

論文 下負荷面モデルを用いた バラスト道床繰り返し変形解析における 材料パラメータの変動の影響評価

紅露一寛¹・間島朋也²・阿部和久³

¹正会員 博士(工学) 新潟大学准教授 大学院自然科学研究科(〒950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地)
E-mail: kouro@eng.niigata-u.ac.jp

²学生会員 新潟大学大学院自然科学研究科 博士前期課程(〒950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地)

³正会員 工博 新潟大学教授 工学部建設学科(〒950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地)

本研究では、回転硬化を考慮した拡張下負荷面モデルを用いた弾塑性連続体でバラスト道床をモデル化する場合を対象に、大型繰り返し三軸試験結果から particle swarm optimization (PSO) アルゴリズムを用いて材料パラメータ値を同定した上で、材料パラメータの変動がバラスト材の繰り返し変形解析結果に及ぼす影響について、1 次近似 2 次モーメント法 (FOSM) を用いて評価した。数値実験は石川らが実施した大型繰り返し三軸試験の応力条件と合致するように実施した。その結果、解析の際の入力材料パラメータの変動が比較的小さい場合でも、載荷・除荷第 1 サイクルのように、残留ひずみの発生・蓄積量の大きい段階では、入力の変動が解析結果では 10 倍程度に増幅される恐れがある。ただし、第 2 サイクル以降、残留ひずみの発生・蓄積のスピードが鈍った場合には、FOSM により評価される残留ひずみの標準偏差は概ね一定値で推移する。

Key Words : railway ballast, ballast settlement, extended subloading surface model, parameter identification, PSO, first-order second-moment method

1. はじめに

国内外の鉄道においては、碎石粒子の集合体であるバラスト道床を敷設することにより、輪重衝撃の吸収、騒音・振動の低減を図っている。しかし、列車の走行に伴い輪重が繰り返し作用することでバラスト粒子の移動・回転が発生・累積することにより、まくらぎが敷設されているバラスト道床上面では残留変位が観測されることとなる。特に、バラスト上面での鉛直方向残留変位は道床沈下量と呼ばれており、軌道保守上の重要監視項目とされている。

今日、道床沈下量予測は、実車走行試験等の観測結果に基づき構成された経験式を用いるのが一般的である¹⁾。実験的アプローチによるバラスト道床沈下メカニズムの解明を目的とした先行研究^{2),3)}でも、試験結果の経験式へのフィードバックを念頭に置いた考察が展開されており、弾塑性構成モデルの開発を想定した実験的検討は研究例が少ないのが現状である⁴⁾。しかし、経験式からは沈下量しか得ることができないため、実際のバラスト道床における 3 次元的な残留変位の発現挙動の検討には、数値シミュレーションが有効である。今日まで数値シミュレーションの多くは個別要素法^{5),6)}や不連続変形法 (DDA)⁷⁾といった粒状体解析手法を用いて

行なわれているが、これらはいずれも動的解析が原則となる。そのため、衝撃応答の評価などには適しているが、多数回の列車通過により生じる道床沈下解析に適用するのは、計算負荷の面から非現実的である。

そこで著者らは、これまで、バラスト道床沈下メカニズムの解明と、道床沈下量の定量予測手法の開発を目指し、バラスト道床を弾塑性連続体でモデル化した有限要素法を提案し、これを用いて道床沈下解析を試みてきた。特に、橋口らが提案した拡張下負荷面モデル⁸⁾は、繰り返し塑性構成式としての力学的要求条件をすべて満足するものであり、特に回転硬化を考慮したモデルは地盤材料の強度特性と矛盾することなくバウシンガー効果を表現するものであり、砂の繰り返し三軸試験結果との比較を通して繰り返し負荷挙動の表現性能の高さが確認されている。そのような背景から、著者らは、回転硬化を考慮した拡張下負荷面モデル⁸⁾をバラスト部の繰り返し変形挙動の弾塑性構成則として適用することを試みた⁹⁾。また、当該モデルを構成則として用いた有限要素解析法によりバラスト軌道の鉛直・水平載荷試験の有限要素シミュレーションを行ない、バラスト道床内部の荷重分散や変形の集中箇所等について検討した¹⁰⁾。

しかし、道床用バラスト材は構造の代表寸法に比べて粒径が大きいこともあり、要素試験や実物大試験の試験結果は、供試体ごとの粒径や形状、粒子配置の不均一性の影響を大きく受ける。同条件を仮定して実験を行っても、その結果は小さくない変動が含まれたものとなる。一方、弾塑性有限要素解析では、この力学挙動のばらつきを材料パラメータの変動として考慮する必要があるが、解法が決定論的手法であるため、材料の平均的な力学挙動を評価しているに過ぎない。地盤の沈下解析では、当初決定論的手法として開発された有限要素法において材料物性や境界形状、作用外力などを確率変数としてその変動を考慮する確率有限要素法^{11),12)}を用いて、様々な解析条件の変動の影響を考慮した沈下解析およびその結果が多数示されている^{13),14)}。

そこで本研究では、回転硬化を考慮した下負荷面モデル⁸⁾に基づく弾塑性連続体でバラスト材をモデル化する場合を対象に、メタヒューリスティクスの一つである particle swarm optimization (PSO) を用い、大型繰り返し三軸試験結果を参照解とした材料パラメータの同定を行なったのち、同定パラメータ値を用いて材料パラメータの変動がバラスト材の繰り返し変形解析結果に及ぼす影響について、1次近似2次モーメント法 (FOSM)¹¹⁾を用いて評価・検討する。

2. 回転硬化を考慮した拡張下負荷面モデル

本研究では、バラスト材の繰り返し変形挙動を、弾塑性構成モデルの一つである回転硬化を考慮した拡張下負荷面モデル⁸⁾で表現する。以下では、当該モデルの構成方程式について説明する。

当該モデルをバラスト材の繰り返し変形解析に適用するにあたっては、まず微小変形を仮定した上で、全ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{kl}$ が次式で示すように加算分解可能であるものとする。

$$\dot{\epsilon}_{kl} = \dot{\epsilon}_{kl}^e + \dot{\epsilon}_{kl}^p, \quad (1)$$

ここで、 $\dot{\epsilon}_{kl}^e$ 、 $\dot{\epsilon}_{kl}^p$ はそれぞれひずみ速度の弾性成分、塑性成分で与える。

応力・ひずみの構成関係は、次の重弾性構成式で定義する。

$$\dot{\sigma}_{ij} = E_{ijkl}(\dot{\epsilon}_{kl} - \dot{\epsilon}_{kl}^p), \quad (2)$$

ここで、 σ_{ij} は応力テンソル、 ϵ_{kl} は微小ひずみテンソルであり、 $\dot{\cdot}$ は物質時間微分を表わす。また、弾性係数テンソル E_{ijkl} は次式で与える。

$$E_{ijkl} = \left(K - \frac{2}{3}G\right) \delta_{ij} \delta_{kl} + G(\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}), \quad (3)$$

$$K = \frac{p + p_{num}}{\gamma}, \quad G = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)}K, \quad p = -\frac{\sigma_{kk}}{3},$$

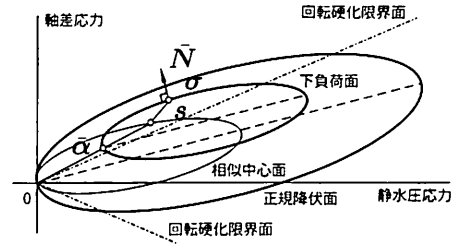


図-1 軸対称応力状態における下負荷面と各種応力の定義。(文献⁸⁾を参考に作成)

なお、 ν は Poisson 比、 γ は材料定数、 p_{num} は圧力ゼロのときの剛性を与えるためのパラメータ、 δ_{ij} は Kronecker のデルタである。

次に、塑性挙動を記述する諸式を示す。拡張下負荷面モデルでは、まず、許容応力空間を規定する正規降伏面を次式で与える。

$$f(\hat{\sigma}, \beta) = F(H), \quad F = F_0 \exp\left(-\frac{H}{\rho - \gamma}\right) \quad (4)$$

ここで、 H 、 β はそれぞれ等方硬化変数、回転硬化変数であり、 F 、 F_0 はそれぞれ等方硬軟化関数とその初期値である。本研究では、 F は文献⁸⁾と同一の関数で定義する。また、 $\hat{\sigma}$ は正規降伏面上の応力であり、 ρ は材料パラメータである。

次に、図-1 に示すように、正規降伏面 (4) に対し、収縮率 R で相似である曲面を下負荷面と定義し、次式で与える。

$$f(\bar{\sigma}, \beta) = RF(H) \quad (5)$$

ここで、下負荷面上の応力 $\bar{\sigma}$ は次式で与えることができる。

$$\bar{\sigma} \equiv \sigma - (1 - R)s \quad (6)$$

なお、 s は相似中心応力である。

各変数の発展則は、次式で定義する。

$$\begin{aligned} \dot{\beta} &= b_r \|\dot{\epsilon}^{p*}\| \|\bar{\eta}\| \bar{\eta}_b \\ \dot{s} &= c \|\dot{\epsilon}^p\| \bar{\sigma} + \frac{1}{F} \left\{ \dot{F} - \text{tr} \left(\frac{\partial f(s, \beta)}{\partial \beta} \dot{\beta} \right) \right\} s \\ \dot{R} &= U(R) \|\dot{\epsilon}^p\| \quad (\dot{\epsilon}^p \neq 0) \\ \dot{H} &= D_v^p + \mu \|\dot{\epsilon}^{p*}\| \left(m_d - \frac{\|\sigma^*\|}{p} \right), \end{aligned} \quad (7)$$

ここで、 $\bar{\sigma} = \sigma - s$ とし、 $\dot{\epsilon}^{p*}$ は塑性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}^p$ の偏差成分であり、塑性体積ひずみ速度 D_v^p は $D_v^p = \text{tr} \dot{\epsilon}^p$ で与えるものとし、 $\bar{\eta}$ 、 $\bar{\sigma}^*$ 、 p 、 $\bar{\eta}_b$ 、 c 、 \dot{F} 、 $U(R)$ は

$$\begin{aligned} \bar{\eta} &= \frac{\bar{\sigma}^*}{\bar{p}} - \beta, \quad \bar{\sigma}^* \equiv \bar{\sigma} + \bar{p}I, \quad \bar{p} = -\frac{1}{3} \text{tr} \bar{\sigma}, \\ \bar{\eta}_b &= \bar{m}_b \frac{\bar{\eta}}{\|\bar{\eta}\|} - \beta, \quad c = \frac{c_1}{R c_3} \exp\left(c_2 \frac{1}{\sqrt{3}} \text{tr} \bar{N}\right), \quad (8) \\ \dot{F} &= -\frac{F}{\rho - \gamma} \dot{H}, \quad U(R) = u_1(1/R^{m_1} - 1) \end{aligned}$$

で定義するものとする。なお、 b_r , μ , ϕ_b , ϕ_d , c_1 , c_2 , c_3 , u_1 , m_1 は材料パラメータである。

材料関数 \bar{m} , m_s , \bar{m}_b , m_d は次式で与える¹⁵⁾。

$$\begin{aligned}\bar{m} &= \zeta(\bar{\theta}_\sigma; \phi), \quad m_s = \zeta(\theta_s; \phi), \\ \bar{m}_b &= \zeta(\bar{\theta}_\sigma; \phi_b), \quad m_d = \zeta(\theta_\sigma; \phi_d), \\ \sin 3\bar{\theta}_\sigma &= -\sqrt{6} \frac{\text{tr} \bar{\eta}^3}{\|\bar{\eta}\|^3}, \quad \sin 3\theta_s = -\sqrt{6} \frac{\text{tr} \eta_s^3}{\|\eta_s\|^3}, \\ \sin 3\theta_\sigma &= -\sqrt{6} \frac{\text{tr} \sigma^{*3}}{\|\sigma^*\|^3},\end{aligned}\quad (9)$$

$$\zeta(\theta; \phi) = \frac{14\sqrt{6} \sin \phi}{(3 - \sin \phi)(8 - \sin 3\theta)}, \quad (10)$$

ここで、 ϕ は材料パラメータである。

塑性流動則は、下負荷面を塑性ポテンシャルとした関連流動則で与える。 \bar{N} は下負荷面の外向き単位法線ベクトル、 λ は正値の比例定数として次式で与える。

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon}^p &= \lambda \bar{N}, \quad \bar{N} = \frac{1}{\varphi} \frac{\partial f(\bar{p}, \bar{\chi})}{\partial \sigma}, \\ \varphi &= \left\| \frac{\partial f(\bar{p}, \bar{\chi})}{\partial \sigma} \right\|, \quad \lambda = \frac{\text{tr}(\bar{N} E D)}{\text{tr}(D_p + \bar{N} E \bar{N})}\end{aligned}\quad (11)$$

ここで、

$$\begin{aligned}D_p &\equiv \text{tr}(\bar{N} \bar{a}) \\ &+ \text{tr}(\bar{N} \bar{\sigma}) \left\{ \frac{F'}{F} h - \frac{1}{R F} \text{tr} \left(\frac{\partial f(\bar{\sigma}, \beta)}{\partial \beta} b \right) + \frac{U}{R} \right\}\end{aligned}\quad (12)$$

$$\begin{aligned}\bar{a} &\equiv (1 - R)z - U s, \quad b = \frac{\dot{\beta}}{\lambda} = b_r \|\bar{N}^*\| \|\bar{\eta}\| \bar{\eta}_b \\ z &\equiv \frac{\dot{s}}{\lambda} = c \bar{\sigma} + \frac{1}{F} \left\{ F' h - \text{tr} \left(\frac{\partial f(s, \beta)}{\partial \beta} b \right) \right\} s \\ \bar{N}^* &\equiv \bar{N} - \frac{1}{3}(\text{tr} \bar{N}) I\end{aligned}\quad (13)$$

また、塑性負荷／除荷状態の判定は、次式の条件に基づき行なう。

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon}^p \neq 0: \quad & \bar{N}_{ij} E_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} > 0, \\ \dot{\epsilon}^p = 0: \quad & \bar{N}_{ij} E_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} \leq 0,\end{aligned}\quad (14)$$

3. 拡張下負荷面モデルで用いる材料パラメータの決定

拡張下負荷面モデルは、実際の材料の繰り返し変形挙動の表現性能が高いものの、材料パラメータ値の体系的な決定が難しい課題を有している。Hashiguchi らは、文献⁸⁾において拡張下負荷面モデルにおける材料パラメータを決定する際の考え方を述べており、文献¹⁶⁾でも材料パラメータの決定法の概略を述べている。また、文献¹⁷⁾ではさまざまな地盤材料の解析において決定してきたパラメータ値を示し、その決定方法について論じている。

本研究では、拡張下負荷面モデルに用いる材料パラメータは、発見的知識による最適化アルゴリズムの枠組みであるメタヒューリスティクスの一つである、particle swarm optimization (PSO)¹⁸⁾ アルゴリズムにより、実験結果を参照解として同定する。

まず、拡張下負荷面モデルを適用するにあたり、同定の対象となる材料パラメータ群およびそれに準ずるものとして、 ϕ , ρ , μ , ϕ_d , b_r , c_1 , c_2 , c_3 , γ , ν , u_1 , m_1 , ϕ_b , F_0 の 14 種類を考える。材料パラメータ群を $p = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$ (m : 同定するパラメータ数 = 14) で定義し、同定は次の目的関数 J を最適化するように行なう。

$$J = \sum_{i=1}^L |g_i - \bar{g}_i| \quad (15)$$

ここで、 g_i は解析により得られた物理量であり、 \bar{g}_i は実験等で得られた参照値である。なお、パラメータの最適解 p_{opt} を探索する空間 \mathcal{D} は、次のように予め決めておく。

$$\begin{aligned}\mathcal{D} &= \{p_i | p_{i,\min} \leq p_i \leq p_{i,\max}, \dots, \\ &\dots, p_{m,\min} \leq p_m \leq p_{m,\max}\}\end{aligned}\quad (16)$$

上式において、 $p_{i,\min}, p_{i,\max}$ ($i = 1, 2, \dots, m$) は、材料パラメータ p_i の許容最小値、許容最大値である。

材料パラメータの同定計算は、次のアルゴリズムにより進める。

(Step 1) 材料パラメータ群 $p^{(i,0)}$ ($i = 1, 2, \dots, n_p$, n_p : 材料パラメータ群の数 (以下、個体数)) を初期生成する。

(Step 2) $k = 1, 2, \dots$ として、各材料パラメータ群 (以下、個体) $p^{(i,k)}$ ($i = 1, 2, \dots, n_p$) で、目的関数値

$$J^{(i,k)} := \sum_{j=1}^L |g_j^{(i,k)} - \bar{g}_j^{(i,k)}| \quad (17)$$

を順解析により計算・評価する。

(Step 3) パーソナルベスト $p_{pbest}^{(i)}$ を保存する。

$J^{(i,\mu)}$ ($\mu = 1, 2, \dots, k$) のうちの最良値 (最小値) を示した時の個体をパーソナルベスト $p_{pbest}^{(i)}$ ($i = 1, 2, \dots, n_p$) と定義し、これを保存する。

(Step 4) グローバルベスト p_{gbest} を保存する。

パーソナルベスト $p_{pbest}^{(i)}$ ($i = 1, 2, \dots, n_p$) のうち、目的関数値 J が最良値 (最小値) を示した時の個体をグローバルベスト p_{gbest} と定義し、これを保存する。

(Step 5) 変化速度 $v^{(i,k)}$ の計算

個体 $p^{(i,k)}$ の変化速度 $v^{(i,k)}$ を次式で定義し,

$$v^{(i,k)} = wv^{(i,k-1)} + \frac{c_1 r_1}{\Delta t} (p_{pbest}^{(i)} - p^{(i,k-1)}) + \frac{c_2 r_2}{\Delta t} (p_{gbest} - p^{(i,k-1)}) \quad (18)$$

ここで, Δt は時間ステップ幅 (通常 1 とする), c_1 , c_2 は学習係数 (通常 2 とする), r_1 , r_2 は $[0, 1]$ の乱数であり, $w = 1$ とする.

(Step 6) 材料パラメータ値の更新

次式を用いて材料パラメータ値を更新する.

$$p^{(i,k)} = p^{(i,k-1)} + v^{(i,k)} \Delta t \quad (19)$$

(Step 7) 最適化計算の終了判定

$k \geq M$ (M : 最大反復回数), または J_{gbest} (グローバルベスト p_{gbest} に対応する目的関数値) が $J_{gbest} < \epsilon$ (ϵ : 収束判定値) を満たした時点で終了する. さもなくば, $k \leftarrow k+1$ として, (Step 2) へ戻る.

材料パラメータの同定は, 石川らにより実施された大型繰返し三軸試験結果³⁾における第 1 載荷・除荷サイクルの軸ひずみ・体積ひずみ・軸差応力データを参照解に用いて行なった. 石川らの実験は, 大型三軸試験機を使用し, 均等係数 $U_c = 1.7$, 有効径 $D_{10} = 27\text{mm}$ (D_{10} は文献³⁾の粒径加積曲線から読み取った) の安山岩碎石を使用して作成した直径 30cm, 高さ 60cm の円筒供試体を用いて行なっている. 試験では, 供試体内部から負圧を作用させることにより所定の拘束圧 (-19.6kPa) まで等方圧密した上で, 拘束圧を $\sigma_{11} = \sigma_{22} = -19.6\text{kPa}$ で一定の条件下で, 軸応力について $\sigma_{33} = -19.6 \rightarrow -98.0 \rightarrow -19.6\text{kPa}$ の変動を 3,000 回繰返し作用させている.

なお, 同定計算に当たっては, バラスト材の Poisson 比 ν を単調載荷試験結果³⁾から抽出した値 ($\nu = 0.15$) で与えると, 実験結果の再現性が低い結果を得たため, 体積ひずみ - 軸ひずみ曲線の除荷を弾性状態とみなし, 除荷直線の傾きから読み取り $\nu = 0.4084$ に固定した. それ以外の材料パラメータについては, 表-1 に示した値の $\pm 50\%$ を探索空間に設定し, PSO 解析ステップ数 100, 個体数 10, 目的関数を

$$J := \sum_{i=1}^L \left| \varepsilon_{33}^{(i)} - \bar{\varepsilon}_{33}^{(i)} \right| + \sum_{i=1}^L \left| \varepsilon_{vol}^{(i)} - \bar{\varepsilon}_{vol}^{(i)} \right| \quad (20)$$

に定めて同定計算を行なった. ここで, $\bar{\varepsilon}_{33}^{(i)}, \bar{\varepsilon}_{vol}^{(i)}$ は参照値であり, 計算値 $\varepsilon_{33}^{(i)}, \varepsilon_{vol}^{(i)}$ とは同一の応力値に対応したひずみ値である.

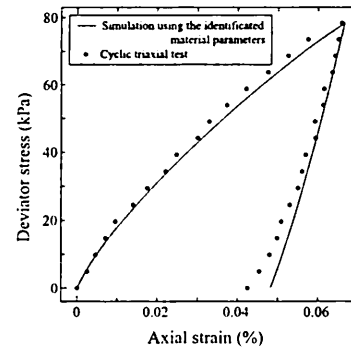
さらに, 体積ひずみの再現性を高めるために, 上記の PSO 解析 100 ステップ終了時におけるグローバル

表-1 PSO による同定計算において解の探索空間の設定に用いた材料パラメータ値.

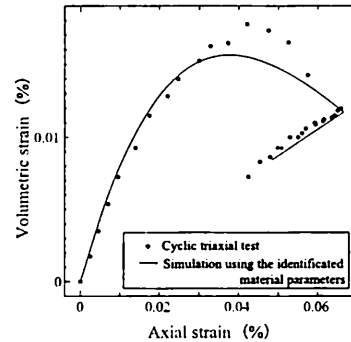
降伏面形状	$\phi = 31^\circ$
等方硬軟化	$\rho = 0.1, \mu = 3.0, \phi_d = 25^\circ$
回転硬化	$b_r = 20.0, \phi_b = 54.4$
R の発展	$u_1 = 0.7, m_1 = 2.43$
相似中心の移動	$c_1 = 40, c_2 = 0.25, c_3 = 3.0$
弾性定数	$\gamma = 1.5 \times 10^{-4}$
F の初期値	$F_0 = 200\text{(kPa)}$

表-2 PSO により同定した材料パラメータ値.

降伏面形状	$\phi = 31.217^\circ$
等方硬軟化	$\rho = 0.081, \mu = 4.308, \phi_d = 33.948^\circ$
回転硬化	$b_r = 20.437, \phi_b = 76.515$
R の発展	$u_1 = 0.825, m_1 = 1.563$
相似中心の移動	$c_1 = 22.930, c_2 = 0.170, c_3 = 3.347$
弾性定数	$\gamma = 0.657 \times 10^{-4}$
F の初期値	$F_0 = 201.59\text{(kPa)}$



(a) 軸ひずみと軸差応力との関係.



(b) 軸ひずみと体積ひずみとの関係.

図-2 PSO により同定した材料パラメータ値を用いて得られた応力解析結果.

ベストとなる材料定数値の $\pm 30\%$ に最適解の探索空間を狭めた上で, 再度同定解析を行なった. 同定した材料パラメータ値を表-2 に, 同定した材料パラメータ値を用いて得られた順解析結果を図-2 に示す. 最適解に近い材料パラメータ値を初期個体とし, 探索空間の範囲を狭めて再度同定計算を行ったため, せん断挙動だけでなく, 体積変化挙動についても, 良好な再現性を示している.

4. 1次近似2次モーメント法(FOSM)による材料定数の変動の影響評価

次に、バラスト道床の繰り返し変形解析結果に及ぼす、拡張下負荷面モデルの材料パラメータの変動の影響を評価する方法について考える。本研究では、1次近似2次モーメント法(FOSM)¹¹⁾を用いて、材料パラメータの変動が繰り返し変形解析結果に及ぼす影響を評価する。

先にも述べたように、本研究で用いる拡張下負荷面モデルでは、材料パラメータおよびそれに準ずるものとして、 ϕ , ρ , μ , ϕ_d , b_r , c_1 , c_2 , c_3 , γ , ν , u_1 , m_1 , ϕ_b , F_0 の14種類が存在する。以下では、これらを $p = \{p_i | i = 1, 2, \dots, m\}$ ($m = 14$) で表わし、確率変数として設定値の変動を考慮するものとする。

繰り返し変形解析によって評価される物理量を g_i ($i = 1, 2, \dots, n$) (n : 評価自由度) で表わしておき、これらの期待値 $E(g_i)$ と分散 $\text{Var}(g_i)$, 標準偏差 σ_{g_i} について考える。FOSM では、 g_i をパラメータの期待値 $E(p_j)$ まわりで Taylor 展開し、一次の項で打ち切って近似評価する。その結果、次式を得る。

$$g_i \approx g_i(E(p_1), E(p_2), \dots, E(p_m)) + \sum_{j=1}^m (p_j - E(p_j)) \left. \frac{\partial g_i}{\partial p_j} \right|_{\bar{p}} \quad (21)$$

式(21)について期待値と分散とをそれぞれ計算すると、

$$E(g_i) \approx g_i(E(\bar{p}_1), E(\bar{p}_2), \dots, E(\bar{p}_m)) \quad (22)$$

$$\text{Var}(g_i) \approx \sum_{j=1}^m \sum_{l=1}^m \left. \frac{\partial g_i}{\partial p_j} \right|_{\bar{p}} \cdot \left. \frac{\partial g_i}{\partial p_l} \right|_{\bar{p}} \cdot \text{Cov}(p_j, p_l) \quad (23)$$

を得る。ただし、 $\bar{p} = \{\bar{p}_k = E(p_k) | k = 1, 2, \dots, m\}$ とし、 $\text{Cov}(\cdot, \cdot)$ は共分散を表わす。なお、標準偏差は $\sigma_{g_i} = \sqrt{\text{Var}(g_i)}$ で評価できる。

材料パラメータの共分散 $\text{Cov}(p_i, p_j)$ は、確率変数 p_i ($i = 1, \dots, m$) の独立を仮定して与える。また、変形解析により得られる物理量における材料パラメータの影響感度 $\partial g_i / \partial p_j$ は、有理多項式近似¹⁹⁾を用いて評価する。

5. バラスト材の繰り返し変形解析における材料パラメータ変動の影響

本研究では、石川らにより実施されたバラスト材の大型繰り返し三軸試験³⁾の数値シミュレーションを対象に、下負荷面モデルの材料パラメータの変動が繰り返し変形解析により得られるひずみ成分に及ぼす影響について検討する。以下では、石川らの試験条件に準じ、拘束圧 $\sigma_{11} = \sigma_{22} = -19.6(\text{kPa})$ で一定とした上で、軸

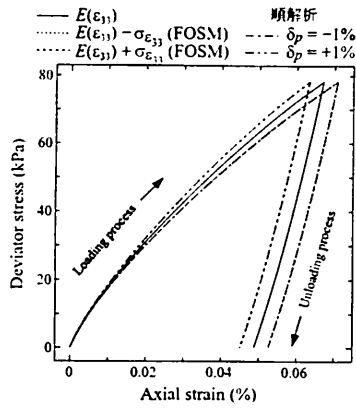
方向応力 σ_{33} を $-19.6(\text{kPa})$ から $-98.0(\text{kPa})$ (応力は引張を正と定義) の範囲で載荷・除荷を繰り返す繰り返し変形解析に影響評価の対象とする。なお、変形解析は有限要素法を用いて、一辺の長さ1の立方体領域の境界上に一様な二軸応力場が得られるような表面力と拘束条件を与え、荷重(応力)制御で行なった。応力の初期条件は拘束圧の等方応力場に定め、回転硬化変数 β と相似中心応力 s の初期条件はそれぞれ $\beta = 0$, $s = -0.5I(\text{kPa})$ とした。

また、解析結果に及ぼす材料パラメータの変動の影響は、前述の14個のパラメータ全てについて検討する。各パラメータの期待値は、前節で同定した表-2の値に定めた。さらに、FOSM法における材料パラメータの影響感度 $\partial g_i / \partial p_j$ の評価においては、1種類の材料パラメータにつき、期待値および期待値から $\pm\sigma$ (標準偏差) 相当分だけ変化させて得られるパラメータ値の計3通りのパラメータ値の下で得られた解析結果を用い、有理多項式法で感度を計算した。そのため、全14種類のパラメータ全ての影響感度を評価するためには、 $14 \times 3 = 42$ 通りの材料パラメータ群に対応する順解析結果が必要となり、解析の計算負荷の大半は順解析結果の作成が占めることとなる。

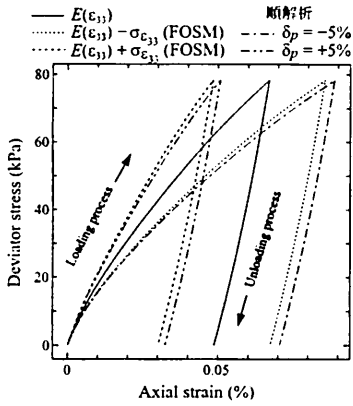
変動の影響評価に先立ち、材料パラメータ変動の影響の評価方法であるFOSMの評価精度について検討しておく。今回の解析では、上記14種類の材料パラメータの影響感度は c_3 , F_0 , ϕ , c_1 , m_1 の順で大きくなった。そのため、参照解として、ここでは最も影響が大きかった c_3 のみ変動を考慮し、材料パラメータに変動係数 $\delta = 1\%$, 5% 相当分の変動が混入したときの順解析結果を用い、FOSMによる評価精度を検証する。

載荷・除荷第1サイクルにおける軸ひずみ・軸差応力についての解析結果を図-3に示す。図では、表-2に示した材料パラメータ値の下で得られた解析結果(図中 " $E(\epsilon_{33})$ ") と、その結果にFOSMにより評価された軸ひずみの標準偏差 $\sigma_{\epsilon_{33}}$ を加算・減算して得られた結果(図中 " $E(\epsilon_{33}) + \sigma_{\epsilon_{33}}(\text{FOSM})$ ", " $E(\epsilon_{33}) - \sigma_{\epsilon_{33}}(\text{FOSM})$ ")、入力材料パラメータ c_3 について所定の変動係数分だけ加・減算させて得られる材料パラメータの下で得られた順解析結果(図中 " $\delta_p = +1\%$ ", " $\delta_p = -1\%$ ") の計5種類をあわせて示している。パラメータ値の $\pm 1\%$ の変動では、 $\delta_p = \pm 1\%$ の変動を与えた順解析結果と、変動なしの順解析結果にFOSMで評価した軸ひずみの標準偏差を加減算した結果とがほぼ一致しており、FOSMによる軸ひずみの標準偏差 $\sigma_{\epsilon_{33}}$ の評価精度は良好である。一方、 $\pm 5\%$ の変動では、順解析結果の変動が大きくなり、FOSMの評価精度が低下することが分かる。

次に、載荷・除荷第1サイクルにおける体積ひずみ



(a) 変動係数 $\delta_p = 1\%$

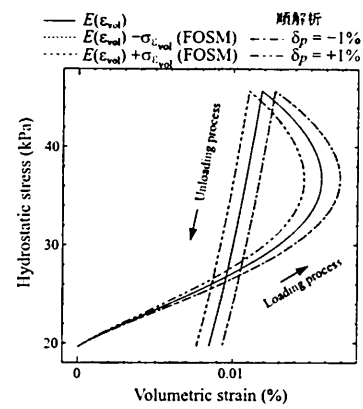


(b) 変動係数 $\delta_p = 5\%$

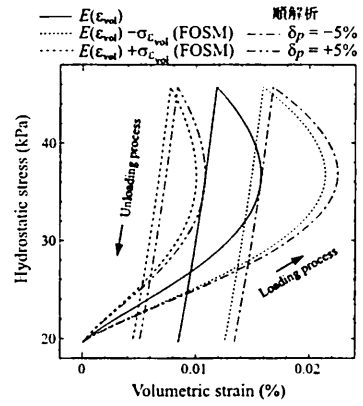
図-3 繰り返し第1サイクルでの軸ひずみ・軸差応力関係に対するパラメータ変動の影響評価における FOSM の評価精度 (c_3 のみ変動).

ϵ_v と等方応力 $p = \sigma_{kk}/3$ についての解析結果を図-4 に示す。なお、図中 d での結果の表示方法は ϵ_{33} を ϵ_v に置き換えた以外は図-3 と同様である。体積ひずみ・等方応力関係についても、変動係数が $\delta_p = 1\%$ の場合には FOSM により体積ひずみの標準偏差が良好な精度で評価できている。一方、 $\delta_p = 5\%$ の場合には FOSM により評価された体積ひずみの標準偏差に 15–20% 程度の誤差が生じていることが分かる。

さらに、载荷・除荷サイクル・残留軸ひずみ関係に対するパラメータ変動の影響評価における FOSM の評価精度について検証する。解析結果を図-5 に示す。なお、解析においては、材料パラメータ c_3 には変動係数 $\delta_p = 5\%$ の変動を考慮するものとし、図中での結果の表示方法は図-3 に準拠している。図-3、図-4 では、残留ひずみの蓄積量が大きくなると、FOSM により残留軸ひずみの標準偏差 $\sigma_{\epsilon_{33}}$ の評価精度が低下する傾向が認められたが、図-5 からは残留ひずみの蓄積が進んでも顕著な評価精度の低下は認められなかった。また、標準偏差 $\sigma_{\epsilon_{33}}$ の値は、サイクル数の進展による残留ひずみの蓄積の進行によらずほぼ一定となった。



(a) 変動係数 $\delta_p = 1\%$



(b) 変動係数 $\delta_p = 5\%$

図-4 繰り返し第1サイクルでの体積ひずみ・等方応力関係に対するパラメータ変動の影響評価における FOSM の評価精度 (c_3 のみ変動).

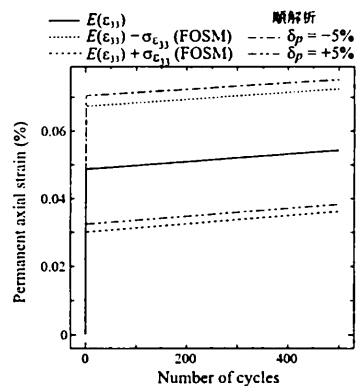
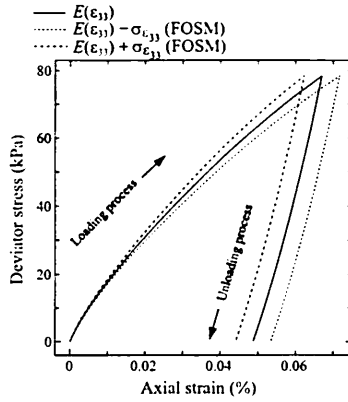
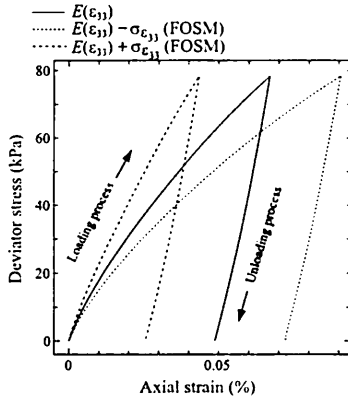


図-5 载荷・除荷サイクル・残留軸ひずみ関係に対するパラメータ変動の影響評価における FOSM の評価精度 (c_3 のみ変動, 変動係数 $\delta_p = 5\%$)

最後に、すべてのパラメータに対し変動係数 $\delta_p = 1\%$ または 5% の変動を与えた場合における、第1サイクルでの軸ひずみと軸差応力との関係を図-6 に、体積ひずみと等方応力との関係を図-7 にそれぞれ示す。また、材料パラメータの変動係数を 5% としたときのサイクル数と残留軸ひずみとの関係を図-8 に示す。なお、図中での結果の表示方法は図-3–図-5 と同様である。図-6、図-7 より、第1サイクルでの軸ひずみ・体積ひずみに

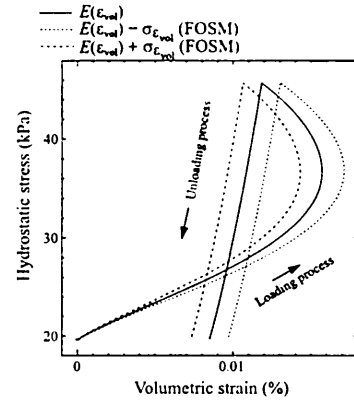


(a) 変動係数 $\delta_p = 1\%$

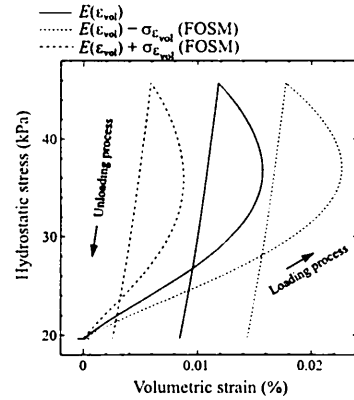


(b) 変動係数 $\delta_p = 5\%$

図-6 繰り返し第1サイクルでの軸ひずみ・軸差応力関係に対するパラメータ変動の影響評価 (全てのパラメータの変動を考慮)。



(a) 変動係数 $\delta_p = 1\%$



(b) 変動係数 $\delta_p = 5\%$

図-7 繰り返し第1サイクルでの体積ひずみ・等方応力関係に対するパラメータ変動の影響評価 (全てのパラメータの変動を考慮)。

おける標準偏差 $\pm\sigma$ 相当分の変動幅は、パラメータ値の変動感度が最も高い c_3 のみ変動の場合と概ね同程度となっている。第1サイクル終了時では、入力材料パラメータの変動として1%、5%をそれぞれ考えた場合、残留軸ひずみ (除荷終了時の軸ひずみ) の変動係数は10%程度 ($\delta_p = 1\%$ の場合)、40%程度 ($\delta_p = 5\%$ の場合)、体積ひずみの変動係数は15%程度 ($\delta_p = 1\%$ の場合)、45%程度 ($\delta_p = 5\%$ の場合) となることから、大きな塑性変形が生じる場合では、入力する材料パラメータの変動が小さい場合でも、解析によって評価される発生ひずみ量の変動は10倍程度に増幅される。そのため、材料パラメータを同定する際や、解析モデルが実際の力学挙動を再現する再現性能を議論する際には、この特性に注意する必要がある。また、図-8より、第2サイクル以降における残留変形の進行がわずかであることもあり、第2サイクル以降において載荷・除荷サイクルが進展し残留軸ひずみの蓄積が進行しても、FOSMにより評価される残留軸ひずみの標準偏差はほとんど変化がないことがわかった。

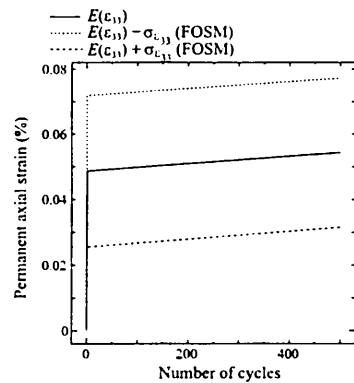


図-8 載荷・除荷サイクル・残留軸ひずみ関係に対するパラメータ変動の影響評価 (全てのパラメータの変動を考慮、変動係数 $\delta_p = 5\%$)

6. おわりに

本研究では、回転硬化を考慮した拡張下負荷面モデルを用いた弾塑性連続体でバラスト道床をモデル化する場合を対象に、大型繰り返し三軸試験結果から particle swarm optimization (PSO) アルゴリズムを用いて材料パラメータ値を同定した上で、材料パラメータの変動がバラスト材の繰り返し変形解析結果に及ぼす影響について、1次近似2次モーメント法 (FOSM) を用いて評

価した。数値実験は石川らが実施した大型繰返し三軸試験の応力条件と合致するように実施した。PSOによる材料パラメータ同定計算では、同定計算時において材料パラメータの最適解の探索範囲の設定を工夫することで、せん断挙動、体積変化挙動とも良好な精度で再現できるような材料パラメータ値を決定することができた。さらに、FOSMにより軸ひずみと体積ひずみに関する標準偏差を評価したところ、FOSMによる標準偏差の評価精度は、入力のパラメータ変動が小さく、残留ひずみの増加量が小さい場合ほど高いことがわかった。また、解析の際の入力材料パラメータの変動が比較的小さい場合でも、載荷・除荷第1サイクルのように、残留ひずみの発生・蓄積量の大きい段階では、入力の変動が解析結果では10倍程度に増幅される恐れがあることがわかった。ただし、第2サイクル以降、残留ひずみの発生・蓄積のスピードが鈍った場合には、FOSMにより評価される残留ひずみの標準偏差は概ね一定値で推移することがわかった。今後は、様々な応力条件下において入力材料パラメータの変動の影響を評価・検討するとともに、バラスト材の弾塑性挙動が空間変動する場合の影響評価手法の開発にも取り組むこととしたい。

謝辞

本研究を実施するにあたり、平成21-23年度文部科学省科学研究費補助金(若手研究(B)、課題番号21760398)の助成を得た。よって、ここに記して謝意を表す。

参考文献

- 1) Dahlberg, T.: Some railroad settlement models – a critical review. *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, Vol.215, Part F, pp.289-300, 2001.
- 2) 石川達也, 名村 明: 実物大試験による道床バラスト部繰返し変形特性の検討. 土木学会論文集, No.512/IV-27, pp.47-59, 1995.
- 3) 石川達也, 須長 誠, 董 軍, 名村 明: 大型繰返し三軸試験による道床バラストの変形特性の検討. 土木学会論文集, No.575/III-40, pp.169-178, 1997.
- 4) Suiker, A.S.J., Selig, E.T., Frenkel, R.: Static and cyclic

- triaxial testing of ballast and subballast. *J. Geotech. Geoenviron. Engrg. ASCE*, Vol.131, No.6, pp.771-782, 2005.
- 5) Saussine, G., Cholet, C., Gautier, P.E., Dubois, F., Bohatier, C., Moreau, J.J.: Modelling ballast behaviour under dynamic loading. Part 1: A 2D polygonal discrete element method approach. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, Vol.195, pp.2841-2859, 2006.
- 6) Lim, W.L., McDowell, G.R.: Discrete element modelling of railway ballast. *Granular Matter*, Vol.7, pp.19-29, 2005.
- 7) 石川達也, 大西有三: 道床バラストの繰返し変形挙動に対する不連続変形法(DDA)の適用. 土木学会論文集, No.589/III-42, pp.205-217, 1998.
- 8) Hashiguchi, K., Chen, Z.-P.: Elastoplastic constitutive equation of soils with the subloading surface and the rotational hardening. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, Vol.22, pp.197-227, 1998.
- 9) 紅露一寛, 梶原宗光, 阿部和久: 下負荷面モデルを用いた鉄道用バラスト材の繰返し変形解析. 土木学会鉄道力学論文集, Vol.11, pp.7-13, 2007.
- 10) 紅露一寛, 阿部和久: 有道床バラスト軌道を対象とした繰返し鉛直・水平載荷試験の弾塑性有限要素解析, 第17回鉄道技術連合シンポジウム(J-RAIL)講演論文集, pp.565-568, 2010.
- 11) Mellan, R., Auvinet, G., Masrouri, F.: Stochastic finite element method applied to non-linear analysis of embankments. *Prob. Engrg. Mech.*, Vol.15, pp.251-259, 2000.
- 12) Stefanou, G.: The stochastic finite element method: Past, present and future. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, Vol.198, pp.1031-1051, 2009.
- 13) Pula, W., Brzakala, W.: A probabilistic analysis of foundation settlements. *Comput. Geotech.*, Vol.18, No.4, pp.291-309, 1996.
- 14) Jimenez, R., Sitar, N.: The importance of distribution types on finite element analyses of foundation settlement. *Comput. Geotech.*, Vol.36, pp.474-483, 2009.
- 15) Hashiguchi, K.: A proposal of the simplest convex-conical surface for soils. *Soils & Found.*, Vol.42, No.3, pp.107-113, 2002.
- 16) 橋口公一, 上野正美, 尾崎利行: 下負荷面モデルの拡張およびその金属への適用(第2報, 実測値との比較による妥当性の検証), 日本機械学会論文集(A編), Vol.77, No.774, pp.61-68, 2011.
- 17) 瀬戸内秀規, 橋口公一: 下負荷面モデルの材料パラメータの決定法に関する研究, 土木学会応用力学論文集, Vol.9, pp.491-502, 2006.
- 18) 江本久雄: メタヒューリスティクスによる最適設計と逆解析の構造工学への適用に関する研究, 山口大学大学院理工学研究科博士学位論文, 2006.
- 19) Chowdhury, R.N., Xu, D.W.: Rational polynomial technique in slope-reliability analysis. *J. Geotech. Engrg. ASCE*, Vol.119, No.12, 1993.

(2012.4.13 受付)

Influence of variation of material parameters in cyclic deformation analysis of railway ballast modeled with extended subloading surface model

Kazuhiro KORO, Tomoya MASHIMA and Kazuhisa ABE

In the cyclic deformation analysis of railway ballast with the extended subloading elastoplastic constitutive model, the influence of variation of the material parameters on the simulation results is investigated through numerical tests. The material parameters in the subloading surface model are identified using the particle swarm optimization (PSO) algorithm and the cyclic triaxial test data presented by Ishikawa et al. The standard deviations of the simulated axial strain and volumetric strain are calculated with the first-order second-moment method (FOSM). Even when change of the input material parameter in the case of analysis is small, in the stage where generation and cumulation of permanent strain are large, the variation of the material parameters may be amplified by about 10 times by the variation of simulation results. In the stage where generation and cumulation of permanent strain are small, the standard deviations of the simulation results calculated with FOSM are almost constant.