

ツイスト 3 機構に基づく偏極ハイペロン生成過程の研究

新潟大学大学院自然科学研究科博士後期過程
数理物質科学専攻

矢部 健太
F16J009F

目次

第 1 章	序論	2
第 2 章	クォーク・グルーオン分布・破碎関数の分類	5
2.1	分布関数の定義	5
2.2	破碎関数の定義	8
第 3 章	$pp \rightarrow \Lambda^\uparrow X$ 過程におけるツイスト 3 破碎関数の寄与する断面積の解析	12
3.1	ツイスト 3 クォーク破碎関数の寄与	12
3.2	ツイスト 3 グルーオン破碎関数の寄与	26
第 4 章	$ep \rightarrow e\Lambda^\uparrow X$ 過程におけるツイスト 3 破碎関数の寄与する断面積の解析	33
4.1	ツイスト 3 クォーク破碎関数の寄与	33
4.2	ツイスト 3 グルーオン破碎関数の寄与	40
第 5 章	まとめ	41
	参考文献	43

第 1 章

序論

各種クォークおよびグルーオンにより構成されるカラーレスな粒子群は、ハドロンと呼ばれている。原子核を構成する核子を始めとして、これらハドロン粒子の内部構造は量子色力学における強い相互作用の閉じ込め機構により第一原理計算から直接は得られない。それゆえハドロン構造研究の分野では、ハドロン粒子の関わる高エネルギー散乱過程の解析を通してハドロン内部情報や QCD 現象を明らかにしてきた。

一般的にハドロンを含む高エネルギー (半) 包含過程の微分断面積は、閉じ込めやカイラル対称性などの非摂動的効果を反映するため、単純な摂動計算 (摂動 QCD) のみからは解析できない。このような散乱過程を扱うさいに用いられる手法として、QCD 因子化定理がある。この枠組みにおいて過程全体の断面積は、QCD の漸近自由性が有効であり摂動計算可能な長距離部分 “ハードパート” と、QCD の非摂動効果を表す長距離部分 “ソフトパート” の積 (畳み込み積分) として表せる。ハードパートはパートン間のハード断面積に対応し、核子中におけるパートンの分布・相関を表す「分布関数」や、散乱したパートンがハドロンに変換される部分を記述する「破碎関数」は、ソフトパートに対応する。前者は摂動 QCD で計算できるが、後者は閉じ込めやカイラル対称性の破れなど QCD の非摂動効果を反映した各ハドロンに固有で過程に依らない普遍的な量である。したがって、ハドロン散乱過程の断面積から短距離効果のみを含むパートン断面積を分離し (因子化)、摂動 QCD に基づく計算を行うことで得られた理論的断面積公式と実験観測量との比較解析から、分布・破碎関数を抽出することができる。従来、上述の因子化定理と合わせ、パートン模型描像 (点状かつ自由粒子的に振る舞うパートン粒子 (=クォーク・グルーオン) がハドロンを構造するという描像) を仮定することにより、高エネルギー過程の記述に成功してきた。この理論に基づく解析では、電子-核子衝突における深非弾性散乱 (DIS: $ep \rightarrow eX$, e, p はそれぞれ電子と核子, X は終状態に観測しないハドロン群) を始めとする高エネルギー過程を確立解釈可能な分布関数 (後述するツイスト 2 分布関数に対応) と、核子を構成するパートン間による非干渉な弾性散乱として記述することができる。

ところが 1970 年代以降になると、従来の理論からは説明できない現象が発見された。その 1 つが、スピン偏極していない核子どうしの衝突から生成されるハイペロン重粒子が進行方向に対し垂直方向にスピン偏極 (横偏極) しているという現象である [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11]。この偏極現象は $pp \rightarrow \Lambda^\uparrow X$ (Λ^\uparrow は偏極したハイペロン) と表され、散乱過程に現れる粒子のうちただ 1 つが偏極していることから、シングルスピン非対称 (Single Spin Asymmetry: SSA) と呼ばれる現象の一例として知られている。また他の SSA の例としてよく知られているものに横偏極核子と無偏極核子の衝突によるパイオン生成断面積が核子のスピンの向きに依存する現象がある。この現象の観測データとしてよく知られるものに 1990 年代の E704 実験があり、スピンの左右非対称度が 30 % に及ぶ SSA 現象が観測されている [12, 13]。こ

れ以降他の高エネルギー過程での SSA 観測実験や理論的説明の試みが活発となり、SSA 現象は高エネルギースピ物理研究における大きな研究テーマとなった。偏極ハイペロン生成に関する SSA は、DESY での HERMES 実験によるレプトン核子半包含深非弾性散乱 (SIDIS: $ep \rightarrow e\Lambda^+ X$) においても観測されており [14, 15, 16], 単純なパートン描像を超えたハドロンスピン構造を解明するための重要な手掛りとして現在まで世界各地で実験及び理論的探求がなされている。

SSA の発見からその後、近年の研究によって、高エネルギー過程における SSA の解析は「パートンの固有横運動量 k_T 」や「クォーク・グルーオン多体相間」の効果を反映した理論的枠組みを必要とすることが明らかになってきた。前者の理論は Transverse momentum dependent (TMD) 因子化と呼ばれており、終状態ハドロンの横運動量が小さい領域において、散乱に関与するパートンの横運動量に依存した非摂動関数によって SSA を記述する [17, 18, 44, 20, 21, 22]。他方、後者の理論はコリニア因子化と呼ばれ、こちらは衝突過程における終状態ハドロンの横運動量が大きい場合の SSA を記述する [23, 24, 25, 26]。一般に高エネルギー包含過程の散乱断面積は、ハード過程の典型的なエネルギースケール Q の逆べきで展開することができ、 $(M/Q)^{t-2}$ に比例する各展開項を「ツイスト t 」の寄与と呼ぶ。このうちツイスト 2 が最低次の寄与となり、ツイスト 2 の分布・破碎関数は確立解釈が可能なパートン模型に対応する。ツイスト 3 以上の寄与は高次ツイストと呼ばれ、パートン模型にはないクォーク・グルーオン間の量子多体相関の効果を表している。コリニア因子化に基づく SSA 現象の解析ではツイスト 3 の寄与が主要項となることが判明しており、核子内や破碎過程におけるクォーク・グルーオン多体相間を反映した非摂動関数 (ツイスト 3 分布・破碎関数) によって SSA を記述することができる。SIDIS や核子核子衝突過程では、ハードパートの断面積における終状態に観測しないパートン粒子の存在により、終状態ハドロンの大きな横運動量 P_{hT} を持つことができる。そのためこのような SSA 過程では、コリニア因子化を用いた解析が可能である。したがってこれら散乱過程では、実験で観測された SSA を再現するようにコリニア因子化の枠組みに基づく定式化が実行でき、これにより反応過程に寄与するツイスト 3 分布・破碎関数を決定することによって、従来の枠組みであるパートン模型からは取り入れることができなかったハロン内パートン多対相関の効果を反映したハロン内部構造を得ることができる。さらには得られたツイスト 3 関数を用いることにより、今後実施予定の各種高エネルギーハロン散乱過程に対し予言を与えることが可能である。

SSA 現象のうち軽いパイオン生成現象に関しては上記解析としてツイスト 3 断面積に対する完全な解析公式が QCD の結合定数について最低次 (LO) の近似で導出され、ブルックヘブン国立研究所 (BNL) の RHIC データの解析に用いられている [27, 28, 31, 32, 48]。ところが SSA 現象の 1 つである偏極ハイペロン生成現象に関しては、いまだ実験と合わせた解析のために必要なツイスト 3 断面積公式は揃えられていない。特にツイスト 3 グルーオン破碎関数の寄与する断面積の定式化は未だ未開発である。そこで本研究では、QCD の結合定数について最低次でのツイスト 3 断面積の解析公式が完全に得られていない $ep \rightarrow e\Lambda^+ X$ と $pp \rightarrow \Lambda^+ X$ 過程に着目しコリニア因子化に基づく研究を行う。

$ep \rightarrow e\Lambda^+ X$ 及び $pp \rightarrow \Lambda^+ X$ 過程を因子化すると、両過程のツイスト 3 断面積は (A) 無偏極核子中のツイスト 3 分布関数の寄与と、(B) 横偏極ハイペロンに対するツイスト 3 破碎関数の寄与の 2 種類に分類される。(A) 項に関しては QCD の結合定数に関して最低次 (LO) での完全な解析公式がすでに導出されている [34, 35, 36, 37]。そのため本論文では、(B) 項に関し、上記 2 つの偏極ハイペロン生成過程での断面積公式の導出を目的とした。(B) 項はクォーク破碎関数からの寄与とグルーオン破碎関数からの寄与から構成される。またここで、SSA は単純時間反転奇の物理量であり、コリニア因子化の枠組みにおい

て (A) 項へはハードパート中の内線プロパゲーターの虚部である極 (pole) が寄与する．その一方，終状態相互作用により単純時間反転による制限がないことから，破碎関数は時間反転偶 (T-even) と時間反転奇 (T-odd) の性質を持った関数を定義できる．コリニア因子化の枠組みでは，このうちの後者の破碎関数が non-pole の寄与としてツイスト 3 破碎関数を含む断面積へ現れる．したがってクォーク破碎関数からの寄与に関しては文献 [32] の non-pole 計算での定式化を基礎に断面積を導く．さらに断面積の計算に現れるツイスト 3 クォーク破碎関数間には QCD の運動方程式やローレンツ不変性による制限があるため，それらを完全に考慮することで完全な（ゲージ不変かつフレーム不変）解析公式の導出を目指す．グルーオン破碎関数の寄与に関しては，まずツイスト 3 グルーオン破碎関数を定義し，従来の定式化手法を基にコリニア因子化の枠組みで断面積の定式化を目指す．

本論文の構成は以下の通りである．まず 2 章では，本研究で表れるクォーク・グルーオン分布関数及び破碎関数を定義する．特にクォーク破碎関数に関し，QCD の運動方程式やローレンツ不変性に基づくツイスト 3 クォーク破碎関数間の関係式を紹介する．次に 3 章からは具体的な高エネルギーハドロン散乱過程のツイスト 3 破碎関数の寄与するダイアグラムの導出に入る．ここでは pp 衝突過程を扱い，ツイスト 3 クォーク破碎関数からの寄与について，断面積を定式化する．さらに関数間の恒等式を用いてハード断面積を整理した後に，2 つの異なるフレームによる計算を実行することで，そのフレーム不変性を確認する．グルーオン破碎関数の寄与に関しては，コリニア展開を用いてカラーゲージ不変な行列要素を構築し，ツイスト 3 断面積の定式化を行う．そして 4 章では SIDIS 過程に関し， pp 過程と同様にクォーク破碎関数の寄与についてはフレーム不変な形での断面積の導出，グルーオン破碎関数の寄与に関しては断面積の定式化を行う．最後に第 5 章で本研究の総括と，本研究と接続する発展研究に関して述べる．

第 2 章

クォーク・グルーオン分布・破砕関数の分類

この章では、本研究で扱うハドロン散乱過程の断面積中に表れる非摂動関数の定義を行う。

高エネルギー包含過程の断面積は、QCD 因子化定理によってハードパートとソフトパートに分けられる。因子化により現れるハードパートは、QCD の漸近的自由性によって摂動的 QCD で計算可能なクォーク・グルーオン（パートン）レベルでのハード断面積である。そしてソフトパートは非摂動論的力学を反映しており、標的ハドロン内のクォーク・グルーオンの運動量分布や相関などの情報を表す分布関数や、ハード断面積から出てきたパートンが観測するハドロンへと破砕する情報を表す破砕関数で記述される。コリニアール因子化定理において、これら関数は反応過程に依存せず、ハドロンに固有の量である、以下、これらパートン分布・破砕関数の定義と分類について説明する。

2.1 分布関数の定義

QCD におけるクォーク分布関数は、J.C.Collins と D.E.Soper が最初に導入し [38]、のちに Jaffe と Ji によって系統的に定義・分類された [39, 40]。クォーク分布関数は、適当なガンマ行列 Γ をクォーク場 ψ の間に挟んだ双一次演算子に関して核子状態における期待値をとり、さらに光円錐上でフーリエ変換した形で定義される：

$$M(x)_{ij} = \int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{i\lambda x} \langle pS | \bar{\psi}_j(0) \psi_i(\lambda n) | pS \rangle. \quad (2.1)$$

$|p, S\rangle$ は核子の状態ベクトルであり、 p, S はそれぞれ核子（スピン 1/2, 質量 M ）の 4 元運動量とスピンベクトルを表す。ここでハードスケール Q に対し核子質量の 2 乗を無視することで、 p を光円錐ベクトル ($p^2 = 0$) と見なす。引数 x は核子の運動量に対して、その核子内部のクォークが担う運動量割合である。また i, j はディラックスピノル添字を示す。

$p^\mu = (|\vec{p}|, \vec{p})$ に対し光円錐ベクトル $n^\mu = \frac{1}{2} (1/|\vec{p}|, -\vec{p}/|\vec{p}|^2)$ を導入すると、 $p \cdot n = 1$ を満たす。さらにスピンベクトルは、 p, n を用いて $S = (S \cdot n)p + (S \cdot p)n + S_\perp$ (S_\perp : 粒子の進行方向に垂直なスピン横偏極成分) のように分解できる。

上記行列要素に関し、ガンマ行列の完全系によるテンソル展開を考える。その際、無次元係数として現れる運動量割合 x の関数が分布関数である。これら関数は、テンソル展開の表現によってハドロンのスピンやツイスト（クォーク非摂動関数はさらにカイラリティ）に応じた関数へと分類される。

また、式 (2.1) ではクォーク分布関数がゲージ不変であることを保証するゲージリンク演算子：

$$[0, \lambda n] = \text{Pexp}\left[ig \int_0^\lambda d\tau n \cdot A(\tau n)\right], \quad (2.2)$$

を省略している。これは $\bar{\psi}, \psi$ の間に挿入されることで非局所の光円錐演算子をゲージ不変とする。式中の P は Path-ordering を、 A^μ はグルーオン場を表す。これ以降の各式においてもゲージリンク演算子は省略することにする。

本研究で扱う SSA 過程では、ツイスト 3 の非摂動関数の寄与する断面積が主要項として現れる。本論文ではツイスト 3 破砕関数からの寄与を中心に扱っているため、分布関数の定義は本研究に関係するツイスト 2 関数のみ紹介する。

2.1.1 クォーク分布関数

クォーク分布関数は、上記行列要素 (2.1) のテンソル展開により、以下のように定義される。

$$\begin{aligned} M(x, S)_{i,j} &= \int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{i\lambda x} \langle PS | \bar{\psi}_j(0) \psi_i(\lambda n) | PS \rangle \\ &= \frac{1}{2} \not{n}_{i,j} f(x) + \frac{1}{2} (\gamma^5 \not{n})_{i,j} (MS \cdot n) g_1(x) + \frac{1}{2} M(\gamma^5 \not{S}_\perp \not{n})_{i,j} h_1(x) + \dots \end{aligned} \quad (2.3)$$

各式の右辺において $S \cdot n$ に比例する項が核子スピンの縦偏極状態に対応する。そして S_\perp が現れている項が横偏極の核子、 S を含まない項が無偏極核子の分布関数を表している。また次元解析から各分布関数は無次元量である。

さらに、核子からカイラリティが左 (右) 巻きのクォークが出て、出て行ったクォークと同じ左 (右) 巻きカイラリティを持つクォークが入ってくるような場合をカイラル偶、その一方核子からカイラリティが左 (右) 巻きのクォークが出て、出て行ったクォークと反対の右 (左) 巻きカイラリティを持つクォークが入ってくるような場合をカイラル奇と呼ぶ。これらの場合に対応する分布関数は、それぞれカイラル偶・奇の分布関数と呼ばれ、各分布関数の定義に対応した双一次演算子のカイラル分解を考えることで分類することができる。例としての $g_1(x)$ の場合を考える。式 (2.3) から g_1 を抜き出すと、その行列要素中に双一次演算子 $\bar{\psi} \gamma^\mu \gamma^5 \psi$ を含むことが分かる。このような双一次演算子に関しカイラル分解を行うことで、関数のカイラル偶奇性が判明する。この場合は $\bar{\psi} \gamma^\mu \gamma^5 \psi = \bar{\psi}_R \gamma^\mu \psi_R - \bar{\psi}_L \gamma^\mu \psi_L$ より、 RR, LL の組み合わせしか現れていない ($R(L)$ は右 (左) 巻きを表す)。したがって g_1 は、カイラル偶の分布関数であることが分かる。このような仕組みで他の関数を見ると、ツイスト 2 のレベルでは $f_1(x)$ 及び $g_1(x)$ がカイラル偶、 $h_1(x)$ がカイラル奇の関数である。

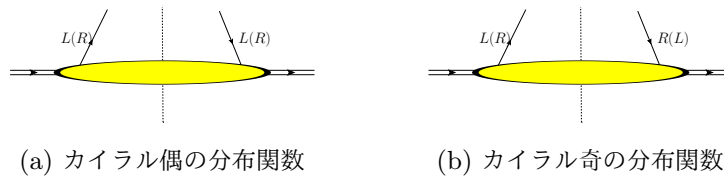


図 2.1: 分布関数のカイラリティ

2.1.2 反クォーク分布関数

分布関数において引数 x は核子からの運動量割合を表し, $-1 < x < 1$ の範囲内で値を持つ ($|x| > 1$ では $\phi(x) = 0$). この内 $-1 < x \leq 0$ における分布関数は, 対応する反クォーク分布関数と関係づけられることが分かる.

反クォークに対する分布関数は, クォーク場 ψ の荷電共役変換:

$$\begin{aligned}\psi^c &= C\bar{\psi}^T, \\ \bar{\psi}^c &= -\psi^T C^{-1}, \\ (C &= -C^{-1} = -C^\dagger),\end{aligned}$$

を用いて以下のように書くことができる:

$$\begin{aligned}\bar{M}(x) &= \int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{i\lambda x} \langle PS | \bar{\psi}_j^c(0) \psi_i^c(\lambda n) | PS \rangle \\ &= -\frac{1}{2} \not{n}_{i,j} \bar{f}_1(x) + \frac{1}{2} (\gamma^5 \not{n})_{i,j} (S \cdot n) \bar{g}_1(x) - \frac{1}{2} (\gamma^5 \not{\epsilon}_{\perp})_{i,j} \bar{h}_1(x) + \dots\end{aligned}\quad (2.4)$$

ここで, $-$ が上に付いた関数が各クォーク分布関数に対応する反クォーク分布関数を表している. また ψ^c は反粒子に対する場を, C は荷電共役変換における荷電共役行列を表す. したがって C 変換の性質を用いると, クォーク分布関数と反クォーク分布関数間には以下の関係が成り立つ [41]:

$$f(x) = -\bar{f}(-x), \quad g(x) = \bar{g}(-x), \quad h(x) = -\bar{h}(-x). \quad (2.5)$$

2.1.3 グルーオン分布関数

核子内のグルーオン分布に関しては, 2つのグルーオンの強度テンソル $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu - ig[A^\mu, A^\nu]$ を核子状態で挟み, 光円錐上の相関関数のフーリエ変換として, 以下のように与えられる [41, 42].

$$\begin{aligned}M_g^{\alpha\beta}(x) &= \frac{1}{x^2} \int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{i\lambda x} \langle PS | F^{n\alpha}(0) F^{n\beta}(\lambda n) | PS \rangle \\ &= -\frac{1}{2x} G(x) g_T^{\alpha\beta} + \frac{1}{2} M \Delta G(x) i\epsilon^{\alpha\beta np} (S \cdot n) + \dots\end{aligned}\quad (2.6)$$

式内において $g_T^{\alpha\beta} = g^{\alpha\beta} - p^\alpha n^\beta - p^\beta n^\alpha$, $F^{n\alpha} = F^{\mu\alpha} n_\mu$ であり, $\epsilon^{\alpha\beta np}$ は $\epsilon^{\alpha\beta np} = \epsilon^{\alpha\beta\lambda\mu} n_\lambda p_\mu$ を意味する. $G(x)$ はツイスト2の無偏極核子に対する分布関数, $\Delta G(x)$ はツイスト2の縦偏極核子に対する分布関数を表し, これらはツイスト2クォーク分布関数と同様に単純な確立解釈が成り立つ. なお, 横偏極核子に対するツイスト2のグルーオン分布関数は存在しない. またカラーに対するトレースは省略してある.

2.2 破碎関数の定義

本研究ではツイスト 3 破碎関数の寄与する断面積を扱うため、以下その定義を詳細に説明する。後述するツイスト 3 断面積の定式化では、式 (2.1) の 2 クォーク演算子を挟む行列要素形 (後述する “*intrinsic*” クォーク破碎関数) のみでなく、最終的に異なる 3 種の行列要素構造からなるソフトパートが断面積式中に現れる。これら行列要素の構造から定義される破碎関数は、それぞれ “*intrinsic*”, “*kinematical*”, “*dynamical*” 破碎関数と呼ばれており、本章で順に説明していく。

2.2.1 クォーク破碎関数

・ *intrinsic* クォーク破碎関数

まずは *intrinsic* クォーク破碎関数の定義を紹介する。これは 2 つのクォーク場演算子 ψ を始状態 $|0\rangle$ 及び終状態ハドロンベクトル $|P_h, S\rangle$ における期待値をとり、光円錐状でフーリエ変換した形から定義される。そしてローレンツ添え字に関するテンソル展開により、以下のように分類される [43, 44, 45]。

$$\begin{aligned}\Delta_{ij}(z) &= \frac{1}{N} \sum_X \int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{-i\frac{\lambda}{z}} \langle 0 | \psi_i(0) | h(P_h, S_\perp) X \rangle \langle h(P_h, S_\perp) X | \bar{\psi}_j(\lambda w) | 0 \rangle \\ &= \left(\gamma_5 \not{S}_\perp \frac{P_h}{z} \right)_{ij} H_1(z) + M_h \epsilon^{\alpha S_\perp w P_h} (\gamma_\alpha)_{ij} \frac{D_T(z)}{z} + M_h (\gamma_5 \not{S}_\perp)_{ij} \frac{G_T(z)}{z} + \dots \quad (2.7)\end{aligned}$$

引数 z は、終状態ハドロンのもつ運動量に対しそのハドロンへ破碎するクォークが持つ運動量割合を表す。また $|P_h, S_h\rangle$ は終状態に観測するハドロン粒子の状態ベクトルを表し、 P_h, S_h, M_h はそれぞれ終状態ハドロンのもつ 4 元運動量とスピンベクトル、そして質量を表す。さらに w は P_h に対し、 $P_h \cdot w = 0$ を満たす light like ($w^2 = 0$) なベクトルであり、これを用いてスピンベクトルは、以下のように表現される: $S_h = (S_h \cdot w) P_h + (S_h \cdot P_h) w + S_\perp$ (S_\perp : 粒子の進行方向に垂直なスピン横偏極成分 ($S_\perp^2 = -1$)). また $\epsilon^{\alpha S_\perp w P_h} \equiv \epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} S_{\perp\beta} w_\gamma P_{h\delta}$ である。

上式は分布関数同様に、ローレンツテンソル分解によってツイスト、スピン、カイラリティに応じた破碎関数に分類される。 $H_1(z)$ がツイスト 2 横偏極破碎関数を表し、 $D_T(z), G_T(z)$ がツイスト 3 横偏極破碎関数を表す。各関数は、無次元量かつ実数で定義している。また上記関数のうち、 $D_T(z)$ のみが T-odd の関数であり、ツイスト 3 破碎関数の寄与する断面積へ表れることになる。

また分布関数の場合と同様、非局所光円錐演算子のゲージ不変性を保証するため、上記行列要素中にはゲージリンク演算子：

$$[0, \lambda w] = \text{Pexp} \left[ig \int_0^\lambda d\tau w \cdot A(\tau w) \right], \quad (2.8)$$

を省略している。

・ *kinematical* クォーク破碎関数

次に *kinematical* クォーク破碎関数を定義する。*kinematical* 関数は *intrinsic* 関数を与える相関関数に横方向の微分演算子が作用したものから定義され、ハドロン内部のパートンの横運動量成分を考慮した TMD 関数に関し、そのパートン横運動量 k_\perp の積分形に対応する。これは以下のように分類され

る [43, 44, 45].

$$\begin{aligned}\Delta_{\partial ij}^\alpha(z) &= \frac{1}{N} \sum_X \int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{-i\frac{\lambda}{z}} \langle 0 | [\infty w, 0] \psi_i(0) | h(P_h, S_\perp) X \rangle \langle h(P_h, S_\perp) X | \bar{\psi}_j(\lambda w) [\lambda w, \infty w] | 0 \rangle \overleftarrow{\partial}^\alpha \\ &= -iM_h \epsilon^{\alpha S_\perp w P_h} (\mathcal{P}_h)_{ij} \frac{D_{1T}^{\perp(1)}(z)}{z} + iM_h S_\perp^\alpha (\gamma_5 \mathcal{P}_h)_{ij} \frac{G_{1T}^{\perp(1)}(z)}{z} + \dots\end{aligned}\quad (2.9)$$

上式の関数はすべて実数であり、クォーク破砕に関する TMD 関数の k_T^2/M_h^2 -モーメントと関係づけられる [44, 45]. また上記関数のうち、 $D_{1T}^{\perp(1)}(z)$ が T-odd の関数である.

・ dynamical クォーク破砕関数

次に dynamical クォーク破砕関数を定義する. dynamical 関数はクォークとグルーオンまたは 2 グルーオン間の相互作用による終状態ハドロンの生成を露わに表した関数であり, intrinsic 関数の行列要素内にグルーオン強度テンソルが挿入された形で定義される [43, 46, 47].

$$\begin{aligned}\Delta_{Fij}^\alpha(z, z_1) &= \frac{1}{N} \sum_X \int \frac{d\lambda}{2\pi} \int \frac{d\mu}{2\pi} e^{-i\frac{\lambda}{z_1}} e^{-i\mu(\frac{1}{z} - \frac{1}{z_1})} \langle 0 | \psi_i(0) | h(P_h, S_\perp) X \rangle \langle h(P_h, S_\perp) X | \bar{\psi}_j(\lambda w) g F^{\alpha w}(\mu w) | 0 \rangle \\ &= M_h \epsilon^{\alpha S_\perp w P_h} (\mathcal{P}_h)_{ij} \frac{\hat{D}_{FT}^*(z, z_1)}{z} - iM_h S_\perp^\alpha (\gamma_5 \mathcal{P}_h)_{ij} \frac{\hat{G}_{FT}^*(z, z_1)}{z} + \dots\end{aligned}\quad (2.10)$$

これらは全て複素数であり、それらの虚部がツイスト 3 断面積へ寄与する.

また $gF^{\alpha w}$ の代わりに共変微分 D^α を挟んだ場合も同様に定義することができ、先の関数を F タイプと呼ぶ一方、こちらは D タイプの関数と呼ばれている. 式 (2.10) の破砕関数に関して、D タイプ破砕関数と F タイプ破砕関数は以下の恒等式で関係づけられていることが知られている (D タイプ関数は対応する F タイプ関数の添え字を "FT" \rightarrow "DT" に変更した形で表す) [29, 30, 28, 32].

$$\text{Im } \hat{D}_{DT}(z, z_1) = P \frac{1}{1/z - 1/z_1} \text{Im } \hat{D}_{FT}(z, z_1) - \delta\left(\frac{1}{z} - \frac{1}{z_1}\right) D_{1T}^{\perp(1)}(z), \quad (2.11)$$

$$\text{Im } \hat{G}_{DT}(z, z_1) = P \frac{1}{1/z - 1/z_1} \text{Im } \hat{G}_{FT}(z, z_1). \quad (2.12)$$

2.2.2 ツイスト3クォーク破砕関数間の関係式

これまで紹介した3種の破砕関数は、行列要素間の恒等式により、互いに関係づけられることが知られている。この関係式は2種類存在し、本節で順に紹介する。

・ EOM relation

光円錐上で定義された行列要素間に QCD の運動方程式を組み合わせた恒等式により、非摂動関数間にある種の関係式が成り立つことが知られている。この関係式は EOM relation (以後, EOM と省略) と呼ばれ、本研究で扱うツイスト3クォーク破砕関数間には、以下の式が成り立つ [43]。

$$\int \frac{dz_1}{z_1^2} \left(\text{Im} \hat{D}_{DT}(z, z_1) - \text{Im} \hat{G}_{DT}(z, z_1) \right) = \frac{D_T(z)}{z}. \quad (2.13)$$

上式に D タイプと F タイプの破砕関数間の関係式を代入することで、F タイプ関数についても同様の式が得られる。

$$\int_z^\infty \frac{dz_1}{z_1^2} \frac{1}{1/z - 1/z_1} \left(\text{Im} \hat{D}_{FT}(z, z_1) - \text{Im} \hat{G}_{FT}(z, z_1) \right) = \frac{D_T(z)}{z} + D_{1T}^{\perp(1)}(z). \quad (2.14)$$

・ Lorentz invariance relation

一般座標系において非局所演算子で記述された行列要素間の恒等式からも、非摂動関数間の関係式が得られる。この関係式は Lorentz invariance relation (以後, LIR と省略) と呼ばれ、本研究で扱うツイスト3クォーク破砕関数間には、次の関係が成立する [43]。

$$-\frac{2}{z} \int_z^\infty \frac{dz_1}{z_1^2} \frac{\text{Im} \hat{D}_{FT}(z, z_1)}{(1/z_1 - 1/z)^2} = \frac{D_T(z)}{z} + \frac{d(D_{1T}^{\perp(1)}(z)/z)}{d(1/z)}. \quad (2.15)$$

EOM 及び LIR 2つの関係式をツイスト3破砕関数の寄与する断面積へ適用することによって、関数の完全系のみで断面積を記述することができ、これにより物理量である断面積のゲージ不変性及びフレーム不変性が保証されることが証明されている [43, 48, 49, 50, 51, 52]。

2.2.3 グルーオン破砕関数

・ *intrinsic* グルーオン破砕関数

intrinsic グルーオン破砕関数は、2つのグルーオン強度テンソル $F^{\mu\nu}$ を始状態 $|0\rangle$ 及び終状態ハドロンのベクトル $|P_h, S\rangle$ における期待値をとり、光円錐状でフーリエ変換した形から定義される [38]。

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma}^{\alpha\beta}(z) &= \frac{1}{N^2 - 1} \sum_X \int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{-i\frac{\lambda}{z}} \langle 0 | F_a^{w\beta}(0) | h(P_h, S_h) X \rangle \langle h(P_h, S_h) X | F_a^{w\alpha}(\lambda w) | 0 \rangle \\ &= -g_T^{\alpha\beta} G(z) - iM_h \epsilon^{P_h w \alpha\beta} (S_h \cdot w) \Delta \hat{G}(z) - iM_h \epsilon^{\alpha\beta S_h \perp w} \Delta \hat{G}_{3T}(z) + M_h \epsilon^{P_h w S_h \perp \{\alpha w^\beta\}} \Delta \hat{G}_{3\bar{T}}(z). \end{aligned} \quad (2.16)$$

上式において $\Delta G_{3T}(z)$, $\Delta G_{3\bar{T}}(z)$ がツイスト3破砕関数、他の $\hat{G}(z)$, $\Delta \hat{G}(x)$ がツイスト2破砕関数かつ $\Delta G_{3\bar{T}}(z)$ のみが T-odd 関数である。

・ *kinematical* グルーオン破砕関数

次に *kinematical* グルーオン破砕関数を定義する. *kinematical* グルーオン破砕関数は, 対応するグルーオン TMD 関数に関し, そのパートン横運動量 k_\perp の積分形に対応する. これは以下のように分類される:

$$\begin{aligned}\hat{\Gamma}_\partial^{\alpha\beta\gamma}(z) &= \frac{1}{N^2-1} \sum_X \int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{-i\frac{\lambda}{z}} \langle 0 | F_a^{w\beta}(0) | h(P_h, S_\perp) X \rangle \langle h(P_h, S_\perp) X | F_a^{w\alpha}(\lambda w) | 0 \rangle \overleftarrow{\partial}^\gamma \\ &= -i \frac{M_h}{2} g_T^{\alpha\beta} \epsilon^{P_h w S_\perp \gamma} \hat{G}_T^{(1)}(z) + \frac{M_h}{2} \epsilon^{P_h w \alpha \beta} S_\perp^\gamma \Delta \hat{G}_T^{(1)}(z) \\ &\quad - i \frac{M_h}{8} (\epsilon^{P_h w S_\perp \{\alpha} g^{\beta\}\gamma} + \epsilon^{P_h w \gamma \{\alpha} S_\perp^{\beta\}}) \Delta \hat{H}_T^{(1)}(z).\end{aligned}\quad (2.17)$$

上式の関数はすべて実数であり, グルーオン破砕に関する TMD 関数 [53] の k_T^2/M_h^2 -モーメントと関係づけられる.

・ *dynamical* グルーオン破砕関数

dynamical グルーオン破砕関数の場合は, 行列要素内の3つの $F_a^{w\alpha}$ と縮約をとるカラー $SU(3)$ 群の構造定数によって, カラー添え字に関し Anti-symmetric な構造定数 f^{abc} との縮約から定義される関数と, カラー添え字に関し Symmetric な構造定数 d_{abc} から定義される関数の2種類が存在する. これらはそれぞれ, 以下のように定義される.

$$\begin{aligned}\hat{\Gamma}_{FA}^{\alpha\beta\gamma}\left(\frac{1}{z_1}, \frac{1}{z_2}\right) &= \frac{-if_{abc}}{N^2-1} \sum_X \int \frac{d\lambda}{2\pi} \int \frac{d\mu}{2\pi} e^{-i\frac{\lambda}{z_1}} e^{-i\mu(\frac{1}{z_2}-\frac{1}{z_1})} \langle 0 | F_b^{w\beta}(0) | h(P_h, S_\perp) X \rangle \langle h(P_h, S_\perp) X | F_a^{w\alpha}(\lambda w) g F_c^{w\gamma}(\mu w) | 0 \rangle \\ &= \frac{M_h}{z_2} \left(N_{F1} \left(\frac{1}{z_1}, \frac{1}{z_2} \right) g^{\alpha\gamma} \epsilon^{P_h w S_\perp \beta} + N_{F2} \left(\frac{1}{z_1}, \frac{1}{z_2} \right) g^{\beta\gamma} \epsilon^{P_h w S_\perp \alpha} - N_{F2} \left(\frac{1}{z_2} - \frac{1}{z_1}, \frac{1}{z_2} \right) g^{\alpha\beta} \epsilon^{P_h w S_\perp \gamma} \right), \\ \hat{\Gamma}_{FS}^{\alpha\beta\gamma}\left(\frac{1}{z_1}, \frac{1}{z_2}\right) &= \frac{d_{abc}}{N^2-1} \sum_X \int \frac{d\lambda}{2\pi} \int \frac{d\mu}{2\pi} e^{-i\frac{\lambda}{z_1}} e^{-i\mu(\frac{1}{z_2}-\frac{1}{z_1})} \langle 0 | F_b^{w\beta}(0) | h(P_h, S_\perp) X \rangle \langle h(P_h, S_\perp) X | F_a^{w\alpha}(\lambda w) g F_c^{w\gamma}(\mu w) | 0 \rangle \\ &= \frac{M_h}{z_2} \left(O_{F1} \left(\frac{1}{z_1}, \frac{1}{z_2} \right) g^{\alpha\gamma} \epsilon^{P_h w S_\perp \beta} + O_{F2} \left(\frac{1}{z_1}, \frac{1}{z_2} \right) g^{\beta\gamma} \epsilon^{P_h w S_\perp \alpha} + O_{F2} \left(\frac{1}{z_2} - \frac{1}{z_1}, \frac{1}{z_2} \right) g^{\alpha\beta} \epsilon^{P_h w S_\perp \gamma} \right).\end{aligned}\quad (2.18)$$

以上の関数は, グルーオン強度テンソル F の交換対象性やエルミート共役性から N_{F1} , N_{F2} 及び O_{F1} , O_{F2} のツイスト3 グルーオン破砕関数からなることが分かる. またこれらはすべて複素数かつ無次元量となっている.

第 3 章

$pp \rightarrow \Lambda^\uparrow X$ 過程におけるツイスト 3 破碎関数の寄与する断面積の解析

3.1 ツイスト 3 クォーク破碎関数の寄与

3.1.1 ツイスト 3 グルーオン破碎関数の寄与する断面積の定式化

この章からは、コリニアール因子化に基づき偏極ハイペロン生成過程へのツイスト 3 破碎関数の寄与する断面積の導出を行う。この寄与はクォーク破碎及びグルーオン破碎の 2 種のツイスト 3 断面積項からなる。

本章ではこの内、無偏極核子核子衝突による横偏極ハイペロン生成過程に関し、ツイスト 3 破碎関数の寄与する断面積の定式化を示す。

まず本過程における反応粒子に関し、以下のような運動量を与える。

$$p(p) + p(p') \rightarrow \Lambda^\uparrow(P_h, S_\perp) + X. \quad (3.1)$$

ここで、断面積への non-pole の寄与項を導出するために、本研究では Feynman gauge での定式化を用いることとする。この定式化はツイスト 3 破碎関数からの寄与の導出に際し、 $ep^\uparrow \rightarrow e\pi X$ 過程の non-pole 計算として初めて確立されたものである [32]。

上記の散乱過程に関し、QCD 因子化定理に基づく断面積式は以下のように与えられる。

$$P_h^0 \frac{d\sigma(P_h, S_\perp)}{d^3\vec{P}_h} = \frac{1}{16\pi^2 s} \int \frac{dx}{x} f_1(x) \int \frac{dx'}{x'} f_1(x') W_{q/g}(xp, x'p', P_h/z, S_\perp). \quad (3.2)$$

上式において $S = (p + p')^2$ 、また x, x' は親核子から子パートンが持ち出す運動量割合、 z はハドロンの破碎する終状態パートンが、破碎するハドロンに対して持つ運動量割合を表す。さらに $f(x)$ は無偏極核子に関するツイスト 2 分布関数である。

またここで $W_{q/g}$ はハードパートと偏極ハイペロンへの破碎部分に対応したソフトパートから構成されるハドロニックテンソルである。

クォーク破砕関数からの寄与の場合、ハドロニックニクテンソル W_q は図 (3.1) に対応した項 (a)(b)(c) の和で以下のように表せる。

$$\begin{aligned} W_q &\equiv W_q^{(a)} + W_q^{(b)} + W_q^{(c)} \\ &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \text{Tr}[\Delta^{(0)}(k) S(k)] + \int \frac{d^4 k_1}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4} \text{Tr}[\Delta_A^{(1)\alpha}(k_1, k_2) S_\alpha^L(k_1, k_2)] \\ &\quad + \int \frac{d^4 k_1}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^4} \text{Tr}[\Delta_{AR}^{(1)\alpha}(k_1, k_2) S_\alpha^R(k_1, k_2)]. \end{aligned} \quad (3.3)$$

ここで k, k_1, k_2 は終状態のハドロンへと破砕するパートンの4元運動量を表し、 $S(k), S_\alpha^L(k_1, k_2), S_\alpha^R(k_1, k_2)$ は摂動 QCD で計算可能なパートン間散乱断面積である。上式及び以降の式では Tr はスピノル及びカラー添え字に関するトレースを意味する。また $\Delta^{(0)}(k), \Delta_A^{(1)\alpha}(k_1, k_2), \Delta_{AR}^{(1)\alpha}(k_1, k_2)$ は図 3.1(a)(b)(c) にそれぞれ対応したパートン破砕に関する非摂動的な行列要素であり、2対パートンからの破砕による終状態ハイペロン生成関する寄与 (a) 項と、3対パートンからの破砕に関する (b) 項、及びそのミラーダイアグラムに対応する (c) 項に分けられる。特に (b)(c) に対応する $\Delta_{Aij}^{(1)\alpha}(k_1, k_2), \Delta_{ARij}^{(1)\alpha}(k_1, k_2)$ は、コヒーレントグルーオンを表すゲージ場 A が挿入された形で以下のように定義される。

$$\Delta_{ij}^{(0)}(k) = \frac{1}{N} \sum_X \int d^4 \xi e^{-ik \cdot \xi} \langle 0 | \psi_i(0) | h(P_h, S_\perp) X \rangle \langle h(P_h, S_\perp) X | \bar{\psi}_j(\xi) | 0 \rangle, \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{Aij}^{(1)\alpha}(k_1, k_2) &= \frac{1}{N} \sum_X \int d^4 \xi \int d^4 \eta e^{-ik_1 \cdot \xi} e^{-i(k_2 - k_1) \cdot \eta} \langle 0 | \psi_i(0) | h(P_h, S_\perp) X \rangle \\ &\quad \times \langle h(P_h, S_\perp) X | \bar{\psi}_j(\xi) g A^\alpha(\eta) | 0 \rangle, \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{ARij}^{(1)\alpha}(k_1, k_2) &= \frac{1}{N} \sum_X \int d^4 \xi \int d^4 \eta e^{-ik_1 \cdot \xi} e^{-i(k_2 - k_1) \cdot \eta} \langle 0 | \psi_i(0) g A^\alpha(\eta) | h(P_h, S_\perp) X \rangle \\ &\quad \times \langle h(P_h, S_\perp) X | \bar{\psi}_j(\xi) | 0 \rangle. \end{aligned} \quad (3.6)$$

ここで上付き添え字 (...) の数は破砕行列要素からでるコヒーレントグルーオンの数、添え字 L, R はカットに対しコヒーレントグルーオンの付く側を示している。これら行列要素間およびハード断面積間は、場の並進対称性により以下の関係式が成り立っている。

$$\Delta_{ARij}^{(1)\alpha}(k_1, k_2) = \gamma^0 \Delta_{Aij}^{(1)\alpha}(k_2, k_1)^\dagger \gamma^0, \quad (3.7)$$

$$S_\alpha^R(k_1, k_2) = \gamma^0 S_\alpha^L(k_2, k_1)^\dagger \gamma^0. \quad (3.8)$$

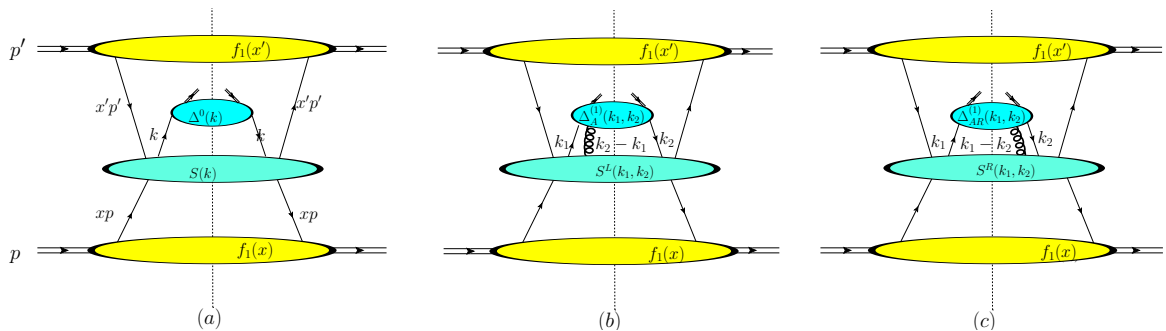


図 3.1: ツイスト3 クォーク破砕関数の寄与を与えるダイアグラム

上記 W_q に関し、以降ではコリニアア展開を適用することで、非摂動部分からツイスト3 破砕関数に対応した行列要素を抜き出す。コリニアア展開とは終状態ハイペロンの運動量に P_h に関して平行な成分のまわりで、そのハイペロンへと破砕するパートン運動量 k, k_1, k_2 を展開することを意味する。つまり運動量 k を光円錐ベクトルで表示した $k^\alpha = (k \cdot w)P_h^\alpha + \Omega_\beta^\alpha$ に関し、 $k = (k \cdot w)P_h$ (collinear limit : c.l.) のまわりでテイラー展開すればよい。

したがって k, k_1, k_2 を引数に持つハードパート $S(k), S_\alpha^L(k_1, k_2), S_\alpha^R(k_1, k_2)$ 及びゲージ場 A のコリニアア展開を実行すると、

$$S(k) = S(z) + \left. \frac{\partial S(k)}{\partial k^\alpha} \right|_{\text{c.l.}} \Omega_\beta^\alpha k^\beta + \dots, \quad (3.9)$$

$$S_\alpha^L(k_1, k_2) = S^L(z_1, z_2) + \left. \frac{\partial S_\alpha^L(k_1, k_2)}{\partial k_1^\beta} \right|_{\text{c.l.}} \Omega_\gamma^\beta k_1^\gamma + \left. \frac{\partial S_\alpha^L(k_1, k_2)}{\partial k_2^\beta} \right|_{\text{c.l.}} \Omega_\gamma^\beta k_2^\gamma + \dots, \quad (3.10)$$

$$A^\alpha = (A \cdot w)P_h^\alpha + \Omega_\beta^\alpha w^\beta, \quad (3.11)$$

となる。ここで $\Omega_\beta^\alpha = g_\beta^\alpha - P_h^\alpha w_\beta$, $z = (k \cdot w)$, $z_1 = (k_1 \cdot w)$, $z_2 = (k_2 \cdot w)$ である。“...” はツイスト4 以上の高次項に対応しており、断面積へ leading な寄与を与えないため今回は省略する。

上記展開項を式 (3.3) へ代入し、 k, k_1, k_2 についてはライトコーンプラス成分以外、 ξ, η に関してはライトコーンマイナス成分を除く積分を実行する。

また、ハード断面積 S, S^L に関し、以下のような tree-level での QCD Ward 恒等式が成り立つ。

Ward 恒等式:

$$(k_2 - k_1)^\alpha S_\alpha^{aL}(k_1, k_2) = T^a S(k_2) + G(k_1, k_2). \quad (3.12)$$

G は破砕粒子が off-shell であることから現れる項であり、断面積中では消えるもしくは高次の寄与となるため、この計算では無視できる。上式においてコリニアア極限をとる、もしくは k_1, k_2 で両辺を微分した後にコリニアア極限をとることで、以下のようなハード断面積間の恒等式が得られる。

$$P_h^\alpha S_\alpha^{aL}(z_1, z_2) = \frac{T^a S(z_2)}{1/z_2 - 1/z_1 + i\epsilon}, \quad (3.13)$$

$$\frac{S^{aL}(k_1, k_2)}{\partial k_1^\alpha} = \frac{1}{1/z_2 - 1/z_1 + i\epsilon} S_\alpha^{aL}(z_1, z_2), \quad (3.14)$$

$$\frac{S^{aL}(k_1, k_2)}{\partial k_2^\alpha} = \frac{1}{1/z_2 - 1/z_1 + i\epsilon} \left[T^a \left. \frac{\partial S(k_2)}{\partial k_2^\alpha} \right|_{\text{c.l.}} - S_\alpha^{aL}(z_1, z_2) \right]. \quad (3.15)$$

上式において、 $S^L = P_h^\alpha S_\alpha^L$ である。

以上の各恒等式を積分実行後の W 式 (3.3) へ適用すると、最終的に以下のような項により書き下せる。

$$W_q^{(a)} = \int \frac{dz}{z^2} \text{Tr} \left[\Delta^{(0)}(z) S(z) \right] - i \Omega_\beta^\alpha \int \frac{dz}{z^2} \text{Tr} \left[\Delta_{\partial}^{(0)\beta}(z) \frac{\partial S(z)}{\partial k^\alpha} \Big|_{c.l.} \right], \quad (3.16)$$

$$W_q^{(b)} = \int \frac{dz}{z^2} \text{Tr} \left[\Delta_{[A]}^{(1)}(z) S(z) \right] - i \int \frac{dz}{z^2} \text{Tr} \left[\Omega_\beta^\alpha \left(\Delta_{\partial[A]}^{(1)}(z) + \Delta_{\partial[\partial A]}^{(1)}(z) + \Delta_{\partial[F]}^{\alpha(1)}(z) \right) \frac{\partial S(k)}{\partial k^\alpha} \Big|_{k=P_h/z} \right] \\ + \left\{ (-i) \int \frac{dz_1}{z_1^2} \frac{dz_2}{z_2^2} \text{Tr} \left[\Omega_\beta^\alpha \Delta_F^\beta(z_2, z_1) P \left(\frac{1}{1/z_1 - 1/z_2} \right) S_{L\alpha} \left(\frac{P_h}{z_1}, \frac{P_h}{z_2} \right) \right] \right\}, \quad (3.17)$$

$$W_q^{(c)} = \int \frac{dz}{z^2} \text{Tr} \left[\Delta_{[AR]}^{(1)}(z) S(z) \right] - i \int \frac{dz}{z^2} \text{Tr} \left[\Omega_\beta^\alpha \left(\Delta_{\partial[AR]}^{(1)}(z) \right) \frac{\partial S(k)}{\partial k^\alpha} \Big|_{k=P_h/z} \right] \\ + \left\{ (-i) \int \frac{dz_1}{z_1^2} \frac{dz_2}{z_2^2} \text{Tr} \left[\Omega_\beta^\alpha \Delta_{FR}^\beta(z_2, z_1) P \left(\frac{1}{1/z_1 - 1/z_2} \right) S_{L\alpha} \left(\frac{P_h}{z_1}, \frac{P_h}{z_2} \right) \right] \right\}. \quad (3.18)$$

ここで、上式中の各 Δ は以下のように表される行列要素である。

$$\Delta_{ij}^{(0)}(z) = \frac{1}{N} \sum_X \int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{-i\frac{\lambda}{z}} \langle 0 | \psi_i(0) | h(P_h, S_\perp) X \rangle \langle h(P_h, S_\perp) X | \bar{\psi}_j(\lambda w) | 0 \rangle, \quad (3.19)$$

$$\Delta_{\partial ij}^{\alpha(0)}(z) = \frac{1}{N} \sum_X \int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{-i\frac{\lambda}{z}} \langle 0 | \psi_i(0) | h(P_h, S_\perp) X \rangle \langle h(P_h, S_\perp) X | \bar{\psi}_j(\lambda w) \overleftarrow{\partial}^\alpha | 0 \rangle, \quad (3.20)$$

$$\Delta_{[A]ij}^{(1)}(z) = \frac{1}{N} \sum_X \int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{-i\frac{\lambda}{z}} \langle 0 | \psi_i(0) | h(P_h, S_\perp) X \rangle \\ \times \langle h(P_h, S_\perp) X | \bar{\psi}_j(\lambda w) \left(ig \int_0^\lambda d\mu A^w(\mu w) \right) | 0 \rangle, \quad (3.21)$$

$$\Delta_{[AR]ij}^{(1)}(z) = \frac{1}{N} \sum_X \int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{-i\frac{\lambda}{z}} \langle 0 | \left(ig \int_0^\infty d\mu A^w(\mu w) \right) \psi_i(0) | h(P_h, S_\perp) X \rangle \\ \times \langle h(P_h, S_\perp) X | \bar{\psi}_j(\lambda w) | 0 \rangle, \quad (3.22)$$

$$\Delta_{\partial[F]ij}^{\alpha(1)}(z) = \frac{1}{N} \sum_X \int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{-i\frac{\lambda}{z}} \langle 0 | \psi_i(0) | h(P_h, S_\perp) X \rangle \\ \times \langle h(P_h, S_\perp) X | \bar{\psi}_j(\lambda w) \left(ig \int_0^\lambda d\mu F^{\alpha w}(\mu w) \right) | 0 \rangle, \quad (3.23)$$

$$\Delta_{\partial[A]ij}^{\alpha(1)}(z) = \frac{1}{N} \sum_X \int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{-i\frac{\lambda}{z}} \langle 0 | \psi_i(0) | h(P_h, S_\perp) X \rangle \\ \times \langle h(P_h, S_\perp) X | \bar{\psi}_j(\lambda w) g A^\alpha(\lambda w) | 0 \rangle, \quad (3.24)$$

$$\Delta_{\partial[A]ij}^{\alpha(1)}(z) = \frac{1}{N} \sum_X \int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{-i\frac{\lambda}{z}} \langle 0 | \psi_i(0) | h(P_h, S_\perp) X \rangle \\ \times \langle h(P_h, S_\perp) X | \bar{\psi}_j(\lambda w) \overleftarrow{\partial}^\alpha \left(ig \int_\infty^\lambda d\mu A^w(\mu w) \right) | 0 \rangle, \quad (3.25)$$

$$\Delta_{\partial[A]ij}^{\alpha(1)}(z) = \frac{1}{N} \sum_X \int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{-i\frac{\lambda}{z}} \langle 0 | \left(ig \int_0^\infty d\mu A^w(\mu w) \right) \psi_i(0) | h(P_h, S_\perp) X \rangle \\ \times \langle h(P_h, S_\perp) X | \bar{\psi}_j(\lambda w) \overleftarrow{\partial}^\alpha | 0 \rangle. \quad (3.26)$$

$W^{(b)}$ 及び $W^{(c)}$ の第一項が, *intrinsic* クォーク破砕関数 $\Delta(z)$ 中にあるゲージリンク演算子の結合定数に関する一次展開項: $O(g)$ 項を表す. 従って $W^{(a)}$ の第一項と合わせることで, $O(g)$ のオーダーまでカラーゲージ不変な $\Delta(z)$ が得られる. 同様に, $W^{(b)}$ 及び $W^{(c)}$ の第二項は *kinematical* クォーク破砕関数 $\Delta_\partial(z)$ 中にあるゲージリンクの $O(g)$ 項となる. よって今度は $W^{(a)}$ の第二項と合わせることで, $O(g)$ のオーダーまでカラーゲージ不変な $\Delta_\partial(z)$ を用いて断面積を記述することができる.

また Δ_F は *dynamical* クォーク破砕関数, Δ_{FR} は $\Delta_{FR} = \gamma^0(\Delta_F)^\dagger \gamma^0$ で関係付けられる行列要素である.

以上のことから, コリニアア展開及びワード恒等式を用いて式を整理した後の $W_q^{(a)}$, $W_q^{(b)}$, $W_q^{(c)}$ を足し合わせると, *intrinsic*, *kinematical*, *dynamical* の3種のクォーク破砕関数に対応するカラーゲージ不変な行列要素を含んだ形で W_q を表すことができる:

$$W_q = \int \frac{dz}{z^2} \text{Tr} [\Delta(z) S(P_h/z)] \\ - i \int \frac{dz}{z^2} \text{Tr} \left[\Omega_\beta^\alpha \Delta_\partial^\beta(z) \frac{\partial S(k)}{\partial k^\alpha} \Big|_{k=P_h/z} \right] \\ + 2\text{Re} \left\{ (-i) \int \frac{dz_1}{z_1^2} \frac{dz_2}{z_2^2} \text{Tr} \left[\Omega_\beta^\alpha \Delta_F^\beta(z_2, z_1) P \left(\frac{1}{1/z_1 - 1/z_2} \right) S_{L\alpha} \left(\frac{P_h}{z_1}, \frac{P_h}{z_2} \right) \right] \right\}. \quad (3.27)$$

従って得られたハドロニックテンソル W_q を断面積式 (3.2) へ代入することで, 以下のように断面積を定式化することができる.

$$P_h^0 \frac{d\sigma(P_h, S_\perp)}{d^3 P_h} = \frac{1}{16\pi^2 s} \int \frac{dx}{x} f_1(x) \int \frac{dx'}{x'} f_1(x') \left[\int \frac{dz}{z^2} \text{Tr} [\Delta(z) S(P_h/z)] - i \int \frac{dz}{z^2} \text{Tr} \left[\Omega_\beta^\alpha \Delta_\partial^\beta(z) \frac{\partial S(k)}{\partial k^\alpha} \Big|_{k=P_h/z} \right] \right. \\ \left. + 2\text{Re} \left\{ (-i) \int \frac{dz}{z^2} \frac{dz_1}{z_1^2} \text{Tr} \left[\Omega_\beta^\alpha \Delta_F^\beta(z, z_1) P \left(\frac{1}{1/z_1 - 1/z} \right) S_{L\alpha} \left(\frac{P_h}{z_1}, \frac{P_h}{z} \right) \right] \right\} \right]. \quad (3.28)$$

3.1.2 フレーム不変性を満たすツイスト3 断面積の導出

前節においてクォーク破砕関数の寄与する断面積の定式化が完了した. しかしこのままハード断面積の計算を実行すると, その結果は設定した系 (この計算では光円錐ベクトル w の取り方) に依存し, 物理量である断面積が運動学的フレームに依存してしまう.

これを解決する方策として, 破砕関数間に制限を設ける関係式を導入し, 断面積公式を整理することでフレーム不変な組み合わせでハード断面積を記述できることが知られている.

したがって最終的な断面積のフレーム不変性を確認するために、次の (1)(2) の light-cone ベクトル w の異なる定義に対応した2つの系でハード断面積の計算を行う。

$$(1) \quad w_1 = \frac{p}{p \cdot P_h}, \quad (2) \quad w_2 = \frac{p'}{p' \cdot P_h}.$$

両フレームでの断面積計算を露わに示したものが以下の式である。

$$\begin{aligned} P_h^0 \frac{d\sigma(P_h, S_\perp)}{d^3 P_h} &= \frac{\alpha_s^2 M_h}{s} \sum_{i=1}^2 A^{(i)}(w) \int \frac{dx}{x} f_1(x) \int \frac{dx'}{x'} f_1(x') \int \frac{dz}{z^3} \delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u}) \\ &\times \left[\frac{D_T(z)}{z} \hat{\sigma}_T^{(i)} - \frac{d}{d(1/z)} \frac{D_{1T}^{\perp(1)}(z)}{z} \hat{\sigma}_D^{(i)} - D_{1T}^{\perp(1)}(z) \hat{\sigma}_{ND}^{(i)} + \int_z^\infty \frac{dz_1}{z_1^2} \left(\frac{1}{1/z - 1/z_1} \right) \text{Im} \hat{D}_{FT}(z, z_1) \hat{\sigma}_{DF1}^{(i)} \right. \\ &+ \int_z^\infty \frac{dz_1}{z_1^2} \left(\frac{z_1}{1/z - 1/z_1} \right) \text{Im} \hat{D}_{FT}(z, z_1) \hat{\sigma}_{DSFP}^{(i)} - \frac{2}{z} \int_z^\infty \frac{dz_1}{z_1^2} \left(\frac{1}{(1/z_1 - 1/z)^2} \right) \text{Im} \hat{D}_{FT}(z, z_1) \hat{\sigma}_{DF2}^{(i)} \\ &+ \int_z^\infty \frac{dz_1}{z_1^2} \left(\frac{1}{1/z - 1/z_1} \right) \text{Im} \hat{G}_{FT}(z, z_1) \hat{\sigma}_{GF1}^{(i)} + \int_z^\infty \frac{dz_1}{z_1^2} \left(\frac{z_1}{1/z - 1/z_1} \right) \text{Im} \hat{G}_{FT}(z, z_1) \hat{\sigma}_{GSFP}^{(i)} \\ &\left. - \frac{2}{z} \int_z^\infty \frac{dz_1}{z_1^2} \left(\frac{1}{(1/z_1 - 1/z)^2} \right) \text{Im} \hat{G}_{FT}(z, z_1) \hat{\sigma}_{GF2}^{(i)} \right]. \end{aligned} \quad (3.29)$$

ここで $A^{(1)}(w) \equiv \frac{p' \cdot P_h}{p \cdot p'} \epsilon^{P_h p w S_\perp}$, $A^{(2)}(w) \equiv \frac{p \cdot P_h}{p \cdot p'} \epsilon^{P_h w p' S_\perp}$ であり, $\hat{\sigma}_Y^{(i)}$ ($i = 1, 2, Y = T, D, ND, \dots$) は破砕関数に付随するテンソル部分とのトレースをとり, 運動量の保存を表す δ 関数を外に出したパートニック断面積である。これらは畳込積分で組となるツイスト3 破砕関数および運動量割合 z, z_1 の関数形に対応した添え字 ($Y = T, D, ND, \dots$) により区別している。

上式において、各 w の定義のもとパートニック断面積を計算した結果、以下の事が確認できる。まず、 w_1 系での計算では、 $A^{(1)} = \frac{1}{p \cdot p'} \epsilon^{P_h p p' S_\perp}$, $A^{(2)} = 0$ で断面積公式 (3.29) の ($i=2$) 項が消える。一方、 w_2 系では $A^{(1)} = 0$, $A^{(2)} = \frac{1}{p \cdot p'} \epsilon^{P_h p p' S_\perp}$ で断面積公式 (3.29) の ($i=1$) 項が消えることがわかる。また各ダイアグラムを計算した結果、 $\hat{\sigma}_{DF1}^{(i)} = -\hat{\sigma}_{GF1}^{(i)}$, $\hat{\sigma}_{DSFP}^{(i)} = \hat{\sigma}_{GSFP}^{(i)}$, $\hat{\sigma}_{GF2}^{(i)} = 0$ ($i = 1, 2$) の関係が全てのチャンネルで成り立っていることが判明した。

さらにパートニック断面積間の関係を考慮したうえで断面積公式 (3.29) を EOM, LIR で書き換えると、以下のような組み合わせで断面積中の σ を整理することができる。

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_1^{(i)} &\equiv \hat{\sigma}_T^{(i)} + \hat{\sigma}_{DF1}^{(i)} + \hat{\sigma}_{DF2}^{(i)}, \\ \hat{\sigma}_2^{(i)} &\equiv \hat{\sigma}_D^{(i)} - \hat{\sigma}_{DF2}^{(i)}, \\ \hat{\sigma}_3^{(i)} &\equiv \hat{\sigma}_{ND}^{(i)} - \hat{\sigma}_{DF1}^{(i)}, \\ \hat{\sigma}_4^{(i)} &\equiv \hat{\sigma}_{DSFP}^{(i)}. \end{aligned} \quad (3.30)$$

そして上記組み合わせで各 σ を計算した結果、全てのチャンネルにおいて $\sigma_{1,2,3,4}^{(1)}(w_1) = \sigma_{1,2,3,4}^{(2)}(w_2)$ となることが分かった。上述の結果をまとめると、2つの系での断面積が完全に一致することが分かる。

したがって導出した断面積はフレームに依存せず、最終的な公式は以下のように表される.

$$P_h^0 \frac{d\sigma(P_h, S_\perp)}{d^3 P_h} = \frac{2\alpha_s^2 M_h}{s^2} \epsilon^{P_h p p' S_\perp} \int \frac{dx}{x} f_1(x) \int \frac{dx'}{x'} f_1(x') \int \frac{dz}{z^3} \delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u}) \left[\frac{D_T(z)}{z} \hat{\sigma}_1 - \left\{ \frac{d}{d(1/z)} \frac{D_{1T}^{\perp(1)}(z)}{z} \right\} \hat{\sigma}_2 - D_{1T}^{\perp(1)}(z) \hat{\sigma}_3 + \int_z^\infty \frac{dz_1}{z_1^2} \left(\frac{z_1}{1/z - 1/z_1} \right) \left(\text{Im} \hat{D}_{FT}(z, z_1) + \text{Im} \hat{G}_{FT}(z, z_1) \right) \hat{\sigma}_4 \right]. \quad (3.31)$$

この表式が, ツイスト3 クォーク-クォークおよびクォーク-グルーオン-クォーク破砕に関する完全な (フレーム不変かつゲージ不変) 断面積公式である.

以下, 本過程のハードパートへ寄与する全チャンネルのファイマンダイアグラムと, その計算結果 $\sigma_{1,2,3,4}$ を載せる.

黒丸はハードパート S_L に対応した破砕部分からのコヒーレントグルーオンがつく箇所である.

また $\hat{\sigma}_Y^{(i)}$ は, すべてマンデルスタム変数: $\hat{s} = (xp + x'p')^2$, $\hat{t} = (xp - P_h/z)^2$, $\hat{u} = (x'p' - P_h/z)^2$ の関数として記述できる.

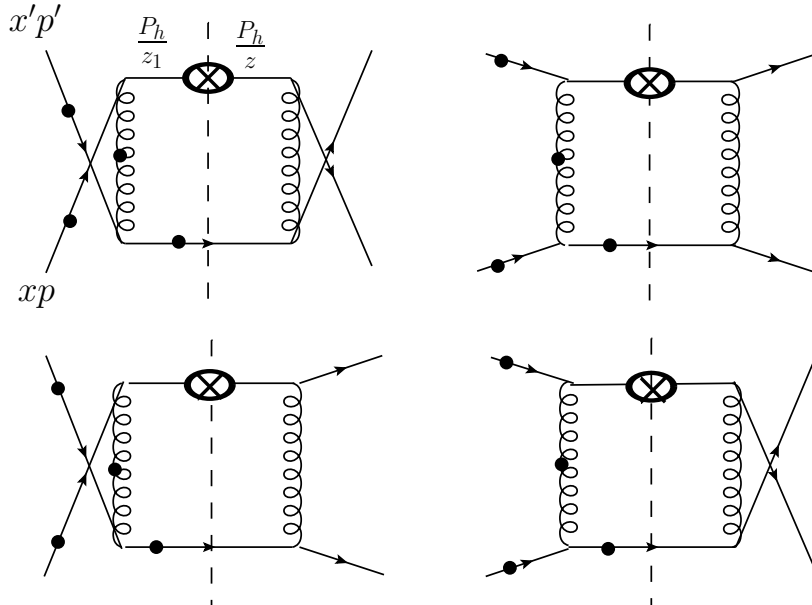


図 3.2: 式 (3.28) 中のハードパート $S(P_h/z)$, $S_{L\alpha}(P_h/z_1, P_h/z)$ に寄与する $qq \rightarrow qq$ (すべてのグラフ), $qq' \rightarrow qq'$ (左上のグラフ) 及び $qq' \rightarrow q'q$ (右上のグラフ) チャンネルのダイアグラム. 図中において“ \otimes ” 破砕部分を表し, 黒丸に付くグルーオン線が無視した場合が $S(k)$, 黒丸のどれか一か所にグルーオン線がついた場合が $S_{L\alpha}(P_h/z_1, P_h)$ に対応する.

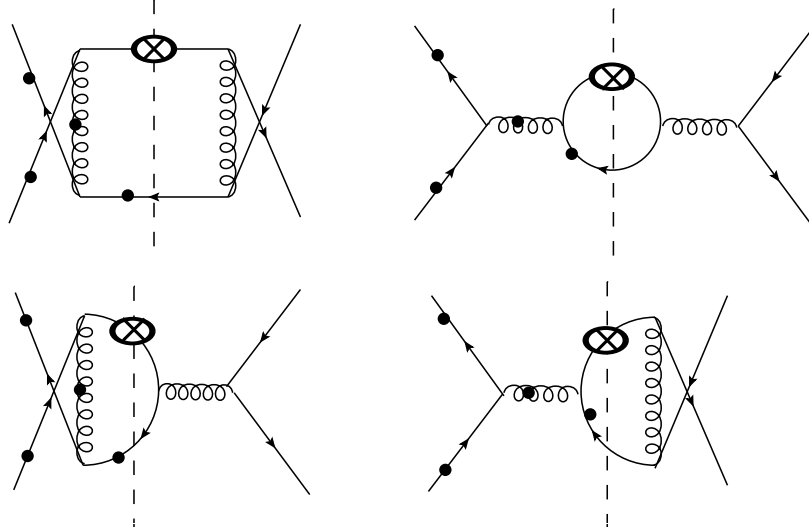


図 3.3: 式 (3.28) 中のハードパート $S(P_h/z)$, $S_{L\alpha}(P_h/z_1, P_h/z)$ に寄与する $q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}$ (すべてのグラフ), $q\bar{q}' \rightarrow q\bar{q}'$ (左上のグラフ) 及び $q\bar{q} \rightarrow q'\bar{q}'$ (右上のグラフ) チャンネルのダイアグラム.

・各チャンネル毎のパートニック断面積 $\hat{\sigma}_{1,2,3,4}$

(1) $q\bar{q}' \rightarrow q\bar{q}'$:

$$\hat{\sigma}_1 = \frac{\hat{s}(\hat{t}^2 - 2\hat{u}^2)}{\hat{t}^3\hat{u}} - \frac{1}{N^2} \frac{2(\hat{s}^3 + 2\hat{s}^2\hat{u} + \hat{u}^3)}{\hat{t}^3\hat{u}}, \quad (3.32)$$

$$\hat{\sigma}_2 = \frac{\hat{s}^2 + \hat{u}^2}{\hat{t}^2\hat{u}} - \frac{1}{N^2} \frac{(2\hat{t} - \hat{u})(\hat{s}^2 + \hat{u}^2)}{\hat{t}^3\hat{u}}, \quad (3.33)$$

$$\hat{\sigma}_3 = \left(1 - \frac{1}{N^2}\right) \frac{\hat{s}^2 + \hat{u}^2}{\hat{t}^3}, \quad (3.34)$$

$$\hat{\sigma}_4 = -\frac{\hat{s}(\hat{s}^2 + \hat{u}^2)}{\hat{t}^3\hat{u}} - \frac{1}{N^2} \frac{2(\hat{s}^2 + \hat{u}^2)}{\hat{t}^2\hat{u}}. \quad (3.35)$$

(2) $q'q \rightarrow qq'$:

$$\hat{\sigma}_1 = \frac{\hat{s}(2\hat{t}^2 - \hat{u}^2)}{\hat{t}\hat{u}^3} + \frac{1}{N^2} \frac{2(\hat{s}^3 + 2\hat{s}^2\hat{t} + \hat{t}^3)}{\hat{t}\hat{u}^3}, \quad (3.36)$$

$$\hat{\sigma}_2 = -\frac{\hat{s}^2 + \hat{t}^2}{\hat{t}\hat{u}^2} - \frac{1}{N^2} \frac{(\hat{t} - 2\hat{u})(\hat{s}^2 + \hat{t}^2)}{\hat{t}\hat{u}^3}, \quad (3.37)$$

$$\hat{\sigma}_3 = -\left(1 - \frac{1}{N^2}\right) \frac{\hat{s}^2 + \hat{t}^2}{\hat{u}^3}, \quad (3.38)$$

$$\hat{\sigma}_4 = \frac{\hat{s}(\hat{s}^2 + \hat{t}^2)}{\hat{t}\hat{u}^3} - \frac{1}{N^2} \frac{2(\hat{s}^2 + \hat{t}^2)}{\hat{t}\hat{u}^2}. \quad (3.39)$$

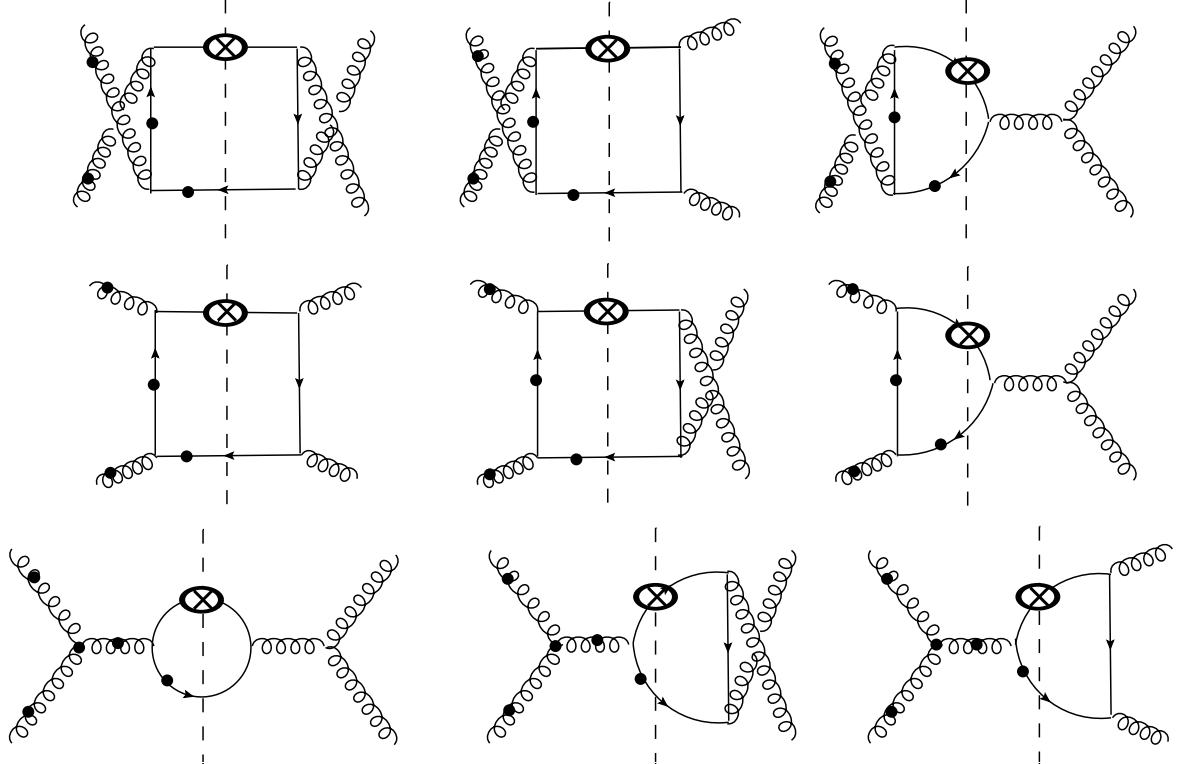


図 3.4: 式 (3.28) 中のハードパート $S(P_h/z)$, $S_{L\alpha}(P_h/z_1, P_h/z)$ に寄与する $gg \rightarrow q\bar{q}$ チャンネルのダイアグラム.

(3) $qq \rightarrow qq$:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_1 = & \frac{\hat{s}(\hat{t}^2 - 2\hat{u}^2)}{\hat{t}^3\hat{u}} - \frac{2(\hat{s}^3 + 2\hat{s}^2\hat{u} + \hat{u}^3)}{N^2\hat{t}^3\hat{u}} + \frac{\hat{s}(2\hat{t}^2 - \hat{u}^2)}{\hat{t}\hat{u}^3} \\ & + \frac{2(\hat{s}^3 + 2\hat{s}^2\hat{t} + \hat{t}^3)}{N^2\hat{t}\hat{u}^3} + \frac{\hat{s}^2(\hat{t} - \hat{u})}{N\hat{t}^2\hat{u}^2} - \frac{2\hat{s}^2(\hat{t} - \hat{u})}{N^3\hat{t}^2\hat{u}^2}, \end{aligned} \quad (3.40)$$

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_2 = & \frac{\hat{s}^2 + \hat{u}^2}{\hat{t}^2\hat{u}} - \frac{1}{N^2} \frac{(2\hat{t} - \hat{u})(\hat{s}^2 + \hat{u}^2)}{\hat{t}^3\hat{u}} - \frac{\hat{s}^2 + \hat{u}^2}{\hat{t}\hat{u}^2} \\ & - \frac{1}{N^2} \frac{(\hat{t} - 2\hat{u})(\hat{s}^2 + \hat{t}^2)}{\hat{t}\hat{u}^3} + \frac{1}{N^2} \frac{2\hat{s}^2(\hat{t} - \hat{u})}{\hat{t}^2\hat{u}^2}, \end{aligned} \quad (3.41)$$

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_3 = & \left(1 - \frac{1}{N^2}\right) \frac{\hat{s}^2 + \hat{u}^2}{\hat{t}^3} - \left(1 - \frac{1}{N^2}\right) \frac{\hat{s}^2 + \hat{t}^2}{\hat{u}^3} \\ & + \left(\frac{1}{N} - \frac{1}{N^3}\right) \frac{\hat{s}^2(\hat{t} - \hat{u})}{\hat{t}^2\hat{u}^2}, \end{aligned} \quad (3.42)$$

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_4 = & -\frac{\hat{s}(\hat{s}^2 + \hat{u}^2)}{\hat{t}^3\hat{u}} - \frac{1}{N^2} \frac{2(\hat{s}^2 + \hat{u}^2)}{\hat{t}^2\hat{u}} + \frac{\hat{s}(\hat{s}^2 + \hat{t}^2)}{\hat{t}\hat{u}^3} \\ & - \frac{1}{N^2} \frac{2(\hat{s}^2 + \hat{t}^2)}{\hat{t}\hat{u}^2} + \left(\frac{1}{N} + \frac{1}{N^3}\right) \frac{\hat{s}^2(\hat{t} - \hat{u})}{\hat{t}^2\hat{u}^2}. \end{aligned} \quad (3.43)$$

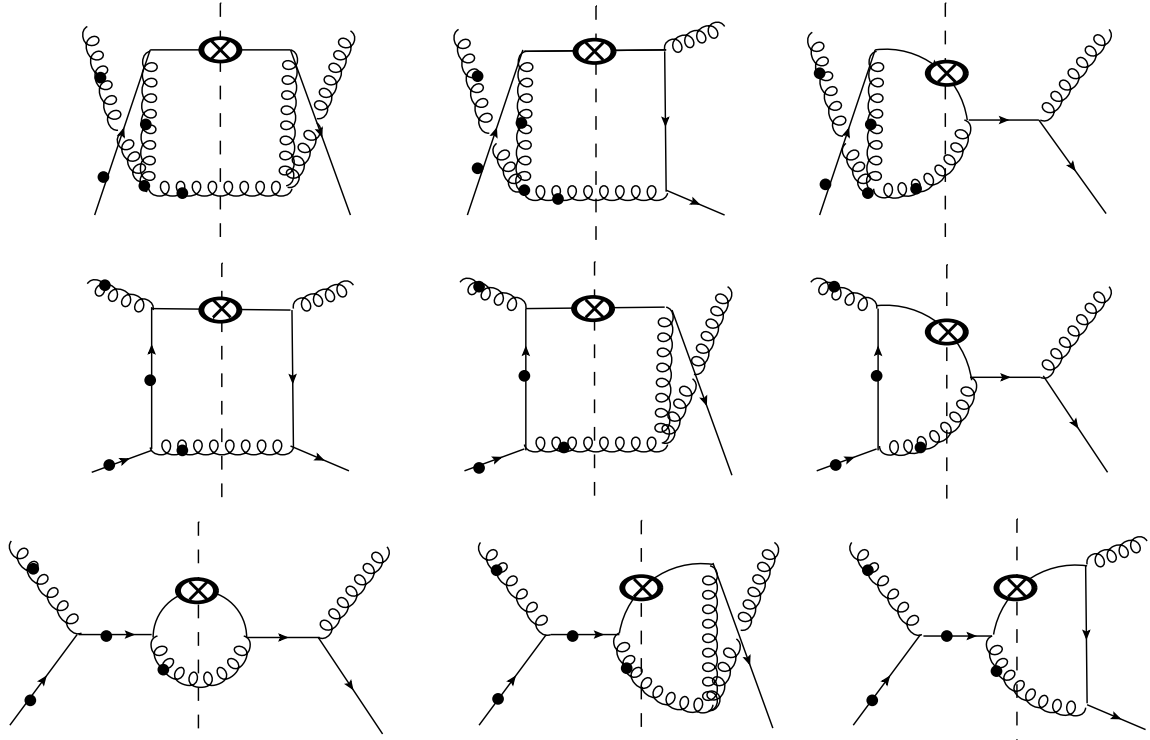


図 3.5: 式 (3.28) 中のハードパート $S(P_h/z)$, $S_{L\alpha}(P_h/z_1, P_h/z)$ に寄与する $qg \rightarrow qq$ チャンネルのダイアグラム.

(4) $q\bar{q} \rightarrow q'\bar{q}'$:

$$\hat{\sigma}_1 = -\frac{\hat{t}^2 - 2\hat{t}\hat{u} - \hat{u}^2}{\hat{s}^2\hat{t}} + \frac{1}{N^2} \frac{2(\hat{t}^2 + \hat{u}^2)}{\hat{s}\hat{t}\hat{u}}, \quad (3.44)$$

$$\hat{\sigma}_2 = -\frac{\hat{t}^2 + \hat{u}^2}{\hat{s}^2\hat{t}} - \frac{1}{N^2} \frac{2(\hat{t}^2 + \hat{u}^2)}{\hat{s}\hat{t}\hat{u}}, \quad (3.45)$$

$$\hat{\sigma}_3 = \frac{1}{N^2} \frac{2(\hat{t} - \hat{u})}{\hat{s}^2}, \quad (3.46)$$

$$\hat{\sigma}_4 = -\frac{\hat{t}^2 + \hat{u}^2}{\hat{s}^2\hat{t}} - \frac{1}{N^2} \frac{2(\hat{t}^2 + \hat{u}^2)}{\hat{s}\hat{t}\hat{u}}. \quad (3.47)$$

(5) $\bar{q}q \rightarrow q'\bar{q}'$:

$$\hat{\sigma}_1 = -\frac{\hat{t}^2 + 2\hat{t}\hat{u} + \hat{u}^2}{\hat{s}^2\hat{u}} - \frac{1}{N^2} \frac{2(\hat{t}^2 + \hat{u}^2)}{\hat{s}\hat{t}\hat{u}}, \quad (3.48)$$

$$\hat{\sigma}_2 = \frac{\hat{t}^2 + \hat{u}^2}{\hat{s}^2\hat{u}} + \frac{1}{N^2} \frac{2(\hat{t}^2 + \hat{u}^2)}{\hat{s}\hat{t}\hat{u}}, \quad (3.49)$$

$$\hat{\sigma}_3 = \frac{1}{N^2} \frac{2(\hat{t} - \hat{u})}{\hat{s}^2}, \quad (3.50)$$

$$\hat{\sigma}_4 = \frac{\hat{t}^2 + \hat{u}^2}{\hat{s}^2\hat{u}} + \frac{1}{N^2} \frac{2(\hat{t}^2 + \hat{u}^2)}{\hat{s}\hat{t}\hat{u}}, \quad (3.51)$$

(6) $q\bar{q}' \rightarrow q\bar{q}'$:

$$\hat{\sigma}_1 = \frac{\hat{s}^2 - 2\hat{s}\hat{u} - \hat{u}^2}{\hat{s}^3} + \frac{1}{N^2} \frac{2(\hat{s}^3 + 2\hat{s}\hat{u}^3 + \hat{u}^3)}{\hat{t}^3\hat{u}}, \quad (3.52)$$

$$\hat{\sigma}_2 = -\frac{1}{N^2} \frac{(2\hat{s} + \hat{u})(\hat{s}^2 + \hat{u}^2)}{\hat{t}^3\hat{u}}, \quad (3.53)$$

$$\hat{\sigma}_3 = \frac{\hat{s}^2 + \hat{u}^2}{\hat{t}^3} - \frac{1}{N^2} \frac{\hat{s}^2 + \hat{u}^2}{\hat{t}^3}, \quad (3.54)$$

$$\hat{\sigma}_4 = \frac{\hat{s}^2 + \hat{u}^2}{\hat{t}^3} + \frac{1}{N^2} \frac{2(\hat{s}^2 + \hat{u}^2)}{\hat{t}^2\hat{u}}. \quad (3.55)$$

(7) $\bar{q}'q \rightarrow q\bar{q}'$:

$$\hat{\sigma}_1 = -\frac{\hat{s}^2 - 2\hat{s}\hat{t} - \hat{t}^2}{\hat{u}^3} - \frac{1}{N^2} \frac{2(\hat{s}^3 + 2\hat{s}\hat{t}^3 + \hat{t}^3)}{\hat{t}\hat{u}^3}, \quad (3.56)$$

$$\hat{\sigma}_2 = \frac{1}{N^2} \frac{(2\hat{s} + \hat{t})(\hat{s}^2 + \hat{t}^2)}{\hat{t}\hat{u}^3}, \quad (3.57)$$

$$\hat{\sigma}_3 = -\frac{\hat{s}^2 + \hat{t}^2}{\hat{u}^3} + \frac{1}{N^2} \frac{\hat{s}^2 + \hat{t}^2}{\hat{u}^3}, \quad (3.58)$$

$$\hat{\sigma}_4 = -\frac{\hat{s}^2 + \hat{t}^2}{\hat{u}^3} - \frac{1}{N^2} \frac{2(\hat{s}^2 + \hat{t}^2)}{\hat{t}\hat{u}^2}. \quad (3.59)$$

(8) $q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}$:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_1 = & -\frac{\hat{t}^2 - 2\hat{t}\hat{u} - \hat{u}^2}{\hat{s}^2\hat{u}} + \frac{2(\hat{t}^2 + \hat{u}^2)}{N^2\hat{s}\hat{t}\hat{u}} + \frac{\hat{s}^2 - 2\hat{s}\hat{u} - \hat{u}^2}{\hat{s}^3} \\ & + \frac{2(\hat{s}^3 + 2\hat{s}\hat{u}^2 + \hat{u}^3)}{N^2\hat{t}^3\hat{u}} + \frac{\hat{u}(\hat{s} - \hat{t})}{N\hat{s}\hat{t}^2} - \frac{3\hat{u}(\hat{s} - \hat{t})}{N^3\hat{s}\hat{t}^2}, \end{aligned} \quad (3.60)$$

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_2 = & -\frac{\hat{t}^2 + \hat{u}^2}{\hat{s}^2\hat{t}} - \frac{2(\hat{t}^2 + \hat{u}^2)}{N^2\hat{s}\hat{t}\hat{u}} - \frac{(2\hat{s} + \hat{u})(\hat{s}^2 + \hat{u}^2)}{N^2\hat{t}^3\hat{u}} \\ & - \frac{1}{N} \frac{2\hat{u}}{\hat{s}\hat{t}} + \frac{1}{N^3} \frac{2\hat{u}}{\hat{t}^2}, \end{aligned} \quad (3.61)$$

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_3 = & \frac{1}{N^2} \frac{2(\hat{t} - \hat{u})}{\hat{s}^2} + \left(1 - \frac{1}{N^2}\right) \frac{\hat{s}^2 + \hat{u}^2}{\hat{t}^3} \\ & - \frac{1}{N} \frac{\hat{u}^2}{\hat{s}\hat{t}^2} + \frac{1}{N^3} \frac{\hat{u}^2}{\hat{s}\hat{t}^2}, \end{aligned} \quad (3.62)$$

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_4 = & -\frac{\hat{t}^2 + \hat{u}^2}{\hat{s}^2\hat{t}} - \frac{1}{N^2} \frac{2(\hat{t}^2 + \hat{u}^2)}{\hat{s}\hat{t}\hat{u}} + \frac{\hat{s}^2 + \hat{u}^2}{\hat{t}^3} \\ & + \frac{1}{N^2} \frac{2(\hat{s}^2 + \hat{u}^2)}{\hat{t}^2\hat{u}} + \left(\frac{1}{N} + \frac{1}{N^3}\right) \frac{\hat{u}(\hat{s} - \hat{t})}{\hat{s}\hat{t}^2}. \end{aligned} \quad (3.63)$$

(9) $\bar{q}q \rightarrow q\bar{q}$:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_1 = & -\frac{\hat{t}^2 + 2\hat{t}\hat{u} - \hat{u}^2}{\hat{s}^2\hat{u}} - \frac{2(\hat{t}^2 + \hat{u}^2)}{N^2\hat{s}\hat{t}\hat{u}} - \frac{\hat{s}^2 - 2\hat{s}\hat{t} - \hat{t}^2}{\hat{u}^3} \\ & - \frac{2(\hat{s}^3 + 2\hat{s}\hat{t}^2 + \hat{t}^3)}{N^2\hat{t}\hat{u}^3} - \frac{\hat{t}(\hat{s} - \hat{u})}{N\hat{s}\hat{u}^2} + \frac{3\hat{t}(\hat{s} - \hat{u})}{N^3\hat{s}\hat{u}^2}, \end{aligned} \quad (3.64)$$

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_2 = & \frac{\hat{t}^2 + \hat{u}^2}{\hat{s}^2\hat{u}} + \frac{1}{N^2} \frac{2(\hat{t}^2 + \hat{u}^2)}{\hat{s}\hat{t}\hat{u}} + \frac{(2\hat{s} + \hat{t})(\hat{s}^2 + \hat{t}^2)}{N^2\hat{t}\hat{u}^3} \\ & + \frac{1}{N} \frac{2\hat{t}}{\hat{s}\hat{u}} - \frac{1}{N^3} \frac{2\hat{t}}{\hat{u}^2}, \end{aligned} \quad (3.65)$$

$$\hat{\sigma}_3 = \frac{2(\hat{t} - \hat{u})}{N^2\hat{s}^2} - \frac{N^2 - 1}{N^2} \frac{\hat{s}^2 + \hat{t}^2}{\hat{u}^3} + \frac{1}{N} \frac{\hat{t}^2}{\hat{s}\hat{u}^2} - \frac{1}{N^3} \frac{\hat{t}^2}{\hat{s}\hat{u}^2}, \quad (3.66)$$

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_4 = & \frac{\hat{t}^2 + \hat{u}^2}{\hat{s}^2\hat{u}} + \frac{1}{N^2} \frac{2(\hat{t}^2 + \hat{u}^2)}{\hat{s}\hat{t}\hat{u}} - \frac{\hat{s}^2 + \hat{t}^2}{\hat{u}^3} \\ & - \frac{1}{N^2} \frac{2(\hat{s}^2 + \hat{t}^2)}{\hat{t}\hat{u}^2} - \left(\frac{1}{N} + \frac{1}{N^3}\right) \frac{\hat{t}(\hat{s} - \hat{u})}{\hat{s}\hat{u}^2}. \end{aligned} \quad (3.67)$$

(10) $qg \rightarrow qg$:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_1 = & -\frac{2\hat{s}^5 + 3\hat{s}^4\hat{u} - \hat{s}^3\hat{u}^2 + \hat{s}^2\hat{u}^3 - 3\hat{s}\hat{u}^4 - 2\hat{u}^5}{\hat{s}\hat{t}^3\hat{u}^2} \\ & + \frac{\hat{s}^3 + 2\hat{s}^2\hat{u} - 2\hat{s}\hat{u}^2 - \hat{u}^3}{N^2\hat{s}\hat{t}\hat{u}^2} \\ & + \frac{\hat{s}^3 - \hat{s}^2\hat{u} + \hat{s}\hat{u}^2 - \hat{u}^3}{(N^2 - 1)\hat{t}^3\hat{u}}, \end{aligned} \quad (3.68)$$

$$\hat{\sigma}_2 = -\frac{\hat{s}(\hat{s}^2 + \hat{u}^2)}{\hat{t}^2\hat{u}^2} - \frac{\hat{s}^2 + \hat{u}^2}{N^2\hat{s}\hat{t}\hat{u}} - \frac{\hat{s}^3 - \hat{s}^2\hat{u} + \hat{s}\hat{u}^2 - \hat{u}^3}{(N^2 - 1)\hat{t}^3\hat{u}}, \quad (3.69)$$

$$\hat{\sigma}_3 = -\frac{(\hat{s}^2 + \hat{u}^2)^2}{\hat{s}\hat{t}^3\hat{u}} - \frac{1}{N^2} \frac{1}{\hat{s}}, \quad (3.70)$$

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_4 = & \frac{\hat{s}^5 + \hat{s}^3\hat{u}^2 - \hat{s}^2\hat{u}^3 - \hat{u}^5}{\hat{s}\hat{t}^3\hat{u}^2} - \frac{1}{N^2} \frac{\hat{s} - \hat{u}}{\hat{t}\hat{u}} \\ & - \frac{1}{N^2 - 1} \frac{\hat{s}^3 - \hat{s}^2\hat{u} + \hat{s}\hat{u}^2 - \hat{u}^3}{\hat{t}^3\hat{u}}. \end{aligned} \quad (3.71)$$

(11) $gq \rightarrow qg$:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_1 = & \frac{2\hat{s}^5 + 3\hat{s}^4\hat{t} - \hat{s}^3\hat{t}^2 + \hat{s}^2\hat{t}^3 - 3\hat{s}\hat{t}^4 - 2\hat{t}^5}{\hat{s}\hat{t}^2\hat{u}^3} \\ & - \frac{\hat{s}^3 + 2\hat{s}^2\hat{t} - 2\hat{s}\hat{t}^2 - \hat{t}^3}{N^2\hat{s}\hat{t}^2\hat{u}} - \frac{\hat{s}^3 - \hat{s}^2\hat{t} + \hat{s}\hat{t}^2 - \hat{t}^3}{(N^2 - 1)\hat{t}\hat{u}^3}, \end{aligned} \quad (3.72)$$

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_2 = & \frac{\hat{s}(\hat{s}^2 + \hat{t}^2)}{\hat{t}^2\hat{u}^2} + \frac{1}{N^2} \frac{\hat{s}^2 + \hat{t}^2}{\hat{s}\hat{t}\hat{u}} \\ & + \frac{1}{N^2 - 1} \frac{\hat{s}^3 - \hat{s}^2\hat{t} + \hat{s}\hat{t}^2 - \hat{t}^3}{\hat{t}\hat{u}^3}, \end{aligned} \quad (3.73)$$

$$\hat{\sigma}_3 = \frac{(\hat{s}^2 + \hat{t}^2)^2}{\hat{s}\hat{t}\hat{u}^3} + \frac{1}{N^2} \frac{1}{\hat{s}}, \quad (3.74)$$

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_4 = & -\frac{\hat{s}^5 + \hat{s}^3\hat{t}^2 - \hat{s}^2\hat{t}^3 - \hat{t}^5}{\hat{s}\hat{t}^2\hat{u}^3} + \frac{1}{N^2} \frac{\hat{s} - \hat{t}}{\hat{t}\hat{u}} \\ & + \frac{1}{N^2 - 1} \frac{\hat{s}^3 - \hat{s}^2\hat{t} + \hat{s}\hat{t}^2 - \hat{t}^3}{\hat{t}\hat{u}^3}. \end{aligned} \quad (3.75)$$

(12) $gg \rightarrow q\bar{q}$:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_1 = & -\frac{N}{N^2 - 1} \frac{(\hat{t} - \hat{u})(2\hat{t}^4 + 5\hat{t}^3\hat{u} + 4\hat{t}^2\hat{u}^2 + 5\hat{t}\hat{u}^3 + 2\hat{u}^4)}{\hat{s}^2\hat{t}^2\hat{u}^2} \\ & + \frac{1}{N(N^2 - 1)} \frac{\hat{t}^3 + 2\hat{t}^2\hat{u} - \hat{t}\hat{u}^2 - \hat{u}^3}{\hat{t}^2\hat{u}^2} \\ & + \frac{N}{(N^2 - 1)^2} \frac{\hat{t}^3 - \hat{t}^2\hat{u} + 2\hat{t}\hat{u}^2 - \hat{u}^3}{\hat{s}^2\hat{t}\hat{u}}, \end{aligned} \quad (3.76)$$

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_2 = & \frac{N}{N^2 - 1} \frac{(\hat{t}^2 + \hat{u}^2)(\hat{t}^3 - \hat{u}^3)}{\hat{s}^2\hat{t}^2\hat{u}^2} \\ & - \frac{N}{(N^2 - 1)^2} \frac{\hat{t}^3 - \hat{t}^2\hat{u} + \hat{t}\hat{u}^2 - \hat{u}^3}{\hat{s}^2\hat{t}\hat{u}}, \end{aligned} \quad (3.77)$$

$$\hat{\sigma}_3 = -\frac{1}{N(N^2 - 1)} \frac{\hat{t} - \hat{u}}{\hat{t}\hat{u}}, \quad (3.78)$$

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_4 = & \frac{N}{N^2 - 1} \frac{\hat{t}^5 + \hat{t}^3\hat{u}^2 - \hat{t}^2\hat{u}^3 - \hat{u}^5}{\hat{s}\hat{t}^2\hat{u}^2} - \frac{1}{N^2} \frac{\hat{t} - \hat{u}}{\hat{t}\hat{u}} \\ & - \frac{1}{N^2 - 1} \frac{\hat{t}^3 - \hat{t}^2\hat{u} + \hat{t}\hat{u}^2 - \hat{u}^3}{\hat{s}^2\hat{t}\hat{u}}. \end{aligned} \quad (3.79)$$

3.2 ツイスト3 グルーオン破砕関数の寄与

本節ではツイスト3 グルーオン破砕関数の寄与する断面積の定式化を説明する．ここでは，ツイスト3 クォーク破砕関数及びツイスト3 グルーオン分布関数に関する定式化手法 [32, 54] を拡張することで，偏極ハイペロン生成過程へのグルーオン破砕関数に関する non-pole の寄与の定式化を行う．

グルーオン破砕関数からの寄与の場合，対応するハドロニックテンソル W_g は以下のように書ける．

$$\begin{aligned} W_g(xp, xp', P_h; S_\perp) &\equiv W_g^{(a)} + W_g^{(b)} + W_g^{(c)} \\ &= \int \frac{dk^4}{(2\pi)^4} \left[\hat{\Gamma}_{ab}^{(0),\mu\nu}(k) S_{\mu\nu}^{(0),ab}(k) \right] + \frac{1}{2} \int \frac{dk^4}{(2\pi)^4} \int \frac{dk'^4}{(2\pi)^4} \left[\hat{\Gamma}_{L,abc}^{(1),\mu\nu\lambda}(k, k') S_{L,\mu\nu\lambda}^{(1),abc}(k, k') \right. \\ &\quad \left. + \hat{\Gamma}_{R,abc}^{(1),\mu\nu\lambda}(k, k') S_{R,\mu\nu\lambda}^{(1),abc}(k, k') \right]. \end{aligned} \quad (3.80)$$

上式において $W_g^{(b)}$, $W_g^{(c)}$ 項に付く “1/2” は同行列要素内での2つのグルーオン強度テンソルの交換対称性によるものである．

ここでクォーク破砕の場合同様， k , k' は終状態のハドロンへと破砕するパートンの4元運動量， $S_{\mu\nu}^{(0),ab}(k)$, $S_{L,\mu\nu\lambda}^{(1),abc}(k, k')$, $S_{R,\mu\nu\lambda}^{(1),abc}(k, k')$ は摂動 QCD で計算可能なパートン間散乱断面積である．また $\hat{\Gamma}_{ab}^{(0),\mu\nu}(k)$, $\hat{\Gamma}_{L,abc}^{(1),\mu\nu\lambda}(k, k')$, $\hat{\Gamma}_{R,abc}^{(1),\mu\nu\lambda}(k, k')$ は図 3.6(a)(b)(c) にそれぞれ対応したパートン破砕に関する非摂動的な行列要素であり，2対グルーオンからの破砕による終状態ハイペロン生成関する寄与 (a) 項と，3対グルーオンからの破砕に関する (b) 項，及び (b) 項のミラーダイアグラムに対応する (c) 項に分けられ，以下のように定義される．

$$\hat{\Gamma}_{ab}^{(0),\mu\nu}(k) = \sum_X \int d\xi^4 e^{-ik\xi} \langle 0 | A_b^\nu(0) | hX \rangle \langle hX | A_a^\mu(\xi) | 0 \rangle, \quad (3.81)$$

$$\hat{\Gamma}_{L,abc}^{(1),\mu\nu\lambda}(k, k') = \sum_X \int d\xi^4 \int d\eta^4 e^{-ik\xi} e^{-i(k'-k)\eta} \langle 0 | A_b^\nu(0) | hX \rangle \langle hX | A_a^\mu(\xi) g A_c^\lambda(\eta) | 0 \rangle, \quad (3.82)$$

$$\hat{\Gamma}_{R,abc}^{(1),\mu\nu\lambda}(k, k') = \sum_X \int d\xi^4 \int d\eta^4 e^{-ik\xi} e^{-i(k'-k)\eta} \langle 0 | A_b^\nu(0) g A_c^\lambda(\eta) | hX \rangle \langle hX | A_a^\mu(\xi) | 0 \rangle. \quad (3.83)$$

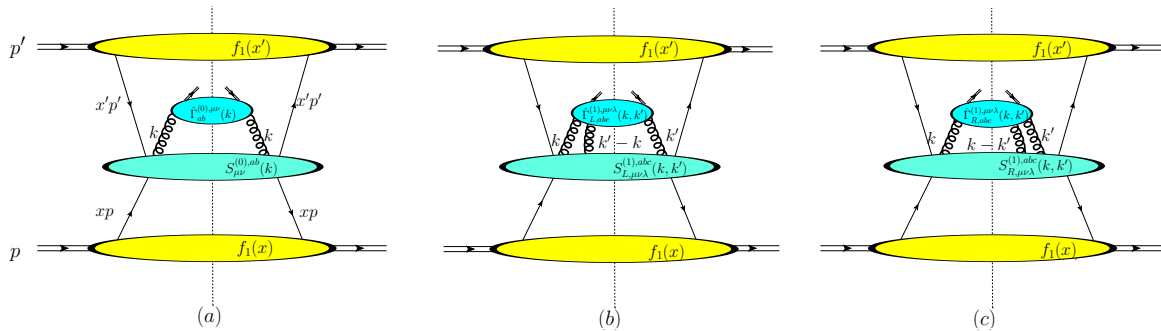


図 3.6: ツイスト3 グルーオン破砕関数の寄与を与えるダイアグラム

上記 W に関し、以降ではコリニアール展開を適用することで非摂動部分からツイスト3 破砕関数に対応した行列要素を抜き出す。 k, k' を引数に持つハードパート S, S^L, S^R 及びゲージ場 A のコリニアール展開をそれぞれで実行すると以下ようになる。

$$S_{\mu\nu}^{(0),ab}(k) = S_{\mu\nu}^{(0),ab}(z) + \left. \frac{\partial S_{\mu\nu}^{(0),ab}(k)}{\partial k^\alpha} \right|_{c.l.} \Omega_\sigma^\alpha k^\sigma + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 S_{\mu\nu}^{(0),ab}(k)}{\partial k^\alpha \partial k^\beta} \right|_{c.l.} \Omega_\sigma^\alpha k^\sigma \Omega_\rho^\beta k^\rho + \frac{1}{6} \left. \frac{\partial^3 S_{\mu\nu}^{(0),ab}(k)}{\partial k^\alpha \partial k^\beta \partial k^\gamma} \right|_{c.l.} \Omega_\sigma^\alpha k^\sigma \Omega_\rho^\beta k^\rho \Omega_\tau^\gamma k^\tau + \dots, \quad (3.84)$$

$$\begin{aligned} S_{L,\mu\nu\lambda}^{(1),abc}(k, k') &= S_{\mu\nu\lambda}^{(1),abc}(z) + \left. \frac{\partial S_{L,\mu\nu\lambda}^{(1),abc}(k, k')}{\partial k^\alpha} \right|_{c.l.} \Omega_\sigma^\alpha k^\sigma + \left. \frac{\partial S_{L,\mu\nu\lambda}^{(1),abc}(k, k')}{\partial k'^\alpha} \right|_{c.l.} \Omega_\sigma^\alpha k'^\sigma \\ &+ \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 S_{L,\mu\nu\lambda}^{(1),abc}(k, k')}{\partial k^\alpha \partial k^\beta} \right|_{c.l.} \Omega_\sigma^\alpha k^\sigma \Omega_\rho^\beta k^\rho + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 S_{L,\mu\nu\lambda}^{(1),abc}(k, k')}{\partial k'^\alpha \partial k'^\beta} \right|_{c.l.} \Omega_\sigma^\alpha k'^\sigma \Omega_\rho^\beta k'^\rho \\ &+ \left. \frac{\partial^2 S_{L,\mu\nu\lambda}^{(1),abc}(k, k')}{\partial k^\alpha \partial k'^\beta} \right|_{c.l.} \Omega_\sigma^\alpha k^\sigma \Omega_\rho^\beta k'^\rho \\ &+ \frac{1}{6} \left. \frac{\partial^3 S_{\mu\nu}^{(0),ab}(k)}{\partial k^\alpha \partial k^\beta \partial k^\gamma} \right|_{c.l.} \Omega_\sigma^\alpha k^\sigma \Omega_\rho^\beta k^\rho \Omega_\tau^\gamma k^\tau + \frac{1}{6} \left. \frac{\partial^3 S_{\mu\nu}^{(0),ab}(k)}{\partial k'^\alpha \partial k'^\beta \partial k'^\gamma} \right|_{c.l.} \Omega_\sigma^\alpha k'^\sigma \Omega_\rho^\beta k'^\rho \Omega_\tau^\gamma k'^\tau \\ &+ \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^3 S_{\mu\nu}^{(0),ab}(k)}{\partial k^\alpha \partial k^\beta \partial k'^\gamma} \right|_{c.l.} \Omega_\sigma^\alpha k^\sigma \Omega_\rho^\beta k^\rho \Omega_\tau^\gamma k'^\tau + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^3 S_{\mu\nu}^{(0),ab}(k)}{\partial k^\alpha \partial k'^\beta \partial k'^\gamma} \right|_{c.l.} \Omega_\sigma^\alpha k^\sigma \Omega_\rho^\beta k'^\rho \Omega_\tau^\gamma k'^\tau. \end{aligned} \quad (3.85)$$

(同様の展開を S_R に関しても実行する。)

$$A^\mu = (A \cdot w) P_h^\mu + \Omega_\nu^\mu A^\nu = (P_h^\mu w_\nu + \Omega_\nu^\mu) A^\nu. \quad (3.86)$$

上式でツイスト4以上の高次項は、断面積へ leading な寄与を与えないため省略している。

ここで、上記ゲージ場 A^μ に関するコリニアール展開式を各グルーオン破砕行列要素 $\hat{\Gamma}, \hat{\Gamma}_L^{(1)}, \hat{\Gamma}_R^{(1)}$ へ代入すると、それぞれ以下のように表せる。

$$\hat{\Gamma}_{ab}^{(0),\mu\nu} = P_h^\mu P_h^\nu \hat{\Gamma}_{ab}^{(0),ww} + P_h^\mu \Omega_\rho^\nu \hat{\Gamma}_{ab}^{(0),w\rho} + P_h^\nu \Omega_\sigma^\mu \hat{\Gamma}_{ab}^{(0),\sigma w} + \Omega_\sigma^\mu \Omega_\rho^\nu \hat{\Gamma}_{ab}^{(0),\sigma\rho} \quad (3.87)$$

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma}_{L,abc}^{(1),\mu\nu\lambda} &= P_h^\mu P_h^\nu P_h^\lambda \hat{\Gamma}_{L,abc}^{(1),www} + P_h^\mu P_h^\nu \Omega_\tau^\lambda \hat{\Gamma}_{L,abc}^{(1),w\tau} + P_h^\mu P_h^\lambda \Omega_\rho^\nu \hat{\Gamma}_{L,abc}^{(1),w\rho} + P_h^\nu P_h^\lambda \Omega_\sigma^\mu \hat{\Gamma}_{L,abc}^{(1),\sigma w} \\ &+ P_h^\mu \Omega_\rho^\nu \Omega_\tau^\lambda \hat{\Gamma}_{L,abc}^{(1),w\rho\tau} + P_h^\nu \Omega_\sigma^\mu \Omega_\tau^\lambda \hat{\Gamma}_{L,abc}^{(1),\sigma w\tau} + P_h^\lambda \Omega_\sigma^\mu \Omega_\rho^\nu \hat{\Gamma}_{L,abc}^{(1),\sigma\rho w} \\ &+ \Omega_\sigma^\mu \Omega_\rho^\nu \Omega_\tau^\lambda \hat{\Gamma}_{L,abc}^{(1),\sigma\rho\tau} \end{aligned} \quad (3.88)$$

上記展開項を式 (3.80) へ代入し、 Ω_ν^μ を計3つまで含むようハード断面積 S, S_L, S_R と破砕行列要素 $\hat{\Gamma}, \hat{\Gamma}_L, \hat{\Gamma}_R$ 間の積をとることによって、ツイスト3までの寄与を取り入れることができる。

得られた各項に関し, k, k' についてはライトコーンプラス成分以外, ξ, η に関してはライトコーンマイナス成分を除く積分を実行する.

また, ハード断面積 S, S_L, S_R に関し, 以下のような tree-level での QCD Ward 恒等式が成り立つ.

Ward 恒等式:

$$k_\mu S^{\mu\nu,ab}(k) = k_\nu S^{\mu\nu,ab}(k) = 0, \quad (3.89)$$

$$(k' - k)_\lambda S_L^{\mu\nu\lambda,abc}(k, k') = -if^{abc} S^{\mu\nu}(k') + G^{\mu\nu,abc}(k, k'), \quad (3.90)$$

$$k_\mu S_L^{\mu\nu\lambda,abc}(k, k') = if^{abc} S^{\mu\nu}(k') + G^{\lambda\nu,cab}(k' - k, k'), \quad (3.91)$$

$$k'_\nu S_L^{\mu\nu\lambda,abc}(k, k') = 0, \quad (3.92)$$

$$(k' - k)_\lambda S_R^{\mu\nu\lambda,abc}(k, k') = if^{abc} S^{\mu\nu}(k) + (G^{\nu\mu,bac}(k', k))^*, \quad (3.93)$$

$$k'_\nu S_R^{\mu\nu\lambda,abc}(k, k') = if^{abc} S^{\mu\nu}(k) + (G^{\lambda\mu,cab}(k - k', k))^*, \quad (3.94)$$

$$k_\mu S_R^{\mu\nu\lambda,abc}(k, k') = 0. \quad (3.95)$$

G は破砕粒子が off-shell であることから現れる項であり, 断面積中では消えるもしくは高次の寄与となるため, この計算では無視できる. これらワード恒等式に関し, k, k' で一階微分, 二階微分, 三階微分した式に関してコリニアール極限をとった恒等式を断面積の定式化では用いる.

上記の手順によってワード恒等式から得られたハード断面積間の恒等式を用いて $W^{(a)}, W^{(b)}, W^{(c)}$ を計算すると, それぞれ以下のように記述できる.

$$\begin{aligned} W_g^{(a)} &= \Omega_\alpha^\mu \Omega_\beta^\nu \sum_X \int d\left(\frac{1}{z}\right) z^2 \hat{\Gamma}^{(0)\alpha\beta}(z) S_{\mu\nu}(z) \\ &\quad - i\Omega_\alpha^\mu \Omega_\beta^\nu \Omega_\gamma^\lambda \sum_X \int d\left(\frac{1}{z}\right) z^2 \hat{\Gamma}_\partial^{(0)\alpha\beta\gamma}(z) \frac{\partial S_{\mu\nu}(k)}{\partial k^\lambda} \Big|_{c.l.}. \end{aligned} \quad (3.96)$$

$$\begin{aligned} W_g^{(b)} &= \Omega_\alpha^\mu \Omega_\beta^\nu \sum_X \int d\left(\frac{1}{z}\right) z^2 \hat{\Gamma}_{[A]}^{(1)\alpha\beta}(z) S_{\mu\nu}(z) \\ &\quad - i\Omega_\alpha^\mu \Omega_\beta^\nu \Omega_\gamma^\lambda \sum_X \int d\left(\frac{1}{z}\right) z^2 \left(\hat{\Gamma}_{\partial[F]}^{(1)\alpha\beta\gamma}(z) + \hat{\Gamma}_{\partial[A]}^{(1)\alpha\beta\gamma}(z) + \hat{\Gamma}_{\partial[A]}^{(1)\alpha\beta\gamma}(z) \right) \frac{\partial S_{\mu\nu}(k)}{\partial k^\lambda} \Big|_{c.l.} \\ &\quad + \frac{i}{2} \Omega_\alpha^\mu \Omega_\beta^\nu \Omega_\gamma^\lambda \sum_X \int d\left(\frac{1}{z}\right) \int d\left(\frac{1}{z'}\right) \frac{zz'}{1/z' - 1/z} \hat{\Gamma}_{F,abc}^{(1)\alpha\beta\gamma}\left(\frac{1}{z}, \frac{1}{z'}\right) S_{\mu\nu\lambda}^{L,abc}(z, z'). \end{aligned} \quad (3.97)$$

$$\begin{aligned}
W_g^{(c)} &= \Omega_\alpha^\mu \Omega_\beta^\nu \int d\left(\frac{1}{z}\right) z^2 \hat{\Gamma}_{[AR]}^{(1)\alpha\beta}(z) S_{\mu\nu}(z) \\
&\quad - i\Omega_\alpha^\mu \Omega_\beta^\nu \Omega_\gamma^\lambda \sum_X \int d\left(\frac{1}{z}\right) z^2 \int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{-i\frac{\lambda}{z}} \left(\hat{\Gamma}_{\partial[A\partial]}^{(1)\alpha\beta\gamma}(z) + \hat{\Gamma}_{\partial[FR]}^{(1)\alpha\beta\gamma}(z) \right) \frac{\partial S_{\mu\nu}(k)}{\partial k^\lambda} \Big|_{c.l.} \\
&\quad + \frac{i}{2} \Omega_\alpha^\mu \Omega_\beta^\nu \Omega_\gamma^\lambda \sum_X \int d\left(\frac{1}{z}\right) \int d\left(\frac{1}{z'}\right) \frac{zz'}{1/z' - 1/z} \hat{\Gamma}_{FR,abc}^{(1)\alpha\beta\gamma}\left(\frac{1}{z}, \frac{1}{z'}\right) S_{\mu\nu\lambda}^{R,abc}(z, z'). \quad (3.98)
\end{aligned}$$

ここで上式中に現れる各行列要素 $\hat{\Gamma}$ は次のように定義される.

$$\hat{\Gamma}^{(0)\alpha\beta}(z) = \frac{\delta^{ab}}{N^2 - 1} \sum_X \int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{-i\frac{\lambda}{z}} \langle 0 | F_b^{\beta w}(0) | hX \rangle \langle hX | F_a^{\alpha w}(\lambda w) | 0 \rangle, \quad (3.99)$$

$$\hat{\Gamma}_\partial^{(0)\alpha\beta\gamma}(z) = \frac{\delta^{ab}}{N^2 - 1} \sum_X \int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{-i\frac{\lambda}{z}} \langle 0 | F_b^{\beta w}(0) | hX \rangle \langle hX | F_a^{\alpha w}(\lambda w) \overleftarrow{\partial}^\gamma | 0 \rangle, \quad (3.100)$$

$$\begin{aligned}
\hat{\Gamma}_{[A]}^{(1)\alpha\beta}(z) &= \frac{(-if^{abc})}{N^2 - 1} \sum_X \int \int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{-i\frac{\lambda}{z}} \\
&\quad \times \langle 0 | F_b^{\beta w}(0) | hX \rangle \langle hX | F_a^{\alpha w}(\lambda w) ig \int_\infty^\lambda d\mu A_c^w(\mu w) | 0 \rangle, \quad (3.101)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{\Gamma}_{\partial[F]}^{(1)\alpha\beta\gamma}(z) &= \frac{(-if^{abc})}{N^2 - 1} \sum_X \int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{-i\frac{\lambda}{z}} \\
&\quad \times \langle 0 | F_b^{\beta w}(0) | hX \rangle \langle hX | F_a^{\alpha w}(\lambda w) ig \int_\infty^\lambda d\mu F_c^{\gamma w}(\mu w) | 0 \rangle, \quad (3.102)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{\Gamma}_{\partial[A]}^{(1)\alpha\beta\gamma}(z) &= \frac{(-if^{abc})}{N^2 - 1} \sum_X \int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{-i\frac{\lambda}{z}} \\
&\quad \times \langle 0 | F_b^{\beta w}(0) | hX \rangle \langle hX | F_a^{\alpha w}(\lambda w) \overleftarrow{\partial}^\gamma ig \int_\infty^\lambda d\mu A_c^w(\mu w) | 0 \rangle, \quad (3.103)
\end{aligned}$$

$$\hat{\Gamma}_{\partial[A]}^{(1)\alpha\beta\gamma}(z) = \frac{(-if^{abc})}{N^2 - 1} \sum_X \int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{-i\frac{\lambda}{z}} \langle 0 | F_b^{\beta w}(0) | hX \rangle \langle hX | F_a^{\alpha w}(\lambda w) ig A_c^\gamma(\lambda w) | 0 \rangle, \quad (3.104)$$

$$\begin{aligned}
\hat{\Gamma}_F^{(1)\alpha\beta\gamma}\left(\frac{1}{z}, \frac{1}{z'}\right) &= \frac{1}{N^2 - 1} \int \frac{d\lambda}{2\pi} \int \frac{d\mu}{2\pi} e^{-i\frac{\lambda}{z}} e^{-i\mu(\frac{1}{z'} - \frac{1}{z})} \\
&\quad \times \langle 0 | F_b^{\beta w}(0) | hX \rangle \langle hX | F_a^{\alpha w}(\lambda w) g F_c^{\gamma w}(\mu w) | 0 \rangle, \quad (3.105)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{\Gamma}_{[AR]}^{(1)\alpha\beta}(z) &= \frac{(-if^{abc})}{N^2-1} \sum_X \int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{-i\frac{\lambda}{z}} \\ &\times \langle 0 | F_b^{\beta w}(0) i g \int_0^\infty d\mu A_c^w(\mu w) | hX \rangle \langle hX | F_a^{\alpha w}(\lambda w) | 0 \rangle,\end{aligned}\quad (3.106)$$

$$\begin{aligned}\hat{\Gamma}_{\partial[AR]}^{(1)\alpha\beta\gamma}(z) &= i \frac{(-if^{abc})}{N^2-1} \sum_X \int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{-i\frac{\lambda}{z}} \\ &\times \langle 0 | F_b^{\beta w}(0) i g \int_0^\infty d\mu A_c^w(\mu w) | hX \rangle \langle hX | F_a^{\alpha w}(\lambda w) \overleftarrow{\partial}^\gamma | 0 \rangle,\end{aligned}\quad (3.107)$$

$$\begin{aligned}\hat{\Gamma}_{\partial[FR]}^{(1)\alpha\beta\gamma}(z) &= i \frac{(-if^{abc})}{N^2-1} \sum_X \int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{-i\frac{\lambda}{z}} \\ &\times \langle 0 | i g \int_0^\infty d\mu F_c^{\gamma w}(\mu w) F_b^{\beta w}(0) | hX \rangle \langle hX | F_a^{\alpha w}(\lambda w) | 0 \rangle,\end{aligned}\quad (3.108)$$

$$\begin{aligned}\hat{\Gamma}_{FR}^{(1)\alpha\beta\gamma}\left(\frac{1}{z}, \frac{1}{z'}\right) &= \frac{1}{N^2-1} \sum_X \int \frac{d\lambda}{2\pi} \int \frac{d\mu}{2\pi} e^{-i\frac{\lambda}{z}} e^{-i\mu(\frac{1}{z'} - \frac{1}{z})} \\ &\times \langle 0 | F_b^{\beta w}(0) g F_c^{\gamma w}(\mu w) | hX \rangle \langle hX | F_a^{\alpha w}(\lambda w) | 0 \rangle.\end{aligned}\quad (3.109)$$

$W^{(b)}$ 及び $W^{(c)}$ の第一項が *intrinsic* グルーオン破砕関数 $\hat{\Gamma}(z)$ 中にあるゲージリンクの $O(g)$ 項を表す．従って $W^{(a)}$ の第一項と合わせることで， $O(g)$ のオーダーまででカラーゲージ不変な $\hat{\Gamma}(z)$ が得られる．同様に， $W^{(b)}$ 及び $W^{(c)}$ の第二項は *kinematical* クォーク破砕関数 $\hat{\Gamma}_\partial(z)$ 中にあるゲージリンクの $O(g)$ 項となる．よって今度は $W^{(a)}$ の第二項と合わせることで， $O(g)$ のオーダーまででカラーゲージ不変な $\hat{\Gamma}_\partial(z)$ を用いて断面積を記述することができる．

また $\hat{\Gamma}_F$ は *dynamical* グルーオン破砕関数， $\hat{\Gamma}_{FR}$ は $\hat{\Gamma}_{FR} = \gamma^0(\hat{\Gamma}_F)^\dagger \gamma^0$ で関係付けられる行列要素である．

以上のことから，コリニアール展開及びワード恒等式を用いて式を整理した後の $W_g^{(a)}$ ， $W_g^{(b)}$ ， $W_g^{(c)}$ を足し合わせると，*intrinsic*，*kinematical*，*dynamical* の3種のグルーオン破砕関数に対応するカラーゲージ不変な行列要素を含んだ形で W_g を表せる．これを断面積式 (3.2) へ代入することで，以下のように断面積を定式化することができる．

$$\begin{aligned}E_{P_h} \frac{d\sigma(p, p', P_h; S_\perp)}{dP_h} &= \frac{1}{16\pi^2 s} \int \frac{dx}{x} f(x) \int \frac{dx'}{x'} f(x') \left[\Omega_\alpha^\mu \Omega_\beta^\nu \int dz \text{Tr} \left[\hat{\Gamma}^{\alpha\beta}(z) S_{\mu\nu}(P_h/z) \right] \right. \\ &- i \Omega_\alpha^\mu \Omega_\beta^\nu \Omega_\gamma^\lambda \int dz \text{Tr} \left[\hat{\Gamma}_\partial^{\alpha\beta\gamma}(z) \frac{\partial S_{\mu\nu}(k)}{\partial k^\lambda} \Big|_{c.l.} \right] + \text{Re} \left\{ -i \Omega_\alpha^\mu \Omega_\beta^\nu \Omega_\gamma^\lambda \int \frac{dz}{z} \int \frac{dz'}{z'} P \left(\frac{1}{1/z' - 1/z} \right) \right. \\ &\times \text{Tr} \left[\left(-\frac{if^{abc}}{N} \hat{\Gamma}_{FA}^{\alpha\beta\gamma}\left(\frac{1}{z'}, \frac{1}{z}\right) + d^{abc} \frac{N}{N^2-4} \hat{\Gamma}_{FS}^{\alpha\beta\gamma}\left(\frac{1}{z'}, \frac{1}{z}\right) \right) S_{\mu\nu\lambda, abc}^L(z', z) \right] \Big\} \Big],\end{aligned}\quad (3.110)$$

なお上式ではカラー添え字 abc を持つ $\hat{\Gamma}_F$ に関し，カラー $\text{SU}(3)$ での構造定数による展開：

$$\hat{\Gamma}_F^{\alpha\beta\gamma}\left(\frac{1}{z'}, \frac{1}{z}\right) = -\frac{if^{abc}}{N} \hat{\Gamma}_{FA}^{\alpha\beta\gamma}\left(\frac{1}{z'}, \frac{1}{z}\right) + d^{abc} \frac{N}{N^2-4} \hat{\Gamma}_{FS}^{\alpha\beta\gamma}\left(\frac{1}{z'}, \frac{1}{z}\right),\quad (3.111)$$

を用いている．

以下、本過程のハードパートへ寄与する全チャンネルのファイマンダイアグラムを載せる。

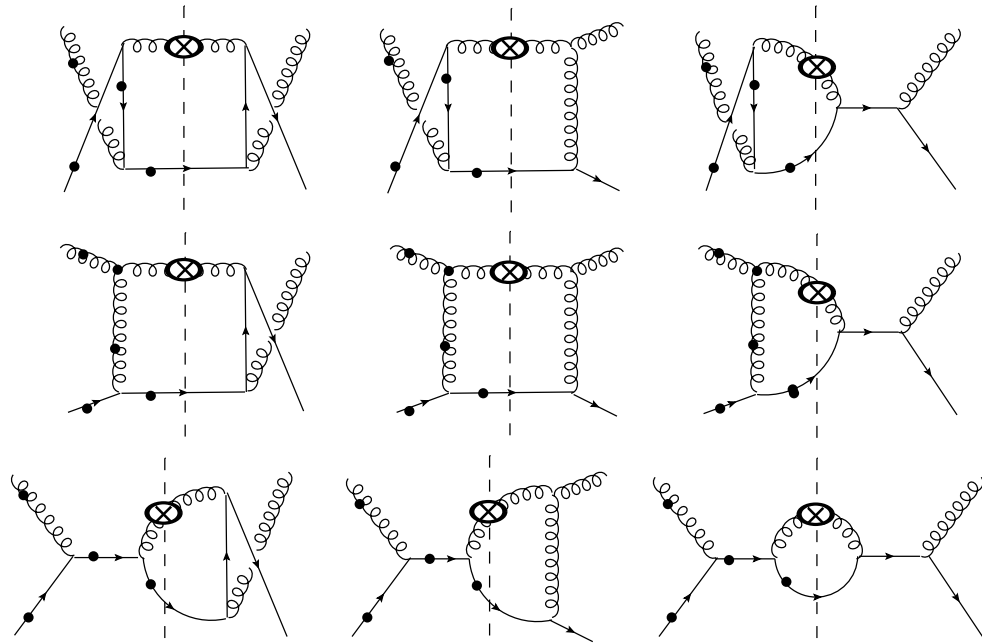


図 3.7: 式 (3.110) 中のハードパート $S_{\mu\nu}(z)$, $S_{\mu\nu\lambda}^L(z', z)$ に寄与する $qq \rightarrow qq$ チャンネルのダイアグラム.

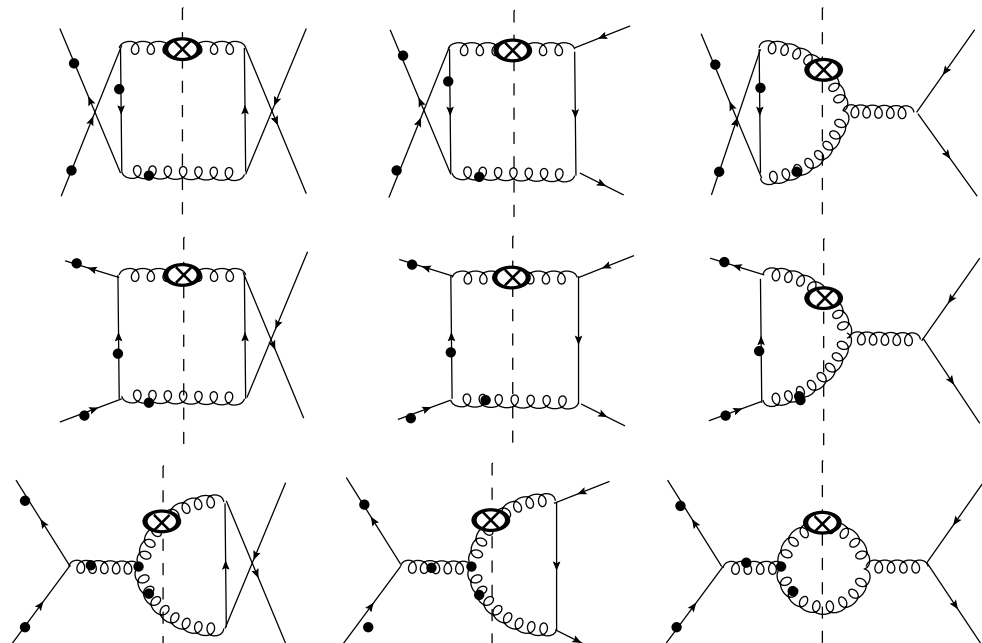


図 3.8: 式 (3.110) 中のハードパート $S_{\mu\nu}(z)$, $S_{\mu\nu\lambda}^L(z', z)$ に寄与する $q\bar{q} \rightarrow gg$ チャンネルのダイアグラム.

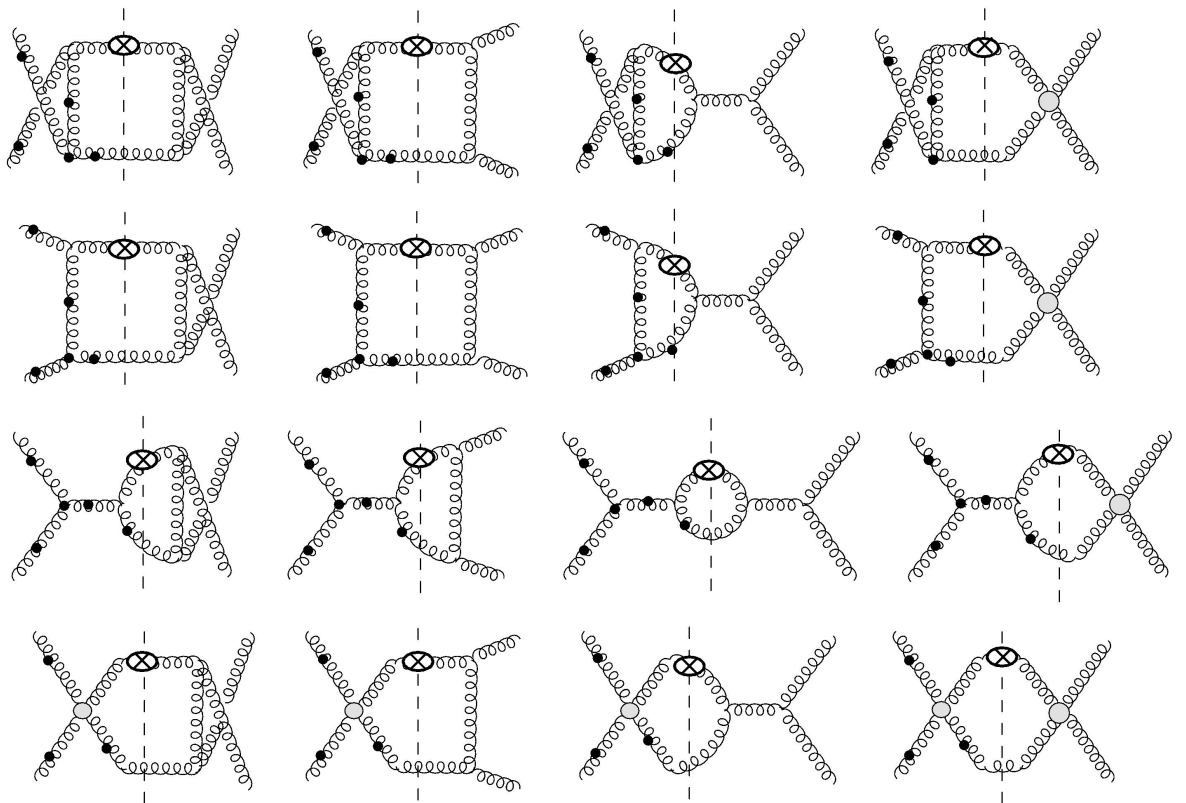


図 3.9: 式 (3.110) 中のハードパート $S_{\mu\nu}(z)$, $S_{\mu\nu\lambda}^L(z', z)$ に寄与する $gg \rightarrow gg$ チャンネルのダイアグラム.

第 4 章

$ep \rightarrow e\Lambda^\uparrow X$ 過程におけるツイスト 3 破碎関数の寄与する断面積の解析

4.1 ツイスト 3 クォーク破碎関数の寄与

本章では、無偏極電子核子衝突による半包含横偏極ハイペロン生成過程に関し、ツイスト 3 破碎関数の寄与する断面積の定式化を示す。

まず本過程における反応粒子に関し、以下のような運動量を与える。

$$e(l) + p(p) \rightarrow e(l') + \Lambda^\uparrow(P_h, S_\perp) + X. \quad (4.1)$$

ここで l, l', p, P_h は散乱の始状態及び終状態電子、始状態核子、終状態ハイペロンの 4 元運動量を表し、 S_\perp は横偏極ハイペロンのスピンベクトルを示す。

また上記 4 元運動量を用いて、以下 5 つの独立なローレンツ不変量を定義する。

5 つのローレンツ不変量の定義:

$$\begin{aligned} S_{ep} &= (p + l)^2, \\ x_{bj} &= \frac{Q^2}{2p \cdot q}, \\ Q^2 &= -q^2 = -(l - l')^2, \\ z_f &= \frac{p \cdot P_h}{p \cdot q}, \\ q_T &= \sqrt{-q_t^2}. \end{aligned} \quad (4.2)$$

ここでスペースライクな運動量 q_t は、他の 4 元運動量と $q_t \cdot p = q_t \cdot P_h = 0$ を満たすような仮想光子の運動量 q の横成分を表し、以下のように定義される。

$$q_t^\mu = q^\mu - \frac{P_h \cdot q}{p \cdot P_h} p^\mu - \frac{p \cdot q}{p \cdot P_h} P_h^\mu. \quad (4.3)$$

本過程の断面積は、最終的にこれらのローレンツ不変量で記述することができる。

また今回の計算では、他の SIDS 過程に関する研究 ($ep^\uparrow \rightarrow e\pi X$) においてよく用いられる“ハドロンフレーム”を採用する [32, 55, 56]. このフレームでは、仮想光子 γ^* と始状態核子 p が同一線上を互いに逆向きに進行し、その直線上を z 軸に設定する. するとこのフレームでの仮想光子及び始状態核子の運動量は、以下のような成分で表せる.

$$\begin{aligned} q^\mu &= (q^0, \vec{q}) = (0, 0, 0, -Q), \\ p^\mu &= \left(\frac{Q}{2x_{bj}}, 0, 0, \frac{Q}{2x_{bj}}\right). \end{aligned} \quad (4.4)$$

また、このフレーム上で、始状態及び終状態の電子から張られる平面をレプトン平面、始状態核子及び終状態ハイペロンから張られる平面をハドロン平面と呼ぶこととする.

これらに関して、 xz 平面からレプトン平面、ハドロン平面への方位角をそれぞれ χ , ϕ とする. これらの角度を用いると、終状態ハイペロン運動量 P_h は以下のように表せる.

$$P_h^\mu = \frac{z_f Q}{2} \left(1 + \frac{q_T^2}{Q^2}, \frac{2q_T}{Q} \cos\chi, \frac{2q_T}{Q} \sin\chi, -1 + \frac{q_T^2}{Q^2}\right). \quad (4.5)$$

このフレームでは、上記ハイペロンの横運動量成分は、 $P_{hT} = z_f q_T$ で与えられる.

またこの P_h^μ に対応して、 w^μ は以下のように表せる.

$$w^\mu = \frac{1}{z_f Q (1 + q_T^2/Q^2)^2} \left(1 + \frac{q_T^2}{Q^2}, -\frac{2q_T}{Q} \cos\chi, -\frac{2q_T}{Q} \sin\chi, 1 - \frac{q_T^2}{Q^2}\right). \quad (4.6)$$

さらに電子の運動量 l , l' は、以下のように成分表記できる.

$$l^\mu = \frac{Q}{2} (\cosh\psi, \sinh\psi \cos\phi, \sinh\psi \sin\phi, -1), \quad (4.7)$$

$$l'^\mu = \frac{Q}{2} (\cosh\psi, \sinh\psi \cos\phi, \sinh\psi \sin\phi, 1). \quad (4.8)$$

上式によって、 $\cosh\psi = \frac{2x_{bj} S_{ep}}{Q^2} - 1$ である.

またここで、互いに直行関係を持つ以下の4つのベクトルを導入しておく.

$$T^\mu = \frac{1}{Q} (q^\mu + 2x_{bj} p^\mu) = (1, 0, 0, 0), \quad (4.9)$$

$$X^\mu = \frac{1}{q_T} \left\{ \frac{P_h^\mu}{z_f} - q^\mu - \left(1 + \frac{q_T^2}{Q^2}\right) x_{bj} p^\mu \right\} = (0, \cos\chi, \sin\chi, 0), \quad (4.10)$$

$$Y^\mu = \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} Z_\nu X_\rho T_\sigma = (0, -\sin\chi, \cos\chi, 0), \quad (4.11)$$

$$Z^\mu = -\frac{q_T^\mu}{Q} = (0, 0, 0, 1). \quad (4.12)$$

そして上記ベクトル X , Y , Z を用いて、終状態ハイペロンの横偏極スピンベクトルを以下のように定義する.

$$S^\mu = \cos\theta \cos\Psi_s X^\mu + \sin\Psi_s Y^\mu - \sin\theta \cos\Psi_s Z^\mu. \quad (4.13)$$

上式において、 Ψ_s はハイペロン運動量 P_h 周りでのスピンベクトルの方位角を表す. また θ は、ハドロン平面上において z 軸からのハイペロン運動量ベクトル \vec{P}_h の天頂角を表し、ローレンツ不変量によって

以下のような関係を持つ.

$$\cos\theta = \frac{P_{hz}}{|\vec{P}_h|} = \frac{q_T^2 - Q^2}{q_T^2 + Q^2}, \quad (4.14)$$

$$\sin\theta = \frac{P_{h\perp}}{|\vec{P}_h|} = \frac{2q_T Q}{q_T^2 + Q^2}. \quad (4.15)$$

ここで $P_{h\perp} = \sqrt{P_{hx}^2 + P_{hy}^2}$ であり, $P_{hx,y,z}$ はそれぞれ終状態ハドロンの x, y, z 軸方向成分を表す. 終状態粒子の運動方向を基準にスピンの方位角を定義しているため, スピン方位角依存性は始状態核子がスピンを持つ場合の π 生成過程とは異なる.

以上, 定義した運動学的変数により, SIDIS 過程の微分断面積は QCD 因子化定理から以下のように与えられる.

$$\frac{d^6\Delta\sigma^{q-frag}}{dx_{bj}dQ^2dz_fdq_T^2d\phi d\chi} = \frac{\alpha_{em}^2}{128\pi^4 x_{bj}^2 S_{ep}^2 Q^2} z_f \int \frac{dx}{x} f(x) L^{\mu\nu}(l, l') W_{q/g, \mu\nu}(p, q, P_h). \quad (4.16)$$

ここで $L^{\mu\nu}$ はレプトン運動量に関するレプトニックテンソルであり, $L^{\mu\nu}(l, l') = 2(l^\mu l'^\nu + l^\nu l'^\mu) - Q^2 g^{\mu\nu}$ で表せる. また $W_{\mu\nu}$ は破砕部分とハード断面積に関するハドロニックテンソルであり, 添え字 μ, ν を除いて $pp \rightarrow \Lambda^\dagger X$ の場合のものと同じ構造を持つ. また $\alpha_{em} = e^2/4\pi$ は量子電磁気学 (QED) の結合定数に対応する.

上式に関し, ハドロニックテンソル $W_{\mu\nu}$ は, 独立な以下の6つのテンソル $\mathcal{V}_k^{\mu\nu}$ によって展開できる [55].

これらは無偏極レプトンに関するレプトニックテンソルの対称性から, 全てローレンツ添え字に関し対称である. (反対称なテンソル $\mathcal{V}_{5,6,7}^{\mu\nu}$ については, 対称なレプトニックテンソルとの積により消えるため, 省いてある.)

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_1^{\mu\nu} &= X^\mu X^\nu + Y^\mu Y^\nu, \\ \mathcal{V}_2^{\mu\nu} &= g^{\mu\nu} + Z^\mu Z^\nu, \\ \mathcal{V}_3^{\mu\nu} &= T^\mu X^\nu + X^\mu T^\nu, \\ \mathcal{V}_4^{\mu\nu} &= X^\mu X^\nu - Y^\mu Y^\nu, \\ \mathcal{V}_8^{\mu\nu} &= T^\mu Y^\nu + Y^\mu T^\nu, \\ \mathcal{V}_9^{\mu\nu} &= X^\mu Y^\nu + Y^\mu X^\nu. \end{aligned} \quad (4.17)$$

またこれら $\mathcal{V}_k^{\mu\nu}$ に対する逆テンソル: $\tilde{\mathcal{V}}$ を導入する.

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{V}}_1^{\mu\nu} &= \frac{1}{2}(2T^\mu T^\nu + X^\mu X^\nu + Y^\mu Y^\nu), \\ \tilde{\mathcal{V}}_2^{\mu\nu} &= T^\mu T^\nu, \\ \tilde{\mathcal{V}}_3^{\mu\nu} &= -\frac{1}{2}(T^\mu X^\nu + X^\mu T^\nu), \\ \tilde{\mathcal{V}}_4^{\mu\nu} &= \frac{1}{2}(X^\mu X^\nu - Y^\mu Y^\nu), \\ \tilde{\mathcal{V}}_8^{\mu\nu} &= -\frac{1}{2}(T^\mu Y^\nu + Y^\mu T^\nu), \\ \tilde{\mathcal{V}}_9^{\mu\nu} &= \frac{1}{2}(X^\mu Y^\nu + Y^\mu X^\nu). \end{aligned} \quad (4.18)$$

これらのテンソルを用いると、断面積中のレプトニックテンソル L 及びハドロニックテンソル W の積は、以下のように展開できる。

$$L^{\mu\nu}W_{\mu\nu} = \sum_{k=1,2,\dots,9} [L_{\mu\nu}\mathcal{V}_k^{\mu\nu}][W_{\rho\sigma}\hat{\mathcal{V}}_k^{\rho\sigma}] = Q^2 \sum_{k=1,2,\dots,9} \mathcal{A}_k(\phi - \chi)[W_{\rho\sigma}\tilde{\mathcal{V}}_k^{\rho\sigma}]. \quad (4.19)$$

ここで \mathcal{A} は、 $k = 1, \dots, 4, 8, 9$ についてそれぞれ以下のように与えられる。

$$\mathcal{A}_k(\phi - \chi) = L_{\mu\nu}\mathcal{V}_k^{\mu\nu}/Q^2, \quad (4.20)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_1(\phi) &= 1 + \cosh^2\psi, \\ \mathcal{A}_2(\phi) &= -2, \\ \mathcal{A}_3(\phi) &= -\cos\phi\sinh 2\psi, \\ \mathcal{A}_4(\phi) &= \cos 2\phi\sinh^2\psi, \\ \mathcal{A}_8(\phi) &= -\sin\phi\sinh 2\psi, \\ \mathcal{A}_9(\phi) &= \sin 2\phi\sinh 2\psi. \end{aligned} \quad (4.21)$$

上式により、SIDIS 過程の断面積は各 \mathcal{A}_k ($k = 1, 2, \dots, 9$) に対応した方位角 $\phi - \chi$ への異なる依存性を持つことが分かる。

4.1.1 SIDIS 過程の断面積へのツイスト3 クォーク破砕関数の寄与

ツイスト3 クォーク破砕関数の寄与する SIDIS 過程の断面積は、SIDIS 過程の場合に現れるハード断面積への仮想光子からの添え字に注意し、ハドロニックテンソル W_q を断面積式 (4.16) へ代入することで、以下のように定式化することができる。

$$\begin{aligned} \frac{d^6\Delta\sigma^{q-frag}}{dx_{bj}dQ^2dz_fdq_T^2d\phi d\chi} &= \frac{\alpha_{em}^2}{128\pi^4x_{bj}^2S_{ep}^2Q^2}z_fQ^2\mathcal{A}_k(\phi - \chi)\int\frac{dx}{x}f(x)\left[\int\frac{dz}{z^2}\text{Tr}[\Delta(z)S_{\rho\sigma}^k(z)\tilde{\mathcal{V}}_k^{\rho\sigma}]\right. \\ &\quad + \Omega_\beta^\alpha\int\frac{dz}{z^2}\text{Im}[\tilde{\mathcal{V}}_k^{\rho\sigma}\text{Tr}[\Delta_\theta^\beta(z)\frac{\partial S_{\rho\sigma}^k(k)}{\partial k^\alpha}|_{c.l.}]] \\ &\quad \left.+ \Omega_\beta^\alpha\int\frac{dz}{z^2}\int\frac{dz'}{z'^2}P(\frac{1}{1/z' - 1/z})\text{Im}[\tilde{\mathcal{V}}_k^{\rho\sigma}\text{Tr}[\Delta_L^\beta(z,z')S_{\rho\sigma,\alpha}^{L,k}(z',z) + (\rho \leftrightarrow \sigma)]]\right]. \end{aligned} \quad (4.22)$$

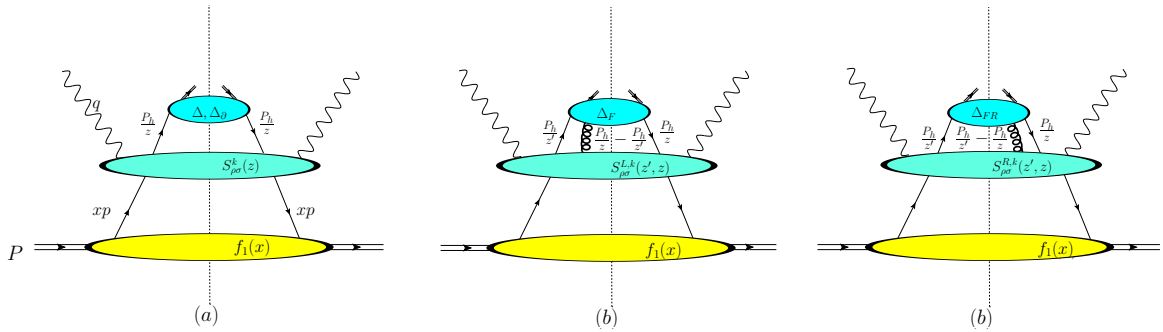


図 4.1: $ep \rightarrow e\Lambda^\uparrow X$ 過程へツイスト3 クォーク破砕関数の寄与を与えるダイアグラム

さらにパートニック断面積間の関係を考慮したうえで、得られた式 (4.22) を EOM, LIR で書き換えると、 $pp \rightarrow \Lambda^\uparrow X$ 過程と同じパートニック断面積の組み合わせにより、断面積公式中の $\hat{\sigma}$ を整理することができる。

$$\begin{aligned}
& \frac{d^6 \Delta \sigma^{q-frag}}{dx_{bj} dQ^2 dz_f dq_T^2 d\phi d\chi} \\
&= \frac{\alpha_{em}^2 M_h}{128\pi^4 x_{bj}^2 S_{ep}^2 Q^2} \mathcal{A}_k(\phi - \chi) \mathcal{S}_k \int \frac{dx}{x} f(x) \int \frac{dz}{z} \delta\left(\frac{q_T^2}{Q^2} - \left(1 - \frac{1}{\hat{x}}\right)\left(1 - \frac{1}{\hat{z}}\right)\right) \\
&\times \left[\frac{D_T(z)}{z} \hat{\sigma}_1^k - \left\{ \frac{d}{d(1/z)} \frac{D_{1T}^{\perp(1)}(z)}{z} \hat{\sigma}_2^k \right\} - D_{1T}^{\perp(1)}(z) \hat{\sigma}_3^k \right. \\
&\left. + \int \frac{dz'}{z'^2} P\left(\frac{1}{1/z - 1/z'}\right) (\text{Im} \hat{D}_{FT}(z, z') + \text{Im} \hat{G}_{FT}(z, z')) \hat{\sigma}_4^k \right]. \tag{4.23}
\end{aligned}$$

ここで $\mathcal{S}_{1,2,3,4} = \sin \Psi_s$, $\mathcal{S}_{8,9} = \cos \Psi_s$ である。この表式が、図 4.3 に関してクォーク破砕関数の寄与する完全な断面積公式である。

以下、本過程のハードパートへ寄与する全ファイマンダイアグラムと、その計算結果 $\sigma_{1,2,3,4}$ を載せる。なお本過程の $\hat{\sigma}_{1,2,3}^k$ は、ローレンツ不変量 Q , q_T 及び $\hat{x} = x_{bj}/x$, $\hat{z} = z_f/z$ の関数として記述できる ($\hat{\sigma}_4^k$ のみ $\hat{z}' = z_f/z'$ にも依存する)。

(1) $k = 1$:

$$\begin{aligned}
\sigma_1^1 &= \frac{(4(2 - 4\hat{x} + 3\hat{x}^2 - \hat{x}^3 - \hat{z}(3 - 3\hat{x} + \hat{x}^2) + \hat{z}^3(1 - 6\hat{x} + 6\hat{x}^2) + \hat{z}^2(-1 + 8\hat{x} - 12\hat{x}^2 + 6\hat{x}^3)))}{(\hat{z} N q_T (-1 + \hat{x})(-1 + \hat{z} + \hat{x}))} \\
&\quad - \frac{(4N(1 - 9\hat{x} + 14\hat{x}^2 - 6\hat{x}^3 + 2\hat{z}^2(1 - 6\hat{x} + 6\hat{x}^2) + \hat{z}(-4 + 23\hat{x} - 30\hat{x}^2 + 12\hat{x}^3)))}{(q_T(-1 + \hat{x})(-1 + \hat{z} + \hat{x}))}, \tag{4.24}
\end{aligned}$$

$$\sigma_2^1 = \frac{(4(2 - 2\hat{x} + \hat{x}^2 + \hat{z}(-2 + 8\hat{x} - 6\hat{x}^2) + \hat{z}^2(1 - 6\hat{x} + 6\hat{x}^2)))}{(\hat{z} N q_T (-1 + \hat{x}))}, \tag{4.25}$$

$$\sigma_3^1 = \frac{(4(-1 + N^2)((-1 + \hat{x})^3 - 3\hat{z}(-1 + \hat{x})^2(-1 + 2\hat{x}) + \hat{z}^3(1 - 6\hat{x} + 6\hat{x}^2) + \hat{z}^2(-3 + 16\hat{x} - 18\hat{x}^2 + 6\hat{x}^3)))}{((-1 + \hat{z}) N q_T (-1 + \hat{x})(-1 + \hat{z} + \hat{x}))}, \tag{4.26}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_4^1 &= \frac{1}{\hat{z}' N q_T (-1 + \hat{x})(-1 + \hat{z} + \hat{x})(-\hat{z}\hat{x} + \hat{z}'(-1 + \hat{z} + \hat{x}))} \times 2(\hat{z}\hat{x}(1 + \hat{z}^2\hat{x} - \hat{x}^2 + \hat{z}(-1 - 2\hat{x} + \hat{x}^2)) \\
&\quad + \hat{z}'((-1 + \hat{x})^2(2 - \hat{x} + \hat{x}^2) + \hat{z}^4 N^2(1 - 6\hat{x} + 6\hat{x}^2) + \hat{z}(-1 + \hat{x})(5 + N^2(-1 + \hat{x})^2 - 9\hat{x} + 14\hat{x}^2 - 6\hat{x}^3) \\
&\quad + \hat{z}^2(4 - 16\hat{x} + 32\hat{x}^2 - 24\hat{x}^3 + 6\hat{x}^4 - 3N^2(-1 + \hat{x})^2(-1 + 2\hat{x})) \\
&\quad + \hat{z}^3(-1 + 6\hat{x} - 12\hat{x}^2 + 6\hat{x}^3 + N^2(-3 + 16\hat{x} - 18\hat{x}^2 + 6\hat{x}^3))). \tag{4.27}
\end{aligned}$$

(2) $k = 2$:

$$\sigma_1^2 = \frac{16\hat{x}\hat{z}}{N q_T} - \frac{16(-1 + 2\hat{z})N\hat{x}}{q_T}, \tag{4.28}$$

$$\sigma_2^2 = \frac{16(-1 + \hat{z})\hat{x}}{N q_T}, \tag{4.29}$$

$$\sigma_3^2 = -\frac{16\hat{z}\hat{x}}{N q_T} + \frac{16\hat{z}N\hat{x}}{q_T}, \tag{4.30}$$

$$\sigma_4^2 = \frac{-(4(-1 + \hat{z})\hat{z}^2 N \hat{x})}{(q_T(\hat{z}' - \hat{z}\hat{z}' + \hat{z}\hat{x} - \hat{z}'\hat{x}))} + \frac{(4(-1 + \hat{z})\hat{z}(-1 + \hat{x})\hat{x})}{(N q_T(-\hat{z}' + \hat{z}\hat{z}' - \hat{z}\hat{x} + \hat{z}'\hat{x}))}. \tag{4.31}$$

(3) $k = 3$:

$$\sigma_1^3 = \frac{-4N\hat{x}((-1+\hat{x})^2 + \hat{z}^3(-4+8\hat{x}) + 2\hat{z}^2(5-10\hat{x}+4\hat{x}^2) - 2\hat{z}(3-7\hat{x}+4\hat{x}^2))}{(-1+\hat{z})Q(-1+\hat{x})(-1+\hat{z}+\hat{x})} + \frac{(4\hat{x}(-(-1+\hat{x})^2 + 4\hat{z}^2(-1+\hat{x})^2 - 2\hat{z}(-1+\hat{x})\hat{x} + \hat{z}^3(-2+4\hat{x})))}{((-1+\hat{z})NQ(-1+\hat{x})(-1+\hat{z}+\hat{x}))}, \quad (4.32)$$

$$\sigma_2^3 = \frac{(8\hat{x}(1-\hat{x}+\hat{z}(-1+2\hat{x})))}{(NQ(-1+\hat{x}))}, \quad (4.33)$$

$$\sigma_3^3 = \frac{(4\hat{z}(-1+N^2)\hat{x}(-2(-1+\hat{x})^2 + \hat{z}^2(-2+4\hat{x}) + \hat{z}(5-8\hat{x}+4\hat{x}^2)))}{((-1+\hat{z})NQ(-1+\hat{x})(-1+\hat{z}+\hat{x}))}, \quad (4.34)$$

$$\sigma_4^3 = \frac{-(4\hat{z}^2N\hat{x}(-2(-1+\hat{x})^2 + \hat{z}^2(-2+4\hat{x}) + \hat{z}(5-8\hat{x}+4\hat{x}^2)))}{Q(-1+\hat{x})(-1+\hat{z}+\hat{x})(\hat{z}\hat{x} - \hat{z}'(-1+\hat{z}+\hat{x}))} + \frac{(4\hat{z}\hat{x}(\hat{z}\hat{x}(-1+\hat{z}+\hat{x}) + \hat{z}'(-(-1+\hat{x})^2(-1+2\hat{x}) + \hat{z}^2(1-6\hat{x}+4\hat{x}^2) + \hat{z}(-3+11\hat{x}-12\hat{x}^2+4\hat{x}^3))))}{(\hat{z}'NQ(-1+\hat{x})(-1+\hat{z}+\hat{x})(-\hat{z}\hat{x} + \hat{z}'(-1+\hat{z}+\hat{x})))}. \quad (4.35)$$

(4) $k = 4$:

$$\sigma_1^4 = \frac{(4(\hat{z} - 2\hat{z}\hat{x} + 2\hat{z}^2\hat{x} + 2\hat{z}\hat{x}^2))}{(Nq_T(-1+\hat{z}+\hat{x}))} - \frac{(4N(\hat{z} + 2\hat{x} - 6\hat{z}\hat{x} + 4\hat{z}^2\hat{x} - 2\hat{x}^2 + 4\hat{z}\hat{x}^2))}{(q_T(-1+\hat{z}+\hat{x}))}, \quad (4.36)$$

$$\sigma_2^4 = \frac{(8(-1+\hat{z})\hat{x})}{Nq_T}, \quad (4.37)$$

$$\sigma_3^4 = \frac{(4\hat{z}(-1+N^2)(1+2(-1+\hat{z})\hat{x}+2\hat{x}^2))}{Nq_T(-1+\hat{z}+\hat{x})}, \quad (4.38)$$

$$\sigma_4^4 = \frac{-(4(-1+\hat{z})\hat{z}^2N(1+2(-1+\hat{z})\hat{x}+2\hat{x}^2))}{q_T(-1+\hat{z}+\hat{x})(\hat{z}\hat{x} - \hat{z}'(-1+\hat{z}+\hat{x}))} + \frac{(4\hat{z}(\hat{z}'\hat{x}(-1+3\hat{x}-2\hat{x}^2) + \hat{z}(-1+\hat{x})(\hat{x} + \hat{z}'(-1-4\hat{x}+2\hat{x}^2)) + \hat{z}^2(\hat{x} + \hat{z}'(-1-2\hat{x}+2\hat{x}^2))))}{(\hat{z}'Nq_T(-1+\hat{z}+\hat{x})(-\hat{z}\hat{x} + \hat{z}'(-1+\hat{z}+\hat{x})))}. \quad (4.39)$$

(8) $k = 8$:

$$\sigma_1^8 = \frac{-(4(-1+N^2)\hat{x}(-(-1+\hat{x})^2 + 2\hat{z}(-1+\hat{x})^2 + 2\hat{z}^2\hat{x}))}{((-1+\hat{z})NQ(-1+\hat{x})(-1+\hat{z}+\hat{x}))}, \quad (4.40)$$

$$\sigma_2^8 = 0, \quad (4.41)$$

$$\sigma_3^8 = \frac{(4\hat{z}^2(-1+N^2)\hat{x})}{((-1+\hat{z})NQ(-1+\hat{x})(-1+\hat{z}+\hat{x}))}, \quad (4.42)$$

$$\sigma_4^8 = \frac{(4\hat{z}^3N\hat{x})}{(Q(-1+\hat{x})(-1+\hat{z}+\hat{x})(\hat{z}\hat{x} - \hat{z}'(-1+\hat{z}+\hat{x})))} + \frac{(4\hat{z}\hat{x}(\hat{z}'(\hat{z}^2 + \hat{z}(-1+\hat{x}) + (-1+\hat{x})^2) - \hat{z}\hat{x}(-1+\hat{z}+\hat{x})))}{(\hat{z}'NQ(-1+\hat{x})(-1+\hat{z}+\hat{x})(-\hat{z}\hat{x} + \hat{z}'(-1+\hat{z}+\hat{x})))}. \quad (4.43)$$

(9) $k = 9$:

$$\sigma_1^g = \frac{-(4(-1 + N^2)(\hat{z} + 2\hat{z}\hat{x} + 2(-1 + \hat{x})\hat{x}))}{(Nq_T(-1 + \hat{z} + \hat{x}))}, \quad (4.44)$$

$$\sigma_2^g = 0, \quad (4.45)$$

$$\sigma_3^g = \frac{(4\hat{z}(-1 + N^2))}{(Nq_T(-1 + \hat{z} + \hat{x}))}, \quad (4.46)$$

$$\sigma_4^g = \frac{-(4(-1 + \hat{z})\hat{z}^2 N)}{q_T(-1 + \hat{z} + \hat{x})(\hat{z}\hat{x} - \hat{z}'(-1 + \hat{z} + \hat{x}))} - \frac{(4\hat{z}(\hat{z}^2(\hat{z}' - \hat{x}) + \hat{z}(\hat{z}' - \hat{x})(-1 + \hat{x}) + \hat{z}'(-1 + \hat{x})\hat{x}))}{(\hat{z}'Nq_T(-1 + \hat{z} + \hat{x})(-\hat{z}\hat{x} + \hat{z}'(-1 + \hat{z} + \hat{x})))}. \quad (4.47)$$

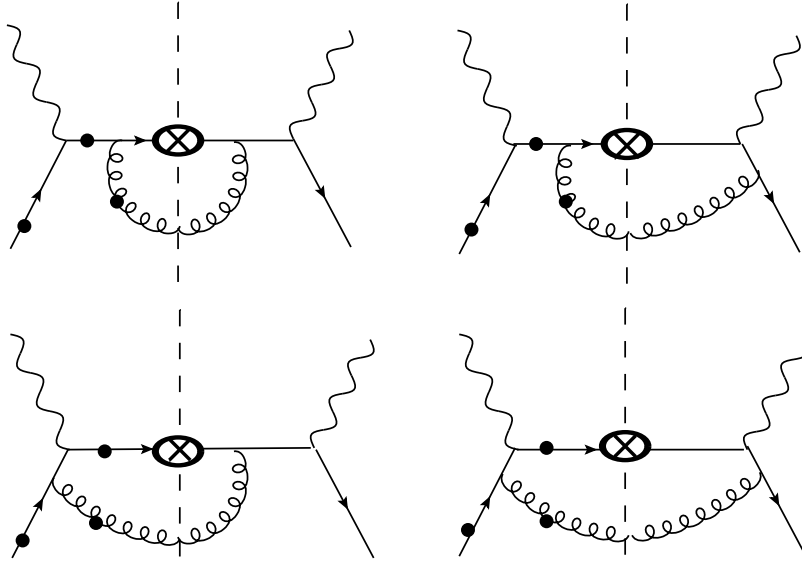


図 4.2: 式 (4.22) 中のハードパート $S_{\rho\sigma}^k(z)$, $S_{\rho\sigma,\alpha}^{L,k}(z', z)$ に寄与する $q\gamma^* \rightarrow qg$ チャンネルのダイアグラム.

4.2 ツイスト3 グルーオン破砕関数の寄与

SIDIS 過程におけるツイスト3 グルーオン破砕関数からの寄与は、SIDIS 過程に関する微分断面積式 (4.16) に、 $pp \rightarrow \Lambda^\uparrow X$ 過程の際に定式化したグルーオンハドロニックテンソル W_g を代入することで得られる。SIDIS 過程の場合に現れるハード断面積への仮想光子からの添え字に注意すると、本過程に関するツイスト3 グルーオン破砕関数の寄与する断面積は以下のように定式化される。

$$\begin{aligned}
 \frac{d^6 \Delta \sigma^{g-frag}}{dx_{bj} dQ^2 dz_f dq_T^2 d\phi d\chi} &= \frac{\alpha_{em}^2}{128\pi^4 x_{bj}^2 S_{ep}^2 Q^2} z_f Q^2 \mathcal{A}_k(\phi - \chi) \int \frac{dx}{x} f(x) \\
 &\times \left[\Omega_\mu^\alpha \Omega_\nu^\beta \sum_X \int d\left(\frac{1}{z}\right) z^2 \hat{\Gamma}^{\mu\nu}(z) S_{\alpha\beta,\rho\sigma}^k(z) \tilde{\mathcal{V}}_k^{\rho\sigma} - i\Omega_\mu^\alpha \Omega_\nu^\beta \Omega_\lambda^\gamma \sum_X \int d\left(\frac{1}{z}\right) z^2 \hat{\Gamma}_\partial^{\mu\nu}(z) \frac{\partial S_{\alpha\beta,\rho\sigma}^k(k)}{\partial k^\gamma} \right]_{c.l.} \tilde{\mathcal{V}}_k^{\rho\sigma} \\
 &+ Re \left[i\Omega_\mu^\alpha \Omega_\nu^\beta \Omega_\lambda^\gamma \sum_X \int d\left(\frac{1}{z}\right) \int d\left(\frac{1}{z'}\right) z z' P\left(\frac{1}{1/z' - 1/z}\right) \right. \\
 &\times \left. \left(-\frac{if^{abc}}{N} \hat{\Gamma}_{FA}^{\mu\nu\lambda}\left(\frac{1}{z'}, \frac{1}{z}\right) + d^{abc} \frac{N}{N^2 - 4} \hat{\Gamma}_{FS}^{\mu\nu\lambda}\left(\frac{1}{z'}, \frac{1}{z}\right) \right) S_{\alpha\beta\gamma,\rho\sigma,abc}^{L,k}(z', z) \tilde{\mathcal{V}}_k^{\rho\sigma} \right]. \quad (4.48)
 \end{aligned}$$

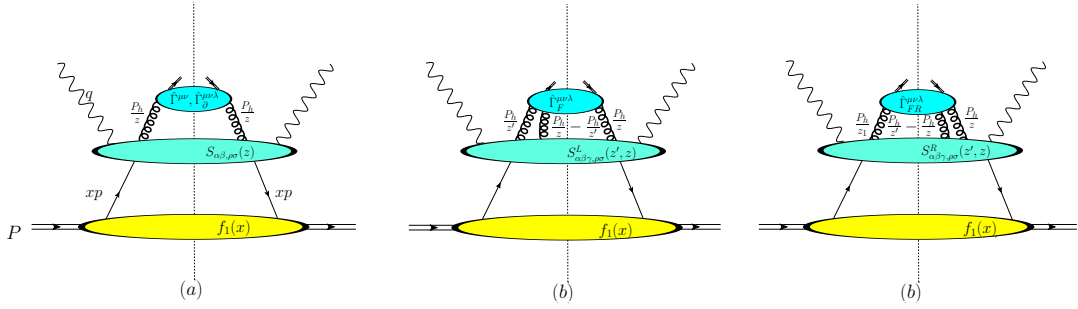


図 4.3: $ep \rightarrow e\Lambda^\uparrow X$ 過程へ ツイスト3 グルーオン破砕関数の寄与を与えるダイアグラム

以下、上記断面積へ現れるパートニックなダイアグラムを載せる。

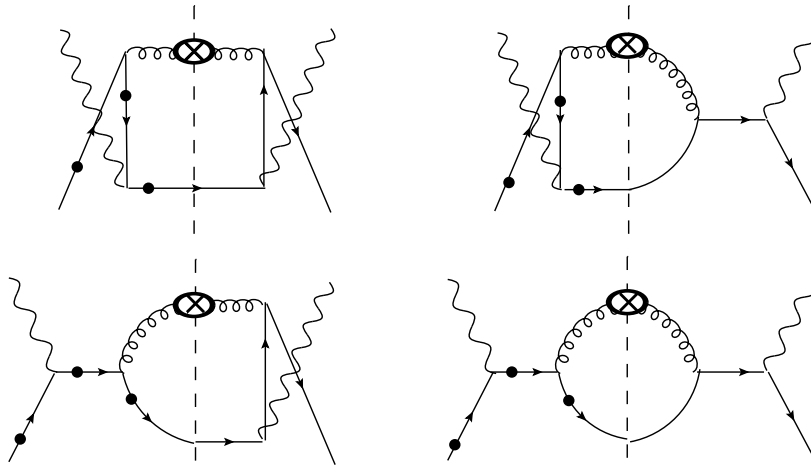


図 4.4: 式 (4.48) 中のハードパート $S_{\alpha\beta,\rho\sigma}^k(z)$, $S_{\alpha\beta\gamma,\rho\sigma}^{L,k}(z', z)$ に寄与する $q\gamma^* \rightarrow gg$ チャンネルのダイアグラム。

第 5 章

まとめ

本論文では SSA 現象である横偏極ハイペロン生成に関して、無偏極核子-核子衝突過程 ($pp \rightarrow \Lambda^\uparrow X$) 及び電子-核子散乱過程 ($ep \rightarrow \Lambda^\uparrow X$) の 2 過程の微分断面積へのツイスト 3 破砕関数からの寄与をコリニア因子化の枠組みで定式化した。

本過程への寄与には、ツイスト 3 クォーク破砕関数からの寄与とツイスト 3 グルーオン破砕関数からの寄与がある。

クォーク破砕関数からの寄与は、 $ep^\uparrow \rightarrow e\pi X$ において開発された定式化の手法を基に断面積公式を求めた。さらに物理量である微分断面積のフレーム不変性を確認するため、2つの系でハード断面積を計算した。そこへクォーク破砕関数間の関係式 EOM, LIR を断面積へ適用することで、各ツイスト 3 破砕関数との積となっているハード断面積 σ を整理し、それらがフレーム不変な組み合わせとなっていることを証明した。

グルーオン破砕関数からの寄与については、まず断面積中へ表れる行列要素形に対応したツイスト 3 グルーオン破砕関数を新たに定義した。そしてクォーク破砕関数の寄与やグルーオン分布関数の寄与の定式化を拡張し、新しくグルーオン破砕関数の寄与する断面積公式の定式化を行った。

両過程の寄与を完全に計算するためには、クォーク破砕関数からの寄与計算からの類推として、ツイスト 3 グルーオン破砕関数間の EOM, LIR を導出し、断面積公式へ適用する必要がある。関係式の導出へ用いる QCD 運動方程式 $(D_\nu F^{\mu\nu})^a = \bar{\psi}\gamma^\mu T^a \psi$ から、この関係式中には、図 (5.1) に対応するようなクォーク破砕関数が表れると考えられる。したがって、完全にゲージ不変かつフレーム不変な形で pp 及び ep のツイスト 3 断面積を導出するためには、グルーオン破砕関数からの寄与と上記形式のクォーク破砕関数からの寄与とを合わせて計算する必要がある。

上記計算が完了すれば、横偏極ハイペロン生成過程に関しての断面積計算は QCD 結合定数の最低次近似において完全なものとなる。以上により最終的に求まった断面積公式を基に過去の実験データの解析を行うことで、本過程に関与するツイスト 3 分布・破砕関数の関数形を決定し、ハドロン内部のクォーク・グルーオン相関構造に関する理解がさらに進むことが期待される。さらに偏極ハイペロン生成過程に関し、核子核子衝突については BNL における RHIC-STAR や S-PHENIX、電子核子衝突としては Electron Ion Collider(EIC) による高エネルギーハドロン散乱実験が将来的に計画されている。本研究の成果はこれらの実験への予言を与える上でも極めて有用なものと言える。

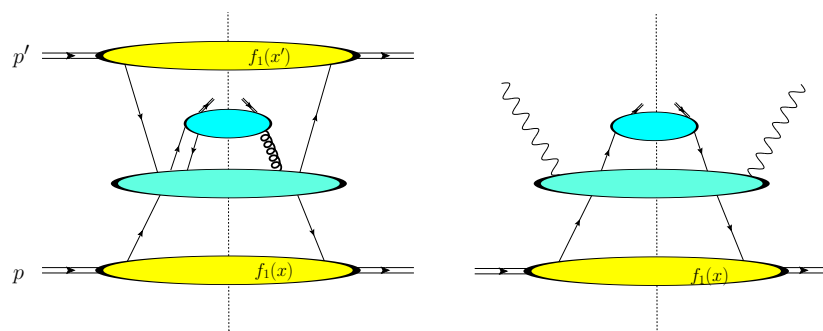


図 5.1: $pp \rightarrow \Lambda^\dagger X$ 過程 (図中左) 及び $ep \rightarrow e\Lambda^\dagger X$ 過程 (図中右) に関しクォーク-反クォーク-グルーオン破砕関数の寄与を与えるダイアグラム

参考文献

- [1] G. Bunce, R. Handler, R. March, P. Martin, L. Pondrom, M. Sheaff, K. J. Heller and O. Overseth *et al.*, Phys. Rev. Lett. **36**, 1113 (1976).
- [2] K. J. Heller *et al.*, Phys. Rev. Lett. **41**, 607 (1978) Erratum: Phys. Rev. Lett. **45**, 1043 (1980).
- [3] S. Erhan *et al.*, Phys. Lett. **82B**, 301 (1979).
- [4] K. J. Heller *et al.*, Phys. Rev. Lett. **51**, 2025 (1983).
- [5] B. Lundberg *et al.*, Phys. Rev. D **40**, 3557 (1989).
- [6] B. S. Yuldashev *et al.*, Phys. Rev. D **43**, 2792 (1991).
- [7] E. J. Ramberg *et al.*, Phys. Lett. B **338**, 403 (1994).
- [8] V. Fanti *et al.*, Eur. Phys. J. C **6**, 265 (1999).
- [9] I. Abt *et al.* [HERA-B Collaboration], Phys. Lett. B **638**, 415 (2006) [hep-ex/0603047].
- [10] R. Aaij *et al.* [LHCb Collaboration], Phys. Lett. B **724**, 27 (2013)
- [11] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], Phys. Rev. D **91**, 032004 (2015)
- [12] D. L. Adams *et al.* [E581 and E704 Collaborations], Phys. Lett. B **261**, 201 (1991);
- [13] D. L. Adams *et al.* [E704 Collaboration], Phys. Lett. B **264**, 462 (1991).
- [14] A. Airapetian *et al.* [HERMES Collaboration], Phys. Rev. D **74**, 072004 (2006)
- [15] A. Airapetian *et al.* [HERMES Collaboration], Phys. Rev. D **76**, 092008 (2007)
- [16] A. Airapetian *et al.* [HERMES Collaboration], Phys. Rev. D **90**, no. 7, 072007 (2014)
- [17] D. W. Sivers, Phys. Rev. D **41**, 83 (1990).
- [18] D. W. Sivers, Phys. Rev. D **43**, 261 (1991).
- [19] P. J. Mulders and R. D. Tangerman, Nucl. Phys. B **461**, 197 (1996) Erratum: [Nucl. Phys. B **484**, 538 (1997)]
- [20] D. Boer and P. J. Mulders, Phys. Rev. D **57**, 5780 (1998)
- [21] A. V. Belitsky, X. Ji and F. Yuan, Nucl. Phys. B **656**, 165 (2003)
- [22] D. Boer, P. J. Mulders and F. Pijlman, Nucl. Phys. B **667**, 201 (2003)
- [23] A. V. Efremov and O. V. Teryaev, Sov. J. Nucl. Phys. **36**, 140 (1982)
- [24] R. K. Ellis, W. Furmanski and R. Petronzio, Nucl. Phys. B **207**, 1 (1982).
- [25] R. K. Ellis, W. Furmanski and R. Petronzio, Nucl. Phys. B **212**, 29 (1983).
- [26] A. V. Efremov and O. V. Teryaev, Phys. Lett. **150B**, 383 (1985).
- [27] Y. Koike and T. Tomita, Phys. Lett. B **675**, 181 (2009)
- [28] A. Metz and D. Pitonyak, Phys. Lett. B **723**, 365 (2013) Erratum: Phys. Lett. B **762**, 549 (2016) [arXiv:1212.5037 [hep-ph]].
- [29] H. Eguchi, Y. Koike and K. Tanaka, Nucl. Phys. B **752**, (2006)

- [30] H. Eguchi, Y. Koike and K. Tanaka, Nucl. Phys. B **763**, 198 (2007)
- [31] H. Beppu, K. Kanazawa, Y. Koike and S. Yoshida, Phys. Rev. D **89**, 034029 (2014)
- [32] K. Kanazawa and Y. Koike, Phys. Rev. D **88**, 074022 (2013)
- [33] K. Kanazawa, Y. Koike, A. Metz and D. Pitonyak, Phys. Rev. D **89**, 111501(R) (2014)
- [34] Y. Kanazawa and Y. Koike, Phys. Rev. D **64**, 034019 (2001)
- [35] J. Zhou, F. Yuan and Z. T. Liang, Phys. Rev. D **78**, 114008 (2008)
- [36] Y. Koike, K. Yabe and S. Yoshida, Phys. Rev. D **92**, 094011 (2015)
- [37] Y. Koike, W. Vogelsang and F. Yuan, Phys. Lett. B **659**, 878 (2008)
- [38] J. C. Collins and D. E. Soper, Nucl. Phys. B **194**, 445 (1982).
- [39] R. L. Jaffe and X. D. Ji, Nucl. Phys. B **375**, 527 (1992).
- [40] R. L. Jaffe, Lect. Notes Phys. **496**, 178 (1997)
- [41] J. Kodaira and K. Tanaka, Prog. Theor. Phys. **101**, 191 (1999)
- [42] X. D. Ji, Phys. Lett. B **289**, 137 (1992). doi:10.1016/0370-2693(92)91375-J
- [43] K. Kanazawa, Y. Koike, A. Metz, D. Pitonyak and M. Schlegel, Phys. Rev. D **93**, 054024 (2016)
- [44] P. J. Mulders and R. D. Tangerman, Nucl. Phys. B **461**, 197 (1996) Erratum: Nucl. Phys. B **484**, 538 (1997)
- [45] A. Bacchetta, M. Diehl, K. Goeke, A. Metz, P. J. Mulders and M. Schlegel, JHEP **0702**, 093 (2007)
- [46] K. Kanazawa, A. Metz, D. Pitonyak and M. Schlegel, Phys. Lett. B **744**, 385 (2015)
- [47] S. Meissner and A. Metz, Phys. Rev. Lett. **102**, 172003 (2009)
- [48] K. Kanazawa, Y. Koike, A. Metz and D. Pitonyak, Phys. Rev. D **89**, 111501(R) (2014)
- [49] L. Gamberg, Z. B. Kang, D. Pitonyak and A. Prokudin,
- [50] K. Kanazawa, A. Metz, D. Pitonyak and M. Schlegel, Phys. Lett. B **742**, 340 (2015)
- [51] Y. Koike, D. Pitonyak and S. Yoshida, Phys. Lett. B **759**, 75 (2016)
- [52] Y. Koike, D. Pitonyak, Y. Takagi and S. Yoshida, Phys. Lett. B **752**, 95 (2016)
- [53] P. J. Mulders and J. Rodrigues, Phys. Rev. D **63** (2001) 094021
- [54] Y. Hatta, K. Kanazawa and S. Yoshida, Phys. Rev. D **88**, 014037 (2013)
- [55] R. b. Meng, F. I. Olness and D. E. Soper, Nucl. Phys. B **371**, 79 (1992).
- [56] Y. Koike, K. Tanaka and S. Yoshida, Phys. Rev. D **83**, 114014 (2011)