

博士論文の要旨及び審査結果の要旨

|         |                                                                                                                                                       |
|---------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 氏名      | 小形 優人                                                                                                                                                 |
| 学位      | 博士 (理学)                                                                                                                                               |
| 学位記番号   | 新大院博 (理) 第 436 号                                                                                                                                      |
| 学位授与の日付 | 平成 31 年 3 月 25 日                                                                                                                                      |
| 学位授与の要件 | 学位規則第 4 条第 1 項該当                                                                                                                                      |
| 博士論文名   | Characterization of set relations in set optimization and its application to set-valued alternative theorems<br>(集合最適化における二項関係の特徴づけと集合値写像の二者択一定理への応用) |
| 論文審査委員  | 主査 教授・田中 環<br>副査 教授・山田 修司<br>副査 教授・家富 洋<br>副査 准教授・蛭川 潤一<br>副査 准教授・劉 雪峰                                                                                |

博士論文の要旨

本論文は、集合値最適化および集合最適化で最近良く利用されている、集合と集合の優劣を判断する二項関係 (凸錐によるベクトル間の半順序とそれに基づいた二つの集合間の直接的な比較法) の特徴づけ, その計算可能性, および応用に関する研究を行っている。従来の集合値最適化問題における集合の最適性規準は, ベクトル最適化の延長線上にあり, 集合族に対するある種の半順序のような二項関係に対して必ずしも望むべき解になっているとは限らない状況であった。最近では, このようなベクトル同士の有効性の代わりに, 集合間の直接的な比較法とその二項関係を保存するような非線形のスカラー化関数が複数提案されて利用されている。そこで, これらのスカラー化関数の持つ性質を利用して, 2つの集合間の優劣をスカラー化関数の正・非負もしくは非正・負の値で判定する定理を証明している。また, それらの計算可能性にも言及し, 同時に集合値写像に対する Gordan 型二者択一定理を凸性の仮定をせずに証明している。また, その定理の結果を応用して, 一般的な最適化問題の実行可能性の安定性を論じている。

集合に対する非線形スカラー化の手法は, ベクトルに対する非線形スカラー化関数の考えに基づいているが, これは元々, 1980 年代に Chr. Gerth (Tammer) によって紹介され, 凸でない集合に対する分離定理に応用されたものであり, Hamel・Löhne はさらにその手法を一般化した方法を用いている。それらを Kuwano・Tanaka・Yamada が統一的に定義することに成功し, 最近良く利用されるようになった。本論文では, それらの非線形スカラー化関数の性質を利用して, 順序実ベクトル空間における 2つの集合間の優劣をスカラー化関数の正・非負もしくは非正・負の値で判定する方法を提唱している。

本論文の構成は, 次のようになっている。第 2 章で, 順序線形位相空間におけるいくつかの基礎概念にふれ, 第 3 章で, 実ベクトル空間における, 二つの集合間の直接的な比較法 (集合の二項関係, set-relation) について紹介し, その集合間の二項関係の性質とそれの対応した非線形のスカラー化関数についてそれらの性質をまとめている。第 4 章では集合の二項関係について, 新たに分かった特徴づけ定理について証明および解説を行っており, これが本論文における主研究定理となっている。最後に, 第 5 章では, 特徴づけ定理

の応用として、集合値写像に対する、Gordan 型二者択一定理を扱い、それを用いた最適化問題の実行可能安定性の判定について斬新な考え方を提案している。

#### 審査結果の要旨

本論文は、集合最適化における、集合と集合の優劣を判断する二項関係（凸錐によるベクトル間の半順序とそれに基づいた二つの集合間の直接的な比較法）の特徴づけ、その計算可能性に関する研究とその応用研究をまとめたものである。その結果、先行研究で提案された、集合値写像に対する、Gordan 型二者択一定理を凸性の仮定なしで証明に成功している。また、その6通りの二項関係に対応した二者択一定理の結果をうまく利用して、最適化問題の実行可能安定性の判定方法を新しく提案している。この考え方は大変斬新である。これらの発表内容から本論文が新規性に富んでいることが確認できた。このような取り組みは、数理科学的に独創性、新規性、有効性の高いものと認められ、今後のこの分野の発展に貢献が期待できる。また、申請論文の内容の一部はすでに学術論文として、最適化の分野で権威のある査読付国際雑誌に掲載されている。このことから、本学位申請論文が当該分野において評価される研究であることを確認できた。

よって、上記の内容に基づき本論文が博士（理学）の博士論文として十分であると認定した。