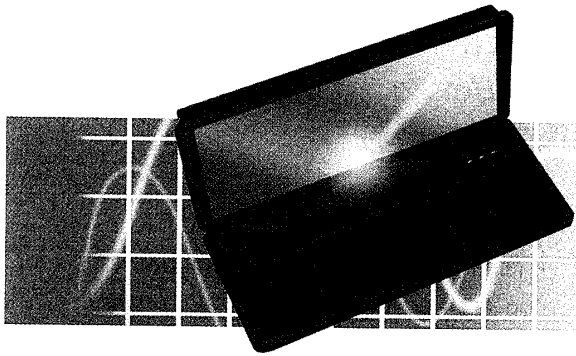


4. シグナルプロセッシングアレーと モバイル通信



山田 寛喜, 山口 芳雄, 仙石 正和

Antenna Array Signal Processing and Mobile Communications

1. はじめに

高品質なモバイル通信を実現するためのアンテナ側のアプローチとして、アダプティブアレーアンテナ、スマートアンテナに関する研究が進められている⁽¹⁾。これらのシステムでは、従来の等化器による波形等化技術では不十分な点を、アンテナアレーによる空間等化処理により解決することを目指している。すなわち、図1に示すように、同一の端末による相関の高い到来波を最適合成し、干渉を及ぼす他の端末からの到来波を抑圧除去する受信アレーの指向性合成を行う時空間信号処理システムである。

現在、LMS, CMA 等の様々なアダプティブシステム⁽¹⁾の検討が進められているが、近年では、MUSIC 法⁽²⁾、ESPRIT 法⁽³⁾等の通称、スーパーレゾリューションアルゴリズム (Super-resolution Algorithm) と呼ばれる高分解能波源探査アルゴリズムの応用まで検討されている。前者のアルゴリズムが、あくまでも等化器として動作させることを本質としているのに対して、後者のアルゴリズムは、アレーに到来するすべ

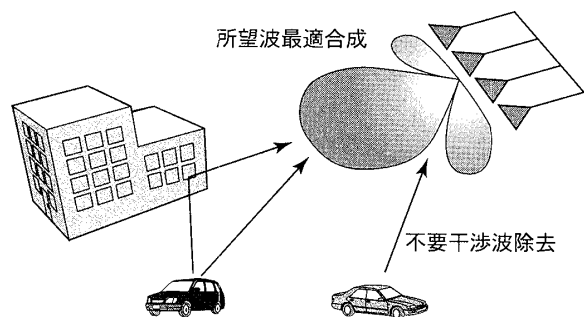


図1 アンテナアレーによる空間信号処理 必要な信号を最適化し、不要な信号は除去するようアンテナを最適制御する。

ての信号のパラメータ(到来方向,伝搬遅延時間)を精度良く高分解能に推定し、その結果を用いて、アンテナシステムを最適化することを目的としたシグナルプロセッシングアレーである。

最も古典的なビームフォーマを起源として、アレーアンテナにおける波源探査アルゴリズムは数多く提案されているが、1980年代以降に提案された手法の多くは「信号/雑音部分空間」という概念を利用した手法に分類される。

本稿では、これらの高分解能波源探査アルゴリズムの起源ともいえる MUSIC 法の動作原理を解説する。

2. 到来波モデル

簡単のため、ここでは等間隔リニアアレーにおける波源の到来方向推定について考える。時間/周波数データによる伝搬遅延時間推定、更にはアレーと組み合わせた到来方向/伝搬遅延時間推定(時空間処理)など様々な問題への応

山田寛喜：正員 新潟大学工学部情報工学科
E-mail yamada@ie.niigata-u.ac.jp
山口芳雄：正員 新潟大学工学部情報工学科
E-mail yamaguchi@ie.niigata-u.ac.jp
仙石正和：正員 新潟大学工学部情報工学科
E-mail sengoku@ie.niigata-u.ac.jp

Antenna Array Signal Processing and Mobile Communications. By Hiroyoshi YAMADA, Yoshio YAMAGUCHI, and Masakazu SENGOKU, Members (Faculty of Engineering, Niigata University, Niigata-shi, 950-2181 Japan).

電子情報通信学会誌 Vol.82 No.9 pp.917-921 1999年9月

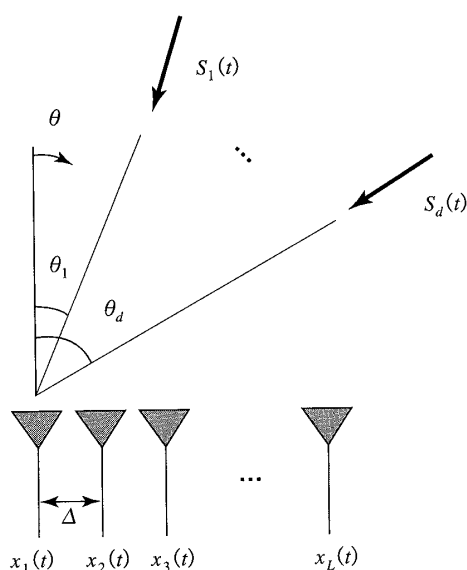


図2 等間隔リニアアレーアンテナと到来波

用が検討されているが、動作原理は同一である。

今、間隔 Δ の L 素子等間隔リニアアレーに d 個の狭帯域平面波が入射しているとする (図2)。このとき、各素子の出力は次式のように表される。

$$x_i(t) = \sum_{k=1}^d s_k(t) e^{j(i-1)(2\pi\Delta/\lambda)\sin\theta_k} + n_i(t) \quad (1)$$

ここで、 $s_k(t)$ 、 θ_k はそれぞれ信号の複素振幅と信号到来方向、 λ は波長である。また、 n_i は素子ごとに独立な平均0、電力 σ^2 の雑音とする。ベクトル・行列表記すると、全素子出力は次式のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= [x_1(t), x_2(t), \dots, x_L(t)]^T \\ &= \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_d)] \quad (3a)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{a}(\theta_i) &= [1, e^{-j(2\pi\Delta/\lambda)\sin\theta_i}, \\ &\dots, e^{-j(L-1)(2\pi\Delta/\lambda)\sin\theta_i}]^T \end{aligned} \quad (3b)$$

$$\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_d(t)]^T \quad (3c)$$

$$\mathbf{n}(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_L(t)]^T \quad (3d)$$

上式における T は転置を表す。ここで、 $\mathbf{a}(\theta_i)$ はモードベクトル (あるいはステアリングベクトル) と呼ばれる到来の方向を特徴づけるベクトルである。

更に、 $\mathbf{x}(t)$ の共分散行列 \mathbf{R}_{xx} を、次のように定義する。

$$\mathbf{R}_{xx} = E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)] = \mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I} \quad (4a)$$

$$\mathbf{S} = E[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t)] \quad (4b)$$

ここで、 $E[\cdot]$ はアンサンブル平均、 H はエルミート共役である。

3. MUSIC 法とは

MUSIC 法は Multiple Signal Classification の略称で、1979 年に R. O. Schmidt により提案されたアルゴリズムである⁽²⁾。この手法では、式(4a)で示された共分散行列の固有構造を巧みに利用した到来方向推定が可能となっている。

\mathbf{R}_{xx} は $L \times L$ 行列であるので、 L の固有値、固有ベクトル成分に分解することができる。これらの固有値、固有ベクトルを λ_i 、 \mathbf{e}_i ($i=1, 2, \dots, L$) と表すと、 \mathbf{R}_{xx} は、

$$\mathbf{R}_{xx} = \sum_{i=1}^L \lambda_i \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^H = \mathbf{E}\mathbf{A}\mathbf{E} \quad (5)$$

と表すことができる。ここで、 \mathbf{E} は \mathbf{e}_i を列とする行列、 \mathbf{A} は λ_i を要素とする対角行列である。この分解結果の固有値に着目すると、次の重要な性質が導かれる。

〔性質1〕 各到来波がインコヒーレント (信号間の相関係数が1未満) で、各信号と雑音が無相関であるならば、 \mathbf{R}_{xx} の固有値には次の関係が成立する。

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_d > \lambda_{d+1} = \dots = \lambda_L = \sigma^2$$

すなわち、到来波数に相当する主要な固有値 (信号固有値) が現れ、残りの固有値 (雑音固有値) の大きさは雑音電力に等しくなる。この性質から、到来波数が推定される。

更に、固有値分布に従い、式(5)の固有ベクトルに関して、信号電力に関係する成分と他の成分を分割すると

$$\mathbf{R}_{xx} = \mathbf{E}_S \mathbf{A}_S \mathbf{E}_S^H + \mathbf{E}_N \mathbf{A}_N \mathbf{E}_N^H \quad (6)$$

$$\mathbf{E} = [\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_d | \mathbf{e}_{d+1}, \dots, \mathbf{e}_L] = [\mathbf{E}_S | \mathbf{E}_N]$$

と表現できる。ここで、固有ベクトルは互いに直交することに注目し、式(4a)、(6)を比較すると、第2の重要な性質が導かれる。

〔性質2〕 雑音固有値に対応する固有ベクトル (雑音固有ベクトル) と各到来波のモードベクトルは直交している。

$$e_j^H \mathbf{a}(\theta_i) = 0, j = d+1, \dots, L, i = 1, \dots, d$$

これより、共分散行列の固有値解析により得られた雑音固有ベクトルとモードベクトルの直交関係から、次のように到来方向推定できることが分かる。MUSIC法では、一般に次のような関数が用いられている。

$$P_{MU}(\theta) = \frac{\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{a}(\theta)}{\sum_{i=d+1}^L |\mathbf{e}_i^H \mathbf{a}(\theta)|^2} \\ = \frac{\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{a}(\theta)}{\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{E}_N\mathbf{E}_N^H\mathbf{a}(\theta)} \quad (7)$$

分母はモードベクトルと雑音固有ベクトルの内積となっている。〔性質2〕が成立する θ では分母が0となり $P_{MU}(\theta)$ は鋭いピークを有することとなる。この θ を求めれば到来角を推定できる。一般に、信号固有ベクトルが張る空間、雑音固有ベクトルが張る空間を、それぞれ信号部分空間 (Signal Subspace)、雑音部分空間 (Noise Subspace) と呼び、この原理に基づいた到来波推定手法を部分空間 (Subspace Method) と呼ぶこともある。

以上のように線形代数的な特色の強いアルゴリズムであるが、信号・雑音固有ベクトルと到来波のモードベクトルの関係は図3のように視覚的に捕らえることができる。3素子 ($L=3$) のアレーアンテナに2波 ($d=2$) 到来する場合には、到来波のモードベクトル $\mathbf{a}(\theta_1)$ 、 $\mathbf{a}(\theta_2)$ は、信号固有値に対応する固有ベクトル \mathbf{e}_1 、 \mathbf{e}_2 が張る面 (信号部分空間、二次元) 上に必ず存在する。この面は雑音固有値に対応する固有ベクトル (雑音部分空間、一次元) \mathbf{e}_3 と直交している。 $\mathbf{a}(\theta)$ の軌跡は図のように三つ

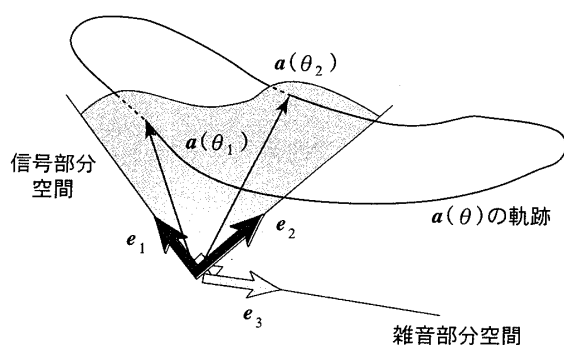


図3 MUSIC法の固有ベクトル空間表現

の固有ベクトルが張る空間内における閉曲線となるが、 $\mathbf{a}(\theta_1)$ 、 $\mathbf{a}(\theta_2)$ に一致したとき、言い換えると信号部分空間と交差した点でのみ \mathbf{e}_3 (雑音部分空間) と直交している。この議論から分かるように、到来方向の検出に最も重要なのは、素子数と到来波数の関係である。本手法は \mathbf{R}_{xx} が精度良く推定可能であれば、アレー長に依存しない高分解能性を示す。この高分解能性実現の原理については、4. で明らかにする。

〔性質1〕で仮定されているように、この手法は直接コヒーレントな多重波を検出することはできない。そのような場合には、空間スムージング法 (Spatial Smoothing Preprocessing)⁽⁴⁾等の様々な相関抑圧前処理法が提案されている。これらの手法を併用することにより、様々な電波環境における推定が可能となる。

各部分空間と到来波のモードベクトル行列 \mathbf{A} には、次の関係が成立している。

$$\mathbf{E}_s\mathbf{E}_s^H = \mathbf{A}(\mathbf{A}^H\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^H \quad (8a)$$

$$\mathbf{E}_N\mathbf{E}_N^H = \mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{A}^H\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^H \quad (8b)$$

この表現を利用すると、古典的な様々な手法とMUSIC法との動作原理の違いを、より直観的に解釈することができる。

4. ビームフォーマ法からMUSIC法へ

最も古典的な到来方向推定法はビームフォーマ法である。これは図4に示すように、各素子にウェイト $w_i(\theta)$ を加え、 θ 方向にメインローブを形成し、 θ を変化させ空間走査 (ビームステアリング) することにより、その出力から到来方向を推定する手法といえる。各素子ウェイトは次式で与えられる。

$$\mathbf{w}_{BF}(\theta) = [w_1(\theta), w_2(\theta), \dots, w_L(\theta)]^T \\ = \mathbf{a}(\theta) / \sqrt{\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{a}(\theta)} \quad (9)$$

ビームフォーマによる推定結果 $P_{BF}(\theta)$ は、

$$P_{BF}(\theta) = E[|\mathbf{w}_{BF}^H(\theta)\mathbf{x}(t)|^2] \\ = \mathbf{w}_{BF}^H(\theta)\mathbf{R}_{xx}\mathbf{w}_{BF}(\theta) \\ = \frac{\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{R}_{xx}\mathbf{a}(\theta)}{\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{a}(\theta)} \quad (10)$$

となる。この手法の分解能は受信アンテナのメイ

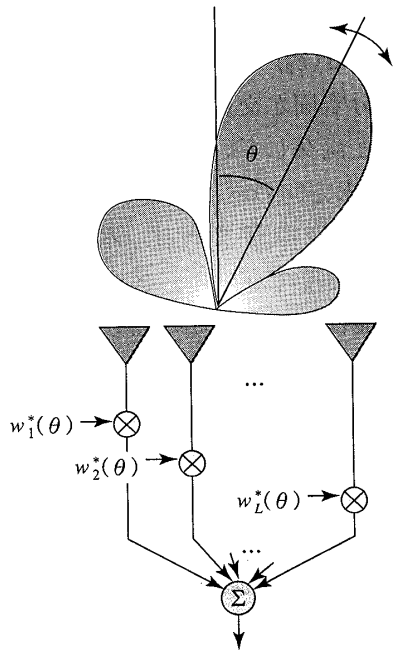


図4 ビームフォーマの動作原理 ウェイトによるビームステアリング

ンビームの幅によって制限される。したがって、高い空間分解能を実現するにはアレー長(本モデルでは $(L-1)\Delta$) を長くしなければならない。

古典的なビームフォーマ法の分解能の限界を超えるため、1970年前後には数多くの手法が考案された。その中で特筆すべきものがCaponによる改良手法⁽⁵⁾である。Caponは、到来波の受信電力を保持したまま、雑音の影響を最小にするような最適なウェイトを次のように導いた。

$$w_{CA}(\theta) = \frac{R_{xx}^{-1}a(\theta)}{a^H(\theta)R_{xx}^{-1}a(\theta)} \quad (11)$$

したがって、式(10)において $w_{BF}(\theta)$ の代わりに $w_{CA}(\theta)$ を用いて得られるCapon法の推定結果 $P_{CA}(\theta)$ は、以下ようになる。

$$P_{CA}(\theta) = \frac{1}{a^H(\theta)R_{xx}^{-1}a(\theta)} \quad (12)$$

図5は $-10^\circ, +10^\circ$ からそれぞれSN比が30dB, 10dBの到来波が5素子等間隔リニアアレーに入射する場合のビームフォーマ法, Capon法, MUSIC法の推定結果の数値例である。共分散行列は正確に推定されているものとし、各々、最大値を0dBに正規化してグラフ化している。ビームフォーマでは2波が推定されておらず、また

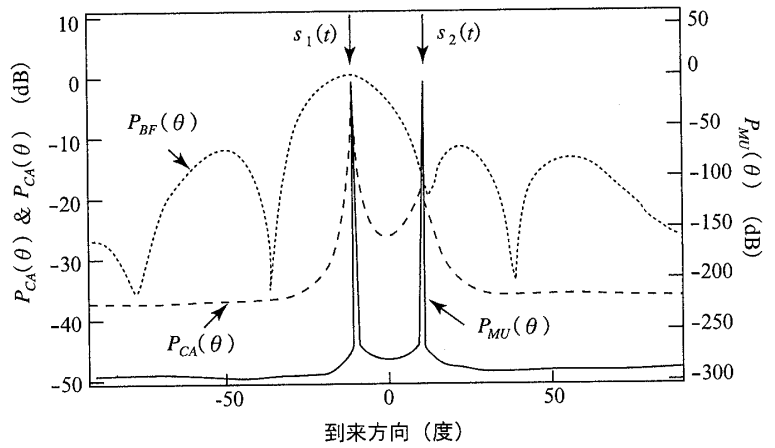


図5 各手法の推定結果の比較 (数値計算例) $s_1(t)$: SN比=30dB, $\theta_1=-10^\circ, s_2(t)$: SN比=10dB, $\theta_2=10^\circ$

Capon法では2波が分離されているが、SN比の低い到来波のピークは小さくなるのが分かる。一方、MUSIC法では、到来波のSN比にかかわらず非常に急しゅんなピークが現れている。

ここで、逆行列の補題として知られている下記の公式を用いて、Capon法とMUSIC法の関係を導いてみる。

$$(BCD+F)^{-1} = F^{-1} - F^{-1}B(DF^{-1}B+C)^{-1}DF^{-1}$$

R_{xx}^{-1} に適用すると次のように表現できることが分かる。

$$R_{xx}^{-1} \propto (\sigma^{-2}R_{xx})^{-1} = I - A(\sigma^2S^{-1} + A^HA)^{-1}A^H \quad (13)$$

もし、SN比が無限大 ($\sigma^2S^{-1} \rightarrow 0$) ならば、

$$R_{xx}^{-1} |_{\sigma^2S^{-1} \rightarrow 0} \propto I - A(A^HA)^{-1}A^H$$

となる。式(8b)の関係、及び式(7)よりSN比を高くするとCapon法はMUSIC法に漸近してゆくことが分かる。

$$P_{CA}(\theta) |_{\sigma^2S^{-1} \rightarrow 0} \propto \frac{1}{a^H(\theta)E_N E_N^H a(\theta)} = \frac{1}{L} P_{MU}(\theta) \quad (14)$$

さて、再び3.の〔性質2〕に戻ってMUSICの動作原理を考えてみよう。図5に対応させて、 e_j をウェイトと考えれば、この性質は θ_i 方向の信号を、その強度にかかわらず受信しない動作をしている(出力0)ことが分かる。すなわち、図6に示すように到来方向にアンテナバ

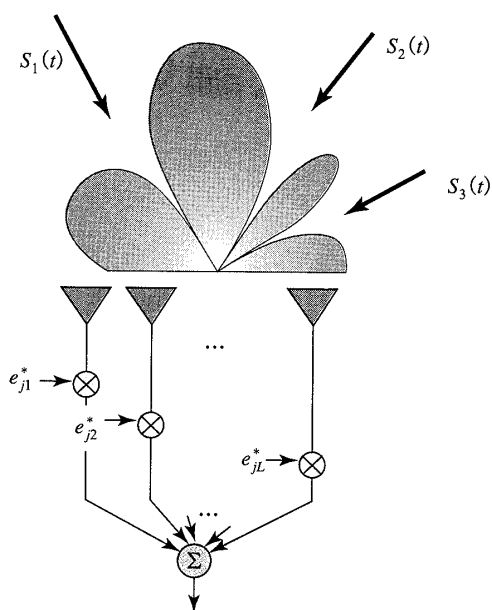


図6 MUSIC法の動作原理 雑音固有ベクトルによるヌルステアリング

ターンのヌル点が向くような指向性合成を行うウェイトとなっていることが分かる。このようにMUSIC法はビームステアリングではなくヌルステアリングの概念に基づいて動作している。式(7)では、このような $L-d$ 個のウェイトを用いたマルチビームのヌル点を検出している⁽⁶⁾。本質的に形成可能なヌル点の数はアンテナ素子数(及び各素子の指向性)によって決定される。したがって、MUSIC法適用の際の条件には、素子数と到来波数の関係($L > d$)のみが重要視されている。個々の雑音固有ベクトルをウェイトとした際のそれぞれの指向性パターンでは、到来波以外の方向にやや深いヌルが現れる可能性もある。しかしながら、到来波数を正しく推定した場合には、到来波の方向以外に共通なヌル点が存在しないことをMUSIC法は保証している。

現実には、限られた時間内で得られたスナップショットにより共分散行列を推定しなければならない。したがって、MUSIC法における分解能にもやはり限界はある。しかしながら、ビームに比べヌルは鋭いため、ヌルステアリングに基づく手法は、ビームステアリングに基づく手法を越える高分解能性を有する。

式(14)から分かるようにCapon法も本質

的にはヌルステアリングに基づいて動作している。しかしながら、その推定結果はSN比に依存するため低SN比の信号ほど検出は困難となる。MUSIC法では共分散行列から事前に信号・雑音部分空間を分離して推定を行うため、正確な共分散行列が得られている場合にはSN比に依存しない高分解能性が実現される。

5. まとめと今後の展望

ここで触れた手法はすべてモードベクトル(またはウェイト)による空間走査が必要であるが、Root-MUSIC法、ESPRIT法などのように多項式の根、固有値から直接、到来方向の導出を可能とする手法がある。これらの手法を適用することにより、演算の高速化が可能である。しかしながら、このようなスーパーレゾリューション法の多くは共分散行列の固有値解析を必要としており、高速デジタル通信環境への適用には、更なるプロセッサの高速化が望まれる。また、様々な特徴を有する手法が提案されており、伝搬環境、アンテナ構成に応じた選択が不可欠である。シグナルプロセッシングアレーあるいはアダプティブアレーは、その特徴を生かして21世紀におけるセンシング、デジタル通信等の様々な分野へ適用されていくであろう。

文 献

- (1) Smart Antennas—Adaptive arrays, Algorithms, & Wireless Position Location, T. S. Rappaport, ed., IEEE Press, 1998.
- (2) R. O. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," IEEE Trans. Antennas Propag., vol. AP-34, no.3, pp.276-280, March 1986.
- (3) R. Roy and T. Kailath, "ESPRIT—Estimation of signal parameters via rotational invariance technique," IEEE Trans. Acoust. Speech and Signal Process., vol. ASSP-37, no.7, pp.984-995, July 1989.
- (4) T. J. Shan, M. Wax, and T. Kailath, "On spatial smoothing for direction of arrival estimation of coherent signals," IEEE Trans. Acoust. Speech and Signal Process., vol. ASSP-33, no.4, pp.806-811, April 1985.
- (5) J. Capon, "High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis," Proc. IEEE, vol.57, no.8, pp.1408-1418, Aug. 1969.
- (6) 小川, 伊藤, "MUSIC法による高分解能推定," 電学論, vol.116-A, no.8, pp.671-677, Aug. 1996.