

# 710 三次元測定機によるはすば歯車の測定

Measurement of Helical Gear Using Coordinate Measuring Machine

○劉 宗先(新潟大院) 正 田村 久司(新潟大) 正 川崎 一正(新潟大)

Zong Xian Liu, Niigata University, 8050, Ikarashi 2-nocho, Niigata  
 Hisashi TAMURA, Niigata University  
 Kazumasa KAWASAKI, Niigata University

**Key Words:** Machine Element, Gear, Measurement, Helical Gear, Coordinate Measuring Machine, Inspection, Involute Helicoid, Gear Tooth, Pitch Error, Profile Error

## 1. 緒言

JISではインボリュートのはすば平歯車の精度・等級を決める項目としてピッチ誤差、歯形誤差、歯すじ誤差および歯みぞの振れ(偏心)の4項目を規定している。これらの誤差測定は、以前はそれぞれ専用の測定機を用いて行われていたが、現在は一台のCNC測定機ですべての測定が行えるようになってきている。しかし、その測定原理は専用測定機の場合と全く同じく、歯車歯面の二次元的形状認識に基づくものであり、歯車本来の姿である三次元的な形状認識に基づいているものではない。

本測定法は、はすば歯車歯面を空間に広がるインボリュートねじ面として捉え、歯面上の多数点の座標を三次元測定機で測定する方法であって、著者らが傘歯車やハイポイドギヤの製作誤差検出に用いた方法<sup>(1)(2)</sup>をはすば歯車の精度測定に適用したものである。すなわち本研究は、はすば歯車歯面上の点の座標測定値群に各種の誤差情報が含まれていると考え、その測定値群から目的とする誤差を検出しようとしたものである。

誤差の検出は、まずインボリュートねじ面を目的とする誤差項目の関数として幾何学の理論に基づき数式表示し、つぎにその理論ねじ面を座標測定値群に適合するように最小二乗法によって決定し、そのときの誤差項目の値と設計値との差を誤差とする、という方法で行う。

## 2. はすば歯車歯面の数式表示

歯直角方式のはすば歯車において、モジュールを $m_n$ 、工具圧力角を $\alpha_n$ 、ピッチ円筒上のねじれ角を $\beta_0$ 、歯数を $z_0$ とすれば、誤差が生じる可能性のあるものは $\alpha_n$ と $\beta_0$ である。

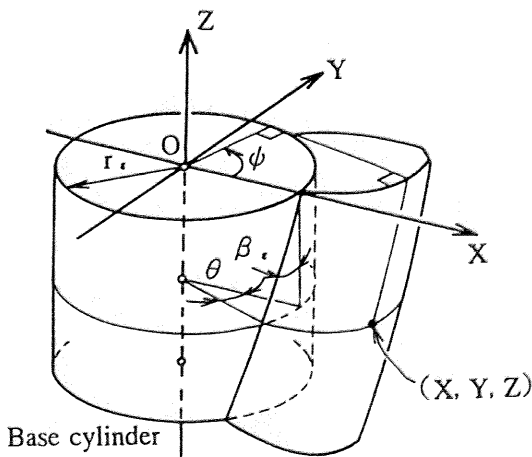


Fig.1 Involute helicoid

である。このことを念頭におき、基礎円筒半径 $r_g$ と基礎円筒上のねじれ角 $\beta_0$ を求めると<sup>(3)</sup>

$$\left. \begin{aligned} r_g(\alpha_n, \beta_0) &= 0.5 z_0 m_n / \sqrt{\tan^2 \alpha_n + \cos^2 \beta_0} \\ \beta_g(\alpha_n, \beta_0) &= \tan^{-1}(\sin \beta_0 / \sqrt{\tan^2 \alpha_n + \cos^2 \beta_0}) \end{aligned} \right\} \dots(1)$$

$r_g$ と $\beta_g$ を用いてインボリュートねじ面すなわちはすば歯車歯面の式を歯車に固着した座標系O-XYZで表し、それを列ベクトル $X=(X, Y, Z)^T$ で示すと、 $\phi$ と $\theta$ を曲面表示パラメータとして(図1参照)

$$\left. \begin{aligned} X(\phi, \theta) &= r_g \left\{ \begin{aligned} &(\cos \phi + \phi \sin \phi) \cos \theta \\ &-(\sin \phi - \phi \cos \phi) \sin \theta \end{aligned} \right\} \\ Y(\phi, \theta) &= r_g \left\{ \begin{aligned} &(\cos \phi + \phi \sin \phi) \sin \theta \\ &+(\sin \phi - \phi \cos \phi) \cos \theta \end{aligned} \right\} \\ Z(\theta) &= r_g \cot \beta_g \cdot \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

歯面Xの単位面法線ベクトルを $N=(N_x, N_y, N_z)^T$ とする

$$\left. \begin{aligned} N_x(\phi, \theta) &= \cos \beta_g \sin(\phi + \theta) \\ N_y(\phi, \theta) &= -\cos \beta_g \cos(\phi + \theta) \\ N_z &= \sin \beta_g \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3)$$

なお、図1に示した歯面を零番目の歯面とし、それから数えてj番目の歯面の式 $X_j$ は、jを既知として

$$\left. \begin{aligned} X_j &= C(\Phi_j) X, \quad \Phi_j = 2\pi j / z_0 \\ C(\Phi_j) &= \begin{bmatrix} \cos \Phi_j & -\sin \Phi_j & 0 \\ \sin \Phi_j & \cos \Phi_j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

## 3. 誤差の検出

はすば歯車を三次元測定機に設置する。測定機の座標系を $O_m-X_m Y_m Z_m$ とする。そして、歯車軸の方向が測

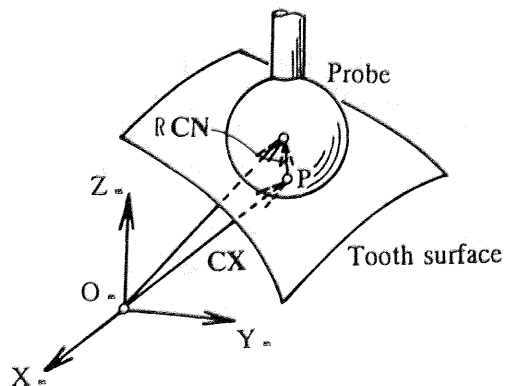


Fig.2 Contact of probe and tooth surface

定機の \$Z\_m\$ 軸方向に一致しているものとする。このことは簡単に実現できるが、歯車固着の \$X\$ 軸と測定機の \$X\_m\$ 軸とを一致させることは困難である。そこで二軸のなす角度 \$\Phi\$ をいまのところ未知とするが、どうしても決定しなければならない角度である。すなわち検出すべき項目が1つ増したことを意味する。

図2に歯面 \$X\$ と半径 \$R\$ の測子が点 \$P\$ で接触している状態を示す。測子中心の座標を \$\mathbf{M}=(M\_x, M\_y, M\_z)^T\$ とする。

$$\mathbf{M} = C(\Phi)\{X(\phi, \theta) + RN(\phi, \theta)\} \dots\dots\dots(5)$$

これを円筒座標系に変換すると

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{M_x^2 + M_y^2} &= \sqrt{\{P_x(\phi, \theta)\}^2 + \{P_y(\phi, \theta)\}^2} \\ M_z &= P_z(\theta) \\ \tan^{-1}(M_y/M_x) &= \Phi + \tan^{-1}\{P_y(\phi, \theta)/P_x(\phi, \theta)\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(6)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} P_x(\phi, \theta) &= X(\phi, \theta) + RN_x(\phi, \theta) \\ P_y(\phi, \theta) &= Y(\phi, \theta) + RN_y(\phi, \theta) \\ P_z(\theta) &= Z(\theta) + RN_z \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(7)$$

式(6)の最初の2つの式から接触点の位置を示す \$\phi, \theta\$ が \$\Phi\$ と無関係に求められる。\$\phi\$ と \$\theta\$ は \$\alpha\_n, \beta\_0\$ の関数である。この \$\phi, \theta\$ を3番目の式に代入すれば \$\Phi\$ を求めることができるが、一般に測定点の位置が変わると不変であるべき \$\Phi\$ の値も微妙に変わるし、\$\alpha\_n, \beta\_0\$ の真値が不明の状態では \$\Phi\$ の値を定めても意味がない。そこで多数点の座標測定値によく適合するように最小二乗法で \$\Phi, \alpha\_n, \beta\_0\$ を決める。すなわち各点の測定ごとに式(6)の3番目の式の両辺の差を考え、これを残差とし、残差の二乗和を最小にするような \$\Phi, \alpha\_n, \beta\_0\$ を決める。\$i\$ 番目の測定値 \$(M\_{xi}, M\_{yi}, M\_{zi})\$ に対するパラメータ \$\phi, \theta\$ と残差をそれぞれ \$\phi\_i, \theta\_i, E\_i\$ とすれば \$\phi\_i(\alpha\_n, \beta\_0), \theta\_i(\alpha\_n, \beta\_0)\$ を考慮して

$$E_i(\Phi, \alpha_n, \beta_0) = \Phi + \tan^{-1}\{P_y(\phi_i, \theta_i)/P_x(\phi_i, \theta_i)\} - \tan^{-1}(M_{yi}/M_{xi}) \dots\dots\dots(8)$$

測定点の数を \$N\$ として最小二乗法を適用すれば

$$\left. \begin{aligned} \partial F/\partial \Phi &= 0, \quad \partial F/\partial \alpha_n = 0, \quad \partial F/\partial \beta_0 = 0 \\ F &= \sum_{i=1}^N E_i^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(9)$$

連立方程式(9)の解として \$\Phi, \alpha\_n, \beta\_0\$ が求められるが、\$\partial F/\partial \Phi = 0\$ よりまず \$\Phi\$ が次式のように求められる。

$$\Phi(\alpha_n, \beta_0) = (1/N) \sum_{i=1}^N \left[ \tan^{-1}(M_{yi}/M_{xi}) - \tan^{-1}\{P_y(\phi_i, \theta_i)/P_x(\phi_i, \theta_i)\} \right] \dots\dots\dots(10)$$

これを \$\partial F/\partial \alpha\_n = 0, \partial F/\partial \beta\_0 = 0\$ に代入し、二元連立方程式の解として \$\alpha\_n, \beta\_0\$ を求めることになるが、数値計算結果から \$\partial F/\partial \beta\_0\$ は \$\alpha\_n\$ のわずかな変化に対してほとんど変化しないこと、すなわち \$\beta\_0\$ のみの関数とみなせることが判明しているため、結局、\$\alpha\_n\$ に誤差がなく設計値どおりであるとして \$\partial F/\partial \beta\_0 = 0\$ より \$\beta\_0\$ を求め、つぎにこの \$\beta\_0\$ の値のもとで \$\partial F/\partial \alpha\_n = 0\$ を満足する \$\alpha\_n\$ を求めればよいことになる。

以上のようにして求めた \$\alpha\_n, \beta\_0\$ の設計値からの差が誤差になる。

#### 4. 歯車の誤差測定

前章で求めた \$\Phi, \alpha\_n, \beta\_0\$ を用いて次のようにしてはすば

Table 1 Results of measurement

Module	\$m_n\$	2.5	
Pressure angle	\$\alpha_n\$	20°	
Helix angle	\$\beta_0\$	22° 13' 28"	
Number of teeth	\$z_0\$	49	
Heat treatment		Carburizing	
Tooth surface finish		Grinding	
		C	E
Pitch error		6.0 \$\mu\$m	2.2 \$\mu\$m
Profile error		4.3 \$\mu\$m	2.6 \$\mu\$m
Error of helix angle		+ 31"	+ 21"
Error of pressure angle		- 40"	- 22"

歯車の誤差測定をする。

4.1 ピッチ誤差 \$j\$ 番目 (\$j=1, 2, \dots, z\_0-1\$) の歯面上の任意の1点を測定すれば、\$M\_j\$ を得る。

$$\mathbf{M}_j = C(\Phi + 2\pi j/z_0 + \Delta\Phi_j)\{X(\phi_j, \theta_j) + RN(\phi_j, \theta_j)\} \dots\dots\dots(11)$$

これより \$\Delta\Phi\_j, \phi\_j, \theta\_j\$ を求める。\$\Delta\Phi\_j\$ に \$r\_g\$ を乗じたものが \$j\$ 番目の歯面の法線ピッチ誤差になる。

4.2 歯形誤差 任意に選んだ \$j\$ 番目の歯面につきその歯面上の多数点の座標測定をランダムに行い、\$M\_i\$ (\$i=1, 2, \dots, N\$) を得る。このとき歯形方向の情報をできるだけ多く得るように歯先から歯元に至る間の点が満遍無く測定されるように心掛ける必要がある。\$M\_i\$ は

$$\mathbf{M}_i = C(\Phi_i)\{X(\phi_i, \theta_i) + RN(\phi_i, \theta_i)\} \dots\dots\dots(12)$$

式(12)より \$N\$ 組の \$(\Phi\_i, \phi\_i, \theta\_i)\$ を求め、\$N\$ 個の \$(\Phi\_i + 2\pi j/z\_0 - \Phi) \cdot r\_g\$ を計算し、その中で最大のものと最小のものとの差が歯形誤差になる。

4.3 歯すじ誤差 ここではピッチ円筒上のねじれ角誤差を歯すじ誤差と考えることにする。そうすると前章で求めた \$\beta\_0\$ と設計値との差がねじれ角誤差になる。

4.4 偏心 本法では偏心量も算出できるが、ここでは省略する。

#### 5. 測定例

被測定歯車諸元と測定結果を表1に示す。測定には半径 \$R=0.997\text{mm}\$ の球状測子を用いた。表中の C 欄が三次元測定機で測定した結果であり、E 欄が従来の測定法による結果である。表より、C 欄の誤差すべてが E 欄のそれより大きくなっている。その理由は、三次元測定機の測定精度は約 \$2\mu\text{m}\$ であり、それがはすば歯車の精度に比べて大きいためと考えられる。

#### 6. 結 言

三次元測定機によるインボリュートはすば歯車の測定法を新たに提案し、その方法によって目的とする誤差を検出した。

終わりに、実験に協力された(株)長岡歯車製作所 市野之彬部長に感謝致します。

#### 文 献

- (1) 川崎・田村, 機論, 59-567, C(1993), 3513-3519.
- (2) 田村・ほか2名, 機論, 60-575, C(1994), 2450-2455.
- (3) 石川, 機械要素(2), (1976), 189, コロナ社.