

2 値 Matching Pursuits による 2 値画像分解

中 静 真^{†a)} 山 岡 敬 彦[†] 菊 池 久 和^{††}

Binary Image Decomposition by Binary Matching Pursuits

Makoto NAKASHIZUKA^{†a)}, Takahiko YAMAOKA[†], and Hisakazu KIKUCHI^{††}

あらまし 本論文は、2 値画像の記述法として 2 値 matching pursuits を提案している。matching pursuits は、信号の非直交展開を与える信号展開法であり、反復演算を繰り返すことで信号を基底関数へ分解する。本研究では、2 値画像の記述に用いるために、matching pursuits を 2 値画像上で定義している。これを 2 値 matching pursuits と呼ぶ。2 値 matching pursuits により、2 値画像は分解に用いた基底のインデックス列で記述される。2 値 matching pursuits による画像分解では、1 回の反復ごとに基底群に含まれるすべての基底と残差画像間でハミング距離を計算する必要がある。そこで、ハミング距離の高速計算法を提案し、1 回の反復に要する計算量を画像中に含まれる画素数に比例した計算量へ削減している。最後に、提案法による画像近似精度を検討するために、2 値 matching pursuits とモフォロジー形状分解を近似精度と基底数及び構造要素数の関係から比較を行っている。

キーワード matchnig pursuits, 2 値画像処理, 形状分解

1. ま え が き

画像の形状認識のために、形状記述法が広く用いられている。形状記述は、形の内側と外側を記述する手法であり、大きく分けて輪郭線による記述と、形状を表す画素を記述する方法に分類される。形状を表す画素には、形の内側を表す画素と外側を表す画素の 2 種類があり、形状は 2 値画像として表現される。

2 値画像の記述方法としてモフォロジー処理から得られるスケルトン [1]、並びにモフォロジー形状分解 [2] が知られている。これらの表現は、構造要素と呼ばれる基本構造を選び、2 値画像が示す形状を構造要素へ分解することが基本となる。スケルトン表現は、2 値画像に対して構造要素によるエロージョンを繰り返し実行し、画像の骨格 (スケルトン) を導出する。得られた骨格より、原画像を記述することができる。スケ

ルトン処理から得られる形状記述は、形状認識等へ応用されている [3]。また、モフォロジー形状分解 [2] は、エロージョン操作とダイレーション操作に基づき、原画像を複数のスケールへ変換した構造要素群へ分解する。原画像は、分解結果から得られた構造要素群の論理和から近似される。モフォロジー演算による 2 値画像分解では、近似画像は原画像の部分集合となる。したがって構造要素群は、分解の過程において近似画像と原画像間の 2 乗誤差を最小とするものが選ばれるわけではない。

一方、非直交基底群による信号展開手法として matching pursuits が知られている [4], [5]。matching pursuits は、信号を atom と呼ばれる基底の線形和で分解する方法である。基底系に対する条件は、信号に対して過剰系をなすことのみであり、信号に応じて自由に atom を定義することができる。Matching pursuits による信号分解では、原信号に対して近似信号の平均 2 乗誤差が最小となる基底を繰り返し選択する。基底系を適切に選択することで、少ない基底数で信号近似を実現することができる。この性質を利用して、画像符号化の分野では、動画のフレーム間差分の符号化等に应用されている [6]。

本研究では、matching pursuits を 2 値画像上で実

[†] 東京農工大学大学院生物システム応用科学研究所, 小金井市 Graduate School of Bio-Applications and Systems Engineering, Tokyo University of Agriculture and Technology, 24-16, Nakamachi-2, Koganei-shi, 184-8588 Japan

^{††} 新潟大学工学部, 新潟市 Faculty of Engineering, Niigata University, 8050, Ikarashi-2, Niigata-shi, 950-2181 Japan

a) E-mail: nkszk@cc.tuak.ac.jp

現することで、2 値画像の記述を行う方法を提案する。Matching pursuits を 2 値有限体上で定義し、2 値の基底を用いて画像を分解することから、提案法を 2 値 matching pursuits と呼ぶ。通常の matching pursuits が原信号を基底の線形和で近似することに対応し、2 値 matching pursuits は基底間の排他的論理和によって 2 値画像を近似することができる。提案法により、分解の過程で選択された基底を示すインデックス列を用いて、原画像を記述することができる。2 値 matching pursuits は 2 値画像が表す形状に対して、2 乗誤差を最小とする基底を逐次選択するために、モフォロジー形状分解よりも少ない情報量で原画像の高精度な近似を実現することが期待できる。

さて、2 値画像間のハミング距離は画像間の 2 乗誤差に一致する。そこで、2 値 matching pursuits では画像と原画像間のハミング距離を基底選択の評価基準に用いる。2 値 matching pursuits では、1 回の基底の選択ごとに信号と候補となるすべての基底間でハミング距離を導出する必要がある。この距離導出を直接実行した場合、基底の個数に比例して膨大な計算量が必要になる。そこで、本論文では、2 のべき乗によるスケール変換から得られた基底群と原画像間のハミング距離を高速に計算する方法を提案する。次章では、2 値 matching pursuits を提案し、3. では 2 値 matching pursuits の反復を高速に実行するために、残差画像と基底群の間のハミング距離計算法を提案する。最後に提案した 2 値 matching pursuits による 2 値画像近似の実験を行い、近似精度についてモフォロジー形状分解と比較を行う。

2. 2 値 matching pursuits

Matching pursuits [4], [5] は、信号の非直交展開を与える信号展開法である。matching pursuits により、信号は atom と呼ばれる基底に展開される。ここで原信号を $f(n)$ 、基底群を $\{g_\gamma(n)\}_{\gamma \in \Gamma}$ とする。 γ は基底群の中から一つの基底を示すためのインデックスであり、 Γ は基底群に含まれるすべてのインデックスの集合を表す。matching pursuits は、基底群の中から K 個の基底を選択し、原信号 $f(n)$ の近似

$$f_{K-1}(n) = \sum_{i=0}^{K-1} P^{(i)} g_{\gamma_i}(n) \quad (1)$$

を行うことを目的としている。基底群に含まれる基底の個数を F 個とすると、2 乗誤差最小の意味で基底

系の中から K 個の基底を選択するためには、 F 個の中から K 個のすべての組合せで信号近似を行い、2 乗誤差最小の組合せを探す必要がある、NP 困難な問題となる [5]。基底系に含まれる基底の個数を信号のサンプル数の数倍以上とした場合、現実的な信号に対して 2 乗誤差最小の基底を選択することは不可能である。そこで、選択する基底数 K に比例する計算量で準最適な選択を行うために、 $K = 1$ の場合から基底を一つずつ選択する局所探索の方法として、matching pursuits が提案された [4], [5]。

matching pursuits の i 番目の反復により得られる原信号と近似信号の残差信号を $R^{(i+1)}(n)$ とする。反復の初期条件として、 $R^{(0)}(n)$ に原信号 $f(n)$ を与え、 $i = 0$ から反復を開始する。 i 回目の反復では、残差信号 $R^{(i)}(n)$ と基底群に含まれる基底の間で、それぞれ内積を計算し、内積の絶対値を最大とする基底のインデックス γ を γ_i として記録する。また、絶対値が最大となる内積値を $P^{(i)}$ として記録する。基底の選択が終了した後、次の反復への残差信号

$$R^{(i+1)}(n) = R^{(i)}(n) - P^{(i)} g_{\gamma_i}(n) \quad (2)$$

を計算する。上記の反復を K 回繰り返すことにより、信号 $f(n)$ の近似信号 $f_{K-1}(n)$ を基底の線形和 (式 (1)) から得ることができる。

1 回の反復ごとに、内積値の絶対値を最大とする基底を選ぶことで、残差信号 $R^{(i+1)}(n)$ の 2 乗ノルムを最小とする基底を選択することができる [4]。また、 $R^{(i+1)}(n)$ と基底 $g_{\gamma_i}(n)$ は直交する。したがって、基底の選択のために 1 回の反復ごとに以前の反復で選択されなかった基底すべてと残差信号の間で内積計算を行う必要がある。そのために、展開に必要とされる計算量は直交関数展開と比べ増大する。

本論文では、2 値画像近似を目的として上記の反復を 2 値で定義された 2 次元数列へ適用する。水平、垂直それぞれ M 及び N 画素の 2 値画像を $\{A(m, n)\}_{0 \leq m < M, 0 \leq n < N}$ と定義する。 $A(m, n)$ の要素は、1 若しくは 0 のいずれかを値としてもつ。基底群として 2 値の 2 次元数列群 $\{a_\gamma(m, n)\}_{\gamma \in \Gamma}$ を定義する。2 の有限体における加算を排他的論理和で定義することにより、2 値 matching pursuits は、式 (2) に対応して原画像 $A(m, n)$ を K 個の基底の排他的論理和

$$A_{K-1}(m, n)$$

$$= a_{\gamma_0}(m, n) \oplus a_{\gamma_1}(m, n) \cdots \oplus a_{\gamma_{K-1}}(m, n) \quad (3)$$

で近似することを目的とする．ここで \oplus は二つの要素間における排他的論理和を表す． i 回目の反復における近似残差として $r^{(i+1)}(m, n)$ を定義する．初期近似残差 $r^{(0)}(m, n)$ に原画像 $A(m, n)$ を与え， $i = 0$ から反復を繰り返す． i 回目の反復では，すべての基底と残差信号の間で排他的論理和から，ハミング距離

$$h_{\gamma}^{(i)} = \sum_m \sum_n r^{(i)}(m, n) \oplus a_{\gamma}(m, n) \quad (4)$$

を計算する． $h_{\gamma}^{(i)}$ を最小とする基底の中から一つを選択し，そのインデックス γ を γ_i として記録する．その後，式 (1) に対応して $i + 1$ 回目の反復へ与える近似残差

$$r^{(i+1)}(m, n) = r^{(i)}(m, n) \oplus a_{\gamma_i}(m, n) \quad (5)$$

を計算する．ここで， $r^{(i+1)}(m, n)$ のハミング距離

$$H^{(i+1)} = \sum_m \sum_n r^{(i+1)}(m, n) \quad (6)$$

は，式 (4) で計算されるハミング距離の中の最小値と一致する． $i - 1$ 回目の反復終了後，近似残差は

$$\begin{aligned} r^{(i)}(m, n) \\ = A(m, n) \oplus a_{\gamma_0}(m, n) \oplus \cdots \oplus a_{\gamma_{i-1}}(m, n) \end{aligned} \quad (7)$$

と表現される．式 (7) の右辺第 2 項以降を近似画像 $A_{i-1}(m, n)$ とすると，近似画像と原画像の間には

$$r_i(m, n) = A(m, n) \oplus A_{i-1}(m, n) \quad (8)$$

で示される関係があり， $r_i(m, n)$ が原画像と i 個の基底による近似結果 $A_{i-1}(m, n)$ の間の近似誤差を表すことがわかる． K 個の基底が選択された後，若しくは近似残差のハミング距離がゼロであるか，前回の反復時のハミング距離と変化がなければ反復を終了する．1 回の反復ごとに $a_{\gamma_i}(m, n)$ には，近似残差のハミング距離を減少させる基底を選択することから，近似残差のハミング距離 $H^{(i)}$ は収束まで減少することが保証される． K 回の反復により原画像は K 個の基底に分解され，原画像をインデックス列 $\{\gamma_i\}_{0 \leq i < K}$ で表現することができる．

さて，上記で示した基底の選択法では，1 回の反復ごとにすべての基底と残差信号の排他的論理和を計算

するために， K 個の基底選択に必要な最小の計算量は，基底群に含まれる基底数 F と選択する基底数 K に比例する．一方，近似残差のハミング距離を最小とする K 個の基底の組合せを求めるためには， K 個の基底の組合せの数 ${}^F C_K$ に比例する計算量が必要となる．2 値 matching pursuits は，通常の matching pursuits と同じく近似残差を最小とする基底の組合せを求めることはできない．しかしながら，基底群に含まれる基底数が多く，近似残差を最小とする基底の組合せを求めることができない場合には有効な基底選択の方法である．

2 値 matching pursuits では，通常の matching pursuits と同じく，1 回の反復ごとに式 (4) に従い近似残差のハミング距離を最小とする基底を選択する．しかしながら，近似残差を最小化する基底が複数存在する可能性がある．この場合には，最小化する基底一つずつを i 個目の基底の候補として $i + 1$ 回以降の基底選択を行い，近似残差を最小化する基底を i 個目の基底として選択することが考えられる．ここで， i 回目の反復において， $h_{\gamma}^{(i)}$ を最小化する基底の集合を $B^{(i)}$ とする． $B^{(i)}$ の要素それぞれを i 個目の基底として選んだ場合について， $i + 1$ 回目の反復での近似残差 $h_{\gamma}^{(i+1)}$ の最小値を求め，これを最小化する基底を i 個目の基底として選択する．もし， $h_{\gamma}^{(i+1)}$ を最小化する基底が $B^{(i)}$ の中に複数存在する場合には，繰返し $h_{\gamma}^{(i+2)}$ 以降の近似残差の最小値を調べ， i 個目の基底を $B^{(i)}$ から一つ選択する．上記の方法は，基底の選択基準に i 個目以降の基底選択における近似残差を加えることに相当する．この改良は，一つの基底選択のために，基底群に含まれるすべての基底と残差間でのハミング距離計算を複数回必要とし，計算量は増大する．本論文では，上記の方法に従い近似誤差を最小とする基底を選んだ場合について，4. で実験を行い，近似残差と計算量の関係を検討する．

以上で説明した 2 値 matching pursuits では，近似に用いる基底を選択するためにすべての基底と原画像の間でハミング距離の導出を必要とする．ここで基底群に含まれる基底は， L 個の基本となる基底を水平，垂直方向へ 1 画素ずつシフトすることで生成されると仮定する．仮定より，基底群に含まれる基底の総数は $L \times M \times N$ 個となる．よって，前述の反復を繰り返すことで分解を実行するためには，1 回の反復ごとに $L \times M \times N$ 回のハミング距離の導出が必要となる．ハミング距離を，画像全体を走査しながら画素の値を

累積することで計算すれば、一つの基底と画像間のハミング距離導出のために $M \times N$ 回の加算が必要となる。したがって、すべての基底と近似残差の間でハミング距離を計算するためには、 $L \times M^2 \times N^2$ 回の加算が必要となり、画素数の 2 乗に比例する計算量が必要となる。そこで次章では、シフトとスケール変換により生成される基底群に対して、ハミング距離の高速計算法を提案する。

3. スケール変換から定義される基底群を用いた 2 値 matching pursuits の計算

本章では、基底系として 1 点の基底 (図 1 (a)) から 2 のべき乗のスケールによるスケール変換を用いることで得られる基底群に対して、ハミング距離の高速計算法を提案する。図 1 には、水平、垂直方向への 2 のべき乗のスケール変換から得られる長方形の基底を示す。この基底系に含まれる基底のインデックス γ は四つの整数から構成され、 $\gamma = (j, k, x, y)$ と定義される。 j と k は、基底の水平方向、垂直方向の長さを 2 のべき乗で表す整数であり、最小 0 から最大 $J-1$ までの整数とする。 x, y は基底の水平、垂直方向への原点からの移動量を表し、0 から $M-1$ 、及び 0 から $N-1$ までの整数である。四つの整数により一つの基底が定義され、インデックス (j, k, x, y) は座標 (x, y) へシフトされた垂直方向 2^j 画素、水平方向 2^k 画素の基底を示す。これらの基底群と近似残差間のハミング距離を導出するためのアルゴリズムを提案する。ここで近似残差 $r^{(i)}(m, n)$ とスケール (j, k) 、座標 (x, y) の基底 $a_{(j,k,x,y)}(m, n)$ 間のハミング距離を $h_{(j,k,x,y)}^{(i)}$ とする。また、

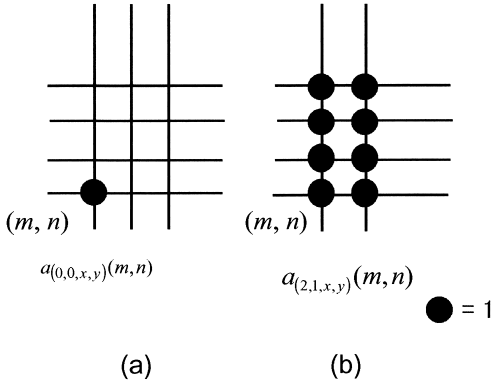


図 1 2 値 matching pursuits のための基底
Fig. 1 Atoms for binary matching pursuits.

$r^{(i)}(m, n)$ のハミング距離、すなわち $r^{(i)}(m, n)$ が含む画素値 1 の画素数を $H^{(i)}$ とする。基底のスケールが $(j, k) = (0, 0)$ の場合、基底と近似残差のハミング距離は、 $r^{(i)}(x, y)$ の値に応じて $H^{(i)} - 1$ 若しくは $H^{(i)} + 1$ のいずれかの値をとる。画素値 $r^{(i)}(x, y) = 1$ の場合

$$h_{(0,0,x,y)}^{(i)} = H^{(i)} - 1 \quad (9)$$

また、画素値 $r^{(i)}(x, y) = 0$ の場合

$$h_{(0,0,x,y)}^{(i)} = H^{(i)} + 1 \quad (10)$$

となる。 $(j, k) = (0, 1)$ の基底については、 $h_{(0,0,x,y)}^{(i)}$ から

$$h_{(0,1,x,y)}^{(i)} = h_{(0,0,x,y)}^{(i)} + h_{(0,0,x,y+1)}^{(i)} - H^{(i)} \quad (11)$$

また、 $(j, k) = (1, 0)$ の基底については、

$$h_{(1,0,x,y)}^{(i)} = h_{(0,0,x,y)}^{(i)} + h_{(0,0,x+1,y)}^{(i)} - H^{(i)} \quad (12)$$

と、それぞれ計算できる。式 (11) 及び式 (12) の関係は、注目する基底をスケールが $1/2$ で重なりのない二つの基底に分解し、二つの基底それぞれと近似残差間のハミング距離から注目する基底と近似残差間のハミング距離を計算することに等しい。上記の関係をスケール (j, k) について一般化すれば、

$$h_{(j,k+1,x,y)}^{(i)} = h_{(j,k,x,y)}^{(i)} + h_{(j,k,x,y+2^k)}^{(i)} - H^{(i)} \quad (13)$$

$$h_{(j+1,k,x,y)}^{(i)} = h_{(j,k,x,y)}^{(i)} + h_{(j,k,x+2^j,y)}^{(i)} - H^{(i)} \quad (14)$$

となる。以上の関係を用いて、すべての基底と近似残差の間でハミング距離を計算するためには、はじめに近似残差のハミング距離 $H^{(i)}$ を計算する。次に、スケール $(j, k) = (0, 0)$ の基底と近似残差のハミング距離を式 (9)、(10) の関係から求め、その後、繰返し最大スケールまでの基底と近似残差の間でのハミング距離を式 (13)、(14) から求める。

提案法において、すべての基底と近似残差間でのハミング距離を導出するために必要な計算量を検討する。反復開始時には、原画像のハミング距離 $H^{(0)}$ 導出のために必要な加算の回数は、画像全体を走査し各点の値を累積するために $M \times N$ 回となる。また、スケール $(j, k) = (0, 0)$ における距離の計算に必要なとなる加

算の回数は、シフト座標 (x, y) ごとに式 (9), (10) に示すとおり 1 回の加算が必要であるから、シフト座標全体では $M \times N$ 回となる。 $(j, k) = (0, 0)$ 以外のスケールにおいては、式 (13), (14) に示すとおりシフト座標ごとに 1 回の加算と 1 回の減算が必要となるために、全体では $2 \times M \times N$ 回の加減算が必要となる。したがって、 $i = 0$ 以降の反復では、 $(2J^2 - 1) \times M \times N$ 回の加減算で、すべてのスケール、シフト座標の基底と近似残差間のハミング距離を計算することができる。以上の計算法を用いることで、スケール最小の基底と残差画像間のハミング距離から逐次スケールを増加させながらハミング距離を計算し、2 値 matching pursuits の 1 回の反復に必要とされる計算量を画素数と比例した量にすることができる。

本論文では、図 1 に示した長方形基底について近似例を示しているが、式 (11) 及び式 (12) を満足する基底群であれば、上記の計算法を利用することができる。

4. 画像近似例とモフォロジー形状分解との比較

本章では、提案した 2 値 matching pursuits による画像近似例を示し、モフォロジー形状分解と比較を行う。更に、画像近似に要する基底数について報告する。はじめに 2. で提案した基底選択法について、計算量と近似誤差の関係から比較を行い、画像近似例を示す。次に、モフォロジー形状分解と比較を行い提案法の画像近似能力について検討する。

4.1 基底選択法と計算量の比較

1. で提案した 2 値 matching pursuits の基底選択法について検討するために、図 2 に示す四つの 128×128 画素の画像 (SQUARE, CIRCLE, LENNA, BRIDGE) に対する近似結果を示す。近似対象となる原画像に幾何学的な図形として SQUARE と CIRCLE を、また、自然画像を 2 値化することで得られた画像として LENNA と BRIDGE を用いた。SQUARE は画像の中心に 65×65 画素の正方形を配置した画像であり、CIRCLE は中心に半径 40 画素の円を配置した画像である。また、LENNA と BRIDGE は濃淡画像を最大振幅の $1/2$ をしきい値として 2 値化した画像である。基底群には、図 1 に示す長方形の基底を使用した。スケールは j, k ともに 0 から 7 までとし、水平、垂直方向へのシフト x, y は 0 から 127 までとした。したがって、基底系に含まれる基底数は 2^{20} 個となる。

四つの画像に対して基底数 $K = 0$ から 10 まで基底を逐次選択した場合について、表 1 に基底数と近似残差の関係を示す。表 1 では近似誤差を、原画像と近似画像間のハミング距離として定義している。 $K = 0$ の近似誤差は、原画像のハミング距離と一致する。基底選択の方法として、2. で解説した近似誤差を最小とする基底が複数個存在した場合、次回以降の基底選択による近似誤差を計算し、これを最小化する基底を選択する方法 (表 1 では Best Local Search と表記) を用いている。また、比較として、基底選択の過程で求められた近似誤差の最大値を示している。基底選択において、式 (4) から得られるハミング距離を最小化する基底が複数存在する場合、いかなる方法で基底を一つ選んでも近似誤差の最大値を超えることはない。また、表 1 では、計算量を、10 個の基底選択において画像と全基底との間でハミング距離を計算する回数から示している。

表 1 からわかるとおり、SQUARE に対しては、最良探索が原画像の完全再構成を 4 個の基底で実現している一方、最悪の場合 9 個の基底を要する。しかしながら、いずれの基底数でも近似残差の最大値と最小値の差は、原画像のハミング距離の 2% 未満である。また、LENNA と SQUARE の場合、いかなる基底選択を行っても、近似誤差は変わらない結果となっている。2 値 matching pursuits は基底数 10 個の場合、最小 10 回のハミング距離の計算で基底を選択することができるが、最良選択を行った場合には、10 回に対して 1.7 倍から 4,000 倍の計算量を必要とするにもかかわらず、わずかな近似誤差の減少しか見られない。

以上の結果より、以降の実験では基底選択の計算量を最小化すること、及び分解を一意に決めることを目的として、基底選択で複数の基底が候補となった場合には、原点に最も近い基底の中でスケール最小の基底を選択することにする。

図 2 には、原画像とともに基底数 16 個また 64 個で近似した画像を示している。図 3 に基底数と近似精度の関係を画像 CIRCLE, BRIDGE, LENNA について示す。図 3 では近似誤差を原画像と近似画像間のハミング距離で定義している。いずれの近似例でも、反復開始から急速に近似誤差が減少し、125 個から 1,190 個の基底で完全再構成を実現している。提案法で利用した基底群には 1 点の基底が含まれているために、反復ごとに必ずハミング距離を減少させることができ、原画像を完全再構成することができる。また、いずれ

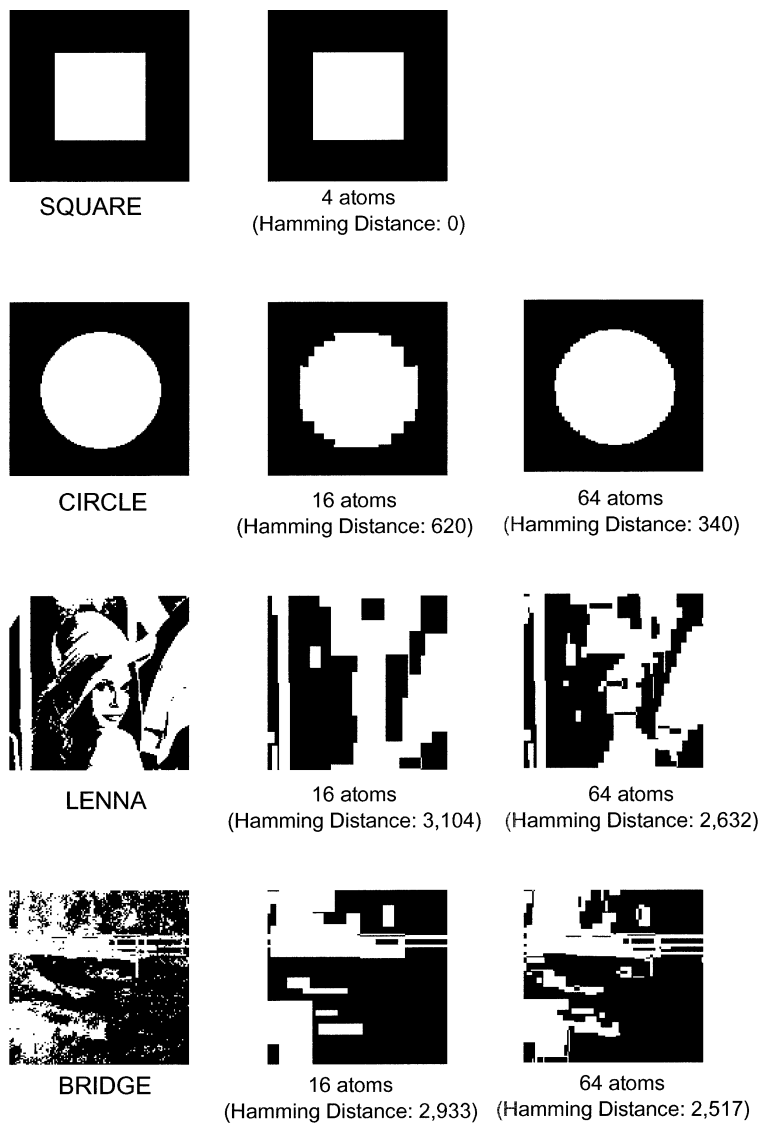


図 2 実験に用いた画像と近似例
Fig.2 Examples of approximations.

の画像においても、16 個程度の基底で画像の大まかな濃度分布を近似し、更に基底を加えることで細部が再現される。四つの画像を比較すると、基底の形状に最も近い SQUARE が最小の基底数で完全再構成が実現され、細かな等色の領域が散乱している BRIDGE が完全再構成のために最も多くの基底数を要した。

4.2 モフォロジー形状分解との比較

次にモフォロジー形状分解 [2] と提案した 2 値 matching pursuits を、基底若しくは構造要素数と再構成精

度の関係から比較を行う。提案した 2 値 matching pursuits は原画像を基底間の排他的論理和によって近似している。それに対してモフォロジー形状分解は構造要素の論理和により画像近似を実現する方法である。図形 $A(m, n)$ はモフォロジー形状分解により、 I 個の部分集合 $C_i(m, n)$ の論理和

$$\begin{aligned}
 A_{I-1}(m, n) &= C_0(m, n) \cup C_1(m, n) \cup \dots \cup C_{I-1}(m, n) \quad (15)
 \end{aligned}$$

表 1 各基底選択法における残差誤差とハミング距離計算の回数

Table 1 Comparison between best local search and worst search of atoms in terms of approximation error and the number of Hamming distance computations.

		K=0	K=4	K=8	K=10	Number of Hamming Dist. Computations
SQUARE	Best Local Search	4,356	0	0	0	86
	Worst	4,356	68	1	0	
CIRCLE	Best Local Search	5,768	952	582	508	41,306
	Worst	5,768	952	588	520	
LENNA	Best Local Search	8,162	3,894	3,018	2,804	1,025
	Worst	8,162	3,894	3,018	2,804	
BRIDGE	Best Local Search	5,947	3,373	2,979	2,863	17
	Worst	5,947	3,373	2,979	2,863	

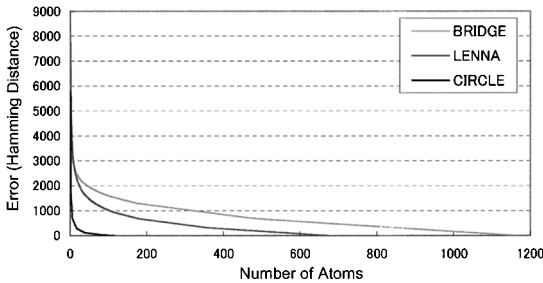


図 3 基底数と近似誤差の関係

Fig. 3 Relationship between the approximation error and the number of atoms.

で表現される。ここで \cup は各画素の論理和を示す。それぞれの部分集合 $C_i(m, n)$ は、構造要素 $c(m, n)$ のスケール変換から得られた構造要素群 $\{c_i(m, n)\}_{0 \leq i < I}$ のダイレクションから得られ

$$C_i(m, n) = \bigcup_{(m_c, n_c) \in D_i} c_i(m - m_c, n - n_c) \quad (16)$$

と分解される。ここで、 D_i は構造要素の中心座標の集合を示す。また i はスケールを示すインデックスであり、 I はスケールの個数と一致する。上記のモフォロジー形状分解では、分解に必要となる要素数は $\{D_i\}_{0 \leq i < I}$ に含まれる中心座標の総数となる。モフォロジー形状分解では、原画像に最大スケールの構造要素でエロージョンを行うことで近似に用いる中心座標の集合を得る。その後、中心座標に対してダイレクションを行うことで原画像を近似した後、原画像との差分を導出する。得られた差分画像に対して、スケ-

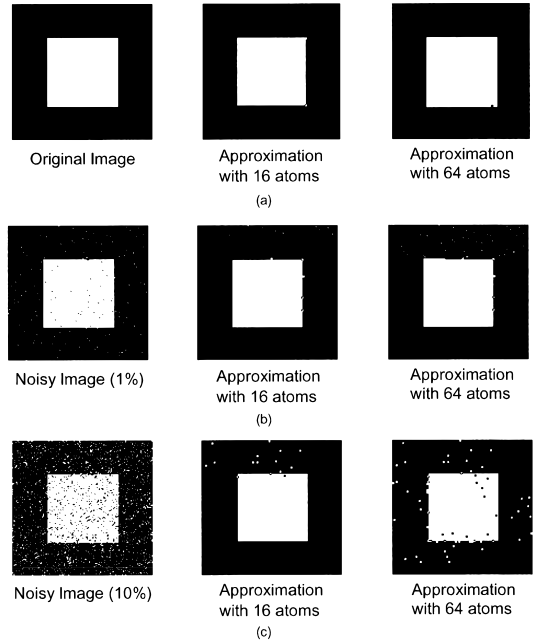


図 4 正方形基底による 2 値 matching pursuits の画像近似例 (SQUARE)

Fig. 4 Approximation examples by binary matching pursuits with square atoms (SQUARE).

ルを減じた構造要素を用いて操作を繰り返すことで、複数のスケールをもつ構造要素群で原画像近似を実現する [2]。

構造要素の論理和によって画像近似を行うモフォロジー形状分解と、基底の排他的論理和によって画像近似を行う 2 値 matching pursuits で画像近似能力の比較を行うために、同一の形状をもつ構造要素若しくは基底により画像近似を行った。この実験では、モフォロジー形状分解の構造要素には 2 のべき乗のスケールをもつ正方形を用いる。また、2 値 matching pursuits では図 1 に示した長方形基底において水平、垂直とも等しいスケールの基底の中からハミング距離最小の基底を選択し、モフォロジー形状分解で用いる正方構造要素と等しい条件となるよう基底群を設定した。近似対象となる画像として、図 2 の中から SQUARE と BRIDGE を選び、更に雑音に対する分解結果の変動を調べるために、確率 1% 及び 10% で各画素を反転させることで雑音を重畳した画像を用いた。

図 4 に 2 値 matching pursuits による画像 SQUARE の近似例、図 5 に正方形構造要素によるモフォロジー形状分解による近似例を示す。図 4 には

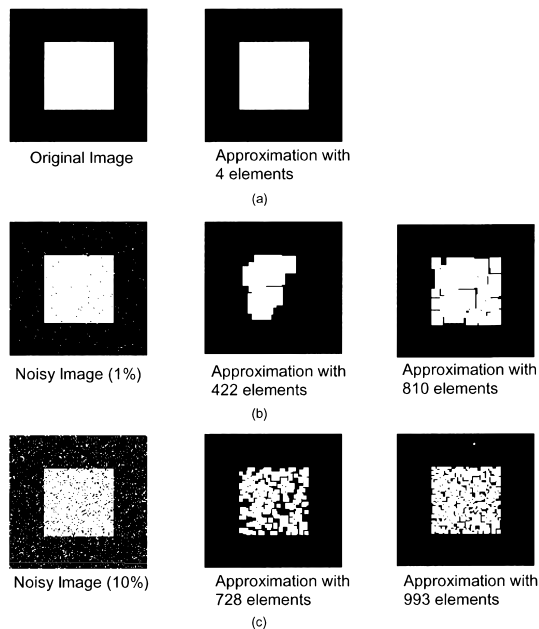


図 5 正方形構造要素によるモフォロジー形状分解例 (SQUARE)

Fig. 5 Approximation examples by the morphological shape decomposition with square structuring element (SQUARE).

2 値 matching pursuits による 16 個と 64 個の基底による近似結果を、図 5 にはモフォロジー形状分解により選択された最大スケールの構造要素群による近似結果と、最大から 2 番目までのスケールの構造要素群による近似結果をそれぞれ示している。

図 5 に示した原画像 SQUARE に対する近似では、最大スケールの構造要素の 1 回のダイレーションにより原画像が近似できるため、モフォロジー形状分解では四つの構造要素で完全再構成が実現されている。しかしながら、重畳する雑音の生起確率が増加するにつれ、モフォロジー形状分解は白領域の部分集合から構造要素を選択するために選択できるスケールが減少し、近似のために必要な構造要素数が増大する。それに対して、図 4 に示す提案法による画像近似では、画像全体として近似誤差を最小にする基底を選択するために、16 個の基底で雑音のない原画像の近似画像を得ている。

図 6 に、構造要素数及び基底数と近似精度の関係を示す。図 6 では、図 3 と同じく近似誤差を再構成画像と原画像間のハミング距離で定義している。同一の構

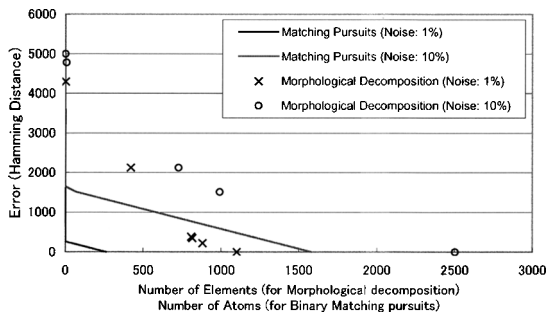


図 6 モフォロジー形状分解と 2 値 matching pursuits の近似精度の比較 (画像 SQUARE)

Fig. 6 Comparison between binary matching pursuits and the morphological shape decomposition (Image: SQUARE).

造要素数若しくは基底数で、2 値 matching pursuits とモフォロジー形状分解の再構成精度を比較すると、2 値 matching pursuits はモフォロジー形状分解に対して 30% 以下の誤差で原画像を近似していることがわかる。2 値 matching pursuits では、反復初期で雑音を除いた原画像の大まかな近似を実現し、その後、画素数 1 の基底で雑音成分を近似している。そのために、完全再構成に要する基底数の増加は、画像中に発生した雑音の画素数と比例している。一方、モフォロジー形状分解では、雑音の生起確率が増加するにつれ、選択できる構造要素の最大スケールが減少し、2 値 matching pursuits と等しい近似精度を得るためには、1.8 倍から 10 倍以上の構造要素数を必要としている。

図 7、図 8 には濃淡画像を 2 値化した画像 BRIDGE の例を示す。図 7 に示す 2 値 matching pursuits の画像近似結果は、雑音の生起確率の変化に大きな影響を受けず、基底数が等しい近似結果はほぼ等しい画像となる。一方、モフォロジー形状分解の結果 (図 8) では、SQUARE の例と同じく、選択できる構造要素のスケールが雑音の影響を受けて減少し、雑音の生起確率の増加により大きく異なる近似結果となる。図 9 には、BRIDGE に対する近似精度と基底数及び構造要素数の関係を示している。2 値 matching pursuits による画像近似とモフォロジー形状分解による画像近似を比較すると、モフォロジー形状分解が 2 値 matching pursuits と等しい近似精度を実現するためには、1.3 倍から 10 倍以上の構造要素数を必要としている。

表 2 に二つの分解法で使用される基底及び構造要

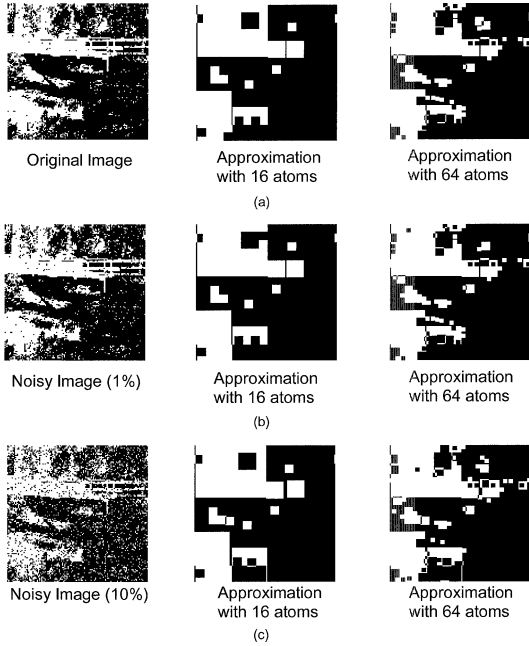


図 7 正方形基底による 2 値 matching pursuits の画像近似例 (BRIDGE)
 Fig. 7 Approximation examples of binary matching pursuits with square atoms (BRIDGE).

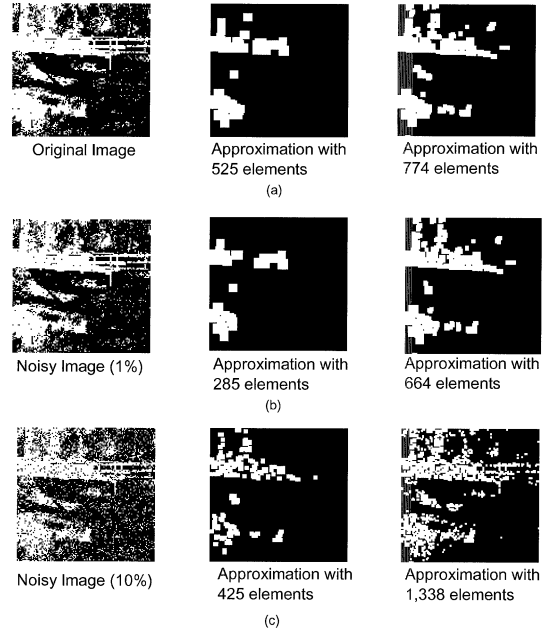


図 8 正方形構造要素によるモフォロジー形状分解例 (BRIDGE)
 Fig. 8 Approximation examples of morphological shape decomposition with square structuring element (BRIDGE).

素数のスケールと個数を示す。この表では、図 2 に示した四つの各画像に雑音を重畳させ、完全再構成に至るまでに要した各スケールの構造要素数若しくは基底数を示している。スケール 8 以上の 2 値 matching pursuits の基底数は、雑音の重畳によっても大きな変化が生じることがなく、原画像近似に要した基底数から最大で 20% の変動が生じている。また、スケール 1, 2 の基底数の増化は雑音の発生確率に比例し、2 値 matching pursuits が雑音成分を主としてスケール 4 未満の基底で近似していることがわかる。一方、モフォロジー形状分解では、雑音の重畳により選択できる構造要素の最大スケールが減少し、構造要素数が 100 以上から 0 へ、また逆に 0 から 100 以上への変化が発生している。以上の結果より、雑音成分を近似するために使用されたスケール 1 及び 2 の基底を除いて、雑音による 2 値 matching pursuits の基底数の変動は、モフォロジー形状分解の構造要素数の変動よりも小さいといえる。この性質から、2 値 matching pursuits による分解結果を画像の特徴記述法として使用した場合、モフォロジー形状分解よりも雑音の影響を受けにくい安定した特徴記述を実現できる可能性がある。

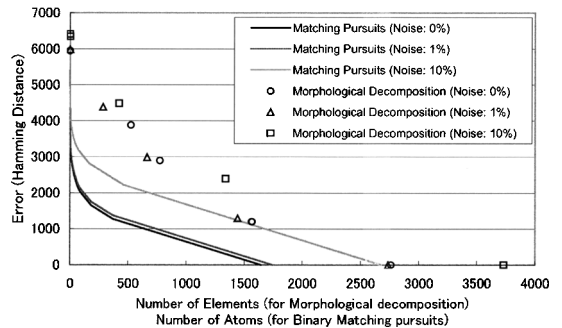


図 9 モフォロジー形状分解と 2 値 matching pursuits の近似精度の比較 (画像 BRIDGE)
 Fig. 9 Comparison between binary matching pursuits and the morphological shape decomposition (Image: BRIDGE).

さて、以上の実験ではモフォロジー形状分解と 2 値 matching pursuits を等しい条件で比較するために、モフォロジー形状分解で使用する構造要素を 2 のべき乗のスケールに制限した。しかしながら、一般にはモフォロジー形状分解における構造要素のスケール変換はダイレクション操作を用い、1 ずつ変化する [2]。そ

表 2 分解に要した基底数及び構造要素数
Table 2 Number of atoms or structuring elements for decomposition.

		Scale	64	32	16	8	4	2	1	Total
		Noise								
SQUARE	Binary Matching Pursuits	0%	1	0	0	0	0	1	176	178
		1%	1	0	0	0	0	5	260	266
		10%	1	0	0	0	0	66	1510	1577
	Morphological Decomposition	0%	4	0	0	0	0	0	0	4
		1%	0	0	422	388	7	65	220	1102
		10%	0	0	0	7	721	265	1511	2504
CIRCLE	Binary Matching Pursuits	0%	1	0	4	14	20	34	184	257
		1%	1	0	4	15	21	62	297	400
		10%	1	0	4	11	28	117	1536	1697
	Morphological Decomposition	0%	0	1529	0	0	0	120	24	1673
		1%	0	0	492	477	114	101	243	1427
		10%	0	0	0	16	933	587	1441	2877
LENA	Binary Matching Pursuits	0%	2	0	10	28	57	201	748	1046
		1%	2	0	9	31	59	211	867	1179
		10%	2	0	9	28	59	298	1870	2266
	Morphological Decomposition	0%	0	0	284	631	509	313	478	2215
		1%	0	0	4	1139	540	389	619	2691
		10%	0	0	0	2	1043	1127	1709	3881
BRIDGE	Binary Matching Pursuits	0%	1	2	4	18	63	283	1275	1646
		1%	1	2	4	17	62	283	1372	1741
		10%	1	2	4	18	52	383	2271	2731
	Morphological Decomposition	0%	0	0	0	525	249	791	1197	2762
		1%	0	0	0	285	379	780	1293	2737
		10%	0	0	0	1	424	913	2393	3731

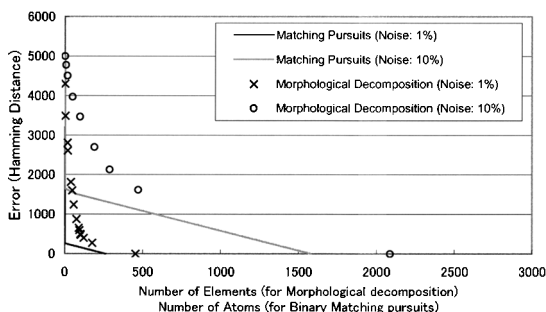


図 10 すべてのスケールを用いたモフォロジー形状分解と正方形基底を用いた 2 値 matching pursuits の比較 (画像: SQUARE)

Fig. 10 Comparison between the morphological shape decomposition with all possible scales and binary matching pursuits (Image: SQUARE).

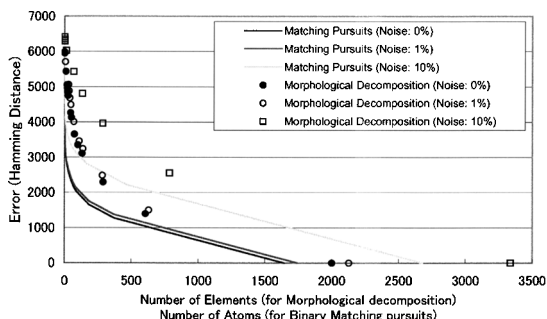


図 11 すべてのスケールを用いたモフォロジー形状分解と正方形基底を用いた 2 値 matching pursuits の比較 (画像: BRIDGE)

Fig. 11 Comparison between the morphological shape decomposition with all possible scales and binary matching pursuits (Image: BRIDGE).

ここで、モフォロジー形状分解において、可能なすべてのスケールの構造要素を用いて近似を行った場合と提案法を比較する。近似対象として、図 4 と図 7 に示した原画像及び雑音の重畳した画像を用いた。可能なす

べてのスケールの正方形構造要素を用いたモフォロジー形状分解の近似精度と提案法による近似精度の比較を図 10, 図 11 に示す。この近似例では、2 値 matching pursuits には、スケールを 2 のべき乗に制限した正

方形の基底を用いている．提案法では基底のスケール数が制限されているにもかかわらず，同数の基底数でモフォロジー形状分解よりも高い精度で画像の近似を行っている．特に基底数が1から20個程度の場合には，モフォロジー形状分解の1/2から1/10程度の誤差で原画像を近似している．

5. む す び

本論文では，非直交信号展開手法である matching pursuits を2値画像上で定義し，2値画像の新しい記述法として2値 matching pursuits を提案した．また，提案法による画像分解のために，基底群に含まれるすべての基底と残差画像間のハミング距離の導出のために高速計算法を提案した．提案した計算法により，2値 matching pursuits の1回の反復演算を画素数に比例する計算量とすることができた．また，画像近似精度に関してモフォロジー形状分解と比較を行った．比較の結果より，提案法は雑音成分を最小スケールの基底へ集中させることができ，モフォロジー形状分解と比較して雑音による基底数の変動が小さく，より少ない基底数で精度の高い画像近似が行えることを示した．

提案法は，少ない基底数で画像の大まかな濃淡分布を記述することが可能であり，更に，分解結果には近似に用いた基底数及び基底のスケール等，画像の構造に関する情報，原画像と等しい解像度で座標情報を含んでいる．画像に対応する基底インデックス列から得られる情報を有効に活用することで，モフォロジー演算から得られる画像特徴記述と同じく，パターン識別，マッチング等 [3] へ応用することが期待できる．本論文では，基底選択の基準として原画像と近似画像間のハミング距離を用いているが，応用に適した基準を加えることもできる．これらは今後の課題としたい．また，今回は2値画像に限定して2値 matching pursuits を定義したが，3以上の有限体，実数上の matching pursuits を利用することで，限定色インデックス画像，自然画像に対しても適用が可能である．多種の画像に対する matching pursuits の適用及び応用も，今後の課題として挙げられる．

文 献

- [1] P.A. Maragos and R.W. Schafer, "Morphological skelton representation and coding of binary images," IEEE Trans. Acoust., Speech & Signal Process., vol.ASSP-34, no.5, pp.1228-1244, Oct. 1986.
- [2] I. Pitas and A.N. Venetsanopoulos, "Morphological shape representation," Pattern Recognit., vol.25,

no.6, pp.555-565, July 1992.

- [3] P.E. Trahanias, "Binary shape recognition using the morphological skeleton transform," Pattern Recognit., vol.25, no.11, pp.1277-1288, Nov. 1992.
- [4] S. Mallat and Z. Zhang, "Matching pursuits with time-frequency dictionaries," IEEE Trans. Signal Processing, vol.42, no.12, pp.3397-3415, Dec. 1993.
- [5] G. Davis, S. Mallat, and M. Avellaneda, "Greedy adaptive approximation," J. Constructive Approximation, vol.13, no.1, pp.57-98, 1997.
- [6] R. Neff and A. Zakhov, "Ver low bit-rate video coding based on matching pursuits," IEEE Trans. Circuits & Syst. for Video Tech., vol.7, no.1, pp.158-171, Feb. 1997.

(平成13年11月30日受付，14年3月22日再受付，
4月10日最終原稿受付)



中 静 真 (正員)

昭63新潟大・工・電子卒．平2同大大学院修士課程了．平5同大学自然科学研究科後期博士課程了．同年新潟大・工・情報・助手．平9より東京農工大学大学院生物システム応用科学研究科助教授．デジタル信号処理，特に時間・周波数表現，時間・スケール解析に関する研究に従事．博士(工学)．映像情報メディア学会，電子画像学会，IEEE各会員．



山 岡 敬 彦

平9武蔵工大・電子卒．平11東京農工大・大学院生物システム応用科学研究科入学．平13よりキヤノン(株)に在職．在学中デジタル信号処理，特にモフォロジー画像処理，非線形信号処理に関する研究に従事．



菊 池 久 和 (正員)

昭49新潟大・工・電子卒．昭51同大大学院修士課程了．同年富士通(株)入社．昭54新潟大・工・助手，同講師，助教授を経て平9同教授(電気電子)．工博．デジタル信号処理，画像解析，ウェーブレット解析の研究に従事．映像情報メディア学会，信号処理学会，IEEE各会員．