

博士論文の要旨及び審査結果の要旨

氏名 YU Hui
 学位 博士 (理学)
 学位記番号 新大院博 (理) 第 433 号
 学位授与の日付 平成 30 年 9 月 20 日
 学位授与の要件 学位規則第 4 条第 1 項該当
 博士論文名 Calculation Methods for Scalarization of Polyhedral Sets Based on Set Relations
 (集合関係に基づいた凸多面集合に対するスカラー化の計算方法の研究)

論文審査委員 主査 教授・田中 環
 副査 教授・山田 修司
 副査 教授・家富 洋
 副査 准教授・蛭川 潤一

博士論文の要旨

本論文は、集合値最適化（および集合最適化）で最近良く利用されている、集合に対する非線形スカラー化関数の値を具体的に計算して求める方法に関する研究を行っている。従来の集合値最適化問題における集合の最適性規準は、ベクトル最適化の延長線上にあり、集合族に対するある種の半順序のような二項関係に対して必ずしも望むべき解になっているとは限らない状況であった。最近では、このようなベクトル同士の有効性の代わりに、集合間の直接的な比較法とその二項関係を保存するような非線形のスカラー化関数が複数提案されて利用されている。しかし、これらのスカラー化関数の具体的な計算可能性や求解手順についての研究はほとんど見当たらず、それらを明らかにすることは非常に重要である。本論文は、実ベクトル空間の半順序を与える凸錐と対象にする集合族がすべて凸多面集合（対象にする集合族に対しては、有界の場合と非有界な場合の両方がある）となっている場合に焦点をあてて計算可能性と関数の具体的な値を計算するアルゴリズムを与えている。

集合に対する非線形スカラー化の手法は、ベクトルに対する非線形スカラー化関数の考え方を応用したものである。このベクトルに対するスカラー化手法は元々、1983年に Gerstewitz (現在の Tammer) が提唱したもので、1990年に Gerth (Tammer)・Weidner が、多目的最適化理論の中で凸とは限らない2つの集合に対する分離定理を証明する上で利用されたものであり、Hamel・Löhne はさらにその手法を一般化したいくつかの方法を2006年に提唱している。2010年には、それらを Kuwano・Tanaka・Yamada が統一的に定義することに成功し、最近色々な論文の中で利用されるようになった。そこで、本論文では、2009年に行われた孫田・田中・山田らの研究を参考に、Kuwano・Tanaka・Yamada が統一的に定義した（6通りの）集合に対するスカラー化関数の値を具体的に求める方法を提案し、従来理論的にしか取り扱われなかったスカラー化関数に対して具体的に計算可能であることを示すことができた。

本論文の構成は、次のようになっている。第2章で、実ベクトル空間における、二つの集合間の直接的な比較法について紹介し、その集合間の二項関係 (set-relation) の性質について調査を行っている。また、集合に対する6通りのスカラー化関数、凸多面集合、

有限生成集合に関する基本的な概念も紹介している。第 3 章では、それらのスカラー化関数の値を求めるプロセスを複数の線形計画問題を解く形で表現するために、集合間の二項関係をベクトルの大小の比較の表現に変形している。第 4 章では、6 通りのスカラー化関数の具体的な計算アルゴリズムをいくつかの場合に分けて提案している。第 4.1 節では、有界な凸多面集合（即ち凸多面体）の場合の計算アルゴリズムを紹介し、第 4.2 節では、凸多面体の場合からより一般的な凸多面集合（必ずしも有界ではない集合）の場合に適用の範囲を拡張している。その中で、関数値が有限になる場合の条件を吟味している。さらに、第 4.3 節では、これらの計算手順を理解するために計算例を与えている。これらの計算手続きと同値変形の証明が本学位論文のもっともオリジナルな部分とも言える。

審査結果の要旨

本論文は、集合値最適化（および集合最適化）における、順序ベクトル空間の集合に対する（集合の選好順序を保存する）6 通りのスカラー化関数の値を複数の線形計画問題を解く形で具体的に計算して求めている。しかも、対象とする集合を凸多面集合（必ずしも有界ではない集合）の場合に適用の範囲を広げて、関数値が有限になる場合の十分条件を与えて詳細に求解方法を提示している。また、これらの計算手順を理解するために具体例を挙げて計算例を示している。これらの発表内容から本論文が新規性に富んでいることが確認できた。このような取り組みは、数理科学的に独創性、新規性、有効性の高いものと認められ、今後のこの分野の発展に貢献が期待できる。また、申請論文の内容の一部はすでに 2 編の学術論文として査読付国際雑誌に掲載されている。このことから、本学位申請論文が当該分野において評価される研究であることを確認できた。

よって、上記の内容に基づき本論文が博士（理学）の博士論文として十分であると認定した。