

軌道防振用ゴムパッドの大変形応力解析

紅露一寛¹・阿部和久²・西宮裕騎³

¹正会員 博士(工学) 新潟大学助手 大学院自然科学研究科(〒950-2181 新潟市五十嵐二の町 8050 番地)
E-mail: kouro@eng.niigata-u.ac.jp

²正会員 工博 新潟大学助教授 工学部建設学科(〒950-2181 新潟市五十嵐二の町 8050 番地)

³学生員 新潟大学大学院自然科学研究科 博士前期課程(〒950-2181 新潟市五十嵐二の町 8050 番地)

軌道用防振ゴムパッドの合理的な設計法の確立を視野に入れ、圧縮荷重時における材料内部の発生応力を数値解析によって評価した。防振パッドは非圧縮性超弾性体としてモデル化し、数値的な静水圧振動を抑える目的で安定化有限要素法によって発生応力を評価した。その結果、静水圧は載荷面と表面凹凸隅角部で大きくなり、 J_2 応力は隅角部と載荷面縁部の稜線付近で著大となることがわかった。著大応力の観測箇所では、内部損傷による材料の軟化やまくらぎ下面との接着面の剥離や摩耗の可能性が懸念される。

Key Words : rubber vibroisolation pad, finite strain, stress analysis, stabilized FEM

1. はじめに

わが国の鉄道においては、列車走行時の振動低減と衝撃エネルギーの吸収を目的として、各部に防振用材料が用いられることが多くなってきた。レール・まくらぎ間に挿入される軌道パッドはほとんどの鉄道軌道で使用されるに至っている。また、弾性まくらぎを作成する際に PC まくらぎ下面に貼付される防振パッドや、バラストと路盤との間に敷設されるバラストマットも振動対策工として多くの使用実績がある。

これらの鉄道用防振材料の多くは、合成ゴムを用いて製造される。ゴム材料は非常に大きな変形を受けても弾性挙動を示す上、弾性率や減衰の度合いを製造時の材料配合の段階で調整できる。また、自由表面積を変化させることによって部材の剛性を調整できる上、非圧縮性によって高い耐荷力が期待できる。そのため、現在使用されている軌道パッドや弾性まくらぎ用防振パッドについては、材料表面に凹凸を刻んで製造される。

先にも述べたように、鉄道軌道において用いられる防振ゴム材には、材料寸法に比して作用荷重が著しく大きいこともあり、供用時には非常に大きな変形が生じる。防振効果は防振材料自体を大きく変形させ、材料に連結した物体運動の連成を断ち切ることによって発揮されることもあって、低弾性の材料ほど大変形時の幾何学的非線形性が無視できなくなる。近年の数値解析技術の発展と計算環境の飛躍的な向上によって、今日では、幾何学的非線形性や材料非線形性を考慮した上での構造部材の変形・応力解析が可能になりつつある。しかし、鉄道用防振材の応力解析については、微小変形下での軌道パッドの応力解析結果¹⁾は示されているも

の、圧力振動の安定化を図った大変形有限要素法による応力解析については、現在のところその適用・解析例がほとんど示されていない。なお、鉄道用防振材料に関する既往の研究においては、軌道パッドの変形特性について検討しているものが報告されている(例えば^{2),3)})。しかし、防振パッドは軌道パッドに比べて設計上の制約が少ないこともあり、著者らが知る限り研究成果はほとんど報告されていない。

鉄道用防振材の表面形状は力学挙動を大きく左右するため、今後より合理的な設計方法を確立していくことは工学的見地から見て大きな意義を有していると思われる。そこで本研究では、弾性まくらぎ用防振パッドの合理的な設計法の確立を視野に入れ、当該パッドの大変形挙動を評価する方法を示し、変形時における材料内部の発生応力の把握を試みる。

2. 大変形下における力のつりあい状態

前節でも述べたように、鉄道用防振材の多くは非圧縮性を有するゴム材料で製造されたものが用いられている。また、供用時には非常に大きな変形を受けることとなる。そこで本研究では、応力解析の対象とする防振ゴムの変形を有限変形理論⁴⁾に基づいて評価する。

微小変形の仮定下とは異なり、有限変形理論の下では連続体の運動を2通りの方法(Lagrange表示・Euler表示)、または両者を混合したALE(arbitrary Lagrangian Eulerian)表示で記述することができる⁴⁾。本研究では、連続体を構成する物質点に着目して運動状態を評価するLagrange法を採用する。変形量を評価するために導入された座標系は物体の変形に追従してゆがむため、ひず

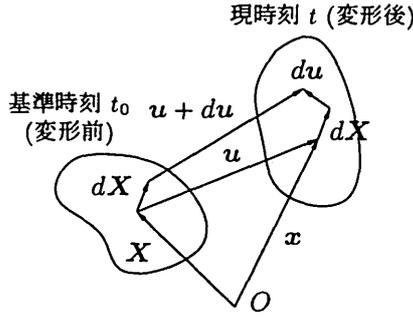


図-1 物体の変形と物質点 X における変位ベクトル u .

みや応力などの物理量は変形前後いずれの座標系の下で評価するかによって異なる。ここで、図-1 に示すように、変形前に位置 X に存在する物質点に変形後に x に移動する場合を考える。 u を変位、 I を恒等変換、 ∇_X を変形前の座標系で定義されるナブラ演算子とし、変位勾配 ($u \otimes \nabla_X$) を用いて変形勾配 $F = I + (u \otimes \nabla_X)$ を定義する。ゴム材料は大ひずみの場合でも可逆変形を示すため、超弾性体としてモデル化した上で応力を考える。その結果、変形後の物質点の配置に基づき定義される真応力 (Cauchy 応力) T は次式で与えられる。

$$T = \frac{1}{J} F \cdot S \cdot F^T, \quad S = 2 \frac{\partial W}{\partial C}, \quad (1)$$

ここで、 $J = \det F$ は体積変化率であり、 $C = F^T \cdot F$ は右 Cauchy-Green 変形テンソル、 S は第 2 Piola-Kirchhoff 応力である。また、 W は弾性ポテンシャル関数であり、Mooney-Rivlin の方法⁴⁾で与えるものとする。

なお、本研究で対象としている防振ゴムは非圧縮性を有しているため、応力 T や S は変形量だけでは完全に決定できず、非決定応力 (不定静水圧) p の存在を考慮しなければならない。その結果、式 (1) に含まれるスカラー関数 W は、静水圧 p と C の主不変量を用いて次式で与えられることとなる。

$$W = \bar{W} - p(J - 1), \quad (2)$$

$$\bar{W} = c_1(I_C III_C^{-1/3} - 3) + c_2(II_C III_C^{-2/3} - 3),$$

ここで、 $I_C, II_C, III_C = J^2$ はそれぞれ C の 1 次、2 次、3 次の主不変量であり、 c_1, c_2 は材料の種類によって決まる定数である。なお、式 (2) 第 1, 2 項は III_C の負べきを乗じた形となっている。これは無変形時に非ゼロの静水圧が生じるのを防ぐために導入されたものであり、圧縮性が無視できない場合にはこれらの乗数を導入する必要はない⁵⁾。

さらに、変形前の物質点の配置 (基準配置) に関する力のつりあいに着目すると、物体領域 V におけるつりあい式は次式で与えられる。

$$\nabla_X \cdot \Pi = 0, \quad (\text{in } V), \quad \Pi = S \cdot F^T, \quad (3)$$

ただし、 Π は第 1 Piola-kirchhoff 応力であり、物体の内部応力は次の境界条件の下で生じているものとする。

$$\bar{t} = \Pi^T \cdot N = \bar{\bar{t}}, \quad (\text{on } S_t), \quad u = \bar{u}, \quad (\text{on } S_u), \quad (4)$$

ここで、 N は基準配置における単位外向き法線ベクトルであり、 S_t, S_u はそれぞれ規定表面力 \bar{t} 、規定変位 \bar{u} が与えられた部分境界である。なお、 $S_t \cup S_u = S$ 、 $S_t \cap S_u = \emptyset$ であるものとする。

3. 安定化有限要素法による大変形解析

本研究では、式 (3)、(4) からなる境界値問題の解を有限要素法で求める。その際、混合法による定式化を採用すると、基本方程式は仮想仕事式と非圧縮拘束条件式からなる次の 2 式を考えればよい。

$$\int_V 2 \left(\frac{\partial \bar{W}}{\partial C} - p \frac{\partial J}{\partial C} \right) : [F^T \cdot (\delta u \otimes \nabla_X)] dV \quad (5)$$

$$= \int_S N \cdot \Pi \cdot \delta u dS,$$

$$- \int_V \delta p (J - 1) dV = 0, \quad (6)$$

なお、 $\delta u, \delta p$ はそれぞれ変位、静水圧の第一変分を表わしている。

混合法定式化においては、上式中の変位 u と静水圧 p を独立に近似する。その際、2 変数の近似基底の組み合わせによっては、領域内部で静水圧がチェッカーボード状に不自然に分布する volumetric locking を引き起こす⁵⁾。この弊害は LBB (Ladyzenskaya-Babuška-Brezzi) 条件を満足する混合要素を採用すれば解決できるが、多くの混合要素では 1 要素あたりの自由度が大きくなる。そのため、要素分割の手間を考えると、必要以上に高次の要素を使用することを避け、変位と圧力の近似基底の組み合わせによらずに応力解析を実行できることが望ましい。そこで本研究では、安定化有限要素法^{6),7)}を用いて、混合補間の不適合性に起因する圧力振動を抑えることとする。以下にその原理と、防振用ゴムパッドの有限変形応力解析への導入方法について示す。

(1) 安定化有限要素法の原理

安定化有限要素法⁶⁾では、当該問題の有限要素近似 (u^h, p^h) で表現できない解の成分 (u', p') に起因するつりあい応力を Petrov-Galerkin 法の意味で離散化し、bubble 法のように新たな補間関数を導入することなく近似解の精度を改善する。

まず、当該問題における変位と静水圧をまとめて u と表わした上で、式 (3) の力のつりあい式を $\mathcal{L}u = f$ のように記述しておく。この式に対し、重み関数 w に関する Galerkin 条件を課すと次式を得る。

$$(w, \mathcal{L}u)_{(V)} = (w, f)_{(V)}, \quad (7)$$

ここで、式(7)における括弧は、領域 V に関する内積演算を意味するものである。

式(7)における未知量 u と重み関数 w がそれぞれ

$$u = u^h + u', \quad w = w^h + w' \quad (8)$$

の形に加算分解可能であるものとする、式(7)は次式のように記述できる。

$$\begin{aligned} (w^h, \mathcal{L}u^h)_{(V)} + (w^h, \mathcal{L}u')_{(V)} &= (w^h, f)_{(V)}, \\ (w', \mathcal{L}u^h)_{(V)} + (w', \mathcal{L}u')_{(V)} &= (w', f)_{(V)}, \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、 $\mathcal{L}u' = -(\mathcal{L}u^h - f)$ の関係を考慮した上で u' を与える。 u' は、有限要素 V_e 内における基本方程式の不釣合成分を非同次成分とし、要素境界において同次 Dirichlet 条件を満足する解で与えることとする。その結果、 u' は作用素 \mathcal{A} を用いて次式のように表すことができる。

$$u' = \mathcal{A}(\mathcal{L}u^h - f), \quad (10)$$

式(10)を式(9)第1式に代入すると、次式を得る。

$$\begin{aligned} (w^h, \mathcal{L}u^h) + (\mathcal{L}^*w^h, \mathcal{A}(\mathcal{L}u^h - f)) \\ = (w^h, f), \end{aligned} \quad (11)$$

なお、 \mathcal{L}^* は \mathcal{L} の随伴作用素である。定式化においては、 \mathcal{L} と同様に離散作用素に置き換えた上で、最小限の手間で安定化の効果が最大限発揮できるように定義すればよい⁶⁾。

(2) 防振ゴムの大变形有限要素解析における安定化

本研究では、防振ゴムの大变形挙動を非圧縮超弾性体の有限変形解析によって評価する。この場合、静水圧の安定化を考慮した有限要素定式化は、重み関数 w^* 、 p^* に関する次の恒等式から出発すればよい。

$$\int_V (\nabla_X \cdot \Pi) \cdot w^* dV - \int_V p^*(J-1) dV = 0, \quad (12)$$

以下においては Klaas らの定式化⁷⁾に従うものとする、 w^* は次式で与えられる。

$$w^* = u^* - \tau F^{-T} \cdot \nabla_X p^*, \quad \tau = -\frac{\alpha h_e^2}{2\mu}, \quad (13)$$

ここで、 u^* 、 p^* はそれぞれ変位 u 、静水圧 p に対応する重み関数である。また、 α は安定化パラメータ、 h_e は有限要素の代表長さ、 μ は local に与えられるせん断弾性係数である。なお、式(13)の重み関数の選択の妥当性については、文献⁷⁾において検討されているので参照されたい。

式(13)を式(12)に代入し、部分積分によって各項を整理する。その結果として得られた式が、互いに独立

な u^* 、 p^* についても恒等的に成立するためには、次式が同時に成立せねばならない。

$$\begin{aligned} G_{(u,p)}(u^*) &= L_{ext}(u^*), \\ R_{(u,p)}(p^*) &= \mathcal{F}(p^*), \end{aligned} \quad (14)$$

なお、式(14)各項は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} G_{(u,p)}(u^*) \\ := \int_V 2 \left(\frac{\partial \bar{W}}{\partial C} - p \frac{\partial J}{\partial C} \right) : [F^T \cdot (u^* \otimes \nabla_X)] dV, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} R_{(u,p)}(p^*) &:= - \int_V p^*(J-1) \\ &+ \sum_{e=1}^{n_e} \tau \int_{V_e} 2 \frac{\partial J}{\partial C} : [(\nabla_X p) \otimes (\nabla_X p^*)] dV, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{ext}(u^*) &:= \int_S N \cdot \Pi \cdot u^* dS, \\ \mathcal{F}(p^*) &:= \sum_{e=1}^{n_e} \tau \int_{V_e} \left[\nabla_X \cdot \left(2 \frac{\partial \bar{W}}{\partial C} \cdot F^T \right) \right] \\ &\cdot [F^{-T} \cdot (\nabla_X p^*)] dV, \end{aligned} \quad (16)$$

ここで、 V_e についての積分は要素分割後の各要素領域ごとで実行される体積積分であり、 n_e は要素数である。

(3) 増分形の誘導

先にも述べたように、当該問題においては変形時の幾何学的非線形性を考慮しているため、式(14)は未知量 u 、 p に関する非線形方程式となっている。そのため、変位・圧力解は増分解析によって求める必要がある。

式(14)の各項を増分分解し、変位増分 Δu と静水圧増分 Δp についての方程式を導出すると、次式を得る。

$$\begin{aligned} D_u[G_{(u,p)}(u^*)] + D_p[G_{(u,p)}(u^*)] \\ = L_{ext}(u^*) - G_{(u,p)}(u^*), \\ D_u[R_{(u,p)}(p^*)] + D_p[R_{(u,p)}(p^*)] \\ = \mathcal{F}(p^*) - R_{(u,p)}(p^*) \end{aligned} \quad (17)$$

ただし、式(17)左辺の各項は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} D_u[G_{(u,p)}(u^*)] \\ := \int_V 4 [F^T \cdot (u^* \otimes \nabla_X)]_{(s)} : \left[\frac{\partial^2 \bar{W}}{\partial C \partial C} - p \frac{\partial^2 J}{\partial C \partial C} \right] \\ : [F^T \cdot (\Delta u \otimes \nabla_X)]_{(s)} dV \\ + \int_V 2 \left[\frac{\partial \bar{W}}{\partial C} - p \frac{\partial J}{\partial C} \right] \\ : [(\Delta u \otimes \nabla_X)^T \cdot (u^* \otimes \nabla_X)] dV, \\ D_p[G_{(u,p)}(u^*)] \\ := - \int_V 2 \Delta p \frac{\partial J}{\partial C} : [F^T \cdot (u^* \otimes \nabla_X)] dV, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned}
& D_u[R_{(u,p)}(p^*)] \\
& := - \int_V 2p^* \frac{\partial J}{\partial C} : [F^T \cdot (\Delta u \otimes \nabla_X)]_{(s)} dV \\
& + \sum_{e=1}^{n_e} \tau \int_{V_e} 4[(\nabla_X p) \otimes (\nabla_X p^*)] \\
& : \frac{\partial^2 J}{\partial C \partial C} : [F^T \cdot (\Delta u \otimes \nabla_X)]_{(s)} dV, \tag{19}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& D_p[R_{(u,p)}(p^*)] \\
& := \sum_{e=1}^{n_e} \tau \int_{V_e} 2 \frac{\partial J}{\partial C} : [(\nabla_X \Delta p) \otimes (\nabla_X p^*)] dV,
\end{aligned}$$

なお、下添字“(s)”は2階テンソルの対称成分であることを示している。

式(17)の増分形を導出する際には、偏差応力の空間勾配に関する項である $\mathcal{D}(p^*)$ も本来は増分分解の対象とすべきである。しかし、この項が高次の変動項であること、増分分解の計算が煩雑であることを考慮し、分解計算の対象外とすることとした。なお、3節点三角形、4節点四面体要素のいずれかをを用いる場合には、 $\mathcal{D}(p^*)$ はゼロとなる。

式(17)に対して有限要素近似を導入すると、最終的に次の接線剛性方程式を得る。

$$\begin{bmatrix} K_{(u^*,u)}^{(k-1)} & K_{(u^*,p)}^{(k-1)} \\ K_{(p^*,u)}^{(k-1)} & K_{(p^*,p)}^{(k-1)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta u^{(k)} \\ \Delta p^{(k)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_{u^*}^{(k-1)} \\ f_{p^*}^{(k-1)} \end{Bmatrix}, \tag{20}$$

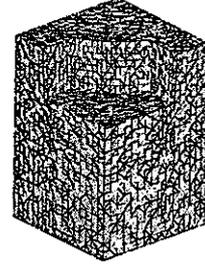
ここで、添え字“(k)”,“(k-1)”は第k, k-1反復における諸量であることを示している。なお、節点変位・静水圧は、無変形状態から増分値 $\Delta u^{(k)}$, $\Delta p^{(k)}$ を累積することで得られることとなる。

4. 圧縮載荷時における発生応力の定量評価

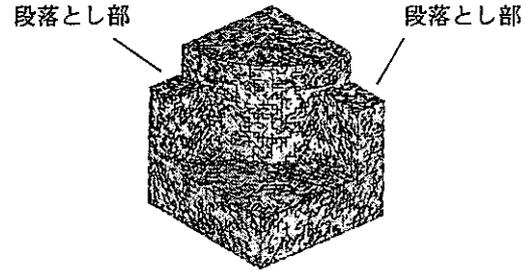
本研究では、公称ばね定数が15MN/m, 8MN/mの2種類の弾性まくらぎ用防振ゴムパッドの圧縮載荷実験を行ない、その際にパッド内部に発生する応力の定量評価を試みる。なお、以下においては公称値15MN/mのパッドをType 1, 8MN/mのパッドをType 2とし、順を追って大変形時の発生応力を示し、その特性について検討する。

(1) 圧縮載荷実験の概要と解析モデル

解析対象としているType 1, Type 2のいずれのパッドも30mmの厚さを有しており、荷重伝達面(200×240mm)表面には、外周部・幅10mmの部分を除き周期的に凹凸が刻まれている。図-2は2種類の防振パッドの表面形状の基本ユニットを示したものである。図-2(a), (b)の基本ユニットは、大きさが10×10mm(Type 1), 14.2×15mm (Type 2)であり、パッド1枚あたりそれぞれ18×22個 (Type 1), 12×14個 (Type 2) 分が周期的に配置されている。また、双方のパッドとも、厚



(a) Type 1 (公称ばね定数 15MN/m, 寸法: 10×10×15mm).



(b) Type 2 (公称ばね定数 8MN/m, 寸法: 14.2×15×15mm).

図-2 表面形状の基本ユニットから作成した解析モデルと有限要素分割。

さ方向に対称性を有した凹凸形状となっている。そのため、応力解析はこの基本ユニット1個を解析モデルに選定した。有限変形解析は変位制御で実施した。なお、境界条件は、図-2(a), (b)の双方の解析モデルとも最上面は面内変位を完全に拘束した上で鉛直方向に強制変位を与える。隣接ユニットとの結合面・モデル底面では、面外変位のみを拘束し、面内変位は許容するように処理した。解析領域の有限要素分割は、四節点四面体要素を用いて12975節点(51900自由度)・59784要素 (Type 1), 29059節点(116236自由度)・133120要素 (Type 2) の下で実行した。

一方、圧縮載荷実験の際には、表面凹凸の配置が完全に周期的になるように外周部を切断し、荷重伝達面には上面・下面とも厚さ30mmの鋼板を接着して作成した供試体に、最大300kNの圧縮荷重を50kN/min.の載荷速度で作用させた。ここで、圧縮載荷試験・有限変形解析によって得られた荷重変位関係を図-3に示す。なお、図中実線と点線は圧縮載荷試験結果を示しており、黒丸・白丸は解析結果を表わしている。Type 1, Type 2のいずれのパッドとも、圧縮荷重を50kN程度まで大きくすると増分解析の実行が不可能となった。これは、本研究においては基準配置における力のつりあい式を出発点に定式化を進めており、変形の進展に伴って要素のゆがみが局所的に進んだことが原因であると思われる。この点については、変形時の物質点の配置に基づく定式化 (updated Lagrange 法) とリメッシング手

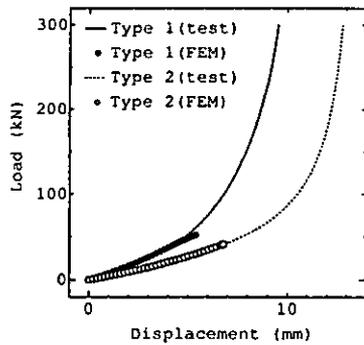


図-3 2種類の防振パッドの荷重変位曲線。(実線・点線：実験での計測値。)

法を併用するか、ALE法を採用することで幾分改善されると思われる。しかし、いずれの定式化の下でも大変形時に要素が著しくゆがむことは避けられず、Euler記法による定式化を採用するか、大変形時のロバスト性に富んだFEM以外の手法を採用せざるを得ないと思われる。

なお、本研究において採用した解析モデルは材料間の接触は一切考慮していない。しかし、変形量が大きくなるにつれて接触の影響が顕著となることは明らかである。防振ゴムの変形は体積変化を伴わないこともあり、材料間の接触が生じ自由表面が縮小した状態になると、作用荷重を増しても押し込み変位がわずかしか生じなくなる。紙面の都合上紹介できないが、図-3に示したType 1の荷重変位関係において、押し込み変位5mmを超えた領域では材料の貫入が生じた解析結果を得ている。そのため、解析結果が実測結果を下回っているのは、接触による変形の拘束効果が適切に表現できていないことが原因であることは明らかである。この点については今後の検討課題としたい。

(2) Type 1の防振パッド

まず、公称ばね定数15MN/mの防振パッド(Type 1)の変形と発生応力の特性について考える。パッド上面を4mm押し込んだ場合における静水圧分布を図-4、 J_2 応力(Cauchy応力の偏差成分の2次不変量)の分布を図-5にそれぞれ示す。

静水圧は圧縮を正として定義していることもあり、自由表面から離れるにつれて次第に大きくなる。最大静水圧は載荷面近傍で自由表面から最も離れた箇所が生じているが、凹凸隅角部に沿った位置にも大きな静水圧が生じている箇所が認められた。なお、今回の応力解析では材料の接触をモデル化していないこともあり、4mm程度の押し込み変位の下では領域の大規模な貫入が認められた。接触を考慮した場合には、接触面で非ゼロの表面力の存在が許容されることもあり、隅角部近傍の静水圧は今回の解析結果よりも大きくなること

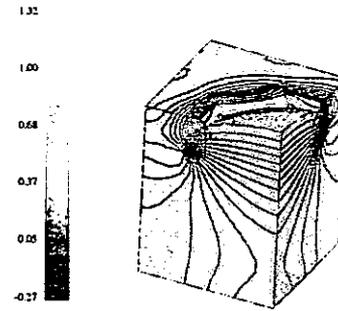


図-4 4mm押し込み時の静水圧分布(Type 1, 単位 N/mm^2).

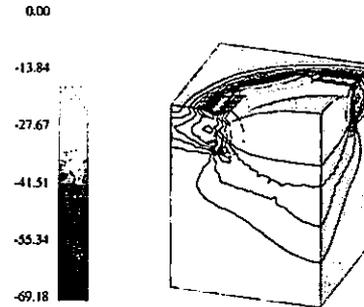


図-5 4mm押し込み時の J_2 応力分布(Type 1, 単位 N/mm^2).

が予想される。一方、 J_2 応力は、静水圧同様隅角部で大きくなる。しかし、それ以上に載荷面縁部の稜線に沿って著大な J_2 応力が発生していることがわかる。これは、載荷面縁部の稜線近傍では、ゴムの非圧縮性によって材料が大きく側方にはらみだし、載荷面と側面とのなす角が次第に鈍くなる。その際、載荷面直下の物質点が大きく変位し材料が著しく変形するためであると考えられる。今回の実験・解析における載荷面は、防振パッド供用時にはまくらぎ下面と防振パッドとの接着面となる。そのため、列車走行によって大荷重が繰り返し作用すると、隅角部と並んで接着面縁部で材料の損傷や接着面からの剥離や摩耗が生じる可能性がある。

(3) Type 2の防振パッド

次に、圧縮載荷時における公称ばね定数8MN/mの防振パッド(Type 2)の変形と発生応力の特性について考える。押し込み変位を4mmとした際にパッド内部に生じる静水圧分布を図-6、 J_2 応力分布を図-7に示す。静水圧については、載荷面(上面)の近傍と隅角部で大きな値を示している。Type 2のパッドの場合、材料上面の高さが3段に設定されており、各々の段落とし部に隅角部が存在している。静水圧の上昇が顕著になっているのは、一段目の段落とし部における隅角部であることがわかった。表面凹凸底部に存在する隅角部については、1段目よりも明確ではないものの、応力集中により周辺部と比べて大きな静水圧が発生することが

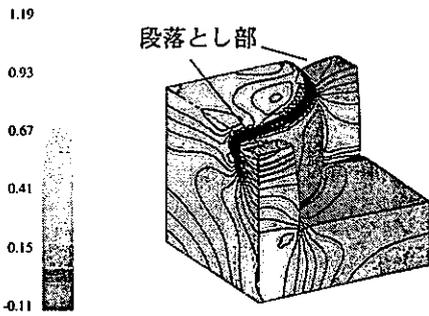


図-6 4mm押し込み時の静水圧分布 (Type 2, 単位 N/mm^2).

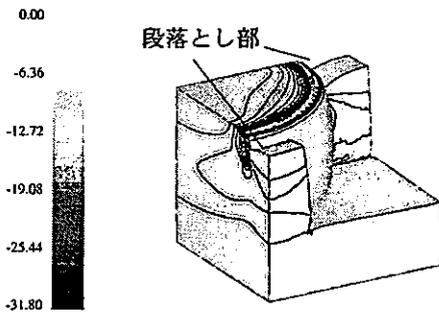


図-7 4mm押し込み時の J_2 応力分布 (Type 2, 単位 N/mm^2).

確認できた。

一方、 J_2 応力については、Type 1 の防振パッド同様、円形の載荷面（上面）の縁部と表面凹凸の隅角部で著大な応力値を示すことがわかった。ただし、Type 2 の公称ばね定数が Type 1 の半分程度となるように設計されていることもあり、押し込み変位が同一でも最大 J_2 応力（圧縮）は Type 1 の最大応力の半分程度となっている。隅角部による応力集中の影響は、静水圧の場合と同様に、表面凹凸の1段目の段落とし部で明瞭に確認できた。図-7に示すように、著大な J_2 応力の発生箇所は Type 1 と同様に円弧状に分布することが見てとれる。

5. おわりに

本研究では、弾性まくらぎ用防振パッドの合理的な設計法の確立を視野に入れ、当該パッドの大変形挙動

を評価する方法を示し、変形時における材料内部の発生応力の評価を試みた。供用時においては疲労破壊の発生・進展が懸念されることもあり、応力不変量である静水圧応力と J_2 応力とを評価対象とした。その結果、静水圧については、表面凹凸隅角部で大きな値を示し、より載荷面に近いところに存在する隅角部で特に高い応力値を示す結果となった。一方、 J_2 応力については、載荷面縁部の表面凹凸稜線に沿って著大な応力が発生する。また、発生応力が集中する隅角部と合わせて、著大応力発生箇所は円弧状に分布することがわかった。

なお、変形の進展に伴って材料間の接触が進展していく状態では、非圧縮性の卓越により変形が次第に拘束される。一方、静水圧（平均垂直応力）は変形に対する非決定応力であるため、増加する作用外力との平衡状態を保持するために上昇を続けるはずである。しかし、本研究では材料間の接触がモデル化されておらず、接触が生じる隅角部において静水圧が過小評価されていると思われる。材料内部の発生応力を的確に評価するためには、接触や接触時の材料間の摩擦すべりを解析モデルに反映させる必要がある。この点については今後の検討課題としたい。

参考文献

- 1) 阿部則次, 長藤敬晴: 軌道パッドの応力解析, 土木学会第44回年次学術講演会概要集, pp.548-549, 1989.
- 2) 長藤敬晴, 阿部則次: 軌道パッドの低ばね定数化に関する一考察, 土木学会第49回年次学術講演会概要集, pp.508-509, 1994.
- 3) 鈴木喜也, 竹中貞夫, 植村宏二: 新材料軌道パッドの開発, 土木学会第50回年次学術講演会概要集, pp.636-637, 1995.
- 4) 久田俊明: 非線形有限要素法のためのテンソル解析の基礎, 丸善, 1992.
- 5) 渡辺浩志, 久田俊明: 超弾性体の混合型有限要素解析に関する基礎的検討, 機械学会論文集 (A 編), Vol.62, No.595, pp.157-164, 1996.
- 6) Hughes, T.J.R.: Multiscale phenomena: Green functions, the Dirichlet-to-Neumann formulation, sub-grid scale models, bubbles and the origin of stabilized methods. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, Vol.127, pp.387-401, 1995.
- 7) Klaas, O., Maniatty, A. and Shephard, M.S.: A stabilized mixed finite element method for finite elasticity. Formulation for linear displacement and pressure interpolation. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, Vol.180, pp65-79, 1999.

FINITE DEFORMATION STRESS ANALYSIS FOR RUBBER VIBROISOLATION PADS USED IN RAILWAY TRACK

Kazuhiro KORO, Kazuhisa ABE and Yuki NISHINOMIYA

The stress analysis for rubber vibroisolation pads subjected to uniaxial compressive force is carried out in the basis of finite deformation theory. The deformation of the rubber pads modelled as the hyperelastic body is simulated using the stabilized finite element method which prevent from fictitious pressure distribution. High hydrostatic pressure distributes along the corner of the surface. The remarkable stress concentration may arise not only at the corner but also along the edge of circular projection. The higher stress may cause the material deterioration and the debonding between the pad and sleeper.