

博士論文の要旨及び審査結果の要旨

氏名 長峰 孝典  
 学位 博士 (理学)  
 学位記番号 新大院博 (理) 第 437 号  
 学位授与の日付 平成 31 年 3 月 25 日  
 学位授与の要件 学位規則第 4 条第 1 項該当  
 博士論文名 Closed polynomials and kernels of higher derivations over an integral domain  
 (整域上の整閉多項式と高階導分の核について)

論文審査委員 主査 教授・小島 秀雄  
 副査 教授・印南 信宏  
 副査 教授・三浦 毅  
 副査 准教授・星 明考  
 副査 准教授・高橋 剛

博士論文の要旨

本博士論文では、整域上の多項式環の整閉部分代数と高階導分に関して、長峰孝典君によって得られた結果が紹介されている。

第一章では次数付環と環の次数付け、整域上の導分とその核、および、整域上の高階導分とその核に関する基礎事項と後の議論で必要となる結果について簡潔にまとめられている。更に、それらの結果を用いて、整域  $R$  上の多項式環内の超越次数が  $r$  ( $r$  は自然数) となる部分代数の族  $S(R, n, r)$  に包含関係により順序を定めた場合に、 $S(R, n, r)$  の元が  $S(R, n, r)$  の極大元になるための必要十分条件をいくつか与えている。この結果は  $R$  が体で  $R$  上 1 個の元で生成される部分代数の族についてこれまで得られていた結果を一般化している。

第二章では多項式環の閉多項式 (closed polynomial) について得られた結果が紹介されている。整域  $R$  上の多項式環  $B$  の元  $f$  が閉多項式であるとは、 $R$  上  $f$  で生成される  $B$  の部分代数  $R[f]$  が整閉であるときをいう。本章では、第一章の結果を用いて、与えられた多項式  $f$  が閉多項式であるための様々な十分条件を与えている。一般に与えられた多項式が閉多項式であるかどうかを判定することは難しく、これまでに知られていた条件は実際にその条件を用いて閉多項式であるかどうかを判定するのは困難であった。申請者により与えられたそれらの条件は多項式の次数付けを適当に与えることにより閉多項式であることが分かるものであり、閉多項式であることを示すのは容易である。本章の最後の節では、分解閉多項式と単座標という概念が導入され、分解閉多項式と単座標の代数幾何学的な判定条件が与えられており、更に多項式が座標であるための必要十分条件が与えられている。最後の節では、標数 0 の代数閉体上の 2 変数多項式環でのそれらの概念の簡明な特徴付けが与えられている。

第三章では、整域  $R$  上の 2 変数多項式環  $R[x, y]$  内の導分や高階導分の核について得られた結果が紹介されている。前半では  $R$  が標数 0 の一意分解整域のときに、 $R[x, y]$  上のヤコビアン型の導分の核を、閉多項式に関する結果を用いて調べている。後半では、 $R$  が正標数の体のときに、 $R[x, y]$  上のヤコビアン型の高階導分の概念を導入し、特別な場合にそれが標数 0 のヤコビアン型導分と同様の性質を持つことを示した。

第四章では、第三章の結果を用いて、標数 0 の一意分解整域上の 2 変数多項式環の単項式導分の核を完全に決定した。更に、標数 0 の体上の 2 変数有理関数体の単項式導分で、その核が定数だけになるものを決定した。これらの結果は、各項の係数が 1 となる単項式導分について知られている結果の一般化になっている。

最後に第五章では、変数の個数が 3 以上の多項式環の研究を遂行するため、第一章と第二章での結果を高次元の場合に拡張する試みを紹介している。具体的には第一節では、多項式環のレトラクト (retract) に関する基礎的事項を紹介している。第二節では、標数 0 の体上の 3 変数多項式環の導分による核が 2 変数多項式環になるための、導分に関する十分条件を前章までの結果とレトラクトに関する結果を用いて与えている。

#### 審査結果の要旨

多項式環上の導分の核や閉多項式はこれまで多くの数学者によって研究されてきている。これらの成果はヒルベルトの第 14 問題の反例の構成や多項式環の自己同型群の考察等に応用されている。

長峰孝典君の博士論文では、体上の多項式環における閉多項式と高階導分の核に関するこれまでに知られていた結果の多くを、整域上の多項式環の場合に拡張している。また、分解多項式と単座標に関する一連の研究成果は多項式環の座標の新しい特徴付けを与えることに結びつき、この結果は多項式環の自己同型群を研究する上でとても重要である。更に、これらの結果を、多項式環の導分や高階導分への応用しており、これらの結果もとても興味深い。

本論文で得られた結果はアフィン代数幾何学の分野においてとても重要であることが、審査で確認された。よって、本論文は博士 (理学) の博士論文として十分であると認定した。