m+\tau, n+\tau) \\ & - S_{if}g^{(i)}(m+\tau, n+\tau))^2 \end{aligned} \quad (30)$$

と変形することができ、 i 回目の反復で得られる画像 $g^{(i)}$ に対する評価基準(26)に一致する。また、操作3) と次の反復での操作1)，すなわちウェーブレット逆変換・順変換の前後の二つのベクトル間のユークリッド距離を $D_2g^{(i)}$ と定義する。ここで、以上の操作の概観を図5に示す。図5では、操作2) の置き換え操作、および操作3)、1) のウェーブレット逆変換・変換の操作を次元数 $(2J+1)MN$ の線形ベクトル空間の中の二つの部分集合

V : 可能な2次元離散2進ウェーブレット変換の集合
 Γ : 与えられたウェーブレットエネルギー分布と平滑

化画像を満たす表現の集合

の間における射影として表現している。さて、2) の置き換え操作は、 V 上のベクトルから、 Γ に含まれるベクトルの中で最も V に近いベクトルへの射影操

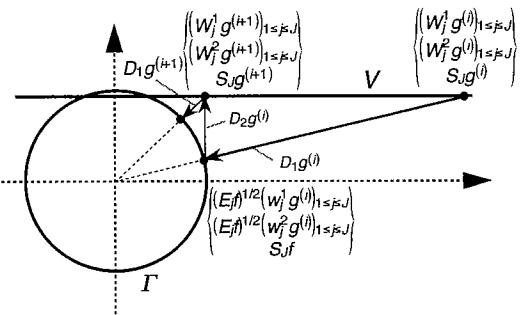


図5 ウェーブレットエネルギー分布からの反復復元法
Fig.5 Iterative recovery from the wavelet energy distribution.

作となるため

$$D_2g^{(i)} \geq D_1g^{(i+1)} \quad (31)$$

の関係が得られる。また、操作3) と1) によるウェーブレット順変換・逆変換は集合 Γ から V への射影となり[2,3], [4,5]、 Γ 上のベクトルから、 V に含まれるベクトルの中で最も Γ に近いベクトルへの射影操作となるために

$$D_1g^{(i)} \geq D_2g^{(i)} \quad (32)$$

の関係が得られる。式(31)と(32)の関係より

$$D_1g^{(i)} \geq D_1g^{(i+1)} \quad (33)$$

が得られ、反復を繰り返すことで、復元過程の画像 $g^{(i)}$ の評価基準 $Dg^{(i)}$ は、一定値になるまで減少する。このアルゴリズムの原理は、global convergence theorem [8]に基づき、定理の信号復元への応用例として、音声の短時間フーリエ変換からの信号復元の例[8]がある。

上記のアルゴリズムは、凸射影復元[2,3], [4~6]に類似した復元アルゴリズムであり、原画像のウェーブレット変換は定義した二つの部分集合の共通集合に存在する。しかしながら、エネルギー分布により定義される集合は凸集合ではない。そのために、式(26)で与えられる評価基準 Dg は、射影の繰返しにより減少するが、必ずしもグローバルミニマムに収束するとは限らない。また、射影の繰返しは、復元画像のウェーブレット変換と原画像のウェーブレット変換の間の誤差

$$\begin{aligned} Eg^{(i)} = & \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^I [W_j^k g^{(i)}(m+\tau, n+\tau) \\ & - W_j^k f(m+\tau, n+\tau)]^2 \\ & + \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} (S_{if}g^{(i)}(m+\tau, n+\tau) \\ & - S_{if}f(m+\tau, n+\tau))^2 \end{aligned} \quad (34)$$

の減少を保証しない。

そこで、復元における評価基準(26)を、以下の二つの項

$$D_{eg}^{(i)} = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{j=1}^J [(E_j f(m, n))^{1/2} - (E_j g^{(i)}(m, n))^{1/2}]^2 \quad (35)$$

$$D_{dg}^{(i)} = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} (S_j f(m+\tau, n+\tau) - S_j g^{(i)}(m+\tau, n+\tau))^2 \quad (36)$$

に分離する。ここで、 $D_{eg}^{(i)}$ は復元画像 $g^{(i)}$ のエネルギー分布の誤差を示し、 $D_{dg}^{(i)}$ は平滑化画像の誤差の2乗和を示している。この二つの評価基準の中で、 $D_{dg}^{(i)}$ は原画像のウェーブレット変換と復元画像のウェーブレット変換の間の誤差(34)の第2項と一致し、 $D_{dg}^{(i)}$ の減少は $Eg^{(i)}$ の減少を保証する。そこで、復元画像のウェーブレット変換を原画像のウェーブレット変換により近づけ、原画像の再構成精度を向上させるために、前述の復元方法を修正する。復元の初期段階では、式(36)の減少を優先させ、平滑化画像に対してのみ置き換え操作を適用する。この段階の反復射影は、凸射影復元と一致し、 $D_{dg}^{(i)}$ は零に収束する。また、ウェーブレット変換の誤差 $Eg^{(i)}$ は減少することが保証される。反復の終了時には平滑化画像と最も相関の高いスケール J の正規化ウェーブレット変換が、平滑化画像と矛盾することなく決定される。次に最大スケールのウェーブレットエネルギー分布から最小スケールのウェーブレットエネルギー分布まで、順次、置き換え操作に加える。すべてのエネルギー分布の置き換え操作を繰り返した後、復元を終了する。この復元アルゴリズムを coarse-to-fine 復元アルゴリズムと呼び以下に示す。

[coarse-to-fine 復元アルゴリズム]

エネルギー分布と平滑化画像の表現(25)が与えられた後、初期値 $i=0$, $j=J+1$, $k=0$, 1スケールあたりの繰返し回数を L と設定して

- 1) $\{g^{(i)}(m, n)\}_{0 \leq m < M, 0 \leq n < N}$ の離散2進ウェーブレット変換を計算する。
- 2) 1)で得られた離散2進ウェーブレット変換に対して、 $j=J+1$ の場合、平滑化画像を真値に置き換える。 $j < J+1$ の場合、平滑化画像とスケールインデクス J からスケールインデクス j までのエネルギー分布を真値と置き換える。置き換えるの対象となる座標で、正規化ウェーブレット変換が不定、すなわちウェーブレットエネルギー分布が

零の場合は、正規化ウェーブレット変換の値を任意の値とする。

- 3) i を $i+1$, k を $k+1$ に更新する。 $k=L$ の場合、 k を 0 に設定し、 j を $j-1$ に更新する。 $j=0$ となつた場合、復元を終了する。 $j>0$ の場合、逆ウェーブレット変換により画像 $g^{(i+1)}$ を得て 1) から繰り返す。

coarse-to-fine 復元法では、ウェーブレット変換の誤差 $Eg^{(i)}$ の減少を保証する拘束条件が優先的に満たされ、復元精度が向上することが期待できる。更に、復元における拘束条件を、射影初期段階で緩く復元が進むにつれて厳しいものとしているために、 $Dg^{(i)}$ がローカルミニマムに陥る危険性も減少することが期待できる。

coarse-to-fine 射影法の有効性を確認するために、復元例を示す。 $M=256$, $N=256$ の原画像に対して、図3に示す2次スプライン関数によるウェーブレット

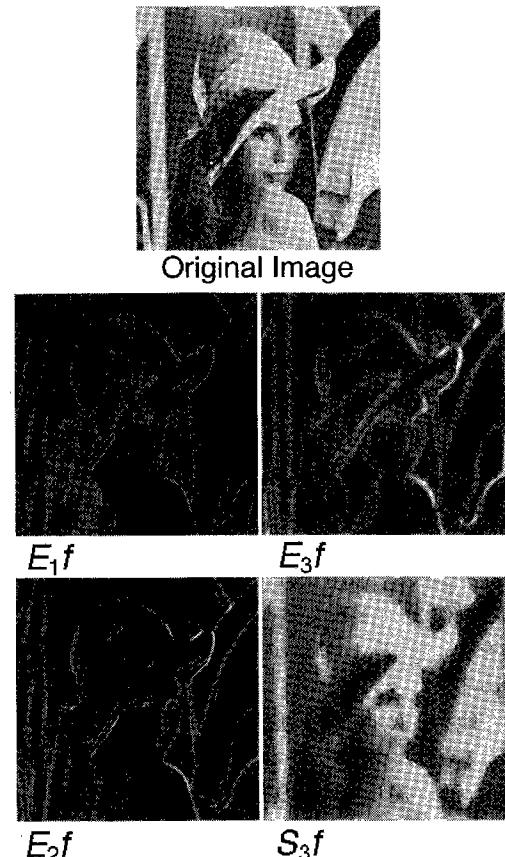


図 6 ウェーブレットエネルギー分布の例
Fig. 6 An example of wavelet energy distribution.

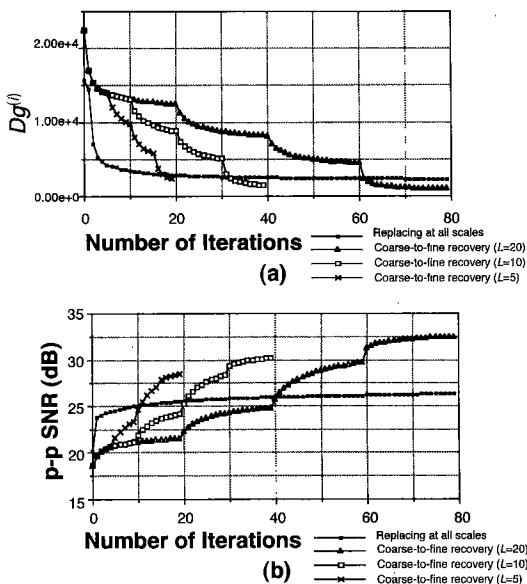


図 7 復元精度と反復回数

Fig. 7 (a) Error of the wavelet energy distribution and (b) SNR as functions of the number of iterations.

関数を用い、3オクタープの帯域に分割するウェーブレット変換を行った。得られたウェーブレットエネルギー分布を図6に示す。一つのスケールにおける反復の繰返し回数 L を5, 10, 20と設定した場合の評価基準 $Dg^{(i)}$ の反復による減少を図7(a)に、また再構成精度の向上をp-pSN比により図7(b)に示す。これらのグラフでは比較のためにすべてのスケールで置き換え操作を行った場合の復元結果も同時に示している。復元初期段階では、coarse-to-fine射影法では拘束条件が平滑化画像だけであるために、すべてのスケールで置き換え操作を行った場合に比べてSN比は低く、評価基準 $Dg^{(i)}$ の値も大きい。しかしながら、拘束条件が増えるに従い、いずれの L においても、coarse-to-fine射影法がすべてのスケールで置き換え操作を行う復元法を超える。 $L=20$ の場合、80回の反復終了時には評価基準 $Dg^{(i)}$ は1/2程度、SN比では6dB以上高い復元画像を得ている。また、coarse-to-fine復元アルゴリズムで $L=5$ の場合、20回の反復で、すべてのスケールで置き換え操作を行った80回の反復よりも3dB程度高い復元精度を得ている。

すべてのスケールで置き換え操作を実行し、80回の反復で得られた復元結果と、 $L=5$ のcoarse-to-fine復元アルゴリズムにより反復回数20回で得られ

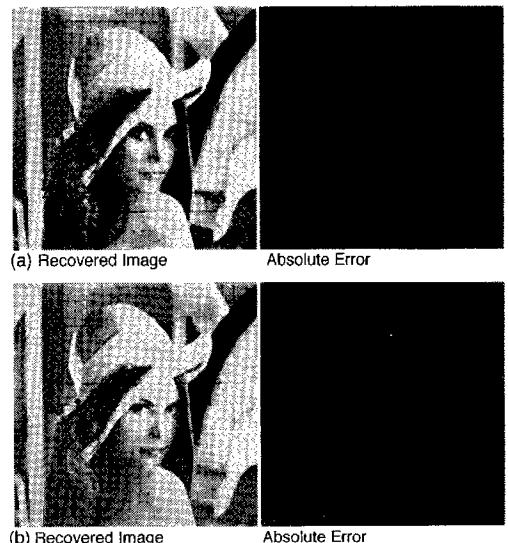


図 8 (a)すべてのスケールで同時に置き換え操作を適用
(b)Coarse-to-fine復元法

Fig. 8 (a) Image recovered by all scale replacement and (b) Image recovered by coarse-to-fine recovery algorithm.

た復元画像を図8に示す。いずれの復元画像ではテクスチャ、細部に誤差が集中している。これはエネルギー分布による画像表現だけでは、高周波域に局在する画像細部の輝度こう配方向が正しく推定できないためである。しかしながら、誤差分布を見るとcoarse-to-fine復元法を用いることで誤差が減少し、復元精度が改善されていることがわかる。

さて、提案法では、各スケールの正規化ウェーブレット変換、すなわち輝度こう配方向に相当する情報を、平滑化画像から推定しながら復元を繰り返す。従って、ウェーブレット変換の総スケール数 J を増加させるにつれて、最小スケールから順に正規化ウェーブレット変換が正しく復元されなくなる。スケール総数 $J=1, 2, 3$ と変化させてウェーブレットエネルギー分布を求めた後、復元を行った結果を図9に示す。図9(a)では中心部から周辺部へ中心周波数が増加する画像に対する再構成結果を示し、図9(b)では白色雑音に等しいテクスチャをもつ画像に対する再構成結果を示している。

図9(a)では、スケール数の増加に伴い、空間周波数の高い周辺部から輝度こう配方向が正しく推定されず、輝度の反転が不規則に発生している。しかしながら、図9(b)では、図9(a)に見られるような輝度の反転がテクスチャ部で発生しているが、原画像に

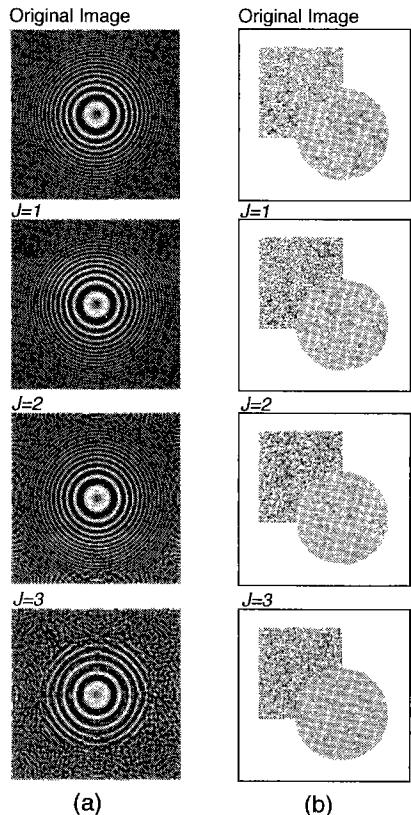


図 9 スケール数を $J=1, 2, 3$ と変化させた場合の復元結果

Fig. 9 Recovery results from wavelet energy distribution of which $J=1, 2$ and 3.

おいても輝度がランダムに変化しているために、劣化が知覚されにくい。図 8 においても、図 9(a)に見られるような高周波数に局在する規則的なテクスチャが存在しないために、図 9(a)に見られるような顕著な劣化が知覚されていない。

次に図 6 に示したウェーブレットエネルギー分布を、左上端を中心に線形補間を用いて 30 度回転させたエネルギー分布(図 10)から画像復元を行った結果を図 11 に示す。エネルギー分布の回転角で原画像を回転させた画像とほぼ等しい復元画像が得られていることからも、ウェーブレットエネルギー分布と平滑化画像の表現が回転に対して不感な性質をもつことがわかる。

4. ウェーブレットエネルギー分布の輪郭線上での標本化

前章では、原画像のすべての座標における輝度こう

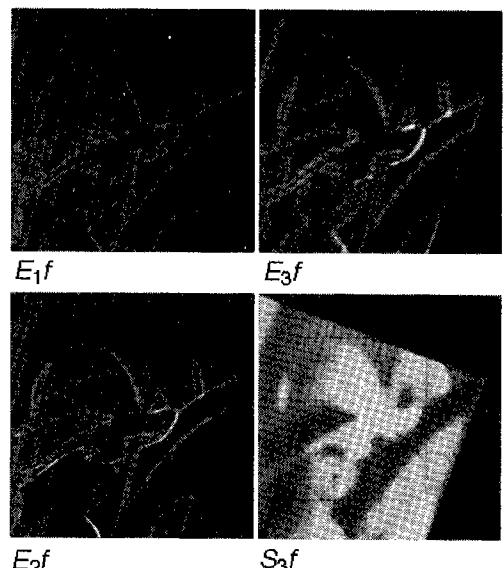


図 10 回転操作を受けたウェーブレットエネルギー分布
Fig. 10 Rotated wavelet energy distribution.



図 11 図 10 に示した表現からの復元結果
Fig. 11 Image recovered from the representation in Fig. 10.

配に関する拘束から評価基準を求め、最小化することで原画像復元を行った。本章では、画像において形状を認識するために有意な情報は大まかな輪郭であると仮定し、輪郭上でウェーブレットエネルギー分布を標本化した後、標本点より画像復元を試みる。

原画像 f の輪郭抽出のために、エネルギー分布の極大値座標で 1 となり、それ以外の座標で 0 となる関数 $(Uf(m, n))_{0 \leq m < M, 0 \leq n < N}$ を定義する。この標本化関数 Uf と、標本化関数をウェーブレットエネルギー分布に乗じた関数による表現

$$\{(UfE_{jf})_{1 \leq j \leq J}, S_j f, Uf\} \quad (37)$$

から画像復元を行う。この標本化されたウェーブレットエネルギー分布からの画像復元では、復元過程で $Uf(m, n)=1$ を満たす座標でのみウェーブレットエ

エネルギー分布の置き換え操作を行う。従って、反復復元は復元過程の画像のウェーブレットエネルギー分布を、標本点でのみウェーブレットエネルギー分布の真値へ近づける。従って、式(26)で標本点に関する項のみを抽出した評価基準

$$\begin{aligned} D'g = & \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{j=1}^J Uf(m, n)[(E_{jf}(m, n))^{1/2} \\ & - (E_{jg}(m, n))^{1/2}]^2 \\ & + \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} [S_{jf}(m+\tau, n+\tau) \\ & - S_{jg}(m+\tau, n+\tau)]^2 \end{aligned} \quad (38)$$

の減少が保証される。当然、前述の coarse-to-fine 射影法の適用も有効である。

平滑化関数の1階導関数を基本ウェーブレット関数に用いたウェーブレットエネルギー分布では、原画像の輪郭上で輝度こう配が極大となるために、ウェーブレットエネルギー分布もほぼ同じ座標で極大値となる。そこで、エネルギー分布を水平方向、垂直方向で走査し、極大値を検出することで原画像の輪郭を抽出する。本論文では、スケール $j=2$ でのウェーブレットエネルギー分布の極大値座標を輪郭座標とする。最小スケールの次に大きいスケールで輪郭抽出を行う理由は、正しく輝度こう配方向を再現できないテクスチャを除去し、かつウェーブレットエネルギー分布の標本点数を減少させるためである。この標本点で $j=1, 2, 3$ のウェーブレットエネルギー分布を標本化し、coarse-to-fine 射影法により原画像復元を行った結果を図 12(b) に示す。標本化によりテクスチャ、細部の再現性は劣下するが、おおまかな輪郭に関してはほとんど変化が生じない。更に、得られた標本点に対してしきい値を与え、しきい値以下のウェーブレットエネルギー極大値をもつ標本点の除去を行った。更に、ウェーブレットエネルギー極大値を追跡して複数の連続する曲線に分離した後、長さにしきい値を与える、短線除去を行って標本点の数を削減した。以上のしきい値の適用と短線除去の結果、得られた標本点を図 12(c) に示す。ここでは $j=2$ でのエネルギー分布が、同一スケールにおけるエネルギー分布の最大値の $1/8$ 以上、また長さが 5 点以上の輪郭線だけを抽出している。図 12(c) の標本点の総数は 4,995 点であり、65,536 点の原画像に対して約 $1/13$ である。この標本点からの復元画像を図 12(d) に示す。標本点として残っている輪郭は正確に再現され、原画像の内容を十分理解できる復元画像となっている。以上の結果よ

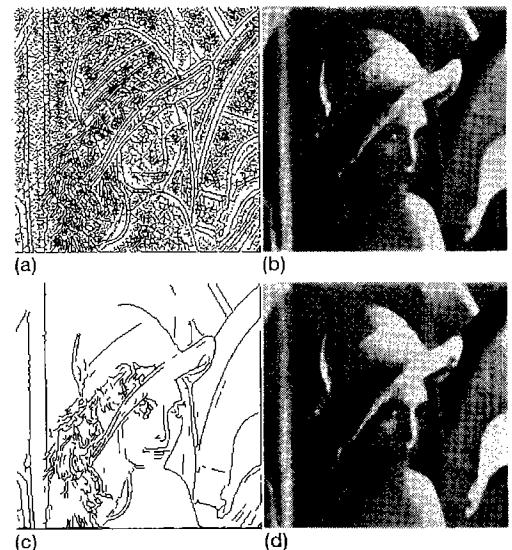


図 12 ウェーブレットエネルギー分布の標本点(a), (c)と復元画像(b), (d)

Fig. 12 Sampling points of the wavelet energy distribution (a), (c) and recoverd results (b), (d).

り、ウェーブレットエネルギー分布を標本化することで、画像圧縮を実現できる可能性があることがわかる。

輪郭情報を符号化することにより画像圧縮を行う方法は輪郭抽出符号化 [11] として提案されている。また、多重スケールによる輪郭抽出符号化としてウェーブレット極大値表現による符号化法が提案されている [4]。極大値表現による方法では、復元の際に凸射影復元法の適用の前に、輪郭の進行方向から水平、垂直方向のウェーブレット変換の比を推定する必要がある [4]。しかしながら、平滑化画像と矛盾なく各スケールごとに比を推定することは困難であり、推定を誤った場合、画像にひずみが発生する。それに対して提案した coarse-to-fine 復元法では、反復復元の過程で、平滑化画像と矛盾なく最大スケールから順に、正規化ウェーブレット変換が決まる。

輪郭抽出符号化法では、圧縮後の情報量は輪郭の長さにほぼ比例する。従って、輪郭が少ない画像に対して特に有効である。そこで、図 13(a) に示す人物画像を対象として符号化を試みる。図 12 で行ったしきい値操作、短点除去を適用して得られた標本点を図 13(b) に示す。図 13(b) に示した標本点数は 3,185 点である。また、標本点から得られた復元画像を図

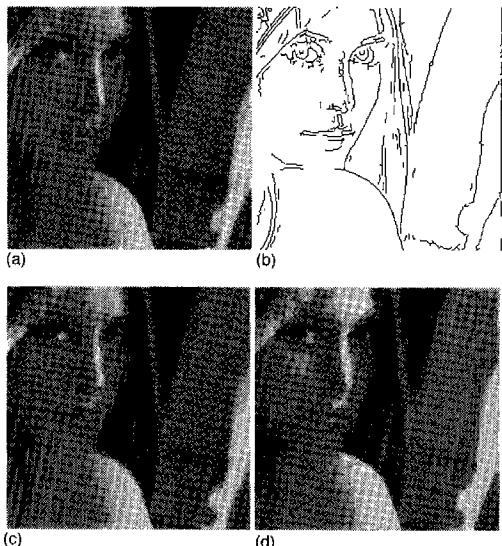


図 13 (a) 原画像, (b) ウエーブレットエネルギー分布の標本点, (c)(b) の標本点からの復元画像, (d) 量子化後の復元画像

Fig. 13 (a) Original image, (b) Sampling points of the wavelet energy distribution, (c) Recoverd image from sampling points in (b), (d) Recovered image after sampling and quantization.

13(c)に示す。この標本点は、それぞれスケールインデックス $j=1, 2, 3$ の三つのエネルギー分布の値を附加情報としてもつ。ウェーブレットエネルギー分布は、原画像の座標 (m, n) におけるリップシツ指数 α と

$$E_j f(m, n) \leq K(2^j)^{2\alpha} \quad (39)$$

で示す関係にある [4]。ここで K は画像によって決まる定数である。この関係から標本点でエネルギー分布は必ず

$$E_j f(m, n) = K(m, n)(2^j)^{2\alpha} \quad (40)$$

の関係に従うと仮定する。振幅 $K(m, n)$ とスケール間減衰比 α をそれぞれ量子化することで、標本点のウェーブレットエネルギー分布を量子化する。本論文では、 $K(m, n)$ の値を、スケールインデックス $j=3$ のウェーブレットエネルギー分布の最大値の 1 倍、 $1/2$ 倍、 $1/4$ 倍、 $1/8$ 倍を代表値として量子化し、減衰比 α を 0 若しくは $1/2$ のいずれかに量子化している。更に、一つの輪郭線分の中では極大値の性質が変化する可能性は小さいので、輪郭に沿って連続する五つの標本点の中で、最も出現頻度の高い代表値を記録し、他の四つの標本点の代表値としている。標本点の座標に

関しては方向差分符号化法 [12] により、線分の先頭座標と、輪郭線の進行方向を 1 点ごとに記録している。

平滑化画像に関しては、3 オクタープのウェーブレット変換を行っているために、平滑化画像の周波数帯域は、原信号の帯域に対して水平・垂直周波数共にはほぼ $1/8$ となっている。そこで、水平方向、垂直方向に $1/8$ のダウンサンプリングを行った後、6 bit に量子化している。以上の符号化法により、エントロピー符号化を適用せずに水平 256 点、垂直 256 点の原画像に対して 0.27 bpp の圧縮率を実現した。符号化後の再構成結果を図 13(d) に示す。再構成精度は p-pSN 比で 28.04 dB となっている。標本点として記録された輪郭は、おおむね正しく復元しており、式(40)の仮定が有効であることがわかる。また、本圧縮手法は、原画像の細部を除去する。しかしながら、直交変換符号化法では変換係数の量子化を原因として、輪郭周辺に雑音が広がるのに対して、本手法ではそれに類似した雑音は発生していない。

5. む す び

本論文では、ウェーブレット変換による回転不変に近い多重解像度表現として、ウェーブレットエネルギー分布を与え、その表現からの信号復元法を提案した。

基本ウェーブレット関数を平滑化関数の 1 階導関数とした場合、定義した表現法は画像の輝度こう配の大きさを近似する。信号復元法ではウェーブレット変換の多重スケールの性質を利用し、平滑化画像と矛盾なく輝度こう配方向が推定される Coarse-to-fine 射影法を提案した。復元例により提案法の有効性を確認し、定義した画像表現の性質を示した。また、ウェーブレットエネルギー分布を輪郭上で標本化することで、画像圧縮への応用の可能性を示した。今後の課題として、収束速度の詳細な解析、また反復の繰返しの終了条件の検討が挙げられる。

今回、輪郭抽出符号化への応用では、ウェーブレットエネルギー分布の量子化において、リップシツ指数によりスケール間の関係を仮定し、非線形量子化を適用している。スケール間に強い相関があることから、ベクトル量子化を用いることで再構成精度を改善することができる。また、本論文では单一のスケールで、しきい値を用いて輪郭抽出を行っているが、得られる多重スケール輪郭表現のアプリケーションを考慮し、

より有効な輪郭抽出法を検討する必要がある。

提案法は復元において、ウェーブレット逆変換・変換を繰り返す必要があるために、多くの演算が必要である。しかしながら、coarse-to-fine 射影法では、振幅値を修正するスケールが全スケールの中の一部であるために、修正分だけをウェーブレット逆変換することで演算量を削減することが考えられる。

文 献

- [1] I. Daubechies, Ten lectures on wavelets, CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics, SIAM, 1992.
- [2] S. Mallat, "Multifrequency channel decompositions of images and wavelets," IEEE Trans. Acoust., Speech & Signal Process., vol. 37, no. 12, pp. 2091-2110, Dec. 1989.
- [3] S. Mallat, "Zero-crossings of a wavelet transform," IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 37, no. 4, pp. 1019-1033, July 1991.
- [4] S. Mallat and S. Zhong, "Characterization of Signals from Multiscale Edges," IEEE Trans. Pattern Anal. & Mach. Intell., vol. 14, no. 7, pp. 710-732, July 1992.
- [5] Z. Cvetkovic and M. Vetterli, "Discrete-time wavelet extrema representation: design and consistent reconstruction," IEEE Trans. Signal Processing, vol. 43, no. 3, pp. 681-693, March 1995.
- [6] A. Rosenfeld and A. C. Kak, Digital image processing, Academic Press, Inc., 1976.
- [7] D. C. Youla and H. Webb, "Image restoration by the method of convex projections: part 1-theory," IEEE Trans. Med. Imaging, vol. 1, no. 2, Oct. 1982.
- [8] D. W. Griffin and J. S. Lim, "Signal Estimation from Modified Short-Time Fourier Transform," IEEE Trans. Acoust., Speech & Signal Process., vol. 32, no. 2, pp. 236-243, April 1984.
- [9] H. Kikuchi and M. Nakashizuka, "Image recovery experiments from multiscale energy maxima," Proc. Int'l Conf. on Digital Signal Processing, pp. 177-181, Cyprus, June 1995.
- [10] 中静真, 清水俊仁, 菊池久和, 申宰浩, 石井郁夫, 牧野秀夫, "ウェーブレット変換のエネルギー分布からの画像再構成とその輪郭抽出符号化への応用," 第 10 回ディジタル信号処理シンポジウム予稿集, C7-2, pp. 461-466, Nov. 1995.
- [11] S. Carlsson, "Sketch based coding of grey level images," Signal Processing, vol. 15, no. 1, pp. 57-83, July 1988.
- [12] 安居院猛, 中嶋正之, 画像情報処理, 基礎情報工学シリーズ 18, 森北出版株式会社, 1990.

(平成 8 年 4 月 22 日受付, 7 月 23 日再受付)



中静 真 (正員)

昭 63 新潟大・工・電子卒。平 2 同大大学院修士課程了。平 5 同大大学院自然科学研究科博士課程了。平 5 より新潟大・工・情報・助手、現在に至る。ディジタル信号処理、特に時間・周波数解析と時間・スケール解析に関する研究に従事。工博。

IEEE 会員。



菊池 久和 (正員)

昭 49 新潟大・工・電子卒。昭 51 同大大学院修士課程了。同年富士通入社。昭 54 新潟大・工・助手、同講師を経て平 3 同助教授 (電気電子)。平 4 年度文部省長期在外研究員(UCLA)。工博(東京工大)。デジタル信号処理、画像解析、ウェーブレット解析の研究に従事。IEEE 会員。



石井 郁夫 (正員)

昭 38 新潟大・工・電気卒。新潟大・工・情報・教授。工博。立体映像、仮想空間操作、コンピュータ・グラフィックス、コンピュータ・ビジョン、画像処理等の研究に従事。情報処理学会会員。



牧野 秀夫 (正員)

昭 51 新潟大・工・電子卒。昭 53 同大大学院修士課程了。昭 54 新潟大・工・情報・助手、平 2 同助教授、現在に至る。この間、昭 58 より 1 年間、北大・応電研・生体制御部門において信号処理の研究に従事。平 1 より 1 年間、カナダ・トロント大学医学部において生体信号処理の研究に従事。最近は体内植込み型医用機器ならびに盲人用教育機器の開発を行っている。工博(北海道大学)。日本 ME 学会、IEEE、電気学会、日本心臓ペーシング学会各会員。