

# 連続高架橋における波動伝播モードの解析

阿部 和久<sup>1</sup>・佐成屋 淳<sup>2</sup>・紅露 一寛<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 新潟大学准教授 工学部建設学科 (〒950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地)  
E-mail:abe@eng.niigata-u.ac.jp

<sup>2</sup>学生員 新潟大学大学院 博士前期課程 (〒950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地)

<sup>3</sup>正会員 博(工) 新潟大学准教授 大学院自然科学研究科 (〒950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地)

高架橋に沿って伝播する波動モードを数値解析により調べた。当該構造物は無限周期構造により理想化し、はりモデルで離散化した。減衰せず無限遠まで伝播して行く波動モードの解析において、Floquet 原理を適用することで具体的解法を構成した。この場合、無限周期系における波動問題は、周期構造を構成している最小単位(ユニットセル)の離散化により解析可能となる。具体例を対象に伝播モードの分散曲線を求め、発生し得るモードの種類とバンド特性について調べた。

**Key Words :** viaduct, periodic structure, Floquet's principle, wave propagation

## 1. はじめに

列車走行により発生する軌道振動の特性を把握することは、列車の走行安定性や地盤の振動低減などの観点で重要となる。鉄道構造物の場合、レール長手方向に長く続く構造を有していることから、それに沿って伝播して行く波動が動的応答に及ぼす影響を適切に評価することが取り分け重要である。そのため、軌道系内を伝播する波動モードの解析が多くの研究者によりなされてきた。

レール自体は断面形状が一定であるため、特にロングレールを対象とする場合は、それを一様断面の無限長ばり、または無限長弾性波動場としてモデル化することが可能であり、そのような検討事例が報告されている<sup>1)</sup>。なお、レールが無支持状態、または一様連続支持下におかれている場合、レール長手方向に Fourier 変換を適用することができる。これにより当該の動的問題は、レール長手方向波数と周波数とで与えられるパラメータ空間において記述される。その結果、求解のための離散化はレール断面に関してのみ施せば良いこととなる。特にはりモデルを用いた解析では、断面変形が無視し得る程度の比較的低い周波数域に適用範囲が限定されるものの<sup>1)</sup>、断面分割が不要となるため、レール内を伝播する波動モードを半解析的に把握することが可能となる。

実際のレールは、一般にまくらぎにより離散支持されている。したがって、上述のような一様支持モデルによる解析には適用限界がある。離散まくらぎを考慮した、より現実に即した条件設定の場合、軌道構造は周期性を持つこととなるので、もはや軌道系全体に Fourier

変換を適用することはできない。このような条件下での解析には、主に2つのアプローチの仕方が考えられる。1つは、レールにのみ Fourier 変換を施す方法である<sup>2)</sup>。この場合、まくらぎ反力は外力として扱われ、まくらぎの運動とまくらぎ反力に関する式をレールたわみに関する式と連立して解くこととなる。なお、レールのたわみ式は Fourier 変換により簡潔に記述できるが、他の方程式と連立する必要があるので定式化は幾分煩雑になる。また、長手方向に一樣な部分構造と周期的に配置されている構造とを一旦分離する必要があるので、対象系は自ずと比較的単純な構造物に限定される。

もう1つの方法は、本研究で用いる Floquet 原理<sup>3,4)</sup>に基づくものである。無限周期構造の定常応答は、それを構成する最小単位構造(ユニットセル)両端の力学量に、ある一定の位相差を与えるかたちで表現できる。これを Floquet 原理と呼ぶ。当該原理によれば、周期構造内を伝播して行く波動の問題は、有限サイズのユニットセルにおける動的問題に帰着して解くことが可能となる。ただし、Fourier 変換とは異なり、例え有限領域であっても、軌道長手方向にも離散化する必要がある。しかし、その代わりに、まくらぎなど系に周期性を与えている部分構造も含め一括して解析することができる。そのため、多数の部材から構成される非常に複雑な周期構造に対しても、FEM 等の離散化手法の併用により容易に適用することが可能である。

著者らは、これまでレール・離散まくらぎから構成される無限長直結軌道を対象に、Floquet 原理を適用し、当該軌道系に沿って伝播して行く波動モードの分散解析を実施した<sup>5)</sup>。その結果、この軌道系には主にレール

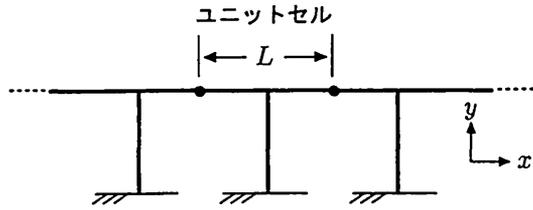


図-1 周期構造とユニットセル

たわみに起因する伝播モードと、まくらぎの大きな振動を伴うモードの2つが存在することがわかった。

なお、周期構造の場合、これらの伝播モードの存在する周波数帯が離散的に分布する。ある波数の下で無限遠まで伝播して行くモードが存在する周波数帯のことをパスバンド、そのようなモードが存在しない周波数帯のことをストップバンドと呼ぶ<sup>3)</sup>。このバンド特性は、走行荷重を受ける軌道系の振動応答を特徴づけるものであり、その把握は防振対策上も重要である。

また、高架上に軌道を敷設する場合、軌道に作用する荷重が地盤にまで伝達される間に高架橋が介在することとなる。したがって、このような状況下では、高架橋の振動特性を把握することが重要となって来る。実際の高架橋は数スパンを連続させた構造を有するが、これらには何らかの減衰が存在するため、有限長の構造単位内の応答であっても、定在波モード以外に伝播モードも影響する可能性がある。後者の特性は、無限に連なる周期構造により理想化したモデルで概ね捉えることができるものと考えられる。

そこで本研究では、無限高架構造を対象に上述の Floquet 原理を適用し、その中を伝播して行く波動モードについて調べる。具体的には、まず当該周期構造を構成する1ユニットをはり要素により離散近似する。次に、その有限要素方程式に Floquet 原理を適用することで、波数と周波数をパラメータとする固有値問題を導出する。それを解くことで伝播モードの分散曲線を求める。また、分散曲線上の振動モード形状に基づき、無限高架橋に沿って伝播して行く波動モードを分類する。さらに、高架橋を Euler ばりと Timoshenko ばりとでモデル化した場合の計算結果を比較し、より簡易なモデルである Euler ばりの適用限界について調べる。

## 2. Floquet 原理

### (1) Floquet 変換

図-1 に示す様な  $x$  軸方向に無限に連なる周期構造における動的問題を考える。この周期構造を構成している最小単位をユニットセルと呼ぶ。なお、ユニットセルの周期長を  $L$  で与える。図-1 ではユニットセルを柱

が中央に位置する様に設定しているが、本来は長さ  $L$  で切り取りさえすれば、その端点位置は任意である。

定常問題を対象とし、円振動数  $\omega$  の下で任意点  $(x, y)$  における変位応答が次式で与えられているものとする。

$$u(x, y, t) = \hat{u}(x, y)e^{i\omega t} \quad (1)$$

$\hat{u}$  の  $x$  方向に関する Floquet 変換  $\tilde{u}$  を次式で定義する<sup>6)</sup>。

$$\tilde{u}(\tilde{x}, y; \kappa) := \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{u}(\tilde{x} + nL, y)e^{i\kappa nL} \quad (2)$$

ここで、 $\tilde{x}$  と  $\kappa$  はそれぞれ  $(-L/2, L/2)$  及び  $(-\pi/L, \pi/L)$  の区間内の実数である。式(2)より、 $\tilde{u}$  は  $\kappa$  と  $\tilde{x}$  について、それぞれ次のような周期性を持つ。

$$\tilde{u}\left(\tilde{x}, y; \kappa + \frac{2\pi}{L}\right) = \tilde{u}(\tilde{x}, y; \kappa) \quad (\text{第1種周期性}) \quad (3)$$

$$\tilde{u}(\tilde{x} + L, y; \kappa) = \tilde{u}(\tilde{x}, y; \kappa)e^{-i\kappa L} \quad (\text{第2種周期性}) \quad (4)$$

また、 $\kappa$  は通常の波数  $k$  に対応するもので、Floquet 波数 (伝播係数) と呼ばれている。 $\kappa$  と  $k$  との対応関係については解析結果の中で述べる。

### (2) 周期構造の Floquet 変換

$\hat{u}(x, y)$  に関する運動方程式が次式で与えられているものとする。

$$\mathcal{L}(x, y)\hat{u}(x, y) = \hat{g}(x, y) \quad (5)$$

ここで、 $\mathcal{L}(x, y)$  は線形微分作要素、 $\hat{g}(x, y)$  は外力項である。式(5)の Floquet 変換は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathcal{L}(\tilde{x} + nL, y)\hat{u}(\tilde{x} + nL, y)e^{i\kappa nL} \\ = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{g}(\tilde{x} + nL, y)e^{i\kappa nL} \end{aligned} \quad (6)$$

なお、周期構造を対象とする場合、 $\mathcal{L}(x, y)$  は次の周期条件を満たす。

$$\mathcal{L}(\tilde{x} + L, y) = \mathcal{L}(\tilde{x}, y) \quad (7)$$

すると、式(6)より次式を得る。

$$\mathcal{L}(\tilde{x}, y) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{u}(\tilde{x} + nL, y)e^{i\kappa nL} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{g}(\tilde{x} + nL, y)e^{i\kappa nL} \quad (8)$$

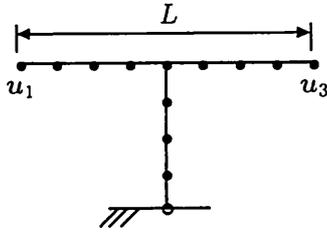


図-2 ユニットセル

したがって、 $\hat{u}$  の Floquet 変換  $\hat{u}$  は次の運動方程式を満たす。

$$\mathcal{L}(\hat{x}, y)\hat{u}(\hat{x}, y; \kappa) = \hat{g}(\hat{x}, y; \kappa) \quad (9)$$

式(9)より1ユニットセル当りの運動方程式に、式(4)の第2種周期境界条件を課して解くことで、Floquet 変換  $\hat{u}$  が求められることがわかる。

なお、周期構造における定常解  $\hat{u}$  自体が一般に式(4)の性質を満たすことが知られており、これを Floquet 原理と呼ぶ。すなわち、第2種周期境界条件下で1ユニットセル当りの運動方程式(9)の解を求めることで、定常解  $\hat{u}$  を得ることができる。

### 3. 伝播モード解析手法

#### (1) 高架橋のモデル化

本研究では無限長高架橋を、図-1に示す様な桁と柱から構成される周期構造によりモデル化する。なお、面内変形モードを解析対象とする。桁と柱とは互いに剛接されているものとし、いずれも骨組要素により離散化する。その際にたわみ変形を Timoshenko ばりにより表現する場合と、Euler ばりにより表現する場合の2ケースを採用する。前者による際には、たわみを3次 Hermite 補間、断面回転角を3節点2次補間で近似する TIM7 要素<sup>7)</sup>を用いた。一方、後者による離散化では、3次 Hermite 補間による一般的なはり要素を用いている。また、柱下端は水平・鉛直変位を拘束し、回転について固定、またはヒンジの2ケースを設定した。

#### (2) ユニットセルの Floquet 解析

Floquet 原理により、解析対象としている周期高架構造の自由振動問題は、それを構成するユニットセルの問題に帰着して求めることが可能となる。前述のとおり、連続高架構造内を伝播して行く波動モードの基本特性を調べることを目的に、当該高架構造のユニットセルを図-2の様に簡易なモデルにより表現し、はり要素により離散化する。その結果、次の運動方程式を得る。

$$\begin{aligned} & [\bar{v}_1 \quad \bar{v}_2 \quad \bar{v}_3]^T \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \\ \hat{u}_3 \end{Bmatrix} \\ & = \omega^2 [\bar{v}_1 \quad \bar{v}_2 \quad \bar{v}_3]^T \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \\ \hat{u}_3 \end{Bmatrix} \\ & + [\bar{v}_1 \quad \bar{v}_2 \quad \bar{v}_3]^T \begin{Bmatrix} \hat{F}_1 \\ \hat{0} \\ \hat{F}_3 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

ここで、 $\hat{u}_1$  と  $\hat{u}_3$  はそれぞれユニットセル左・右端における節点変位であり、 $\hat{u}_2$  はそれ以外の節点に関する変位ベクトルである。 $\bar{v}_i$  は  $\hat{u}_i$  に対応する仮想変位ベクトルであり、 $(-)$  は複素共役を表わしている。また、 $K_{ij}$ 、 $M_{ij}$  は剛性行列と質量行列の部分行列、 $\hat{F}_1$ 、 $\hat{F}_3$  はユニットセル両端点における内部節点力である。なお、Floquet 原理から、 $\hat{u}$  と  $\bar{u}$  とは同義となるため、以降これらを統一して  $\hat{u}$  と記述する。

$\hat{u}$ 、 $\bar{v}$ 、 $\hat{F}$  には次の第2種周期性が課される。

$$\hat{u}_3 = e^{-i\kappa L} \hat{u}_1, \bar{v}_3 = e^{i\kappa L} \bar{v}_1, \hat{F}_3 = -e^{-i\kappa L} \hat{F}_1 \quad (11)$$

式(11)を(10)に代入し、 $\hat{u}_3$ 、 $\bar{v}_3$ 、 $\hat{F}_3$  を消去すると最終的に次式を得る。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} K_{11} + K_{33} + 2K_{13} \cos \kappa L & K_{12} + K_{23} e^{i\kappa L} \\ K_{21} + K_{23} e^{-i\kappa L} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \end{Bmatrix} \\ & = \omega^2 \begin{bmatrix} M_{11} + M_{33} + 2M_{13} \cos \kappa L & M_{12} + M_{23} e^{i\kappa L} \\ M_{21} + M_{23} e^{-i\kappa L} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{u}_2 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

ここで、剛性行列と質量行列の対称性を用いている。また、式(12)の両辺の行列は Hermite 行列を与える。

#### (3) 伝播モードの分散解析

式(12)は、Floquet 波数  $\kappa$  と円振動数  $\omega$  に関する固有値問題を与えている。なお、一般に、ストップバンドの周波数帯において、 $\kappa$  は複素固有値を持つ。式(4)より、当該モードは距離減衰性を伴う局在波で与えられる。

分散曲線の具体的求解手順としては、 $\omega$  を固定し固有値  $\kappa$  を求める方法と、逆に  $\kappa$  を固定し  $\omega$  について解く方法の2つが考えられる。前者による場合、 $\kappa$  は行列内に含まれているため、効率的求解が望めない。一方、後者の方法による場合、 $\kappa$  を実数値に設定することとなるため、上述の局在波モードを求めることはできない。しかし、無限遠方まで減衰せずに伝播して行くモード

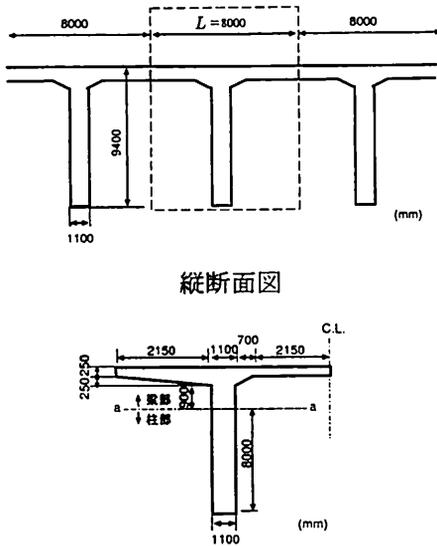


図-3 連続高架橋

表-1 各部材の物性値

	桁部	柱部
曲げ剛性 $EI$ [ $N \cdot m^2$ ]	$1.3 \times 10^{10}$	$3.17 \times 10^9$
伸び剛性 $EA$ [ $N$ ]	$8.18 \times 10^{10}$	$3.15 \times 10^{10}$
断面積 $A$ [ $m^2$ ]	3.15	1.21
質量密度 $\rho$ [ $kg/m^3$ ]	2500	2500
せん断係数 $K$	0.045	0.67

は評価可能であり、高架構造の主要な振動特性を把握することができる。さらに  $\omega$  に関する標準的な固有値問題を与えるので、比較的容易に解析可能である。そこで本研究では、 $\kappa$  を順次走査しながら、その下で固有値  $\omega$  を求める方法により、 $\kappa - \omega$  空間における分散曲線を作成することとした。なお、式(12)は Hermite 行列で与えられているので、固有値  $\omega$  は実数値をとる。

## 4. 解析結果

### (1) 解析条件

図-3 に示す様な鉄筋コンクリートラーメン構造で与えられる連続高架橋を想定した。解析では対称条件により図に示す横断面左半分を対象とし、軌道の付加質量は考慮せず、表-1 の様に各種物性値を設定した。なお、離散化に当たり、分散曲線の精度を確認の上、1 ユニットセル内の桁部と柱部とをそれぞれ 16 要素により等分割した。

### (2) 分散曲線

モード解は、式(3)より Floquet 波数  $\kappa$  について周期長  $2\pi/L$  の周期性を持つ。したがって、 $\kappa - \omega$  空間の分散曲線は  $-\pi/L < \kappa < \pi/L$  の範囲で求めれば良い。さ

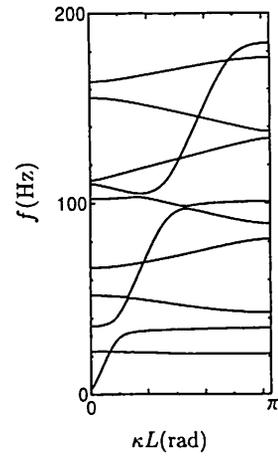


図-4 伝播モードの分散曲線 (Floquet 波数)

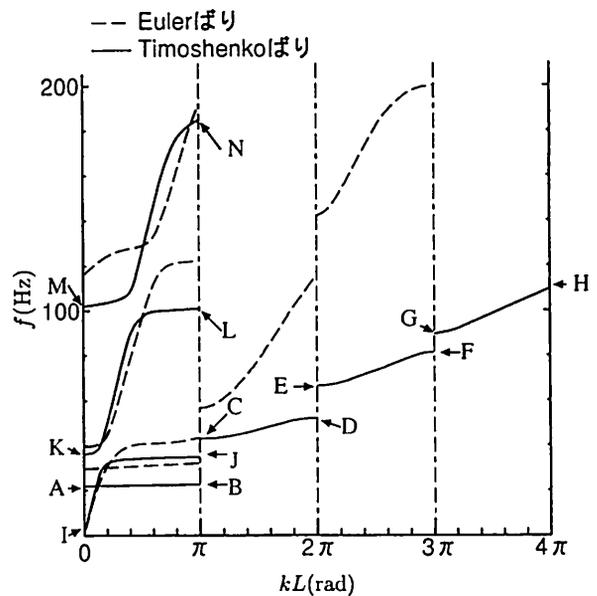


図-5 伝播モードの分散曲線

らに、進行波と後退波 ( $-x$  方向へ伝播する波) は向きが異なるだけであるので、分散曲線は  $\kappa = 0$  に関して対称となる。よって、 $(0, \pi/L)$  の範囲で  $\kappa$  を走査し、各  $\kappa$  の下で固有振動数  $\omega$  を求めれば十分である。

柱下端をヒンジ固定した場合を対象に、この様にして求めた分散曲線を図-4 に示す。なお、高架橋の各部材を Timoshenko ばりで与えている。また、図は縦軸を周波数 (Hz) で示した。本来固有値  $\omega$  は各  $\kappa$  の下で離散自由度数だけ存在する。ここでは周波数の低い方から 10 番目までを示した。

なお、分散曲線は Floquet 波数  $\kappa$  に関して周期性を持ち、通常の波数  $k$  と完全には一致しない。一般に図-4 の分散曲線において、周波数の低い方から  $i$  番目の進行波に含まれる主要波数成分  $k_i$  と  $\kappa$  との関係は次式で与えられる<sup>8)</sup>。

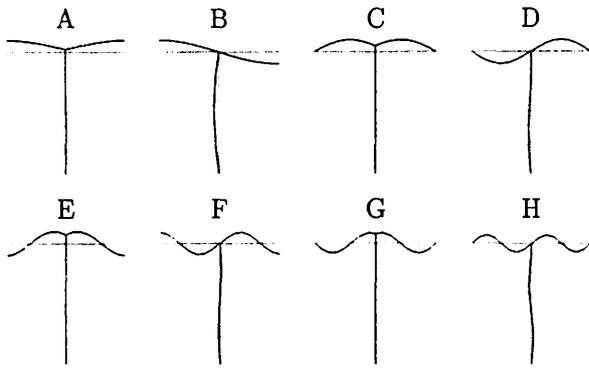


図-6-a 伝播モード1

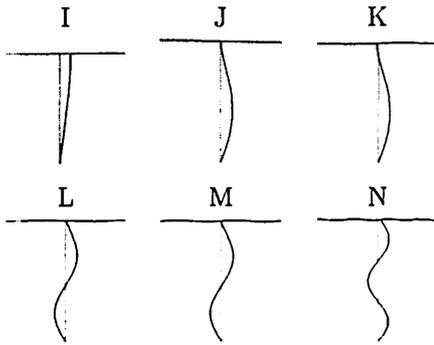


図-6-b 伝播モード2

図-6 高架橋の伝播モード

$$\begin{aligned}
 k_i &= -\kappa + m \frac{2\pi}{L} \quad (i = 2m) \\
 &= \kappa + m \frac{2\pi}{L} \quad (i = 2m + 1)
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

図-4の各分散曲線における $\kappa$ をこの主要波数成分に変換し、横軸を主要波数 $k$ にとると、図-5の分散曲線を得る。なお、図には、Euler ばりで離散化して得た分散曲線も合わせて示した。

各曲線のバンド端における変形モードを図-6に示す。この図より、図-5の分散曲線は大きく2種類に分類できることがわかる。まず1つ目(以下モード1)は、A-B,C-D,E-F,G-Hの一連のものである。これらのモードでは、主に桁のたわみが支配的となっており、それに比べて柱はほとんどたわんでいない。また、波数 $k$ の値に対応して桁のたわみ波形が次第に短波長モードに推移して行く様子が確認できる。なお、 $k=0$ (A)において、はりにたわみ変形を生じていることがわかる。これは $k$ があくまで主要波数であり、他の波数成分も応答に含まれていることを意味する。ただし、ユニットセル両端での位相差はなく、したがって、Floquet 波数は確かに $\kappa=0$ となっていることがわかる。

さらに、 $k=\pi, 2\pi, 3\pi$ において分散曲線が不連続となっており、分散曲線の存在しない周波数帯が離散的

に分布している。これらの周波数域では、無限遠方まで伝播して行くモードが存在せず、ストップバンドと呼ばれる周波数帯を与える。

一方、伝播モードの分散曲線が存在する周波数帯をパスバンドと呼ぶ。分散曲線の不連続点において、桁のたわみ波形は、同一波数(波長)の下で柱との接合部を節とするモードからそれを腹とするモードに遷移している様子が図-6より確認でき、これに伴う振動数のジャンプがストップバンドを構成していることが理解できる。これら一連のモードが桁のたわみを伴っていることから、列車走行による鉛直荷重の作用下では当該モードが惹起される可能性がある。

もう1つのモード群は(以下モード2)、図-5においてI-J,K-L,M-Nで示されているものである。図-6より、これらのモードは、上述のモードとは逆に、桁にたわみをほとんど伴わず、主に柱がたわむものとなっていることがわかる。いずれも $k \leq \pi/L$ にのみ存在するモードとなっているが、桁のたわみを伴わないものであることから、列車走行に起因して発生する恐れはモード1と比べ低いものと思われる。

なお、通常のFEM解析では有限長の構造単位しか解析できない。この場合に得られるモードは周波数域で離散的に分布する定在波モードのみとなる。これに対し、本解析で得られた分散曲線はそれらを補間するものであり、定在波を含め全ての波動モードを包括したものととなっている。

### (3) Euler ばりの適用限界

Euler ばりは Timoshenko ばりに比べ定式化が簡易なため、離散化で採用する利点は大きい。そこで、本問題における Euler ばりの適用可能範囲を見極める目的で、はりモデルの違いが結果に及ぼす影響を調べた。図-5より、Timoshenko ばりでモデル化した場合との差異は、一般に高周波数域程顕著に現れることが確認できる。特にモード1ではモデル化の違いによる影響は大きく、全ての波数に対して有意な差が認められる。なお、 $k=0$ におけるモードAの下でも、桁はたわみ変形を受けており、せん断たわみの影響が無視し得ないことが窺える。これらのことから、ここで対象とした高架橋の振動応答に関しては、Euler ばりによるモデル化は望ましくないことが結論付けられる。

### (4) 柱下端の固定方法の違いが結果に及ぼす影響

実際の高架橋では柱下部に基礎が設置されるため、簡易な数値モデルでは通常基礎を等価バネで表現している。ここでは、柱下端をヒンジとした場合と、完全固定とした場合の2つの極端なケースを比較することで、基礎のモデル化の影響範囲を確認する。

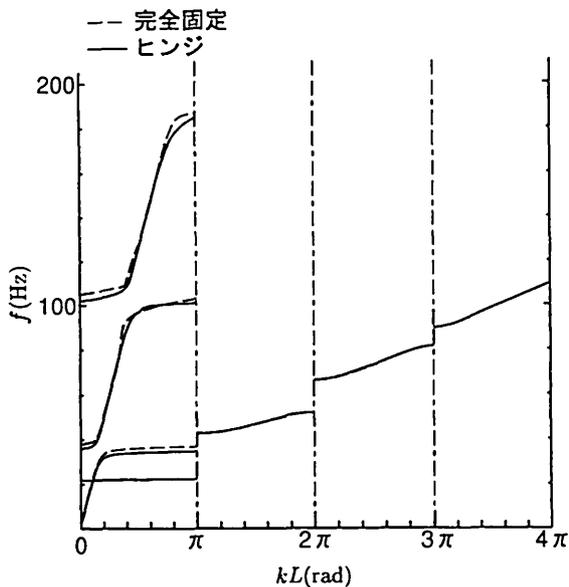


図-7 柱下端の固定方法が分散曲線に及ぼす影響

結果を図-7に示す。なお、図は Timoshenko ばかりで離散化した場合である。柱下端の扱いの違いが分散曲線に及ぼす影響は、はりのモデル化のそれに比べて非常に小さい。このことより、少なくとも本モデルに関する限り、高架橋内を伝播する波動モードの把握において、基礎部のモデル化は重要とならないことがわかった。

## 5. おわりに

連続高架橋内を伝播する波動モードについて調べた。高架橋を無限に連なる周期構造により理想化し、Floquet 原理適用の下、高架橋を構成するユニットセルにおける振動問題を導出した。これにより当該構造物における波動伝播モードの問題は、Floquet 波数と周波数に関する固有値問題に帰着して解くことが可能となる。

具体的問題に対して分散曲線を求めた結果、ここで対象とした高架橋においては、主に桁にたわみを生ずるものと、柱がたわむものの2種類の伝播モード群が存在することがわかった。いずれのモードにおいても、Timoshenko ばかりと Euler ばかりによるモデル化の差異

が、比較的低い周波数域から認められた。このことから、Euler ばかりは簡易なモデルであるという利点を有しているものの、本問題の解析には適さないことがわかった。

また、柱下端の固定方法が分散曲線に及ぼす影響について調べた。その結果、ヒンジと完全固定の両者による違いは小さく、ここで対象としたモデルにおいては伝播モードの評価にはほとんど影響しないことがわかった。

今回の解析では面内変形モードについて調べた。実際の高架橋では地震時や上下線の列車荷重が作用する場合等において、面外方向の変形を伴うモードが関与する可能性もある。そのため、今後の課題としては、そのようなモード解析が挙げられる。

なお、本研究では簡易モデルによる基礎的検討を行ったが、Floquet 解析では FEM による離散化が可能のため、より現実に即した詳細モデルによる解析も当然可能である。

## 参考文献

- 1) Gavrić, L. : Computation of propagative waves in free rail using a finite element technique, *J. Sound Vib.*, **185**, 531-543, 1995.
- 2) Sheng, X., Jones, C.J.C. and Thompson, D.J. : Responses of infinite periodic structures to moving or stationary harmonic loads, *J. Sound Vib.*, **282**, 125-149, 2005.
- 3) Tassilly, E. : Propagation of bending waves in a periodic beam, *Int. J. Enging Sci*, **25**, 85-94, 1987.
- 4) Delph, T.J., Hermann, G. and Kaul, R.K. : Harmonic wave propagation in a periodically layered, infinite elastic body: Antiplane strain, *J. Appl. Mech.*, **45**, 343-349, 1978.
- 5) 阿部和久, 古屋卓稔, 紅露一寛 : まくらぎ支持された無限長レールの波動伝播解析, 応用力学論文集, **10**, 1029-1036, 2007.
- 6) Clouteau, D., Arnst, M., Al-Hussaini, T.M. and De-grande, G. : Freefield vibrations due to dynamic loading on a tunnel embedded in a stratified medium, *J. Sound Vib.*, **283**, 173-199, 2005.
- 7) Nickel, R.E. and Secor, G.A. : Convergence of consistently derived Timoshenko beam finite elements, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, **5**, 243-253, 1972.
- 8) Mead, D.J. : Free wave propagation in periodically supported, infinite beams, *J. Sound Vib.*, **11**, 181-197, 1970.

# WAVE PROPAGATION IN AN INFINITELY CONTINUOUS VIADUCT

Kazuhisa ABE, Atsushi SANARIYA and Kazuhiro KORO

Wave propagation is analyzed for a periodic viaduct. By virtue of the Floquet's principle the dynamic problem can be reduced to the one in a unit cell representing the periodicity. This formulation leads to an eigenvalue problem associated with the Floquet wave number (propagation constant) and the circular frequency. The group velocity dispersion curves are drawn by solving the eigenfrequencies with scanning the wave number interval. It is found that the propagation modes can be classified into two groups. One is characterized by the deflection of girder. The other is dominated by the bending of columns. The influences of numerical modeling on the dynamic properties are also investigated.