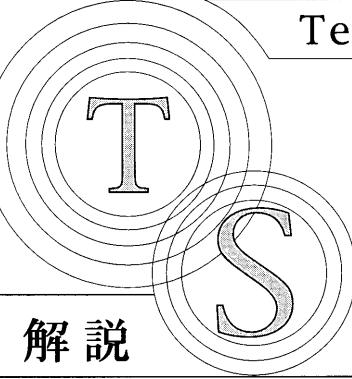


Technical Survey



解説

最新グラフネットワーク 理論とその応用

仙石 正和 田村 裕 篠田 庄司

仙石正和 正員：フェロー 新潟大学工学部情報工学科

E-mail: sengoku@ie.niigata-u.ac.jp

田村 裕 正員 新潟工業大学情報電子工学科

E-mail: tamura@iee.niit.ac.jp

篠田庄司 正員：フェロー 中央大学理工学部電気電子情報通信工学科

E-mail: shinoda@m.ieice.org

Recent Advances in Graph/Network Theory and Its Applications. By Masakazu SENGOKU, Fellow, (Faculty of Engineering, Niigata University, Niigata-shi, 950-2181 Japan), Hiroshi TAMURA, Member (Niigata Institute of Technology, Kashiwazaki-shi, 945-1195 Japan), and Shoji SHINODA, Fellow (Department of Electrical, Electronic, and Communication Engineering, Chuo University, Tokyo, 112-8551 Japan).

A bstract

ネットワーク構造を有するシステムは多種多様であり、オイラーによって始まったといわれるグラフネットワーク理論は、数多くの応用を持つ研究分野である。本稿では、近年大変革を遂げている情報通信分野への応用に焦点を当て、有線網におけるルーティング、マルチホップ無線ネットワークにおける情報配信、ミラーサーバの設置、インターネットのモデル化等の問題への最近のグラフネットワーク理論の応用を解説する。

キーワード：グラフネットワーク理論、チャネル割当て、ルーティング、マルチホップ、ミラーサーバの設置、インターネットのモデル化

1. はじめに

電子情報通信の分野には、グラフやネットワーク（点や辺に「重み」や「機能」の付されたグラフ）の理論的問題としてモデル化される課題が数多く存在する。1940年代にはアナログ回路のグラフネットワーク理論的性質が本学会誌に報告されている。その後も回路解析関連の研究を中心にグラフネットワーク理論的な考察がなされてきた。アナログ回路とグラフネットワーク理論の関連のより詳細な内容は、文献(1), (2)を参照されたい。ネットワーク構造を有するシステムは多種多様であり、その構造の単純性より応用分野も数多いが、本稿では、情報通信分野への応用に限定して、最近のグラフネットワーク理論の応用を解説する。

2. セルラ移動通信系における チャネル割当て

情報通信分野へのグラフネットワーク理論の応用として、早期よりよく知られているもの一つに、セルラ移動通信系におけるチャネル割当てが、単純なモデル化によりグラフの彩色問題に帰着できることが挙げられる⁽³⁾。これを基に、グラフネットワークへのモデル化を例示する。

セルラ方式とは、通信エリアをセルと呼ばれる複数の部分に分割し、そのセル内の基地局と携帯端末が接続し、チャネルの有効利用を目指した通信方式である。ここで、チャネルとは、周波数分割による多重アクセス(FDMA)方式における周波数分割、時間分割による多重アクセス(TDMA)方式におけるタイムスロット、符号分割による多重アクセス(CDMA)方式におけるコード(符号)等を表す。隣接セルで同一チャネルを用いると干渉が生じ利用できない場合があるが、一定以上距離が離れていれば同一チャネルを使うことが可能となる。このように、同一チャネルを複数セルで用いることで、チャネルの有効利用が図られる。ここで、セルを点、同一周波数が使えないセル同士を辺で結ぶと、各セルにチャネルを割り当てるることは、隣接する点が同一色とならないように点に色を塗ることに対応する。例えば、図1(a)のセル構造で、隣り合うセルでは同一チャネルが使えないと仮定すると、各セルにチャネルを割り当てるることは、図1(b)のグラフの各点に、隣接点が同一色とならないように色を塗ることに対応する。このような点の塗り分けの中で使用する色の数の最小値を求める問題は点彩色問題と呼ばれ、NP困難と呼ばれる、効率良く最適解を得ることが難しいと考えられている問題のクラスに属することが知られている。そこで、通信する際には短時間で割当

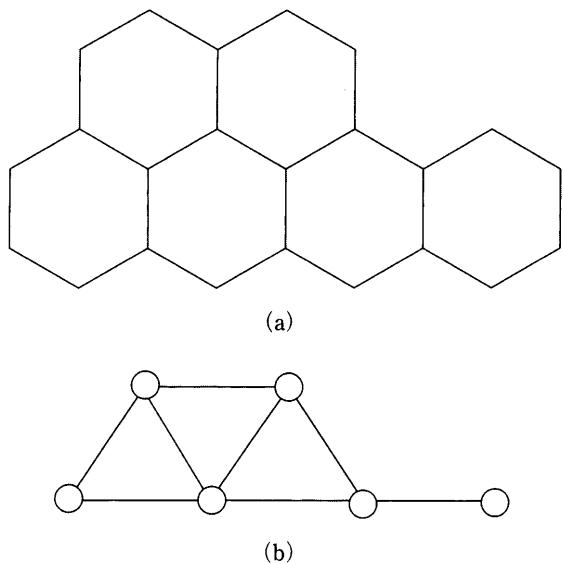


図1 セルラ方式におけるセル構造とそのグラフ表現 隣接するセルで同一周波数が使えない場合を仮定すると、(a)の各セルにチャネルを割り当てるごとに(b)の各点に同一色が隣接しないように色を塗ることは同値となる。

てるチャネルを決定しなければならない等、セルラ移動通信の特性を考慮した様々な発見的(Heuristic)なアルゴリズムが提案されている^{(5), (6)}。

以上が単純なモデル化であるが、携帯端末の爆発的な普及により、より効率良いチャネルの割当てを目指したモデル化も必要になってくる。チャネルは、他のセルで使用される同一チャネルからの干渉により使用可能かどうかが決定されるので、周囲の状況によっては、距離の近いセル同士でも同一チャネルが使える場合がある。このような場合は、グラフの辺に重みを付けることで、干渉の程度を表現できることが示されている⁽⁷⁾。

なお、チャネル割当問題とグラフの彩色問題との関連のより詳細な内容は、文献(8)を参照されたい。

3. ATM網におけるルーティング

通信網において、ある二つの端末間に接続要求があった場合、その経路を求める問題をルーティング問題という。ここでは、情報ネットワークの一つであるATM(Asynchronous Transfer Mode)網を取り上げ、グラフ

用語解説

連結度 ここでは、通信回線(グラフにおいては辺に当たる)が故障すると仮定した場合、何箇所かが故障してグラフが非連結となるときの、故障する通信回線の最小数を表す。辺ではなく点が故障すると仮定した場合も同様に考えられる。

辺容量 その辺に流すことのできる最大の量。2点間に流せる量の最大値(最大フロー値)をその2点間の容量と呼ぶこともあるので、区別する意味で用いる。

ネットワーク理論との関係を示す。

ATM網においては、接続要求があった場合、バーチャルパスと呼ばれるある経路が選択され、その单一伝送路において、連続的に多重伝送を行う。これはATM網をグラフで表現した場合、2点間の経路を求めるに相当する。点や辺にそれぞれコストを付加して、コスト最小の経路を見つけるのであれば、これはよく知られた最短経路アルゴリズムを用いればよい。

一つの経路だけでなく、予備用にもう一つの経路も確保するのであれば、2点間のフローで、流れの量が2、かつコスト最小のものを求めればよい⁽⁹⁾。ただ、単純に予備の経路を確保するだけでは、実際には同一ケーブル内に予備の経路が存在することがあるため、ケーブル全断には対処できない場合がある。例えば、図2(a)において、点uから点vへの辺を共有しない2本のパスが存在する。しかしながら、実際の敷設は、図2(b)のようであるかもしれない。この場合、1箇所のケーブルの全断により、点uと点v間の通信ができなくなる可能性がある。これに対処するため、各ケーブル内の流れの量の上限を制限する必要があり、これは文献(10)にある「束条件付きの流れの問題」を応用することが可能であ

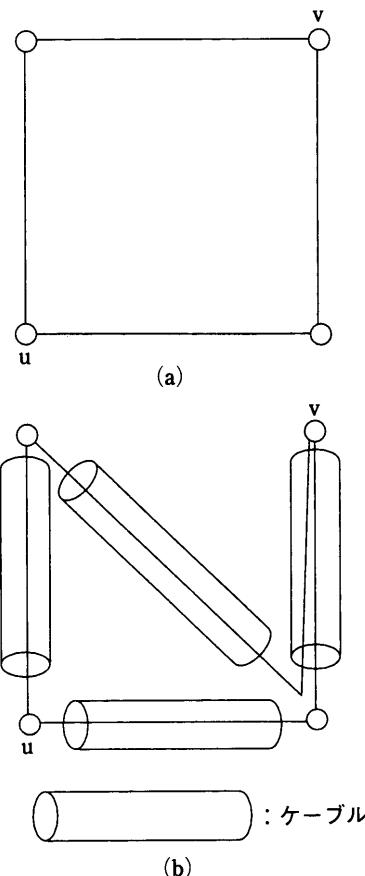


図2 ATM網における点uから点vへの二つの経路 点uから点vへ二つの辺を共有しない経路が存在する(a)が、実際の敷設は同一ケーブル内にある場合がある(b)。

る。

広帯域サービス総合ディジタル網（B-ISDN）が実現されると、従来の電話、ファクシミリのような1対1の通信のほか、放送のようなマルチキャストサービスが提供されると考えられている。この場合、1対1でそれと通信していたのでは、トラヒックが増大するため、適当な地点のルータやスイッチでデータをコピー（分岐）し、効率の良いマルチキャスト経路を設定する必要が出てくる。データをコピーすることから、単なるフローとは異なり、これまでの理論をそのまま用いることはできない。円滑に通信するためコピー地点の集中を避けたり⁽¹¹⁾、あらかじめ呼量を予測し、コピーに備える⁽¹²⁾といった、ルーティングが必要となってくる。また、一般化された理論的な面での研究としては文献(13), (14)が参考となる。

なお、有線通信網へのグラフネットワーク理論の応用の代表的な例としては、連結度^(用語)増大問題がある。これは、なるべく少ない数の通信回線を増設することで各2点間に複数の経路を確保し、通信回線の故障に備える問題である。この問題に関しては、文献(15)～(17)を参照されたい。連結度に関する問題と、ATM網のルーティングとの関連としては、以下の問題が興味深い。各2点間にバーチャルパスが与えられたネットワークにおいて、幾つかの通信回線が故障することを仮定する。この場合、バーチャルパスが寸断された2点間においても、残された別の点間のバーチャルパスをう回することで通信するモデルが考えられる。これに関する理論的な研究は、文献(18)に紹介されている。

4. マルチホップ無線ネットワーク

3. で述べたようにグラフネットワーク理論の通信網のルーティング問題への応用は主に有線を中心として従来から行われてきた。近年、グラフネットワーク理論を用いた無線ネットワークの構築や通信経路の解析が盛んになってきている。ここでは、マルチホップ無線ネットワークにおいて、情報を配信する問題を取り上げる。マルチホップ無線ネットワークとは、多くの移動端末が直接データをやり取りするような無線ネットワークであり、電波が届かず直接情報を交換できない場合、途中の移動端末が中継することにより、情報交換が可能となる。マルチホップ無線ネットワークの詳細については、文献(19)を参照されたい。このような何段かの端末の中継により情報をやり取りするネットワークにおいては、端末を点とし、通信可能な端末間を辺で結ぶことで、グラフとして表現できる。本稿では、ある端末が持つ情報を他の端末に配信する問題を考える。受け取る端末が1台か複数か、パケット無線方式であるか無線回線接続方式であるかにより問題が異なるが、ここでは、無線回線接続方式としすべての端末が情報を受け取る問題を考える。具体的なイメージとしては、ある一定地域内の人すべてに、PHSの子機間通信機能を用いて情報を送る場合である。

なるべく短時間で全端末に情報を送ることを目標とし、ステップ数の最大値が最小になるように経路を決定する問題を考える^{(20), (21)}。図3(a)において、点vに情報があり、図3(b)の太線に沿って各点に配信することとする。太線上の数字は、何番目のステップで情報を送ったかを表す。最大値が3であるので、この場合、3ステッ

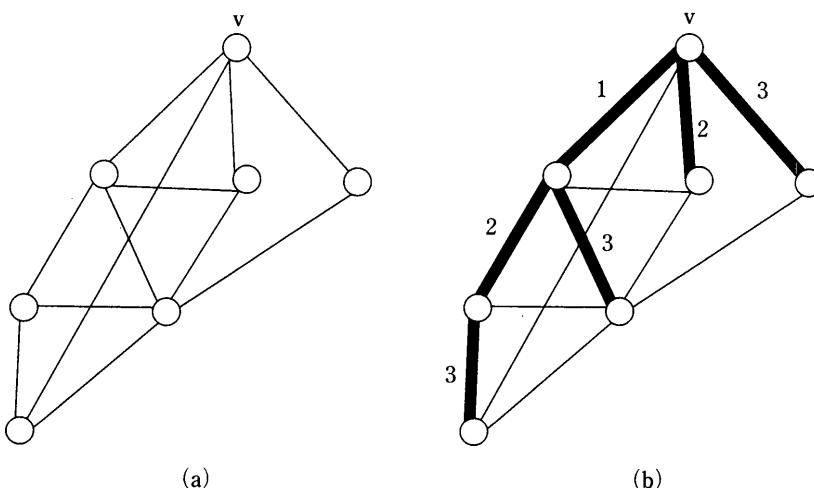


図3 マルチホップ型のアドホックネットワークにおける情報配信に関するグラフ表現 (a) 端末を点で表し、通信可能な点同士を辺で結ぶ。 (b) 点vから他のすべての点へ太線に沿って配信すれば、3ステップですべての端末に配信可能となる。

ですべての点に情報を配信することが可能である。

ここで、グラフ全体の接続関係が既知だと仮定すると、Broadcasting Problem⁽²²⁾と呼ばれる、よく知られたグラフ理論の問題と等価となり、木状のグラフの場合は多項式時間で解け、一般的なグラフの場合は、NP困難な問題であることが知られている⁽²³⁾。また、発見的なアルゴリズム⁽²⁴⁾も提案されている。Broadcasting Problemに関して得られた結果をこのマルチホップ無線ネットワークに適用する場合、以下の2点に注意する必要がある。

- ・端末は自律的に振る舞う可能性があるため、グラフ全体の接続関係を得るのが難しい。
- ・無線通信の場合、2. で述べたようにチャネルについて考慮する必要があるが、Broadcasting Problemには、チャネルの概念が存在しない。

したがって、無線通信に特化した発見的なアルゴリズムの開発も必要となってくる⁽²⁵⁾。なお、マルチホップ無線ネットワークに関する理論的な面での研究としては、文献(26)がある。

5. ネットワーク上へのミラーサーバの配置

ネットワーク上のサーバに情報を置き、各端末が必要な情報を受け取るのは、インターネット上の代表的なサービスである。サーバの過負荷や故障等により、端末がサービスを受けられなくなるのを防ぐため、同一機能を有する複数のサーバ（ミラーサーバ）を設置することもよく知られている。このとき、効果的な場所にミラーサーバを設置し、設置台数を少なくすることは重要であろう。この問題に対しては、フローネットワークにおけるロケーション問題が応用できる。

ある定まった地域に、ショッピングセンター、消防署、学校等の施設をどのように設置したらよいか、最適な位置を求めるよ。という問題を扱う分野がロケーション理論であり、対象をネットワークに限定した場合にネットワークのロケーション問題と呼ばれる。初期には、距離を評価の尺度とした場合の最適な位置が考察されていたが、情報通信の発展により、流れの量（容量）を評価の尺度とするものも研究されるようになった。ネットワーク上のロケーション問題の詳細については、文献(27)を参照されたい。

端末（サーバを含む）を点とし、通信回線が直接確保されている2点間を辺で結び、通信回線の数を辺容量^(用語)として付加する。ここで、各回線が故障する場合を想定し、各端末とも、ミラーサーバを含めたサーバとの回線数を一定値 r 以上となるようにサーバをネットワーク上に配置する。サーバ数がなるべく少なくなるよう配置する問題が、ここで扱う問題である。図4において、 $r=3$ とすると、点 u と v にサーバを設置すれば、

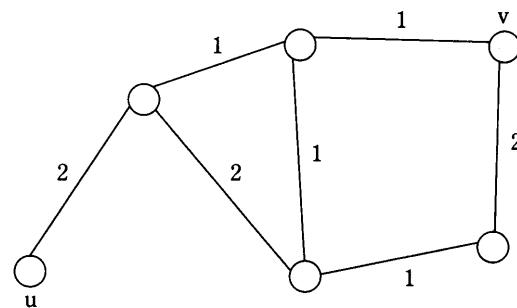


図4 ミラーサーバの配置 サーバを含む端末を点で表し、直接回線が結ばれている点同士を辺で結び、回線数を辺上に重みとして表す。点 u と点 v にサーバをおけば、他の点からサーバへ3回線以上確保できる。

他の点からサーバである点 u か v へ合わせて3回線以上確保できる。これ以上サーバの数を減らすことはできないので、これが最適となる。この問題は、文献(28)によって紹介され、多項式時間のアルゴリズムが提案されている。その後、 r が各点によって異なる場合のアルゴリズムが提案され⁽²⁹⁾、文献(30)、(31)において、より効率の良いアルゴリズムが提案されている。

以上は、最も単純化した場合の結果であるが、点に当たる機器の故障も考慮する場合⁽³²⁾や辺に向きのある有向グラフの場合⁽³³⁾も検討されている。

6. インターネットの構造のモデル化

インターネットは、現在でも拡大し続けている。このインターネットを、例えばルータを点とし、物理的に結ばれているルータ間を辺で結び、グラフでモデル化し解析することは、多くの研究者が思い付くであろう。しかしながら、文献(34)の題名「Why We Don't Know How To Simulate The Internet」にも示されているように、簡単なことではない。これは、インターネットは、日々拡大を続けているとともに、その性質上、それぞれの部分

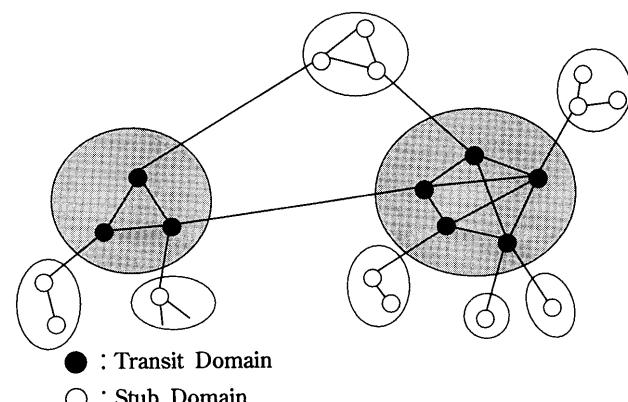


図5 Transit Domain と Stub Domain Stub Domain が自身と関連のない Domain と通信する場合は、Transit Domain を経由するモデル。

で、各々独立して拡大していることが挙げられる。モデル化として最も単純なのは、各2点間をある確率で辺で結ぶものであるが、もちろんこれでは、現実のインターネットの構造に則していない。そこで距離の概念を取り入れ、近い点同士が辺で結ばれる確率を大きくし、遠くの点は確率を小さくすることも考えられる。ただ、これだけでは、インターネットの初期の段階はともかく、現在のモデル化としては適当ではない。これに対し、文献(35)では、点を他のドメイン間の通信も通過するもの(バックボーンとなるもの、Transit Domainと呼ばれる)と、自分のドメイン関連の通信しか行わないもの(Stub Domain)に分け(図5)，各々分けて構成している。

これとは別に、World Wide Webにおけるハイパーテインクに注目した場合も、Webページを点で表し、他のWebページにリンクされている場合は辺で結ぶことにより、やはりグラフとして表すことができる。例えば、あるページにリンクする(あるいは、そのページからリンクする)ページの数は、検索エンジンがそのページを評価する上で重要である。これまでの実測から、リンクの数が x であるサイトの数を y としたとき、

$$y = ax^{-\gamma} \quad (a \text{ と } \gamma \text{ は定数})$$

によく一致することが知られている^{(36), (37)}。

7. ま と め

以上述べてきたように、情報通信分野の諸問題をグラフネットワーク理論の問題としてとらえることが可能である。グラフネットワーク理論の用語を使って定式化するとNP困難となり、最適解を求めることが難しいと結論付けられてしまう問題も多いが、グラフネットワーク理論における結果を利用することができるため、定式化自体も重要なことと考える。情報通信分野に限らず、応用分野でグラフネットワーク理論を取り入れた解析手法は今後も増加するであろう。3.において、1970年代の結果⁽¹⁰⁾がATM網におけるルーティングにも有効であることを述べたが、このように、将来の応用分野へ供給する理論を構築し続けるのも、グラフネットワークの基礎理論研究者に与えられた一つの使命であると考えている。

謝辞 日ごろより御指導頂く新潟工科大学の阿部武雄名誉学長、及び文献等を含めて有益な御助言を頂いた、名古屋工業大学の和田幸一教授、京都大学の伊藤大雄助教授、大阪大学の牧野和久助教授に感謝の意を表します。

文 献

- (1) 篠田庄司, ほか, 電子情報通信と数学, 大石進一(編), 電子情報通信学会, 1998.
- (2) H. Watanabe and S. Shinoda, "Soul of circuit theory? a review on research activities of graphs and circuits in Japan," IEEE Trans. Circuits Syst. I, vol.46, no.1,

- (3) 仙石正和, 伊藤精彦, 松本 正, "移動無線のダイナミックな周波数割当に関する一考察," 信学技報, CS75-203, pp.71-78, 1976.
- (4) M.R. Garay and D.S. Johnson, Computers and Intractability, Freeman, 1979.
- (5) K. Okada and F. Kubota, "On dynamic channel assignment strategies in cellular mobile radio systems," IEICE Trans. Fundamentals, vol.E75-A, no.12, pp.1634-1641, Dec. 1992.
- (6) 秋月 治, 六浦光一, "セルラーシステムにおける動的チャネル割り当て," 日本シミュレーション学会誌, vol.20, no.1, pp.40-45, 2001.
- (7) H. Tamura, M. Sengoku, S. Shinoda, and T. Abe, "Channel assignment problem in a cellular mobile system and a new coloring problem of networks," IEICE Trans. Fundamentals, vol.E74, no.10, pp.2983-2989, Oct. 1991.
- (8) M. Sengoku, H. Tamura, S. Shinoda, and T. Abe, "Development in graph- and/or network-theoretic research of cellular mobile communication channel assignment Problems," IEICE Trans. Fundamentals, vol. E77-A, no. 7, pp.1117-1124, July 1994.
- (9) 太田 聰, "ATM網におけるパスのルーティング技術," 信学技報, IN98-24, pp.1-8, 1998.
- (10) 伊理正夫, 古林 隆, ネットワーク理論, 日科技連, 1976.
- (11) 山形孝幸, 藤井章博, 根元義章, "マルチキャスト通信向け経路決定アルゴリズムの提案と評価," 信学論(D-I), vol.J80-D-I, no.9, pp.739-744, Sept. 1997.
- (12) 小島久史, 三好 匠, 田中良明, 富永英義, "ATM網におけるマルチキャストルーティング," 信学論(B-I), J81-B-I, no.6, pp.362-370, June 1998.
- (13) Y. Kaneko, S. Shinoda, and K. Horiuchi, "A synthesis of an optimal file transfer on a file transmission net," IEICE Trans. Fundamentals, vol.E76-A, no.3, pp.377-386, March 1993.
- (14) H. Takatama, N. Shinomiya, and H. Watanabe, "A flow theory in information network," 電子情報通信学会第11回, 回路とシステム(軽井沢)ワークショップ論文集, pp.209-214, 1998.
- (15) T. Watanabe, "Graph augmentation problems," IEICE Trans. Fundamentals, vol.E74, no.4, pp.632-643, 1991.
- (16) H. Nagamochi, "Recent development of graph connectivity augmentation algorithms," IEICE Trans. Inf. & Syst., vol.E83-D, no.3, pp.372-383, March 2000.
- (17) 滝根哲哉, 伊藤大雄, 西尾章治郎, ネットワーク設計理論, 岩波書店, 2001.
- (18) K. Wada, "Optimal fault-tolerant routings on surviving route graph model," Proc. SSGR2000, 2000.
- (19) 間瀬憲一, 中野敬介, 仙石正和, 篠田庄司, "アドホックネットワーク," 信学誌, vol.84, no.2, pp.127-134, Feb. 2001.
- (20) 近藤 靖, 名倉武之, 田中利憲, "PHS-WRANのファイル配達特性," 1998信学総大, no.B-5-147, p.511, 1998.
- (21) 角田智之, 田村 裕, 仙石正和, 間瀬憲一, 篠田庄司, "ユニバーサル・アドホックネットワークの検討—木状ネットワークに対する情報配信アルゴリズム," 2000信学総大, no.B-5-168, p.553, 2000.
- (22) S.M. Hedetniemi, S.T. Hedetniemi, and A.L. Liestman, "A survey of gossiping and broadcasting in communication networks," Networks, vol.18, pp.319-349, 1988.
- (23) P.J. Slater, E.J. Cockayne and S.T. Hedetniemi, "Information dissemination in trees," SIAM J. Comput., vol.10, pp.692-701, 1981.

- (24) P. Scheuermann and G. Wu, "Heuristic algorithms for broadcasting in point-to-point computer networks," IEEE Trans. Comput., vol.C-33, pp.804-811, 1984.
- (25) H. Tamura, T. Moriyama, N. Matsumoto, M. Sengoku, K. Mase, and S. Shinoda, "Routing algorithms on wireless multihop networks and their modifications," Proc. 2001 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS 2001), vol.4, pp.874-877, 2001.
- (26) K. Watanabe, M. Sengoku, H. Tamura, K. Nakano, and S. Shinoda, "A scheduling problem in multihop networks," IEICE Trans. Fundamentals, vol.E83-A, no.6, pp.1222-1227, June 2000.
- (27) 仙石正和, "ネットワークにおけるロケーション問題," 信学誌, vol.71, no.6, pp.568-572, June 1988.
- (28) H. Tamura, M. Sengoku, S. Shinoda, and T. Abe, "Some covering problems in location theory on flow networks," IEICE Trans. Fundamentals, vol.E75-A, no.6, pp.678-684, June 1992.
- (29) 田村 裕, 菅原秀仁, 仙石正和, 篠田庄司, "無向フロー ネットワークにおける総合被覆問題について," 信学論(A), vol.J81-A, no.5, pp.863-869, May 1998.
- (30) H. Ito, H. Uehara, and M. Yokoyama, "Faster and flexible algorithm for a location problem undirected flow networks," IEICE Trans. Fundamentals, vol.E83-A, no.4, pp.704-712, April 2000.
- (31) K. Arata, S. Iwata, K. Makino, and S. Fujishige, "Locating sources to meet flow demands in undirected networks," Lect. Notes Comput. Sci., vol.1851, pp.300-313, 2000.
- (32) H. Ito, M. Ito, Y. Itatsu, H. Uehara, and M. Yokoyama, "Location problems based on node-connectivity and edge-connectivity between nodes and node-subsets," Lect. Notes Comput. Sci., vol.1969, pp.338-349, 2000.
- (33) H. Ito, K. Makino, K. Arata, Y. Itatsu, and S. Fujishige, "Source location problem with edge-connectivity requirements in digraphs," Proc. 2nd Japanese-Hungarian Symposium on Discrete Mathematics and Its Application, pp.20-23, 2001.
- (34) V. Paxson and S. Floyd, "Why we don't know how to simulate the internet," Proc. of the 1997 Winter Simulation Conference, pp.1037-1044, 1997.
- (35) E.W. Zegura, K.L. Calvert, and M.J. Donahoo, "A quantitative comparison of graph-based models for internet topology," IEEE/ACM Trans. Netw., vol.5, no.6, pp.770-783, 1997.
- (36) R. Albert, H. Jeong, and A.-L. Barabasi, "Diameter of the world-wide web," Nature, vol.401, pp.130-131, 1999.
- (37) A. Broder, R. Kumar, F. Maghoul, P. Raghavan, S. Rajagopalan, R. Stata, A. Tomkins, and J. Wiener, "Graph Structure in the Web," Proc. Ninth International World Wide Web Conference, pp.309-320, 2000.



仙石 正和 (正員: フェロー)

昭 42 新潟大・工・電気卒。昭 47 北大大学院博士課程了。工博。同年北大・工・電子助手。新潟大・工・助教授を経て、現在、同教授。回路網理論、グラフネットワーク理論、情報伝送特に移動通信の研究に従事。平3, 7, 8, 9, 年度本会論文賞、IEEE ICNNSP'95 最優秀論文賞。著書「演習グラフ理論」(共著)、IEEE Fellow, 情報処理学会会員。



田村 裕 (正員)

昭 57 新潟大・教育卒。平 2 同大学院自然学科研究科博士課程了。学術博。同年同大学院自然科学研究科助手。現在、新潟工科大学教授。グラフ理論とその応用の研究に従事。平3, 7, 9 年度本会論文賞。IEEE, 情報処理学会各会員。



篠田 庄司 (正員: フェロー)

昭 39 中大・理工・電気卒。昭 48 同大学院理工学研究科電気工学専攻了。工博。現在、同大学理工学部電気電子情報通信工学科教授。回路、ネットワーク、システムの解析、診断、制御の研究に従事。平3, 8, 9 年度本会論文賞、IEEE ICNNSP'95 最優秀論文賞。著書「回路論入門(1)」ほか。IEEE Fellow。