

論文 Cyclic densification モデルを用いた 有限要素法に基づくバラスト道床沈下解析法の 適用可能性に関する検討

佐藤江美¹・紅露一寛²・阿部和久³

¹学生会員 新潟大学大学院自然科学研究科 博士前期課程 (〒 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地)
E-mail: f12e019h@mail.cc.niigata-u.ac.jp

²正会員 博士 (工学) 新潟大学准教授 大学院自然科学研究科 (〒 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地)
E-mail: kouro@eng.niigata-u.ac.jp

³正会員 工博 新潟大学教授 工学部建設学科 (〒 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地)
E-mail: abc@eng.niigata-u.ac.jp

本研究では、バラスト材の弾塑性挙動を Cyclic densification モデルにより表現した有限要素法を用い、石川らが実施した実物大試験を対象として当該モデルの妥当性、および繰り返し荷重作用時のバラスト軌道の変形特性について考察する。また、より現実に近い荷重作用条件下での道床沈下解析を小さな計算負荷で表現するために、Cyclic densification モデルを用いた 3 次元有限要素解析を行う場合を対象として、平面ひずみ近似の妥当性について検証する。平面ひずみ場は、軌道縦断方向、および軌道横断方向の 2 つの場合について考え、2 種類の平面ひずみ解析の適用可能性について、3 次元有限要素解析結果との比較を通して検討する。

Key Words : railway ballast, ballast settlement, cyclic densification model, FEM, plane strain

1. はじめに

国内外の鉄道で多用されるバラスト道床は、荷重分散や騒音振動の低減を目的として敷設されている。バラスト道床は、経済性や施工性、排水性に優れている反面、粒子集合体であるため列車の繰り返し通過に起因して、回転を伴う粒子の移動や破砕により粒子の接触状態が変化し、道床沈下に代表される不可逆的な変位が発生・進展する。特に鉛直方向の残留変位である道床沈下量の定量予測は、軌道保守において重要項目となっている。

そのため、材料試験や実物大試験によってバラスト道床の繰り返し変形特性を解明する試み¹⁾²⁾³⁾がなされている。また、バラスト道床沈下現象の数値モデル化や定量評価・数値予測も試みられている。バラスト道床を粒子集合体としてモデル化する不連続変形法 (DDA)⁴⁾や個別要素法 (DEM)⁵⁾を用いてのバラスト道床の変形挙動解析では、簡易なモデルで物理現象を適切に再現できる一方、動的解析を安定的に行うには膨大な解析時間を要する。上述の背景から、著者らはこれまで、バラスト道床部を弾塑性連続体でモデル化することに取り組んできた。

既往の研究では、弾塑性構成則に hypo-plastic モデル^{6),7)}や拡張下負荷面モデル⁸⁾を用いて繰り返し変形解析

を行い、バラスト材の繰り返し変形特性について考察してきた。しかし弾塑性モデルでは、応力履歴をもれなく追跡して解析を行う必要があるため、特に 3 次元解析においてはその計算負荷の大きさが実用上のボトルネックとなっている。この計算負荷を軽減するために、著者らは、Suiker らが提案した cyclic densification モデル⁹⁾を 3 次元有限要素法に実装し、石川らの大型繰り返し三軸試験²⁾を対象に残留ひずみの進展解析を行った¹⁰⁾。しかし、当該モデルを用いた実物大軌道の 3 次元繰り返し変形解析による実軌道の 3 次元的な道床沈下挙動の評価・検討は未だなされていない。そこで本研究では、まず、cyclic densification モデルを用いた有限要素法により、実物大軌道を対象とした繰り返し鉛直載荷試験の 3 次元解析を行ない、バラスト軌道における 3 次元的な繰り返し変形挙動の評価を試みる。

なお、道床沈下量は、輪重やレール圧力等の道床より上部の軌道構造からの伝達力が大きいほど少ない通過回数で累積が促進される傾向を示す。この伝達力は、レール継目部や軌道剛性の不連続箇所で変化し、著大な道床沈下の発生の原因となることが知られている。そのため、道床沈下解析を行う際には、この伝達力の適切な評価が必要となる。上部の軌道構造からの伝達力の変化においては動的作用が支配的であるが、従来より

用いている連続体ベースの道床沈下解析では、動的効果に起因した作用外力の変動を考慮できていない。しかし、動的作用を考慮した解析を行うためには、3次元有限要素解析は計算負荷が大きく実用的でない。そこで、計算負荷をより小さくし、より現実に近い荷重作用条件下で道床沈下解析を行うために、バラスト軌道の繰り返し変形解析における平面ひずみ近似の妥当性について検討する。なお、本研究では、軌道縦断方向および横断方向についての平面ひずみ近似の適用可能性について、3次元有限要素解析結果との比較を通して検討する。

2. Cyclic densification モデル

本研究で採用する cyclic densification モデル⁹⁾は、載荷・除荷単位サイクルあたりの応力やひずみの増分を直接評価することにより、高サイクル負荷下での変形状態を効率よく評価するモデルである。繰り返し載荷過程において、応力 σ_{ij} は繰り返し回数 N についての履歴依存性を有するものとし、次式の亜弾性構成式で与える。

$$\frac{d\sigma_{ij}}{dN} = D_{ijkl} \left(\frac{d\epsilon_{kl}}{dN} - \frac{d\epsilon_{kl}^p}{dN} \right) \quad (1)$$

ここで、 D_{ijkl} は弾性定数テンソルであり、 $d\epsilon_{kl}/dN$ は全ひずみ速度、 $d\epsilon_{kl}^p/dN$ は塑性ひずみ速度を表す。

塑性ひずみ速度 $d\epsilon_{kl}^p/dN$ は、次式の非関連流動則で与える。

$$\frac{d\epsilon_{ij}^p}{dN} = \frac{d\kappa^p}{dN} m_{ij}^f + \frac{d\epsilon_{vol,c}^p}{dN} m_{ij}^c + \frac{d\epsilon_{vol,t}^p}{dN} m_{ij}^t \quad (2)$$

なお、 $d\kappa^p/dN$ は摩擦滑り、 $d\epsilon_{vol,c}^p/dN$ は体積圧縮、 $d\epsilon_{vol,t}^p/dN$ は引張破壊に関する塑性乗数速度である。また、 m_{ij}^f 、 m_{ij}^c 、 m_{ij}^t はそれぞれ摩擦滑り、体積圧縮、引張破壊に関する流動方向規定テンソルであり、次式に示す。

$$m_{ij}^f = \frac{\partial g^f(q, p, \kappa^p)}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3)$$

$$m_{ij}^c = \frac{\partial g^c(p, \epsilon_{vol,c}^p, \epsilon_{vol,c,0}^p)}{\partial \sigma_{ij}}, m_{ij}^t = \frac{\partial g^t(p)}{\partial \sigma_{ij}}$$

ただし、塑性ポテンシャル g^f 、 g^c 、 g^t は次式で与えるものとする。

$$g^f = g^f(q, p, \kappa^p) = q + p \cdot d^f(\kappa^p)$$

$$g^c = g^c(p, \epsilon_{vol,c}^p) = -p + p_0 \cdot h^c(\epsilon_{vol,c}^p) \quad (4)$$

$$g^t = g^t(p) = p - p^t$$

$$d^f(\kappa^p) = d_0 + (d_m - d_0)[1 - \exp\{-\eta^f(\kappa^p - \kappa_0^p)\}] \quad (5)$$

$$h^c(\epsilon_{vol,c}^p) = 1 + \eta^c(\epsilon_{vol,c}^p - \epsilon_{vol,c,0}^p)$$

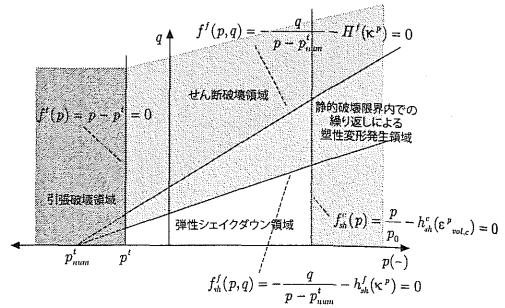


図-1 繰り返し載荷過程の破壊面形状

ここで、 $p = \sigma_{mm}/3$ は平均応力、 $s_{ij} = \sigma_{ij} - p\delta_{ij}$ は偏差応力であり、 $q = \sqrt{(3/2)s_{ij}s_{ij}}$ は相当応力である。また、 d_0 、 d_m 、 η^f 、 η^c は材料定数である。

摩擦滑りと体積圧縮に関する塑性乗数速度は、Perzyna の超過応力モデル同様、超過応力量に基づき次式で与える。なお、繰り返し載荷過程における構成モデルの破壊基準面は図-1 に示す通りである。

$$\frac{d\kappa^p}{dN} = \alpha^f \left\langle -\frac{q}{p - p^t_{num}} - h^f_{sh}(\kappa^p) \right\rangle^{\gamma^f}$$

$$\frac{d\epsilon_{vol,c}^p}{dN} = \alpha^c \left\langle \frac{p}{p_0} - h^c_{sh}(\epsilon_{vol,c}^p) \right\rangle^{\gamma^c} \quad (6)$$

ここで、 α^f 、 α^c 、 γ^f 、 γ^c は材料定数、 $\langle \cdot \rangle$ は Macaulay bracket である。また、材料関数 h^f_{sh} 、 h^c_{sh} は次式で与える。

$$h^f_{sh}(\kappa^p) = h_0 + (h_m - h_0) \cdot \{1 - \exp(-\eta^f \cdot (\kappa^p - \kappa_0^p))\} \quad (7)$$

$$h^c_{sh}(\epsilon_{vol,c}^p) = 1 + \eta^c(\epsilon_{vol,c}^p - \epsilon_{vol,c,0}^p)$$

なお、 h_0 、 h_m は材料定数である。

解析においては、cyclic densification モデル⁹⁾は繰り返し載荷 2 回目以降の解析で用いるものとし、繰り返し載荷 1 回目における最大荷重作用時までのつり合い状態は、古典的弾塑性モデルを用いた単調載荷解析で再現する。本研究では文献¹⁰⁾と同様、単調載荷過程における降伏曲面は、Drucker-Prager の降伏条件を適用し、引張破壊および体積圧縮破壊を表現する平均応力軸に直交する 2 平面と 1 曲面から構成されるものとする。

3. 準静的つり合い問題の有限要素法定式化

本解析においては、物体の動的作用を考慮することなく、準静的条件下におけるつり合い問題を有限要素法によって離散化して解く¹⁰⁾。解析を進めるにあたり、応力やひずみの評価のためにはサイクル数 N についての積分計算が必要となる。この積分は、後退 Euler法で処理するものとし、仮想仕事式に含まれる応力を線形化して得られる次式を繰り返し解くことで評価できる。

$$\begin{aligned}
& \int_{\Omega} C_{ijkl(N+\Delta N)}^{ep(m)} d\varepsilon_{kl(N+\Delta N)}^{(m)} \delta \varepsilon_{ij} d\Omega \\
& = \int_{\Omega} b_{i(N+\Delta N)} \delta u_i d\Omega + \int_{\Gamma_t} t_{i(N+\Delta N)} \delta u_i d\Gamma_t \quad (8) \\
& - \int_{\Omega} \sigma_{ij(N+\Delta N)}^{(m)} \delta \varepsilon_{ij} d\Omega
\end{aligned}$$

ここで、 b_i は体積力、 t_i は表面力、 δu_i 、 $\delta \varepsilon_{ij}$ はそれぞれ仮想変位、仮想ひずみである。また、 Ω は領域、 Γ_t は表面力規定境界であり、部分境界 Γ_u では変位は $u_i = \bar{u}_{i(N+\Delta N)}$ で既知であるものとする。

式 (8) 中の接線弾塑性係数 $C_{ijkl(N+\Delta N)}^{ep(m)}$ は、次式で定義するコンシステント接線係数で与える。

$$\begin{aligned}
C_{ijkl(N+\Delta N)}^{ep(m)} & = \frac{d\sigma_{ij}}{d\varepsilon_{kl}} (a(\varepsilon_{(N+\Delta N)}^{(m)}), \varepsilon_{(N+\Delta N)}^{(m)}) \\
& = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \varepsilon_{kl}} (\varepsilon_{(N+\Delta N)}^{(m)}) \quad (9) \\
& + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial a_n} (a(\varepsilon_{(N+\Delta N)}^{(m)})) \frac{\partial a_n}{\partial \varepsilon_{kl}} (\varepsilon_{(N+\Delta N)}^{(m)})
\end{aligned}$$

ここで、 a は、

$$\begin{aligned}
a & = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9\}^T \\
a_1 & = p(N+\Delta N), \quad a_2 = q(N+\Delta N), \\
a_3 & = \mu_t(N+\Delta N), \quad a_4 = h_{sh(N+\Delta N)}^f, \\
a_5 & = h_{sh(N+\Delta N)}^c, \quad a_6 = \Delta \kappa_{(N+\Delta N)}^p, \\
a_7 & = \Delta \varepsilon_{vol,c(N+\Delta N)}^p, \quad a_8 = d_{(N+\Delta N)}^f, \\
a_9 & = \Delta \varepsilon_{vol,t(N+\Delta N)}^p
\end{aligned} \quad (10)$$

で定義し、それらの値は全ひずみ増分 $\Delta \varepsilon_{ij} = \Delta \gamma_{ij} + \frac{1}{3} \Delta \varepsilon_{vol} \delta_{ij}$ を既知として、次式を解くことで得られる。

$$r_i(a(\varepsilon_{(N+\Delta N)}), \varepsilon_{(N+\Delta N)}) = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, 9) \quad (11)$$

式 (11) の r_i は、文献⁹⁾と同様、 p, q の積分式、 μ_t の定義式、式 (5), (6), (7) と引張破壊の降伏条件式で与えられる。

式 (8) を有限要素法により離散化すると、次の連立一次方程式を得る。

$$[K_{(N+\Delta N)}^{(m)}] \{du_{(N+\Delta N)}^{(m)}\} = \{df_{(N+\Delta N)}^{(m)}\} \quad (12)$$

式 (12) を解くことによって変位増分を求めることができる。なお、 $[K_{(N+\Delta N)}^{(m)}]$ 、 $\{du_{(N+\Delta N)}^{(m)}\}$ 、 $\{df_{(N+\Delta N)}^{(m)}\}$ はそれぞれ次式で定義する。

$$\begin{aligned}
[K_{(N+\Delta N)}^{(m)}] & = \left[\int_{\Omega_e} [B]^T [C_{(N+\Delta N)}^{ep(m)}] [B] d\Omega \right] \\
\{du_{(N+\Delta N)}^{(m)}\} & = \{du_{kl(N+\Delta N)}^{(m)}\} \\
\{df_{(N+\Delta N)}^{(m)}\} & = \int_{\Omega_e} [N]^T \{b_{(N+\Delta N)}\} d\Omega \quad (13) \\
& + \int_{\Gamma_t} [N_b]^T \{t_{(N+\Delta N)}\} d\Gamma_t \\
& - \int_{\Omega_e} [N]^T \{\sigma_{(N+\Delta N)}^{(m)}\} d\Omega
\end{aligned}$$

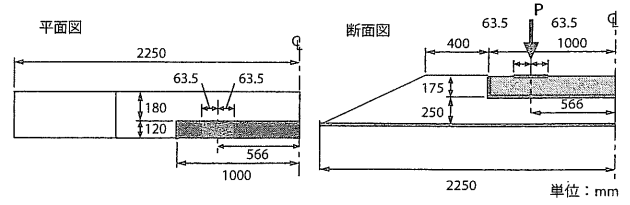


図-2 解析領域および境界条件

表-1 材料パラメータ等の設定値

バラスト			
K_{ref}	110 MPa	η^f	120
n^c	0.35	η^c	200
p_{ref}	-100 kPa	ζ^f	80
p_{num}^t	10 kPa	ζ^c	240
ν	0.09	p_0	-20 kPa
α^f	1.0×10^{-5}	$p_0^{(inst)}$	-25 kPa
α^c	0.2×10^{-5}	H_0	1.0
γ^f	2.5	H_m	2.08
γ^c	2.0	$d_0 (= d_m)$	-0.50
ρ	$1.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$	$d_0^{(inst)}$	0.20
h_0	0.70	$d_m^{(inst)}$	1.10
h_m	2.08		
まくらぎ			
E	78 GPa	ν	0.17
ρ	$2.677 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$		

なお、本研究で用いた解析手法の定式化の詳細については、文献¹⁰⁾を参照されたい。

4. 実物大軌道を対象とした3次元繰返し沈下解析

(1) 解析条件

本研究では、当該の道床沈下解析手法の有効性を検討するために、石川らが実施した実物大軌道における繰返し鉛直載荷試験¹⁾を模擬した解析条件の下で数値実験を行う。比較対象としている載荷試験では、鉛直荷重を2本のレール各々に直接載荷するものとし、片レールあたりの最大鉛直荷重は $P=20, 25, 30, 35, 40 \text{ kN}$ の5段階に設定している。繰返し載荷による鉛直変位は、荷重作用位置とまくらぎ端部の間の位置で測定し、また、路盤部へのバラストの貫入を防ぐためにバラスト道床下に鋼製路盤を使用している。

上述の試験条件を考慮し、本研究では図-2に示すような、バラストとまくらぎからなる解析領域を有限要素モデルで表現し、レールの位置に鉛直方向の繰返し荷重を作用させることで沈下量を求める。今回は、まくらぎ1本あたりの最大鉛直荷重を $P=20 \text{ kN}$ で一定とし、繰返し作用させた。境界条件は、軌道縦断面および横断面に対称条件を課し、バラストとまくらぎの間では接触・摩擦は考慮せず完全付着とした。また、バラスト道床底面には完全拘束条件を課した。材料定数等、

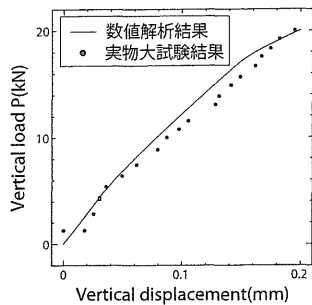


図-3 鉛直荷重-鉛直変位関係の比較 ($P=20\text{kN}$)

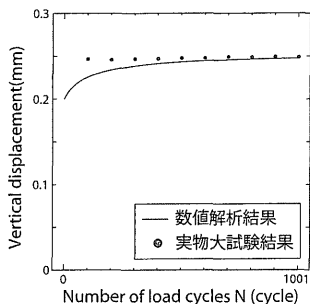


図-4 繰り返し载荷回数-鉛直変位関係の比較 ($P=20\text{kN}$)

その他解析に必要な数値は、表-1 に示す値を与えるものとする。なお、解析メッシュは 2783 節点、11000 要素の 4 節点四面体要素を用いて作成した。

(2) 荷重作用位置における鉛直変位の発現・進展

まず、図-3 に繰り返し载荷 1 回目におけるレール位置での鉛直変位と鉛直荷重との関係を、実物大試験結果と数値解析結果とについてあわせて示す。なお、実物大試験結果は文献¹⁾で示された結果のうち、負荷・除荷時の鉛直荷重と鉛直変位量の関係から 20kN までの包絡線の値を抜き出したものである。図-3 より、進展速度に若干の誤差は生じているが、試験結果とほぼ同等の荷重-変位関係が得られている。また、図-4 は、最大鉛直荷重作用下でのレール位置における鉛直変位と繰り返し载荷回数との関係を示したものである。なお、数値実験では 1001cycle までの解析としており、実物大試験結果は 100cycle から 1000cycle まで 100cycle 刻みでの結果を抜き出している。図-4 より、繰り返し载荷回数が増加するにつれて 1cycle あたりの変位量は徐々に小さくなり、バラストの変形が塑性的なものから弾性的な変形に変化していくことが分かる。载荷初期では実験結果と解析結果との間に差は生じるものの、繰り返し载荷回数を増すことで両者は同等の鉛直変位量に漸近していく。よって、本手法によるシミュレーションにおいて、道床沈下挙動が定性的に矛盾なく再現できていることがわかる。

(3) 道床内部の応力分布および塑性ひずみの発現傾向

まず、図-5、図-6 にバラスト道床内部の平均応力 p の分布、および偏差応力の 2 次不変量 $\sqrt{2/3}q$ の分布のス

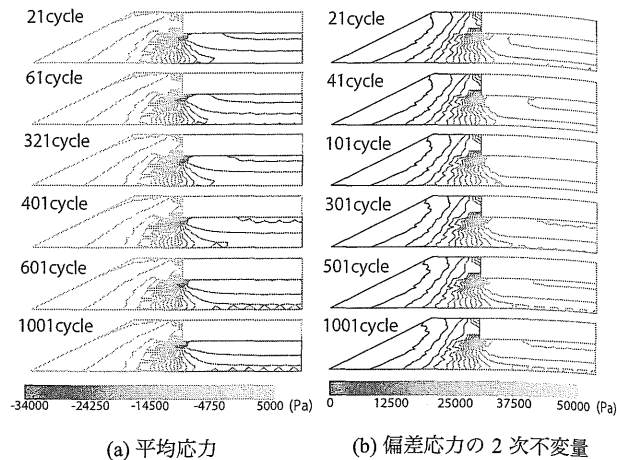


図-5 各 cycle における道床内部の応力分布 (横断面)

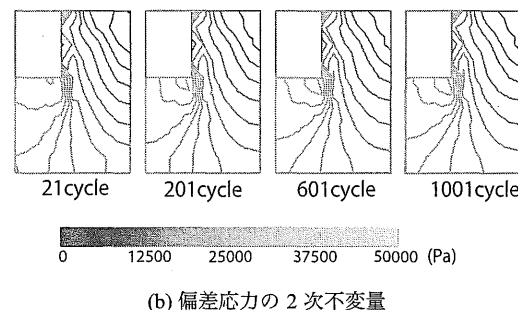
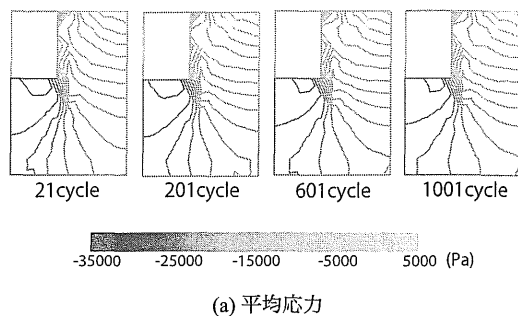


図-6 各 cycle における道床内部の応力分布 (縦断面)

ナップショットをそれぞれ示す。なお、図-5 は (a) と (b) とで表示サイクルが異なっているが、これは p および q の変化傾向を各々明瞭に読み取れるようにするためである。図-5(a)、図-6(a) より、平均応力は繰り返し初期ではまくらぎ直下で圧縮側に増加するように変動するが、300cycle 以降はほとんど変化がみられない。繰り返し载荷初期における圧縮方向の平均応力の増加については、一定の荷重 ($P=20\text{kN}$) を繰り返し加えた際、実際のバラスト軌道において観測されるように、バラスト道床内部の空隙を充填するように粒子が移動することで、粒子間の接触点数が増加し荷重の伝達状況が改善される現象が、平均応力を圧縮側に増加させる現象として発現したものと考えられる。

また、繰り返し载荷回数が増すと平均応力が一定となることから、繰り返し载荷によってバラスト粒子間の

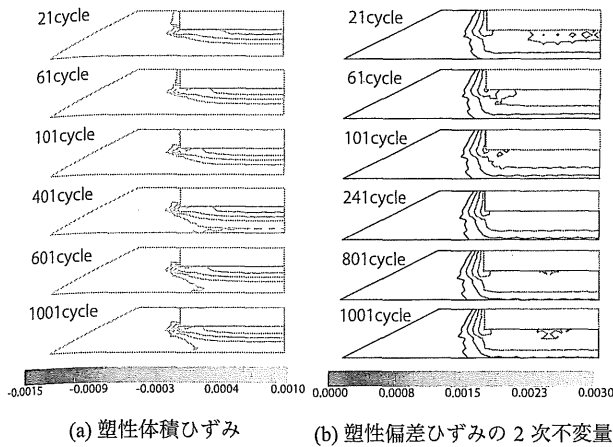


図-7 各 cycle における道床内部の塑性ひずみ分布 (横断面)

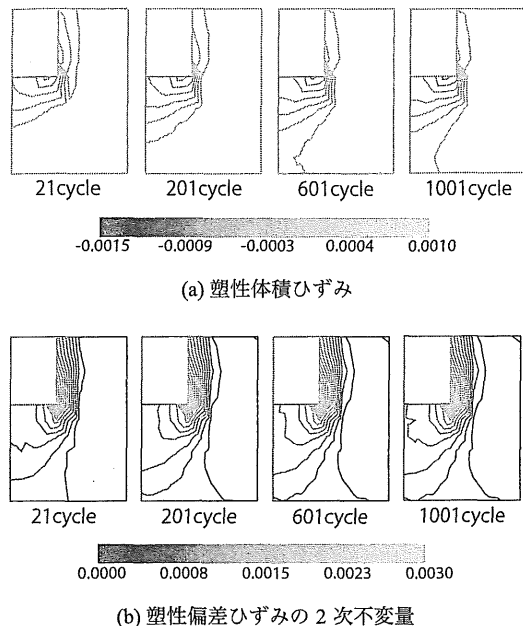


図-8 各 cycle における道床内部の塑性ひずみ分布 (縦断面)

接触状態が安定する現象も再現できている。一方、図-5(b)、図-6(b)からは、偏差応力の2次不変量は繰り返し载荷全体を通してほとんど変化が見られない。

次に、図-7、図-8に塑性体積ひずみ、および塑性偏差ひずみの2次不変量の分布のスナップショットを示す。なお、図-7は(a)と(b)とで表示サイクルが異なっているが、これは2種類の物理量の変化傾向を各々明瞭に読み取れるようにするためである。図-5(a)、図-6(a)、図-7(a)、および図-8(a)より、繰り返し载荷初期の塑性体積ひずみは、平均応力と同様に圧縮側に増加する。しかし、塑性体積ひずみは応力がほとんど変化しなくなった後も引き続き圧縮側に増加する傾向を示す。本構成モデルでは、体積圧縮については塑性体積ひずみに対して線形に破壊強度が上昇する一方、摩擦すべりの破壊強度は終局強度に指数関数的に漸近する。このことから、平均応力の上昇を伴いながら塑性体積ひずみが

増加する繰り返し初期では、専ら体積収縮の破壊メカニズムによって残留変形が生じていると考えられる。

次に、図-7(b)、図-8(b)に塑性偏差ひずみの2次不変量の分布のスナップショットを示す。塑性偏差ひずみの2次不変量は塑性体積ひずみと同様、荷重を繰り返し作用させても応力分布にほとんど変化が認められなくなった後も進展している。応力がほとんど変化しないにも関わらず塑性変形のみが発現・累積していることから、ある程度の繰り返し荷重が作用した後では、数値解析によって表現している塑性変形は専ら摩擦すべりによって生じていると考えることができる。このことは、実験結果の考察^{1),2)}において、繰り返し回数に対して概ね線形に残留変形・残留変位が進展している「漸進変位過程」における変形メカニズムが解析によって定性的に再現されたものとする。

また、図-8(b)より、塑性偏差ひずみの2次不変量はバラスト領域隅角部において応力集中の影響で大きくなっており、ここからまくらぎ下面および左斜め下方に不可逆的なせん断変形が大きくなる領域が認められる。ただし、明瞭なすべり面の形成までには至っていない。

なお、図-7、図-8からもわかるように、塑性偏差ひずみの2次不変量は、まくらぎ側方のバラスト領域でも発生している。本解析の解析条件では、まくらぎとバラストとは完全付着を仮定している。そのため、まくらぎ下部のバラストの沈下により、剛性の不連続箇所であるまくらぎとバラストとの界面において大きなせん断ひずみの発現・残留として観測されたものであることを指摘しておく。

5. 平面ひずみ近似の妥当性の検討

最後に、現実的な軌道形状・荷重作用条件下での道床沈下解析をできるだけ小さい計算負荷で行うために、cyclic densification モデルを用いた有限要素解析を行う場合を対象として、平面ひずみ近似の導入の妥当性について、数値実験を通して検討する。

(1) 平面ひずみ解析の条件

a) 軌道縦断方向

軌道縦断方向の平面ひずみ解析においては、図-9(a)に示す2次元の軌道横断面の解析領域を有限要素法でモデル化する。境界条件は、軌道縦断方向に対称条件を課し、3次元解析と同様にバラストとまくらぎは完全付着を仮定した。また、バラスト道床底面は完全拘束とした。最大作用荷重は、文献¹⁾に準じてレール1本あたり20kNとし、平面ひずみ解析ではこれを単位奥行き長さあたりの荷重に換算して与えた。材料定数は、3次元解析と同様に表-1に示す値を用いた。なお、平面ひずみ解析は3次元FEMモデルを用い、面外変位を完全

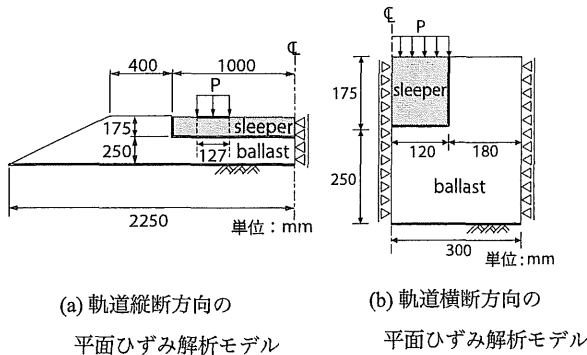


図-9 平面ひずみ解析における解析領域

に拘束することで行った。そのため、解析メッシュは面外方向に最低限の節点・要素を配置することで作成している。当該の場合では、3次元モデルの空間解像度と一致するように、759 節点、2200 要素としている。

b) 軌道横断方向

軌道横断方向の平面ひずみ解析においては、図-9(b)に示す2次元の軌道縦断面の解析領域を有限要素モデルで離散化する。境界条件は、軌道横断面方向に対称条件を課し、3次元解析と同様にバラストとまくらぎは完全付着を仮定した。また、バラスト道床底面は完全拘束とした。最大作用荷重は、文献¹⁾に準じて、レール1本あたり20kNとし、平面ひずみ解析ではこれを単位奥行き長さあたりの荷重に換算して与えた。材料定数は、3次元解析と同様に表-1に示す値を与えた。解析メッシュは、a)の場合と同様に3次元モデルを用いて与えることとし、363 節点、1000 要素として生成している。

(2) 軌道縦断方向の平面ひずみ近似

まず、軌道縦断方向の平面ひずみ近似の妥当性を検討するために、平面ひずみ解析、3次元解析でそれぞれ得られた軌道横断面内の平均応力、偏差応力の2次不変量、塑性体積ひずみ、塑性偏差ひずみの2次不変量の分布を図-10-図-13に示す。図-10、図-11より、平面ひずみ解析における道床の各応力値は、3次元解析結果よりも小さな値で評価される傾向を示している。また、まくらぎ下部のバラスト領域において平均応力および偏差応力の2次不変量の発現傾向が3次元解析結果と異なることが分かる。これは、荷重の作用の仕方や拘束条件が3次元解析と異なるために応力集中箇所が変化し、その結果まくらぎからバラストへの荷重の作用の仕方が変化したためであると考えられる。

同様に、図-12、図-13の各塑性ひずみの値についても3次元解析結果よりも小さな値で評価される傾向を示している。また、バラスト隅角部近傍における塑性ひずみの発現傾向に差が認められる。これらの差は、軌

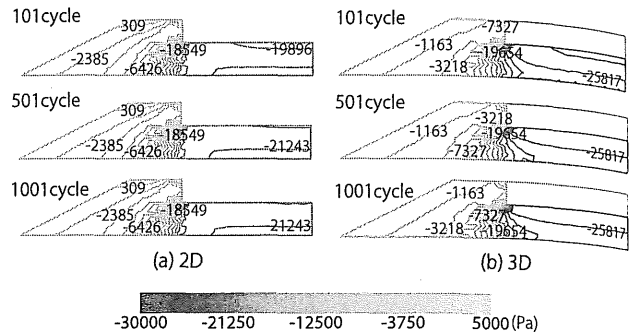


図-10 各 cycle における平均応力に関する2D・3D解析結果(横断面)

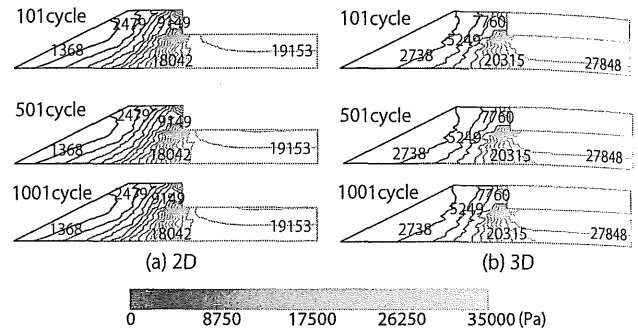


図-11 各 cycle における偏差応力の2次不変量に関する2D・3D解析結果(横断面)

道縦断方向の応力場・ひずみ場が平面ひずみ近似の前提条件を満たしていないことに起因すると考えられる。つまり、3次元解析ではまくらぎの周囲にバラスト道床の自由表面が存在していたが、平面ひずみ解析では、それが縮小したモデルとなっているために道床内部の拘束圧が上昇し、塑性体積ひずみおよび塑性偏差ひずみの2次不変量が小さく生じる傾向を示したと考えられる。なお、計算時間は、3次元解析の1割程度となった。

以上の結果から、軌道横断面内のバラスト材の力学挙動に関しては、軌道縦断方向の平面ひずみ解析よりも3次元解析による評価の方が、より妥当な結果を与えられると思われる。

(3) 軌道横断方向の平面ひずみ近似

次に、軌道横断方向の平面ひずみ近似の妥当性について検討する。平面ひずみ解析、3次元解析でそれぞれ得られた縦断面内の平均応力、偏差応力の2次不変量、塑性体積ひずみ、塑性偏差ひずみの2次不変量の分布を図-14-図-17に示す。図-14-図-17より、平面ひずみ解析と3次元解析の応力・塑性ひずみを比較すると、ほぼ同様の分布となることが分かる。数値的な差は多少あるものの、ほぼ同等の値を示しており、平面ひずみ解析によって十分再現できるといえる。これは、まくらぎの剛性がバラストの剛性より高いために、鉛直荷重作用時にまくらぎの剛体的な移動によるバラストの

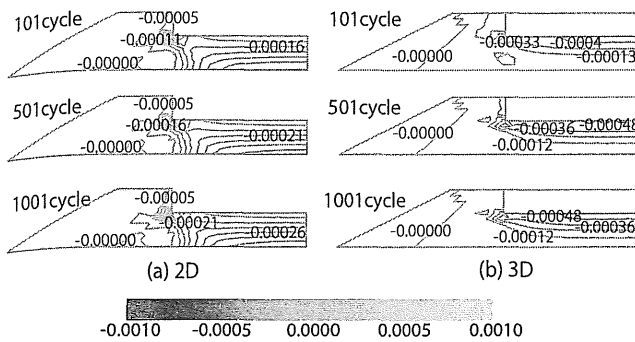


図-12 各 cycle における塑性体積ひずみに関する 2D・3D 解析結果 (横断面)

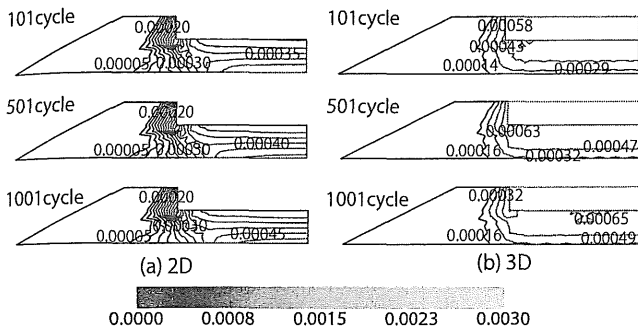


図-13 各 cycle における塑性偏差ひずみの 2 次不変量に関する 2D・3D 解析結果 (横断面)

圧縮変形が卓越するため、軌道横断方向の応力場・ひずみ場では平面ひずみ近似が概ね成立していることが原因であると考えられる。以上の結果から、軌道縦断面内のバラスト道床の力学挙動の評価には平面ひずみ解析が適用可能である。なお、計算時間は、3次元解析の 6%程度に抑えることができた。

(4) 軌道横断方向の荷重作用位置における鉛直変位

最後に、3次元解析および軌道横断方向の平面ひずみ近似に基づく 2次元解析で得られた、荷重作用位置における鉛直変位を図-18に示す。図-18より、平面ひずみ解析では 3次元解析よりも変位が 10%程度大きく生じているが、図-14-図-17に示すように応力および塑性ひずみが大きめの値で評価されていることと矛盾がなく、安全側に評価されることが分かる。

6. おわりに

本研究では、バラスト軌道の効率的な道床沈下量予測を目的として、cyclic densification モデルを適用した有限要素法の道床沈下解析への適用可能性について検討した。まず、3次元モデルを用いて得られた沈下量解析結果と実物大軌道の繰り返し鉛直載荷試験結果とを比較し、バラスト道床内部の応力、残留ひずみ、およびまくらぎ位置での鉛直変位の挙動から、繰り返し載荷時におけるバラスト材の運動状態の再現結果が実物

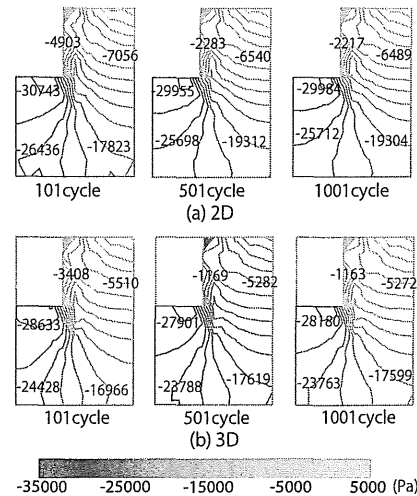


図-14 各 cycle における平均応力に関する 2D・3D 解析結果 (縦断面)

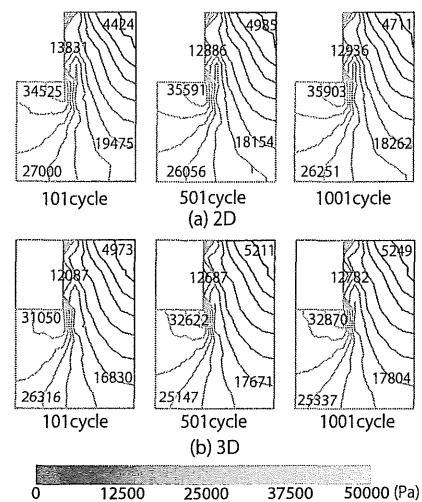


図-15 各 cycle における偏差応力の 2 次不変量に関する 2D・3D 解析結果 (縦断面)

大試験結果と定性的に矛盾のないものであることが確認できた。また、道床沈下量は高効率に精度よく評価可能であることが確認できた。

また、より現実的な軌道形状・荷重作用条件下での道床沈下解析を効率よく行うために、道床沈下解析における平面ひずみ近似の妥当性について検討した。平面ひずみ近似は軌道縦断方向、軌道横断方向の 2 パターンについて検討したが、特に軌道横断方向の平面ひずみ近似を導入した場合、2次元平面ひずみ解析は 3次元解析で得られた道床内部の応力・塑性ひずみとほぼ同様の解析結果を与えることがわかった。また、まくらぎ位置での鉛直変位については、10%程度の誤差で平面ひずみ解析でも評価可能であることが確認できた。

今後は、軌道縦断面に関する平面ひずみ近似を導入したうえで、当該の有限要素モデルと車輪・軌道系の連成振動解析法との連成を考慮し、レール継目部や軌道剛性急変箇所における道床沈下シミュレーションに

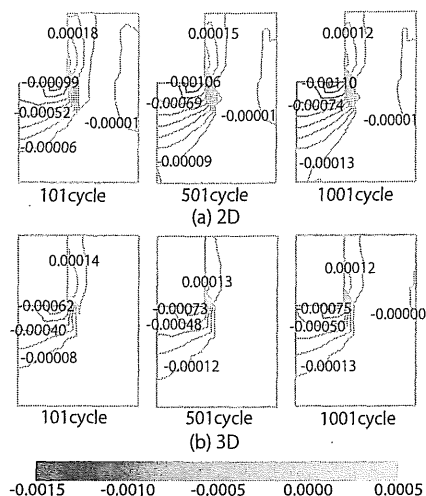


図-16 各 cycle における塑性体積ひずみに関する 2D・3D 解析結果 (縦断面)

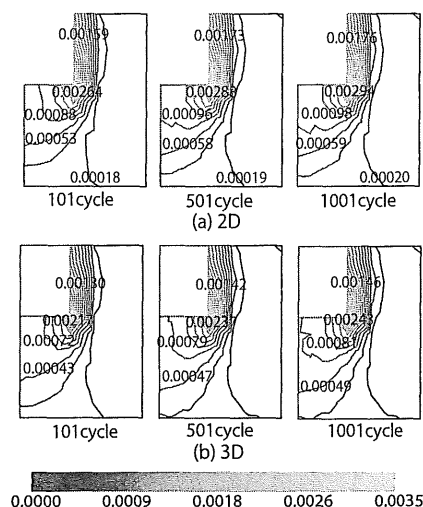


図-17 各 cycle における塑性偏差ひずみの 2 次不変量に関する 2D・3D 解析結果 (縦断面)

取り組むこととしたい。

参考文献

- 1) 石川達也, 名村明: 実物大試験による道床バラスト部繰り返し変形特性の検討, 土木学会論文集, No.512/IV-27,

APPLICATION OF FINITE ELEMENT METHOD WITH CYCLIC DENSIFICATION MODEL TO SETTLEMENT ANALYSIS OF RAILWAY BALLASTED TRACK

Emi SATO, Kazuhiro KORO and Kazuhisa ABE

The finite element method (FEM) with the cyclic densification model is applied to the settlement analysis of the railway ballasted track subject to cyclic vertical loading. The railway ballast layer is modeled by 3-D or 2-D plane strain finite elements. The constitutive relation of the railway ballast is defined using the cyclic densification model. The model calibration is carried out in comparison with the cyclic loading test data on a full-scale ballasted track reported by Ishikawa et al. For the 3-D simulation, the load-displacement curve in loading process at the 1st cycle is comparable to one of the test results. The accumulated displacement at the top of the sleeper can be predicted with high accuracy; the simulated accumulation rate is higher than one of the test results. The 2-D plane strain FE analysis is attempted to reduce the computational cost for predicting the full-scale ballast settlement analysis. The plane strain approximation with respect to the longitudinal section of a track is valid to evaluate the stress, strain and displacement in the ballast layer.

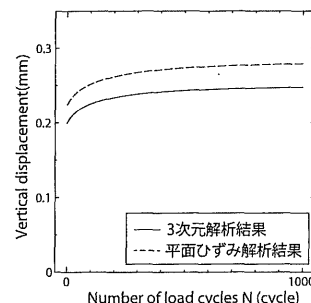


図-18 平面ひずみ解析・3次元解析における鉛直変位

- pp.47-59, 1995.
- 2) 石川達也, 須長 誠, 董 軍, 名村 明: 大型繰返し三軸試験による道床バラストの変形特性の検討, 土木学会論文集, No.575/III-40, pp.169-178, 1997.
- 3) Suiker, A.S.J., Selig, E.T. and Frenkel, R.: Static and Cyclic Triaxial Testing of Ballast and Subballast, *J. Geotech. Geoenviron. Engng*, Vol. 131, No. 6, pp.771-782, 2005.
- 4) 石川達也, 大西有三, 堀池高広: 不連続変形法 (DDA) による道床バラスト部繰り返し塑性変形機構の検討, 土木学会論文集, No.645/ -50, pp.15-28, 2000.
- 5) Saussine, G., Cholet, C., Gauture, P.E., Dubois, F., Bohatier, C., Moreau, J.J.: Modelling ballast behaviour under dynamic loading. Part1: A 2D polygonal discrete element method approach. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.*, Vol.195, pp.2841-2859, 2006
- 6) 紅露一寛, 嘉数東陽, 梶原宗光, 阿部和久: 鉄道におけるバラスト道床材の繰り返し変形解析に用いる構成モデルの検討, 計算数理工学会論文集, Vol.7, No1, pp.31-36, 2007
- 7) 紅露一寛, 嘉数東陽, 阿部和久: 鉄道用バラスト材の繰り返し変形解析のための時間域均質化法定式化, 土木学会応用力学論文集, Vol.11, pp.149-158, 2008.
- 8) 紅露一寛, 福津佑太, 東海林裕之, 阿部和久: 下負荷面モデルを用いた弾塑性有限要素法による有道床バラスト軌道の繰り返し変形解析, 計算工学講演会論文集, Vol.15, pp.961-964, 2010.
- 9) Suiker, A.S.J. and de Borst, Rene.: A numerical model for the cyclic deterioration of railway tracks, *Int. J. Numer. Meth. Engng*, Vol.57, pp.441-470, 2003.
- 10) 紅露一寛, 山田啓太: Cyclic densification モデルに基づく 3次元弾塑性有限要素法を用いたバラスト材の繰り返し変形解析, 土木学会鉄道工学シンポジウム論文集, Vol.15, pp.85-92, 2011.

(2013.4.12 受付)