

動画像からの平面移動カメラの位置・姿勢・自己運動の決定

速水 康晴<sup>†\*</sup> 山本 正信<sup>†</sup>

Pose and Ego-Motion from Two Perspective Views from a Moving Camera

Yasuharu HAYAMI<sup>†\*</sup> and Masanobu YAMAMOTO<sup>†</sup>

あらまし 本論文では、移動するカメラからの動画像を使って、カメラの位置・姿勢および運動を決定する手法を提案する。カメラは、平らな床面上を走行する移動ロボットに、光軸が床面に平行になるように搭載する。カメラの移動によって得られた画像間の特徴点対応と、それに対応するシーンの形状モデルが与えられたとき、カメラの位置・姿勢および運動を同時に決定する方程式を求め、その解を解析的に求める手法を示す。その際、解が一意に決定できる条件について明らかにする。

キーワード 動画像解析, カメラの位置・姿勢, 自己運動, 非線形方程式, 解析解法

1. まえがき

本論文では、移動するカメラからの動画像を使って、画像間の特徴点対応とシーンの形状モデルが与えられているとき、カメラの位置・姿勢および運動を決定する手法を提案する。ここで、シーンの形状モデルはシーン座標系で記述されているものとする。

観測しているシーンが一つの平面でモデル化できるとき、動画像からカメラの向き<sup>(注1)</sup>と運動を決定する問題は、Longuet-HigginsとPrazdny [3]によって最初に取り上げられた。彼らは解析的な解法を与えたが、移動ベクトルのみならずその空間微分と時間微分を仮定するものであった。移動ベクトル分布のみからこの問題を解く方法は、TsaiとHuang [17]により示された。しかし、彼らの方法は数値解法を含むため偽の解に到達する可能性があった。そのため、解析的手法による解法が相次いで提案された[4]~[7],[9],[10],[12],[16],[18]~[20]<sup>(注2)</sup>。同時に、一意な解をもつための条件が詳細に吟味された。

解析解法の登場によって、この問題は一応の決着を見た。しかし、観測している平面が1枚である限り次のような限界がある。

● 真の解の他に偽の解が存在する場合があります。動画像上で観測している限り両者は全く区別がつかない。

● カメラの位置と姿勢がすべて求められたわけではない。得られたのはカメラの向きのみである。

そこで、本論文では複数の平面を含むシーンを観測する。そのとき、次の三つの条件を仮定する。

(1) カメラ投影面上の点がシーンのどの平面に対応するのかわかっているものとする。但し、平面上の位置までは指定しない。

(2) 平面と平面との間の相対的な位置と姿勢の関係は与えられるものとする。1枚の平面から得られるのは、カメラの位置・姿勢のうち向きのみである。この条件は、カメラの位置・姿勢を完全に決定するために必要な条件である。論文[8],[13],[15]では偽の解を取り除くために、2枚の平面を観測しているが、カメラの位置・姿勢については向きのみしか得られていない。

(3) カメラは床面上を走行する移動ロボットに取り付けられている。従って、カメラの位置・姿勢や運動はこの移動ロボットの動作が可能な範囲に制約される。

条件(2)はシーンの3次元形状を与えることを意味している。もし、条件(1)で投影点に対応するシーンの座標値も与えられるならば、静止画像からでもカメラの位置と姿勢を求めることができる。実際、既知の

(注1)：過去の論文では、カメラの向きではなく面の向きを決定しているが、両者は物体中心の座標系で観測したか、カメラ中心の座標系で観測したかの違いである。本論文では、物体中心の座標系で記述する。

(注2)：金谷[9]は点の対応関係を陽に用いることなく、濃淡値などの特徴量の変化から解を求めている。

<sup>†</sup> 新潟大学工学部情報工学科, 新潟市  
Department of Information Engineering, Niigata Univ. 8050  
Ikarashi 2-nocho, Niigata-shi, 950-21 Japan

\* 現在, 日本電算機株式会社

3次元形状とその投影像との対応づけからカメラの位置と姿勢を知る問題については、数多くの研究が報告されている[1],[2],[11]。この投影像にはシーンを構成している物体の稜線や頂点など3次元形状を表す特徴が含まれているが、それ以外にも物体面上の模様も含まれている。模様はそれらの座標値が既知であることは少ない。従って、投影像から形状に対応する特徴のみを選び出す必要がある。条件(1)は、投影像に現れた特徴がどの平面に対応しているかを示すだけでよい。形状に対応する特徴だけを選び出す必要はない。

この与えられた三つの条件下で、複数枚の平面からなるシーンの形状モデルを用いて、対応づけられた2枚の画像からカメラの位置・姿勢および運動を決定する。次章では、問題の定式化を行う。3.では解析解法を示し、4.で解が一意に決定できないための条件を明らかにする。このとき、一意な解をもつためには少なくとも3枚の平面を観測する必要があることを示す。5.でシミュレーション実験を行う。

## 2. 問題の定式化

本章では、カメラの位置・姿勢および運動を決定する方程式を導く。

### 2.1 カメラモデル

移動ロボットは、平らな床面上を走行するものとし、カメラは、光軸が床面に平行になるようにロボットに搭載されているとする。図1でシーン座標系  $(u, v, w)$  は、 $u-w$  平面を床面とし、 $v$  軸正の方向を下向きとする。カメラ座標系  $(x, y, z)$  は、光軸を  $z$  軸正の方向とし、 $x-z$  平面が床面と平行で、床面に向かう方向を  $y$  軸正の方向、座標系の原点をカメラの投影中心とする。カメラの投影中心の床面からの高さを  $e$  と

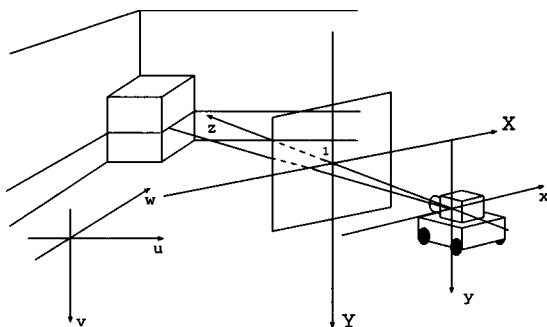


図1 移動ロボット  
Fig.1 Mobile robot.

する。シーンはカメラ座標  $z = 1$  上の投影面  $(X, Y)$  に中心投影される。このとき、 $x-z$  平面上の点は、 $Y = 0$  の1次元画像上に次式で中心投影される。

$$X = \frac{x}{z} \tag{1}$$

### 2.2 カメラの位置・姿勢・運動

カメラ座標系の原点がカメラの位置であるとして、図2のようにシーン座標系におけるカメラの位置を  $(p_x, p_y, p_z)$ 、向きを  $w$  軸方向から垂直軸回り  $\theta$  とする。ここで、カメラ座標での点  $(x, y, z)$  をシーン座標  $(u, v, w)$  で表すと、 $p_y = -e$  より次式のようになる。

$$\begin{cases} u = x \cos \theta + z \sin \theta + p_x \\ v = y - e \\ w = -x \sin \theta + z \cos \theta + p_z \end{cases} \tag{2}$$

カメラの運動は、カメラ座標系の座標変換と考えることができる。今、カメラがそのカメラ座標系の横軸 ( $x$  軸) 方向に  $T_x$  並進、光軸 ( $z$  軸) 方向に  $T_z$  並進し、垂直軸 ( $y$  軸) 回りに  $\phi$  回転したとする。カメラ座標系の点  $(x, y, z)$  が、新しいカメラ座標系で点  $(x', y', z')$  で表されたとき、2点の関係は次式で与えられる。

$$\begin{cases} x = x' \cos \phi + z' \sin \phi + T_x \\ y = y' \\ z = -x' \sin \phi + z' \cos \phi + T_z \end{cases} \tag{3}$$

### 2.3 輪郭線モデル

$x-z$  平面上の点は、 $Y = 0$  上の1次元画像上に投

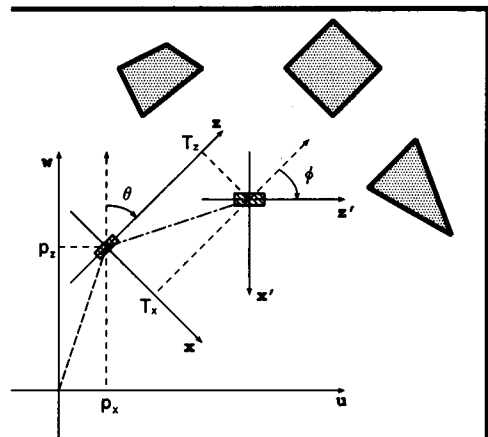


図2 カメラの位置・姿勢・運動  
Fig.2 Pose and ego-motion of camera.

影されるが、式(3)より  $y' = y = 0$  となるので、運動後も同じ1次元画像上に中心投影される。よって、カメラの動きは、この1次元画像を観測することで知ることができる。従って、物体面のモデルは、物体をシーン座標での平面  $v = -e$  で切った輪郭線を考えれば十分である。ここでは輪郭線を折れ線近似したものとする。輪郭線モデルを次の1次方程式で表す。

$$au + cw + d = 0 \quad (4)$$

#### 2.4 推定式の導出

カメラの移動前と移動後とで2枚の1次元画像を得、画像間で特徴点に対応づけられているとする。更に、それぞれの特徴点に対応する輪郭線モデルも教示されているとする。

1次元画像上で位置  $X$  に観測された点が、次の1次元画像では  $X'$  に観測されたとする。このとき、 $X, X'$  はそれぞれカメラの座標  $(x, 0, z)$ ,  $(x', 0, z')$  の投影であるとすれば、投影式(1)より、

$$X = \frac{x}{z} \quad (5)$$

$$X' = \frac{x'}{z'} \quad (6)$$

となる。

点  $(x, 0, z)$  を式(2)でシーンの座標に変換した点  $(u, -e, w)$  が輪郭線モデル上(4)にあるとすれば、

$$\begin{aligned} & ((aX + c) \cos \theta + (a - cX) \sin \theta) z \\ & + (ap_x + cp_z + d) = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

を得る。

次に、式(5)、(6)から  $x, x'$  を式(3)に代入して整理すると、

$$Xz = (X' \cos \phi + \sin \phi) z' + T_x \quad (8)$$

$$z = (-X' \sin \phi + \cos \phi) z' + T_z \quad (9)$$

となる。この二つの式より  $z'$  を消去して整理すると、

$$\begin{aligned} & ((X' - X) \cos \phi + (XX' + 1) \sin \phi) z \\ & = X'(T_x \cos \phi + T_x \sin \phi) \\ & + (T_z \sin \phi - T_x \cos \phi) \end{aligned} \quad (10)$$

を得る。

式(7)、(10)から  $z$  を消去すると、

$$\{(aX + c) \cos \theta + (a - cX) \sin \theta\}$$

$$\begin{aligned} & \times \{X'(T_x \cos \phi + T_x \sin \phi) \\ & + (T_z \sin \phi - T_x \cos \phi)\} \\ & + (ap_x + cp_z + d) \\ & \times \{(X' - X) \cos \phi + (XX' + 1) \sin \phi\} \\ & = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

を得る。これはカメラの位置・姿勢  $p_x, p_z, \theta$ , カメラの運動  $T_x, T_z, \phi$  を未知数とする非線形方程式である。

### 3. 解析解法

式(11)は未知数六つの方程式である。この方程式を解析的に解くために、七つの観測点から導かれた方程式を連立させて解く。以下添字  $i$  は、観測点の番号とする。

式(11)について、変数を次のように中間変数  $q_1, \dots, q_8$  に置き換える。

$$q_1 = T_x \cos \theta \quad (12)$$

$$q_2 = T_x \sin \theta \quad (13)$$

$$q_3 = T_z \cos \theta \quad (14)$$

$$q_4 = T_z \sin \theta \quad (15)$$

$$q_5 = p_x \quad (16)$$

$$q_6 = p_z \quad (17)$$

$$q_7 = \sin \phi \quad (18)$$

$$q_8 = \cos \phi \quad (19)$$

係数についても、

$$h_{i,1} = (a_i X_i + c_i) X'_i \quad (20)$$

$$h_{i,2} = (a_i - c_i X_i) X'_i \quad (21)$$

$$h_{i,3} = a_i X_i + c_i \quad (22)$$

$$h_{i,4} = a_i - c_i X_i \quad (23)$$

$$h_{i,5} = a_i (X_i X'_i + 1) \quad (24)$$

$$h_{i,6} = c_i (X_i X'_i + 1) \quad (25)$$

$$h_{i,7} = a_i (X'_i - X_i) \quad (26)$$

$$h_{i,8} = c_i (X'_i - X_i) \quad (27)$$

$$h_{i,9} = -d_i (X_i X'_i + 1) \quad (28)$$

$$h_{i,10} = -d_i (X'_i - X_i) \quad (29)$$

とおくと、連立方程式は次のようになる。

$$(h_{1,1}q_7 - h_{1,3}q_8)q_1 + (h_{1,2}q_7 - h_{1,4}q_8)q_2$$

$$\begin{aligned}
 &+(h_{1,3q7} + h_{1,1q8})q_3 + (h_{1,4q7} + h_{1,2q8})q_4 \\
 &+(h_{1,5q7} + h_{1,7q8})q_5 + (h_{1,6q7} + h_{1,8q8})q_6 \\
 = &h_{1,9q7} + h_{1,10q8} \\
 &\vdots
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &(h_{7,1q7} - h_{7,3q8})q_1 + (h_{7,2q7} - h_{7,4q8})q_2 \\
 &+(h_{7,3q7} + h_{7,1q8})q_3 + (h_{7,4q7} + h_{7,2q8})q_4 \\
 &+(h_{7,5q7} + h_{7,7q8})q_5 + (h_{7,6q7} + h_{7,8q8})q_6 \\
 = &h_{7,9q7} + h_{7,10q8} \quad (30)
 \end{aligned}$$

これは、変数  $\phi$ 、つまり  $q_7, q_8$  を固定すると、中間変数  $q_1, \dots, q_6$  に関する線形連立方程式となる。七つの方程式 (30) のうち六つを選ぶ。ここでは、一般性を失うことなく、最初の六つを選ぶ。

$$\begin{aligned}
 &H_q \\
 = &\begin{pmatrix} h_{1,1q7} - h_{1,3q8} & h_{1,2q7} - h_{1,4q8} \\ \vdots & \vdots \\ h_{6,1q7} - h_{6,3q8} & h_{6,2q7} - h_{6,4q8} \\ h_{1,3q7} + h_{1,1q8} & h_{1,4q7} + h_{1,2q8} \\ \vdots & \vdots \\ h_{6,3q7} + h_{6,1q8} & h_{6,4q7} + h_{6,2q8} \\ h_{1,5q7} + h_{1,7q8} & h_{1,6q7} + h_{1,8q8} \\ \vdots & \vdots \\ h_{6,5q7} + h_{6,7q8} & h_{6,6q7} + h_{6,8q8} \end{pmatrix} \quad (31)
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \end{pmatrix} \quad (32)$$

$$\mathbf{b}_q = \begin{pmatrix} h_{1,9q7} + h_{1,10q8} \\ \vdots \\ h_{6,9q7} + h_{6,10q8} \end{pmatrix} \quad (33)$$

とおくと、式 (30) は、

$$H_q \mathbf{q} = \mathbf{b}_q \quad (34)$$

となる。この中間変数  $\mathbf{q}$  についての線形連立方程式を

解く。ここで、

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} & h_{1,3} & h_{1,4} & h_{1,5} & h_{1,6} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{6,1} & h_{6,2} & h_{6,3} & h_{6,4} & h_{6,5} & h_{6,6} \end{pmatrix} \quad (35)$$

$$\mathbf{h}_9 = \begin{pmatrix} h_{1,9} \\ \vdots \\ h_{6,9} \end{pmatrix} \quad (36)$$

$$\mathbf{h}_{10} = \begin{pmatrix} h_{1,10} \\ \vdots \\ h_{6,10} \end{pmatrix} \quad (37)$$

とし、6次元ベクトル  $\mathbf{r}'$ 、 $\mathbf{r}^*$  を線形連立方程式

$$\mathbf{H}\mathbf{r}' = \mathbf{h}_9 \quad (38)$$

$$\mathbf{H}\mathbf{r}^* = \mathbf{h}_{10} \quad (39)$$

の解とすると、 $|\mathbf{H}| \neq 0$  のとき付録 1. より、

$$\begin{aligned}
 q_1 = &r'_1 q_7^2 + r_1^* q_7 q_8 - r'_3 q_7 q_8 \\
 &- r_3^* q_8^2 - r'_6 q_7 q_8 - r_6^* q_8^2 \quad (40)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 q_2 = &r'_2 q_7^2 + r_2^* q_7 q_8 - r'_4 q_7 q_8 \\
 &- r_4^* q_8^2 - r'_5 q_7 q_8 + r_5^* q_8^2 \quad (41)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 q_3 = &r'_3 q_7^2 + r_3^* q_7 q_8 + r'_1 q_7 q_8 \\
 &+ r_1^* q_8^2 + r'_5 q_7 q_8 + r_5^* q_8^2 \quad (42)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 q_4 = &r'_4 q_7^2 + r_4^* q_7 q_8 + r'_2 q_7 q_8 \\
 &+ r_2^* q_8^2 - r'_6 q_7 q_8 - r_6^* q_8^2 \quad (43)
 \end{aligned}$$

$$q_5 = r'_5 q_7^2 + r_5^* q_7 q_8 + r'_6 q_7 q_8 + r_6^* q_8^2 \quad (44)$$

$$q_6 = r'_6 q_7^2 + r_6^* q_7 q_8 - r'_5 q_7 q_8 - r_5^* q_8^2 \quad (45)$$

となり、 $q_1, \dots, q_6$  と  $q_7, q_8$  との関係が求まる。

これを方程式 (30) の残りの 7 番目の式に代入し整理すると、

$$\begin{aligned}
 &h_{7,1}(r'_1 q_7 + r_1^* q_8) + h_{7,2}(r'_2 q_7 + r_2^* q_8) \\
 &+ h_{7,3}(r'_3 q_7 + r_3^* q_8) + h_{7,4}(r'_4 q_7 + r_4^* q_8) \\
 &+ h_{7,5}(r'_5 q_7 + r_5^* q_8) + h_{7,6}(r'_6 q_7 + r_6^* q_8) \\
 = &h_{7,9q7} + h_{7,10q8} \quad (46)
 \end{aligned}$$

となる。この式を  $q_7, q_8$  について整理すると、 $q_7$  と  $q_8$  の関係が線形方程式として得られる。

$$\alpha q_7 + \beta q_8 = 0 \quad (47)$$

但し、

$$\alpha = h_{7,1}r'_1 + h_{7,2}r'_2 + h_{7,3}r'_3 + h_{7,4}r'_4 + h_{7,5}r'_5 + h_{7,6}r'_6 - h_{7,9} \quad (48)$$

$$\beta = h_{7,1}r^*_1 + h_{7,2}r^*_2 + h_{7,3}r^*_3 + h_{7,4}r^*_4 + h_{7,5}r^*_5 + h_{7,6}r^*_6 - h_{7,10} \quad (49)$$

この式(47)と  $q_7, q_8$  の定義から得られる関係式

$$q_7^2 + q_8^2 = 1 \quad (50)$$

より、 $\alpha = \beta = 0$  でない場合、

$$q_7^2 = \frac{\beta^2}{\alpha^2 + \beta^2} \quad (51)$$

$$q_7q_8 = -\frac{\alpha\beta}{\alpha^2 + \beta^2} \quad (52)$$

$$q_8^2 = \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \beta^2} \quad (53)$$

となる。これを式(40)~(45)に代入して整理すれば、 $q_1, \dots, q_6$  の解を得る。

求めた中間変数の解より、もとの方程式の解を求める。

式(16), (17)より、直ちに、

$$p_x = q_5 \quad (54)$$

$$p_z = q_6 \quad (55)$$

を得る。

次に、 $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = 0$  でない場合、式(12)~(15)と  $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$  より、 $\cos\theta, \sin\theta$  が次のように求まる。

$$\cos\theta = \pm\sqrt{\frac{q_1^2 + q_3^2}{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2}} \quad (56)$$

$$\sin\theta = \pm\sqrt{\frac{q_2^2 + q_4^2}{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2}} \quad (57)$$

但し、復号同順である。これより、 $\theta$  の解は二つ得られるが、それぞれの解を式(7)を距離  $z_i$  について解いた

$$z_i = -\frac{a_i p_x + c_i p_z + d_i}{h_{i,3} \cos\theta + h_{i,4} \sin\theta} \quad (58)$$

に代入する。この式は、 $\sin\theta, \cos\theta$  の符号の変化が  $z_i$  の符号の変化となっている。観測点はカメラから見ていなければならないため、距離は正の値をとる必

要がある。よって、距離  $z_i$  が正となる方を  $\theta$  の解とする。

式(12), (13)より  $T_x$ , 式(14), (15)より  $T_z$  が得られる。

$$T_x = \frac{q_1 + q_2}{\cos\theta + \sin\theta} \quad (59)$$

$$T_z = \frac{q_3 + q_4}{\cos\theta + \sin\theta} \quad (60)$$

となる。

最後に、式(18), (19), (47)と  $\sin^2\phi + \cos^2\phi = 1$  より、

$$\cos\phi = \pm\sqrt{\frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \beta^2}} \quad (61)$$

$$\sin\phi = \mp\sqrt{\frac{\beta^2}{\alpha^2 + \beta^2}} \quad (62)$$

但し、復号同順である。これより、 $\phi$  の解は二つ得られるが、それぞれの解を式(7)と式(9)より求まる

$$z'_i = \frac{T_z(h_{i,3} \cos\theta + h_{i,4} \sin\theta) + a_i p_x + c_i p_z + d_i}{(\cos\phi - X'_i \sin\phi)(h_{i,3} \cos\theta + h_{i,4} \sin\theta)} \quad (63)$$

に代入する。この式は、 $\sin\phi, \cos\phi$  の符号の変化が  $z'_i$  の符号の変化となっている。よって、距離  $z'_i$  が正となる方を  $\phi$  の解とする。

このようにして、カメラの位置・姿勢  $p_x, p_z, \theta$  とカメラの運動  $T_x, T_z, \phi$  が求まる。

以上の解法を整理すると、次のようになる。

(1)  $|H| \neq 0$  のとき、二つの線形連立方程式(38), (39)を解く。

(2) 求めた解より  $\alpha = \beta = 0$  でないとき、中間変数  $q_1 \dots q_8$  を求める。

(3) 中間変数の解より  $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = 0$  でないとき、カメラの位置・姿勢  $p_x, p_z, \theta$ , カメラの運動  $T_x, T_z, \phi$  を求める。

#### 4. 解が一意に定まらない場合

前章の解法において、解が一意に決定できない場合は、次の三つの条件のうちいずれかが成り立つときであった。

(1)  $|H| = 0$ .

(2)  $\alpha = \beta = 0$ .

(3)  $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = 0$ .

これらの条件は、シーンの構造や、観測点の位置、

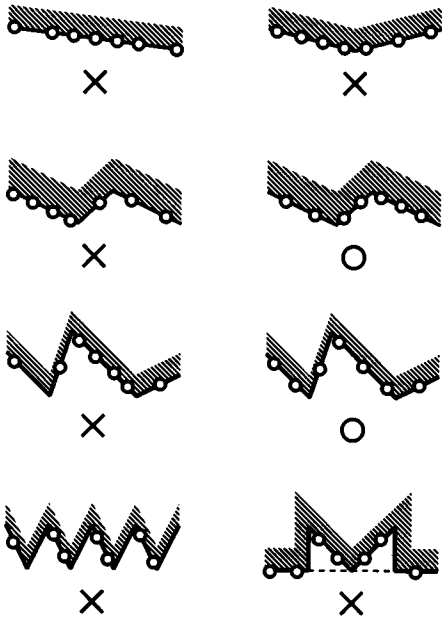


図3 一意な解をもつための条件  
Fig.3 Scenes for unique solution.

カメラの動きが次の四つの場合に満たされる。その証明は付録 2. の定理 1 から 4 を参照。

(a)  $T_x = 0$  かつ  $T_z = 0$  の場合、つまり、ステレオ視が成立しない場合。このとき、 $|H| = 0$ ,  $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = 0$  となる (定理 1)。

(b) 一つの面から 7 点のうち 4 点以上の点を観測した場合。このとき、 $|H| = 0$  または  $\alpha = \beta = 0$  となる (定理 2)。

(c) 観測点に対応するすべての面の傾きが等しい場合。このとき、 $|H| = 0$  となる (定理 3)。

(d) 観測点に対応するすべての面の方程式がある 1 点で交差している場合。このとき、 $|H| = 0$  となる (定理 4)。

2 枚の面を観測しているとき、そのうちの 1 面には少なくとも 4 点の観測点が存在する。これは (b) の場合に相当する。解を一意に決定するためには、3 面以上を観測する必要がある。面の個数とその面の状態、またそれぞれの面上での観測点の配置について、解が一意に決定できるための条件を図 3 に示す。図で○印を付けたシーンは解を一意に決定することが可能であり、×印を付けたシーンは解を一意に決定することができない。

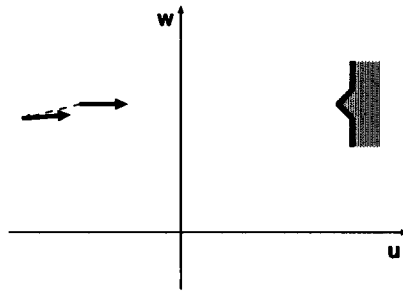


図4 カメラの移動とシーン  
Fig.4 Setup for a simulation.

表1 観測点と輪郭線モデル  
Table 1 Projection of points on the model segments.

観測点座標値 X	輪郭線モデルの方程式
-0.0625	$-u + 45 = 0$
-0.0625, 0	$-u + w - 5 = 0$
0, 0.025, 0.0625	$-u - w + 85 = 0$
0.0625	$-u + 45 = 0$

表2 カメラの位置・姿勢および運動の推定結果  
Table 2 Estimated pose and motion parameters of the camera in motion.

	理論値	ピクセル	サブピクセル
$p_x$	-35	-1.73	-48.21
$p_z$	45	51.64	42.79
$\theta$	90°	103.57°	85.44°
$T_x$	5	1.81	6.59
$T_z$	-20	-12.55	-22.80
$\phi$	-5°	-3.71°	-5.52°

## 5. シミュレーション実験

提案した手法をシミュレーション実験により評価した。カメラは図 4 に描かれているように、最初は床面上 (-35, 45) の位置にあり、u 軸の正方向を向いている。矢印はカメラの向きである。このカメラが、光軸方向に -20 その横軸方向に 5 並進、垂直軸回りに -5 度回転したときのカメラの位置・姿勢・自己運動を推定した。

観測しているシーンは、図 4 でハッチングされた領域の輪郭線である。輪郭線の方程式と輪郭線上の最初の観測点座標値を表 1 に示す。

カメラの視野角を 30° とし、解像度 4096 画素のイメージセンサを仮定した。カメラの位置・姿勢および運動の推定結果を表 2 に示す。ノイズは量子化ノイズのみである。すなわち、観測点の位置を画素単位で与えた結果が表のピクセルの列に、また 1/10 画素の精度で与えた結果がサブピクセルの列に示されている。カ

メラの動作が床面上に拘束されているので、イメージセンサは1次元で十分である。この実験結果より、高い解像度をもつリニアセンサを使えば本手法は有効であると思われる。

## 6. むすび

本論文では、移動するカメラからの動画像を使って、カメラの位置・姿勢および運動を解析的に求める手法を提案した。その際に、解を一意に決定するための条件について検討した。本手法は、ノイズが含まれていない理想的な場合の解法を示した。5.でのシミュレーション実験から明らかのように、本手法はノイズに極めて敏感である。ノイズを含んだ場合には、7点以上の多数の点からの最適解法が考えられる。この解法については、別の機会に発表したい。

本論文では、カメラの動きを床面上に制限した。カメラが小さな3次元運動をしているときの解法は、文献[14]を参照されたい。一般的なカメラの3次元運動については、今後の課題である。

## 文 献

- [1] D. DeMenthon and L.S. Davis, "Exact and approximate solutions of the perspective-three-point problem," IEEE Trans. PAMI, vol.14, no.11, pp.1100-1108, 1992.
- [2] M.A. Fischler and R.C. Bolles, "Random sample consensus: A paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography," Graphics and Image Processing, vol.24, no.6, pp.381-395, 1981.
- [3] H.C. Longuet-Higgins and K. Prazdny, "The interpretation of a moving retinal image," Proc. R. Soc. London, B208, pp.385-397, 1980.
- [4] H.C. Longuet-Higgins, "The visual ambiguity of a moving plane," Proc. R. Soc. London, B223, pp.165-175, 1984.
- [5] H.C. Longuet-Higgins, "The reconstruction of a plane surface from two perspective projections," Proc. R. Soc. London, B227, pp.399-410, 1986.
- [6] H.C. Longuet-Higgins, "Multiple interpretations of a pair of images of a surface," Proc. R. Soc. London, A418, pp.1-15, 1988.
- [7] X. Hu and N. Ahuja, "Necessary and sufficient conditions for a unique solution of plane motion and structure," IEEE Trans. RA, vol.11, no.2, pp.304-308, 1995.
- [8] 金谷健一, "中心投影オプティカルフローの解析," 情処学会 CV 研究会, 36-1, 1985.
- [9] 金谷健一, "対応点を用いない物体の運動認識の理論," 情処学論, vol.27, no.3, 1986.
- [10] K. Kanatani and S. Takeda, "3-D motion analysis of a planar surface by renormalization," IEICE Trans. Inf. & Syst., vol.E78-D, no.8, pp.1074-1079, 1995.
- [11] D.G. Lowe, "Fitting parameterized three-dimensional models to images," IEEE Trans. PAMI, vol.13, no.5, pp.441-450, 1991.
- [12] S. Negahdaripour, "Closed-form relationship between the two interpretations of a moving plane," J. Opt. Soc. Am. A, vol.7, no.2, pp.279-285, 1990.
- [13] S. Negahdaripour and S. Lee, "Motion recovery from image sequences using only first order flow information," International Journal of Computer Vision, vol.9, no.3, pp.163-184, 1992.
- [14] 太田佳人, 速水康晴, 山本正信, "動画像からの3次元モデルフィッティング," 情報処理学会第50回全国大会, 5D-7, 1995.
- [15] S. Sinclair and A. Blake, "Quantitative planar region detection," International Journal of Computer Vision, vol.18, no.1, pp.77-91, 1996.
- [16] M. Subbarao and A.M. Waxman, "Closed-form solutions to image flow equations for planar surfaces in motion," CVGIP, vol.36, pp.208-228, 1986.
- [17] R.Y. Tsai and T.S. Huang, "Estimating three-dimensional motion parameters of a rigid planar patch," IEEE Trans. ASSP, vol.29, no.6, pp.1147-1152, 1981.
- [18] R.Y. Tsai, T.S. Huang, and W.-L. Zhu, "Estimating three-dimensional motion parameters of a rigid planar patch, II: Singular value decomposition," IEEE Trans. ASSP, vol.30, no.4, pp.525-534, 1982.
- [19] R.Y. Tsai and T.S. Huang, "Estimating three-dimensional motion parameters of a rigid planar patch, III: Finite point correspondences and three-view problem," IEEE Trans. ASSP, vol.32, no.2, pp.213-220, 1984.
- [20] J. Weng, N. Ahuja, and T.S. Huang, "Motion and structure from point correspondences with error estimation: Planar surfaces," IEEE Trans. SP, vol.39, no.12, pp.2691-2717, 1991.

## 付 録

### 1. 行列式の計算

連立方程式 (34) を解くと、

$$q_i = \frac{|H_q^i|}{|H_q|} \quad (\text{A} \cdot 1)$$

となる。但し、 $H_q^i$  は  $H_q$  の  $i$  列を  $b_q$  で置き換えたものである。

ここで、式 (20)~(27) より、次の関係が成立する。

$$\begin{aligned} h_{i,5} + h_{i,8} &= a_i X_i X_i' + a_i + c_i X_i' - c_i X_i \\ &= a_i X_i X_i' + c_i X_i' + a_i - c_i X_i \\ &= h_{i,1} + h_{i,4} \end{aligned} \quad (\text{A} \cdot 2)$$

$$\begin{aligned} h_{i,2} + h_{i,6} &= a_i X_i' - c_i X_i X_i' + c_i X_i X_i' + c_i \\ &= a_i X_i + c_i + a_i X_i' - a_i X_i \\ &= h_{i,3} + h_{i,7} \end{aligned} \quad (\text{A} \cdot 3)$$

また,  $q_7, q_8$  の定義より

$$q_7^2 + q_8^2 = 1 \quad (\text{A-4})$$

これらを用いて  $q_1 \dots q_6$  の値を求める。

まず, 分母については,

$$|H_q| = |H| \quad (\text{A-5})$$

となる。

次に, 分子については,

$$|H_q^1| = |H^1|q_7 - |H^3|q_8 - |H^6|q_8 \quad (\text{A-6})$$

$$|H_q^2| = |H^2|q_7 - |H^4|q_8 - |H^5|q_8 \quad (\text{A-7})$$

$$|H_q^3| = |H^3|q_7 + |H^1|q_8 + |H^5|q_8 \quad (\text{A-8})$$

$$|H_q^4| = |H^4|q_7 + |H^2|q_8 - |H^6|q_8 \quad (\text{A-9})$$

$$|H_q^5| = |H^5|q_7 + |H^6|q_8 \quad (\text{A-10})$$

$$|H_q^6| = |H^6|q_7 - |H^5|q_8 \quad (\text{A-11})$$

となる。但し,  $H^i$  は  $H$  の  $i$  列を  $b_q$  で置き換えたものである。

ここで, 式 (38), (39) の関係より,

$$\frac{|H^i|}{|H|} = r'_i q_7 + r_i^* q_8 \quad (\text{A-12})$$

となる。よって,

$$q_1 = r'_1 q_7^2 + r_1^* q_7 q_8 - r'_3 q_7 q_8 - r_3^* q_8^2 - r'_6 q_7 q_8 - r_6^* q_8^2 \quad (\text{A-13})$$

$$q_2 = r'_2 q_7^2 + r_2^* q_7 q_8 - r'_4 q_7 q_8 - r_4^* q_8^2 - r'_5 q_7 q_8 + r_5^* q_8^2 \quad (\text{A-14})$$

$$q_3 = r'_3 q_7^2 + r_3^* q_7 q_8 + r'_1 q_7 q_8 + r_1^* q_8^2 + r'_5 q_7 q_8 + r_5^* q_8^2 \quad (\text{A-15})$$

$$q_4 = r'_4 q_7^2 + r_4^* q_7 q_8 + r'_2 q_7 q_8 + r_2^* q_8^2 - r'_6 q_7 q_8 - r_6^* q_8^2 \quad (\text{A-16})$$

$$q_5 = r'_5 q_7^2 + r_5^* q_7 q_8 + r'_6 q_7 q_8 + r_6^* q_8^2 \quad (\text{A-17})$$

$$q_6 = r'_6 q_7^2 + r_6^* q_7 q_8 - r'_5 q_7 q_8 - r_5^* q_8^2 \quad (\text{A-18})$$

となる。

## 2. 解が一意に定まらない場合の証明

[定理 1]  $T_x = T_z = 0$  ならば  $|H| = 0$  である。

(証明)  $T_x = T_z = 0$  の場合, 式 (6) に式 (3) を代入し, 式 (5) を用いて  $X_i$  と  $X'_i$  との関係を決めると, 次式のようになる。

$$X'_i = \frac{X_i \cos \phi - \sin \phi}{X_i \sin \phi + \cos \phi} \quad (\text{A-19})$$

$\sin \phi \neq 0$  のとき, この式は次のように書き換えることができる。

$$X'_i = \gamma - \frac{\gamma^2 + 1}{X_i + \gamma} \quad (\text{A-20})$$

但し,

$$\gamma = \frac{\cos \phi}{\sin \phi} \quad (\text{A-21})$$

ここで,  $h_{i,5}$  を計算すると,

$$\begin{aligned} h_{i,5} &= a_i X_i X'_i + a_i \\ &= a_i X_i \left( \gamma - \frac{\gamma^2 + 1}{X_i + \gamma} \right) + a_i \\ &= \gamma \left\{ a_i X_i - a_i \left( \gamma - \frac{\gamma^2 + 1}{X_i + \gamma} \right) \right\} \\ &= \gamma (a_i X_i - a_i X'_i) \\ &= -\gamma h_{i,7} \end{aligned} \quad (\text{A-22})$$

付録 1. の式 (A-2) より,

$$h_{i,1} + h_{i,4} - h_{i,8} = h_{i,5} \quad (\text{A-23})$$

であるので, この式に式 (A-22) を代入すれば,

$$h_{i,1} + h_{i,4} - h_{i,8} = -\gamma h_{i,7} \quad (\text{A-24})$$

となる。この式を行列式  $|H|$  に代入すると,

$$\begin{aligned} |H| &= \begin{vmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} & h_{1,3} & h_{1,4} & h_{1,5} & h_{1,6} \\ & & & & \vdots & \\ h_{6,1} & h_{6,2} & h_{6,3} & h_{6,4} & h_{6,5} & h_{6,6} \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} & h_{1,3} & h_{1,4} & -h_{1,8} & h_{1,7} \\ & & & & \vdots & \\ h_{6,1} & h_{6,2} & h_{6,3} & h_{6,4} & -h_{6,8} & h_{6,7} \end{vmatrix} \\ &= \gamma \begin{vmatrix} h_{1,7} & h_{1,2} & h_{1,3} & h_{1,4} & h_{1,8} & h_{1,7} \\ & & & & \vdots & \\ h_{6,7} & h_{6,2} & h_{6,3} & h_{6,4} & h_{6,8} & h_{6,7} \end{vmatrix} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A-25})$$

となる。

$\sin \phi = 0$  のとき, 式 (A-19) は,

$$X'_i = X_i \quad (\text{A-26})$$



となり,  $h_{i,7} = 0, h_{i,8} = 0$  となる。よって,

$$\begin{aligned} |\mathbf{H}| &= \begin{vmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} & h_{1,3} & h_{1,4} & h_{1,5} & h_{1,6} \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ h_{6,1} & h_{6,2} & h_{6,3} & h_{6,4} & h_{6,5} & h_{6,6} \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} & h_{1,3} & h_{1,4} & -h_{1,8} & h_{1,7} \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ h_{6,1} & h_{6,2} & h_{6,3} & h_{6,4} & -h_{6,8} & h_{6,7} \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} & h_{1,3} & h_{1,4} & 0 & 0 \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ h_{6,1} & h_{6,2} & h_{6,3} & h_{6,4} & 0 & 0 \end{vmatrix} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A}\cdot 27)$$

となる。 □

[定理 2] 一つの面から 4 点以上観測したならば,  $|\mathbf{H}| = 0$  または  $\alpha = 0, \beta = 0$  である。

(証明) 一つの面から 7 点のうち 4 点を観測した場合, 七つの方程式 (30) のうち六つを選ぶ際に, 同一面上の 4 点をすべて選ぶ場合と選ばない場合の 2 通りがある。

ある輪郭線モデル上の点  $(x_i, z_i)$  は, 同一モデルに存在する 2 点  $(x_1, z_1), (x_2, z_2)$  と媒介変数  $\lambda_i$  を用いて, 次のように表される。

$$x_i = \lambda_i x_1 + (1 - \lambda_i) x_2 \quad (\text{A}\cdot 28)$$

$$z_i = \lambda_i z_1 + (1 - \lambda_i) z_2 \quad (\text{A}\cdot 29)$$

中心投影の式  $X_i = x_i/z_i$  に代入すると,

$$\begin{aligned} X_i &= \frac{\lambda_i}{\lambda_i z_1 + (1 - \lambda_i) z_2} x_1 + \frac{1 - \lambda_i}{\lambda_i z_1 + (1 - \lambda_i) z_2} x_2 \\ &= \Lambda_i X_1 + (1 - \Lambda_i) X_2 \end{aligned} \quad (\text{A}\cdot 30)$$

但し,

$$X_1 = \frac{x_1}{z_1}, X_2 = \frac{x_2}{z_2}, \Lambda_i = \frac{\lambda_i}{\lambda_i z_1 + (1 - \lambda_i) z_2}$$

この関係はカメラの運動にかかわらず同一であるから, 投影された点  $(X_i, X_1, X_2)$  がカメラの運動により点  $(X'_i, X'_1, X'_2)$  となったときも,

$$X'_i = \Lambda_i X'_1 + (1 - \Lambda_i) X'_2 \quad (\text{A}\cdot 31)$$

となる。また,

$$\begin{aligned} X_i X'_i &= (\Lambda_i X_1 + (1 - \Lambda_i) X_2)(\Lambda_i X'_1 + (1 - \Lambda_i) X'_2) \\ &= \Lambda_i (1 - \Lambda_i) (X_1 + X_2)(X'_1 + X'_2) \\ &\quad + \Lambda_i X_1 X'_1 + (1 - \Lambda_i) X_2 X'_2 \end{aligned} \quad (\text{A}\cdot 32)$$

となる。

式 (A.30)~(A.32) を式 (20) から式 (25) に代入すると,

$$\begin{aligned} h_{i,1} &= (a_i X_i + c_i) X'_i \\ &= \Lambda_i h_{1,1} + (1 - \Lambda_i) h_{2,1} \\ &\quad + a_i \Lambda_i (1 - \Lambda_i) (X_1 + X_2)(X'_1 + X'_2) \end{aligned} \quad (\text{A}\cdot 33)$$

$$\begin{aligned} h_{i,2} &= (a_i - c_i X_i) X'_i \\ &= \Lambda_i h_{1,2} + (1 - \Lambda_i) h_{2,2} \\ &\quad - c_i \Lambda_i (1 - \Lambda_i) (X_1 + X_2)(X'_1 + X'_2) \end{aligned} \quad (\text{A}\cdot 34)$$

$$\begin{aligned} h_{i,3} &= a_i X_i + c_i \\ &= \Lambda_i h_{1,3} + (1 - \Lambda_i) h_{2,3} \end{aligned} \quad (\text{A}\cdot 35)$$

$$\begin{aligned} h_{i,4} &= a_i - c_i X_i \\ &= \Lambda_i h_{1,4} + (1 - \Lambda_i) h_{2,4} \end{aligned} \quad (\text{A}\cdot 36)$$

$$\begin{aligned} h_{i,5} &= a_i (X_i X'_i + 1) \\ &= \Lambda_i h_{1,5} + (1 - \Lambda_i) h_{2,5} \\ &\quad + a_i \Lambda_i (1 - \Lambda_i) (X_1 + X_2)(X'_1 + X'_2) \end{aligned} \quad (\text{A}\cdot 37)$$

$$\begin{aligned} h_{i,6} &= c_i (X_i X'_i + 1) \\ &= \Lambda_i h_{1,6} + (1 - \Lambda_i) h_{2,6} \\ &\quad + c_i \Lambda_i (1 - \Lambda_i) (X_1 + X_2)(X'_1 + X'_2) \end{aligned} \quad (\text{A}\cdot 38)$$

$$\begin{aligned} h_{i,7} &= a_i (X'_i - X_i) \\ &= \Lambda_i h_{1,7} + (1 - \Lambda_i) h_{2,7} \end{aligned} \quad (\text{A}\cdot 39)$$

$$\begin{aligned} h_{i,8} &= c_i (X'_i - X_i) \\ &= \Lambda_i h_{1,8} + (1 - \Lambda_i) h_{2,8} \end{aligned} \quad (\text{A}\cdot 40)$$

$$\begin{aligned} -h_{i,9} &= d_i (X_i X'_i + 1) \\ &= \Lambda_i h_{1,9} + (1 - \Lambda_i) h_{2,9} \\ &\quad + d_i \Lambda_i (1 - \Lambda_i) (X_1 + X_2)(X'_1 + X'_2) \end{aligned} \quad (\text{A}\cdot 41)$$

$$\begin{aligned} -h_{i,10} &= d_i (X'_i - X_i) \\ &= \Lambda_i h_{1,10} + (1 - \Lambda_i) h_{2,10} \end{aligned} \quad (\text{A}\cdot 42)$$

同一面上の 4 点をすべて選ぶ場合, その点に対応する画面上の点を  $X_1, X_2, X_3, X_4$ , カメラの運動後の対応する画面上の点を  $X'_1, X'_2, X'_3, X'_4$  とする。同一平面上に点が存在しているので, 物体面

のモデルは等しくなり、 $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = a$ ,  
 $c_1 = c_2 = c_3 = c_4 = c$ ,  $d_1 = d_2 = d_3 = d_4 = d$  である。

行列  $H$  の行列式  $|H|$  は、

$$\begin{aligned}
 |H| &= \begin{vmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} & h_{1,3} & h_{1,4} & h_{1,5} & h_{1,6} \\ h_{2,1} & h_{2,2} & h_{2,3} & h_{2,4} & h_{2,5} & h_{2,6} \\ h_{3,1} & h_{3,2} & h_{3,3} & h_{3,4} & h_{3,5} & h_{3,6} \\ h_{4,1} & h_{4,2} & h_{4,3} & h_{4,4} & h_{4,5} & h_{4,6} \\ & & & & \vdots & \end{vmatrix} \\
 &= \Lambda_3(1-\Lambda_3)\Lambda_4(1-\Lambda_4)(X_1+X_2)^2(X'_1+X'_2)^2 \\
 &\quad \times \begin{vmatrix} & & & \vdots & & \\ a & -c & 0 & 0 & a & c \\ a & -c & 0 & 0 & a & c \\ & & & \vdots & & \end{vmatrix} \\
 &= 0 \tag{A.43}
 \end{aligned}$$

よって、 $H = 0$  となる。

同一面上の4点をすべて選ばない場合、その点に対応する画面上の点を  $X_1, X_2, X_3, X_7$ , カメラの運動後の対応する画面上の点を  $X'_1, X'_2, X'_3, X'_7$  とする。この場合も同様に、 $a_1 = a_2 = a_3 = a_7 = a$ ,  
 $c_1 = c_2 = c_3 = c_7 = c$ ,  $d_1 = d_2 = d_3 = d_7 = d$  である。これは一般には  $|H| = 0$  にならない。ここで、式 (48), (49) より、

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \frac{1}{|H|} \\
 &\quad \times \begin{vmatrix} h_{7,1} & h_{7,2} & h_{7,3} & h_{7,4} & h_{7,5} & h_{7,6} & h_{7,9} \\ h_{1,1} & h_{1,2} & h_{1,3} & h_{1,4} & h_{1,5} & h_{1,6} & h_{1,9} \\ h_{2,1} & h_{2,2} & h_{2,3} & h_{2,4} & h_{2,5} & h_{2,6} & h_{2,9} \\ h_{3,1} & h_{3,2} & h_{3,3} & h_{3,4} & h_{3,5} & h_{3,6} & h_{3,9} \\ & & & & \vdots & & \end{vmatrix} \\
 &= \Lambda_3(1-\Lambda_3)\Lambda_7(1-\Lambda_7)(X_1+X_2)^2(X'_1+X'_2)^2 \\
 &\quad \times \begin{vmatrix} a & -c & 0 & 0 & a & c & d \\ & & & \vdots & & & \\ a & -c & 0 & 0 & a & c & d \\ & & & \vdots & & & \end{vmatrix} \\
 &= 0 \tag{A.44}
 \end{aligned}$$

同様にして、

$$\beta = 0 \tag{A.45}$$

となり、 $\alpha = \beta = 0$  となる。

一つの面から5点以上の点を取った場合も同様である。□

[定理 3] 観測点に対応するすべての面の傾きが等しいならば、 $|H| = 0$  である。

(証明) 観測点に対応するすべての面の傾きが等しい場合、輪郭線モデルの方程式 (4) は  $a_i = a$ ,  $c_i = c$  とおくことができる。

このとき、行列  $H$  の行列式  $|H|$  は、

$$\begin{aligned}
 |H| &= \begin{vmatrix} & & \vdots & & \\ \dots & aX_iX'_i + a & cX_iX'_i + c & & \\ & & \vdots & & \\ & & & \vdots & \\ = ac & \dots & X_iX'_i + 1 & X_iX'_i + 1 & \\ & & & \vdots & \end{vmatrix} \\
 &= 0 \tag{A.46}
 \end{aligned}$$

となる。

[定理 4] 観測点に対応するすべての面の方程式がある1点で交差するならば、 $|H| = 0$  である。

(証明) 観測点に対応する面の方程式をカメラ座標系で表したとき、すべての面が1点  $(x_s, z_s)$  で交差しているとす。画像上の任意の  $i$  番目の点に関して、点  $(x_s, z_s)$  を式 (2) でシーンの座標に変換した点  $(u, w)$  は、

$$u = x_s \cos \theta + z_s \sin \theta + p_x \tag{A.47}$$

$$w = -x_s \sin \theta + z_s \cos \theta + p_z \tag{A.48}$$

である。これが  $i$  番目の点に対応する輪郭線モデル上にあるので、式 (4) に代入して、

$$\begin{aligned}
 ((a_i x_s + c_i z_s) \cos \theta + (a_i z_s - c_i x_s) \sin \theta) \\
 + (a_i p_x + c_i p_z + d_i) = 0 \tag{A.49}
 \end{aligned}$$

である。これと式 (11) より、

$$\begin{aligned}
 \{ &(a_i X_i + c_i) \cos \theta + (a_i - c_i X_i) \sin \theta \} \\
 &\times \{ X'_i (T_z \cos \phi + T_x \sin \phi) + (T_z \sin \phi - T_x \cos \phi) \} \\
 &- \{ a_i (x_s \cos \theta + z_s \sin \theta) + c_i (z_s \cos \theta - x_s \sin \theta) \} \\
 &\times \{ (X'_i - X_i) \cos \phi + (X_i X'_i + 1) \sin \phi \} \\
 &= 0 \tag{A.50}
 \end{aligned}$$

となる。変数と係数を置き換えると、

$$\begin{aligned}
 & (h_{i,1}q_7 - h_{i,3}q_8)q_1 + (h_{i,2}q_7 - h_{i,4}q_8)q_2 \\
 & + (h_{i,3}q_7 + h_{i,1}q_8)q_3 + (h_{i,4}q_7 + h_{i,2}q_8)q_4 \\
 & = (h_{i,5}q_7 + h_{i,7}q_8)(x_s \cos \theta + z_s \sin \theta) \\
 & + (h_{i,6}q_7 + h_{i,8}q_8)(z_s \cos \theta - x_s \sin \theta)
 \end{aligned} \tag{A-51}$$

この関係より、 $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = 0$  でないとき、 $|\mathbf{H}|$  は、

$$\begin{aligned}
 |\mathbf{H}| &= |\mathbf{H}_q| \\
 &= \frac{1}{q_1 q_2 q_3 q_4} \\
 &\times \begin{vmatrix} (h_{1,1}q_7 - h_{1,3}q_8)q_1 + (h_{1,2}q_7 - h_{1,4}q_8)q_2 \\ + (h_{1,3}q_7 + h_{1,1}q_8)q_3 + (h_{1,4}q_7 + h_{1,2}q_8)q_4 \\ \vdots \\ (h_{6,1}q_7 - h_{6,3}q_8)q_1 + (h_{6,2}q_7 - h_{6,4}q_8)q_2 \\ + (h_{6,3}q_7 + h_{6,1}q_8)q_3 + (h_{6,4}q_7 + h_{6,2}q_8)q_4 \\ \cdots & h_{1,5}q_7 + h_{1,7}q_8 & h_{1,6}q_7 + h_{1,8}q_8 \\ & \vdots \\ \cdots & h_{6,5}q_7 + h_{6,7}q_8 & h_{6,6}q_7 + h_{6,8}q_8 \end{vmatrix} \\
 &= 0
 \end{aligned} \tag{A-52}$$

となる。 $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = 0$  のときは、 $T_x = T_z = 0$  となるので、定理 1 より  $|\mathbf{H}| = 0$  である。

(平成 8 年 3 月 15 日受付, 6 月 6 日再受付)



山本 正信 (正員)

昭 48 九工大・工・制御卒。昭 50 東工大大学院修士課程了。同年、電総研入所。動画像処理、コンピュータビジョン等の研究に従事。平 1~2 カナダ国立研究協議会招聘研究員。昭 62 情処学会研究賞受賞。平 4 より新潟大工学部情報工学科教授。工博。情報処理学会、IEEE 各会員。



速水 康晴

平 6 新潟大・工・情報工学卒。平 8 同大大学院情報工学専攻修士課程了。同年、日本電算機(株)入社。在学中は動画像処理の研究に従事。