

学 *高崎博雄 (新潟大工)
 学 角田 稔 (新潟大工)
 正 原 利昭 (新潟大工)

学 佐伯 暢人 (新潟大工)
 正 高野 英 貴 (新潟大工)
 正 宮 島 雅 博 (新潟大工)

1. 緒言

直動形揺動面を有する油圧駆動系に発生するスティックスリップについては、理論的にも実験的にもかなりの検討が行なわれているが、まだ十分とは言えないようである。松崎ら⁽¹⁾はこれらについて四方弁の特性、可動部分の摩擦特性、作動油の圧縮率および油圧回路の各部寸法をもとに理論解析し、モデルテーブルを用いてえられる実験結果との比較をおこなっている。着者の一人は機械駆動系において発生する摩擦振動について理論的にかなり詳細な検討結果を報告しているが⁽²⁾、本報では油圧駆動系において可動部分の摩擦特性を2本の折れ線で近似した場合にえられる同様の取扱いが、リミットサイクルの発生にどのような影響を有するかなどについて検討したので報告する。

2. 油圧駆動系と摩擦特性

図1は四方弁を使用した直動形油圧駆動系のモデル図で、図2はテーブルの揺動面に働く摩擦特性 $f_N(v)$ を2本の折れ線で近似した様子をしめす。可動部分の質量を m 、テーブルの速度を v 、ピストンの有効断面積を A_p 、四方弁出口の圧力差ならびに流量をそれぞれ P_m, q_m 、シリンダーおよび配管の容積変化および作動油の圧縮性によって定まる係数を C とすると、可動部分の運動方程式ならびに圧縮性を考慮した作動油の連続の式は、式(1)、(2)のように与えられる。またスプール変位を x とすると四方弁の特性から、 P_m の変化の小さい範囲では式(3)が成り立つ。ここで $k_x = \partial q_m / \partial x$ 、 $k_p = -\partial q_m / \partial P_m$ であり、それぞれ無負荷流量特性、圧力流量特性から定まる定数である。

$$m \frac{dv}{dt} + f_N(v) = A_p P_m \quad (1)$$

$$q_m = A_p v + C \frac{dP_m}{dt} \quad (2)$$

$$q_m = k_x x_0 - k_p P_m \quad (3)$$

$$f_N(v) = \begin{cases} b_1 v + F_{d1} & (V_1 < v < V_{i+1}) \\ -F_s \sim F_s & (v = 0) \\ b_2 v - F_{d1} & (-V_{i+1} < v < -V_1) \end{cases} \quad (4)$$

いま摩擦特性を図示のように2本の折れ線で近似すると $f_N(v)$ は式(4)のように表わされる。ここで $b_i, V_i (i=1, 2)$ は第 i 角目折れ線の傾斜と折れ点の速度。また F_s は最大静止摩擦力、 $F_{d1} (= F_{d2})$ は $v \rightarrow 0$ のときの運動摩擦力、などである。

3. リミットサイクルの種類と形状

図3は $F_s = F_{d1}$ の場合に生ずるリミットサイクルを $v-P_m$ 平面で表わした一例で、スプール変位 x_0 から定まる駆動テーブルの特異点速度 V_s と閉曲線のもつ U_{max}, U_{min} などの値により種々の場合がえられる(表1)。

4. リミットサイクルをあらわす曲線

$F_s = F_{d1}$ の場合、特異点が振動点となる(i)-(i)形について

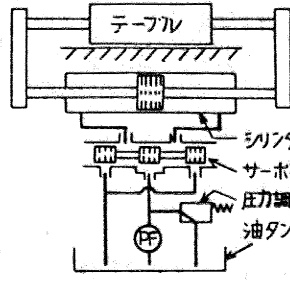


図 1

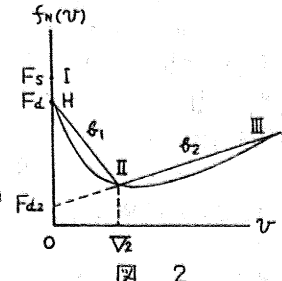


図 2

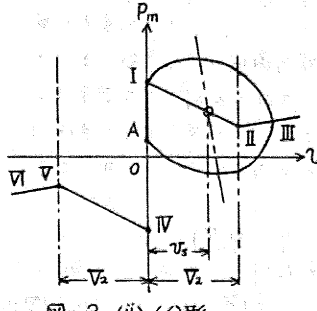


図 3 (ii)-(i)形

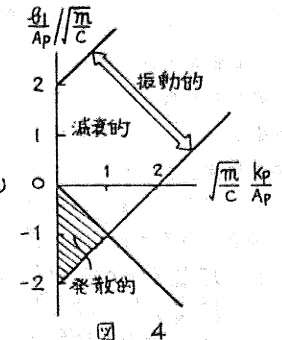


図 4

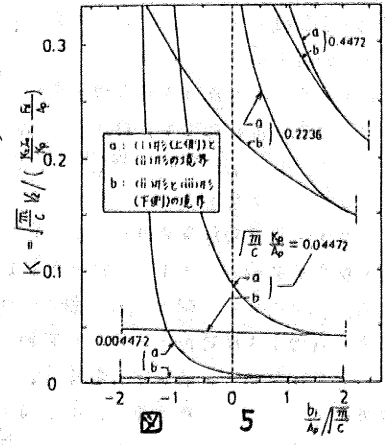


図 5

表 1

リミットサイクルの有無	特異点の位置	I-II直線上		II-III直線上	
		$U_{max} \leq V_2$	$U_{max} > V_2$		
有	I-IV直線が閉曲線の一部である	$U_{min} = 0$	(i)-(i)形	(ii)-(i)形	(iii)-(i)形
		$U_{min} < 0$	(i)-(ii)形	(ii)-(ii)形	(iii)-(ii)形
有	I-IV直線が閉曲線の内外にあり	$U_{min} < 0$	(i)-(i)形	(ii)-(i)形	(iii)-(i)形
		$U_{min} > 0$	—	(ii)-(ii)形	(iii)-(ii)形
無	無		(i)-(ii)形	(ii)-(ii)形	(iii)-(ii)形

式(1)~(4)から解曲線を求めると(5), (6)がえられる。式(5)は点(0, F_0/A_p)からのスリップ運動を示し、式(6)は P_m 軸上を点Aから点Iに向うスティック運動を表す式である。

$$\sqrt{m/c} v = \sqrt{m/c} v_s + e^{\varepsilon_1 \tau} \left\{ A \cos \sqrt{1-\varepsilon_1^2} \tau + B \sin \sqrt{1-\varepsilon_1^2} \tau \right\} \quad (5)$$

$$P_m = P_{ms} + e^{\varepsilon_1 \tau} \left\{ C \cos \sqrt{1-\varepsilon_1^2} \tau + D \sin \sqrt{1-\varepsilon_1^2} \tau \right\} \quad (6)$$

$$v = 0, \quad P_m = k_2 x_0 / k_p - (k_2 x_0 / k_p - P_{mA}) e^{-\frac{P_{mA}}{P_{m0}} \frac{\tau}{m_1}} \quad (6')$$

ここで τ は無次元時間、 $\varepsilon_1 = -\left(\frac{k_1}{k_p} \sqrt{\frac{m}{c}} + \sqrt{\frac{m}{c}} \frac{P_{mA}}{P_{m0}}\right) / 2N_1$, $N_1 = \left\{ 1 + \left(\frac{k_1}{k_p} \sqrt{\frac{m}{c}}\right) \left(\sqrt{\frac{m}{c}} \frac{k_p}{k_1}\right) \right\}^{\frac{1}{2}}$, $A = -\sqrt{\frac{m}{c}} v_s = -\sqrt{\frac{m}{c}} \frac{k_p}{k_1} \left(\frac{k_2 x_0}{k_p} - \frac{F_0}{A_p}\right) / \left\{ 1 + \left(\frac{k_1}{k_p} \sqrt{\frac{m}{c}}\right) \left(\sqrt{\frac{m}{c}} \frac{k_p}{k_1}\right) \right\}$, $B = -\varepsilon_1 A \sqrt{1-\varepsilon_1^2}$, $C = A \left(\frac{k_1}{k_p} \sqrt{\frac{m}{c}}\right)$, $D = (N_1 \varepsilon_1 + \left(\frac{k_1}{k_p} \sqrt{\frac{m}{c}}\right) B) - N_1 \sqrt{1-\varepsilon_1^2} A$... (7) である。

5. リミットサイクルの成立範囲

さて表1の各種リミットサイクルはいかなる条件の下で発生するのであろうか、式(5)~(7)で推察できるように、その発生範囲はスプール変位 x_0 に対応する新しい変数 $K = \sqrt{\frac{m}{c}} v_2 / \left(\frac{k_2 x_0}{k_p} - \frac{F_0}{A_p}\right)$ を定義すると他に $\frac{P_{mA}}{P_{m0}}$, $\frac{k_1}{k_p} \sqrt{\frac{m}{c}}$, $\frac{k_2}{k_p} \sqrt{\frac{m}{c}}$, $\frac{F_0}{A_p} \sqrt{\frac{m}{c}}$ の5つの変数を用いて表わすことができる。図4は特異点が第1の特性折れ線にある場合に解曲線が $v-P_m$ 平面において振動的であり、かつ閉曲線となる条件 $0 \leq \varepsilon_1 < 1$ を満足する領域を斜線部でしめたものである。また図5および式(8)は $F_0 = F_d$ の場合、点Iを出発する解曲線が(i), (ii), (iii)形となる発生領域の境界曲線とその式をしめす。

$$K = \sqrt{\frac{m}{c}} \frac{k_p}{A_p} \left\{ 1 + \exp(\varepsilon_1 \tau / \sqrt{1-\varepsilon_1^2}) / \left\{ 1 + \left(\frac{k_1}{k_p} \sqrt{\frac{m}{c}}\right) \left(\sqrt{\frac{m}{c}} \frac{k_p}{k_1}\right) \right\} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} \text{(i)と(ii)の境界} \\ \text{(ii)と(iii)の境界} \end{array} \right\} \quad (8)$$

$$K = \sqrt{\frac{m}{c}} \frac{k_p}{A_p} / \left\{ 1 + \left(\frac{k_1}{k_p} \sqrt{\frac{m}{c}}\right) \left(\sqrt{\frac{m}{c}} \frac{k_p}{k_1}\right) \right\}$$

$F_0 = F_d$ の場合 $\sqrt{\frac{m}{c}} \frac{k_p}{A_p}$, $\frac{k_2}{k_p} \sqrt{\frac{m}{c}}$ を与え、 $\frac{k_1}{k_p} \sqrt{\frac{m}{c}}$, $N = \left\{ (P_{m1} - P_{m0}) / \sqrt{\frac{m}{c}} v_2 \right\} / \left\{ (P_{m1} - P_{mA}) / \sqrt{\frac{m}{c}} v_2 \right\}$ を両軸とする $K = \text{一定}$ の平面において表1の各種リミットサイクルが発生する領域を図示した例が図6, 7である。ここで P_{mA} は F_d , v_2 が十分に大きいとき、点Iを出発する解曲線が再び $v = 0$ となる点 A_0 の圧力 P_m である。また $P = 0$ は特性折れ線を下に移動して $P_{m1} = 0$ とした場合の、 F_d の最小値 F_{d0} とするとき、 $P = \frac{2F_0}{A_p} \sqrt{\frac{m}{c}} v_2 = \frac{F_0 - F_{d0}}{A_p} / \sqrt{\frac{m}{c}} v_2$ である。

6. スプール変位とリミットサイクル

2本の折れ線摩擦特性が与えられた場合にスプール変位 x_0 を変化させたときの定常振動解がどのように形状を変えるかは、 $K-N$ 平面から知ることができ、図8はその一例で、 x_0 の増加に対し発生するリミットサイクルは $N/K = \text{一定}$ の直線上を座標原点の方へと移動しながらその形状を変えていく。図9はこの時の圧力振幅 $A_{pm} = (P_m)_{max} - (P_m)_{min}$ の変化を定性的にしめた一例である。表2はスプール変位を変えていくときに発生するリミットサイクルの様子をまとめてしめたものである。

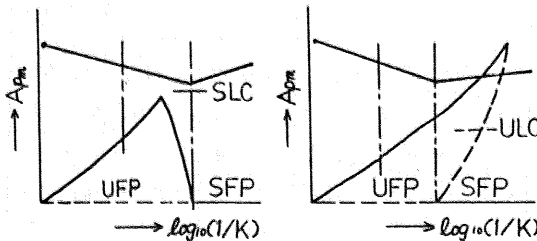


図 9

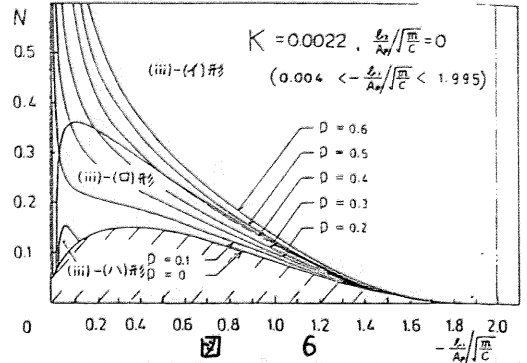


図 6

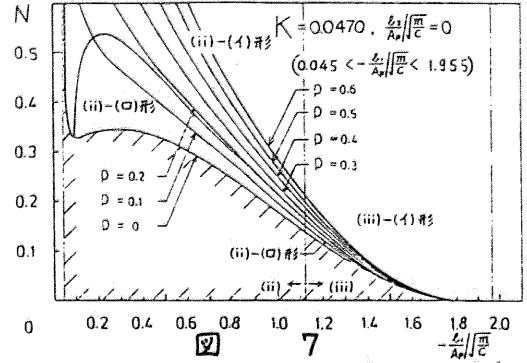


図 7

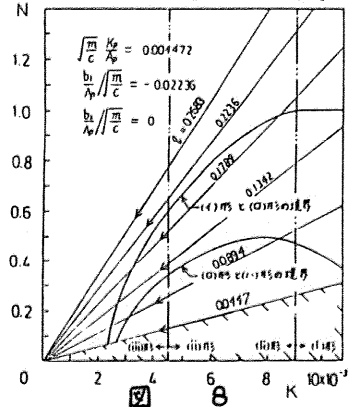


表 2

速度特性曲線 ($F_s = F_d$ のとき)	特異点速度 v_2 の範囲		
	特異点がI-II折れ線上($0 < v_2 \leq v_2$) v_2 小	v_2 大	II-III折れ上($v_2 < v_2$)
(a)	特異点 リミットサイクル	特異点 リミットサイクル	特異点 リミットサイクル
(b)	SFP	SFP	SFP
(c)	SFP	SFP	SFP
(d)	SFP	SFP	SFP
(e)	VP SLC(S_p)	VP SLC(S_p)	SFP
(f)	UFP SLC	UFP SLC	SFP SLC or ULC

文 献

- (1) 松崎; 機論集, 29-206(昭38-10), 1615 頁
- (2) 高野; 機論集, 33-253(昭42-9), 1352, 1363
高野ほか; 機論集, 38-316(昭47-12), 3148, 3158