

を示したものである。表面変位は軸対称となり、 $w_2/\epsilon_0 = 1.0, 0.95, 0.90, 0.875, 0.85, 0.825, 0.80, 0.775$ に対する等変位線はそれぞれ半径 $r/r_0 = 1.0, 0.974, 0.940, 0.893, 0.843, 0.749, 0.657, 0.461$ の同心円となる。当然ながら、円孔付パンチの場合、半径 r_0 の円孔縁およびその外側で $w_2/\epsilon_0 = 1$ であり、他の形状孔付パンチの場合も同様に孔縁を含むその外側では $w_2/\epsilon_0 = 1$ である。一般に、任意形状孔を有する平面座パンチを押し付ける場合、孔部の w_2 は位置に關係して変化する。他方、孔部以外の変位は常に $w_2/\epsilon_0 = 1$ で一定であり、この部分を単位円外部に写像した写像面を考えても、いずれの対応する位置の変位も $w_2/\epsilon_0 = 1$ であることを示している。そして、この写像面の単位円外部を円孔付パンチの接触部と見なしても、少なくとも孔部以外の変形 w_2/ϵ_0 については厳密な対応關係が成立することになる。従って、孔部における表面変形も同様な対応性が存在する可能性は十分にあると考えられる。円孔付パンチの孔部領域と多角形孔付パンチの孔部領域を対応させるために、シュワルツ・クリストフェルの等角写像を適用することができる。

図5の様に、 z 平面上の多角形の頂点 A_1, A_2, \dots, A_n に対応する単位円上の点をそれぞれ a_1, a_2, \dots, a_n とし、 z 平面上の n 多角形の内部領域を z 平面の単位円内部に写像する写像関数 $z = W(\zeta)$ は次式で与えられる。

$$z = W(\zeta) = c \left[\zeta + e_1/\zeta + e_2/\zeta^2 + e_3/\zeta^3 + \dots \right] \quad (1)$$

ここで、 c と e_i は孔部の形状により定まる定数である。

図6の曲線は正方形孔付パンチによる変位分布から一定変位量 $w_2/\epsilon_0 = 0.95, 0.90, 0.875, 0.85, 0.825, 0.80$ に対応する点を結んだ曲線、すなわち等変位線である。また、パンチの境界は $w_2/\epsilon_0 = 1.0$ の等変位線とみることができる。つまり、円形孔付パンチにおける $w_2/\epsilon_0 = 1.0$ の等変位線、すなわち $P = 1$ の円周上の点に対応する z 平面上の曲線は、正方形孔付パンチの境界に写像される。さらに、円形孔付パンチにおける $w_2/\epsilon_0 = 0.95$ に対応する等変位線は $P = 0.974$ の円であり、式(1)にこの P を代入し θ を $0 \sim 2\pi$ まで変化させて、これに対応する $z = x + iy$ を求めれば、図6の $w_2/\epsilon_0 = 0.95$ に対する破線を得る。以下同様にして計算すれば、図4の破線を得る。正六角形孔を有するパンチについて同様にして得た等変位線を図7に示す。曲線と破線は図6のそれと同じである。

これらの結果から、いずれの場合においても頂点方向付近で両者に多少の差がみられる。これは、摩擦の影響が+分際とこれ以外のこと、および角の影響を受けることによるものと考えられる。しかしながら、

いずれの場合にも両者の対応關係が成立していることがわかる。このことを数学的に証明するのは困難であるが、任意のパンチについて同様な対応關係が成立していることにはなる。したがって、半径1の円形孔付パンチによる表面変位が $w_2 = f(r)$ で表わされるならば同一断面積を有する多角形孔付パンチによる表面変位も点 $z = x + iy = W(\rho e^{i\theta})$ では、ほぼ $w_2 = f(r)|_{r=P}$ で表わされることになる。

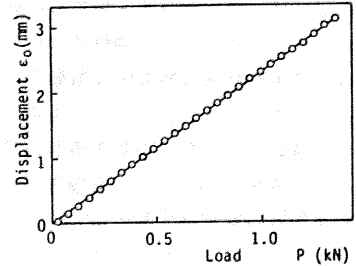


図4 弾性厚板の荷重-変位線図

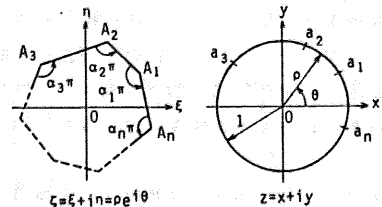


図5 シュワルツ・クリストフェルの等角写像

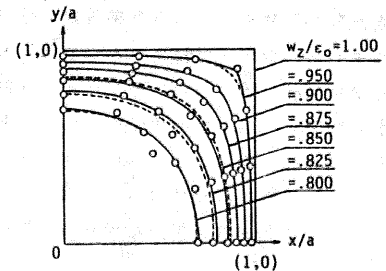


図6 正方形孔付パンチによる等変位線

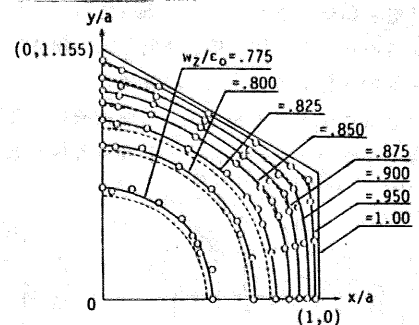


図7 正六角形孔付パンチによる等変位線

文 献

(1) 原・ほか4名, 機論, 44-379Q (8853-3), 832.