

学 中 野 東 (新潟大)

正 原 利 昭 (新潟大)

正 官 島 雅 博 (新潟大)

学 大 石 浩 彦 (新潟大[晩])

正 高 野 英 彦 (新潟大)

## 1. 緒 言

円柱状等の簡単な形状の剛体パンチに関する弾性接触問題はすでに理論的取扱いがなされているけれども、任意形状の孔を有する剛体パンチを弾性体に押し付ける場合の厳密な理論的解析法は数学的な困難さから未だに示されていないようである。このような場合の応力状態を求める方法として、有限要素法等や光弾性実験、ひずみゲージ、感圧フィルム、超音波等を利用する実験的方法が考えられるけれども、取扱いの煩雑さ等に難点があるようである。しかしながら、この種の有孔パンチが接触している場合、孔部における弾性体表面の変形を精度良く測定することは可能である。これに関連して、円柱パンチを押し付けた場合の表面変形を正確に測定し、等角写像の概念を導入して円柱パンチと他の任意形状パンチの結果における対応性を示した例<sup>(1)</sup>も見られる。

そこで、本研究ではこの方法を拡張して適用することにより、有孔剛体パンチを弾性厚板に押し付けた場合の孔部表面変形を測定し、ほぼ同様な対応性が存在することを示した。なお、実験方法としては、有孔剛体パンチを弾性厚板に押し付けた時に生ずる孔部表面変形を石膏で転写し、これを非接触型の三次元変位測定器で測定する方法を用いた。これにより、円形孔および任意形状の孔を有する剛体パンチを押し付けた場合の結果を求め、等角写像を用いた場合の対応性について検討した。

## 2. 実験方法

実験装置の概要を図1に示す。弾性厚板として495×495×100mmの合成ゴム板を使用した。剛体パンチにおける孔部の最大半径は60mm前後であり、ゴム板の面積はこれに比べて十分大きく、無限厚板の変形状態を想定してよいと思われる。この弾性厚板を荷重

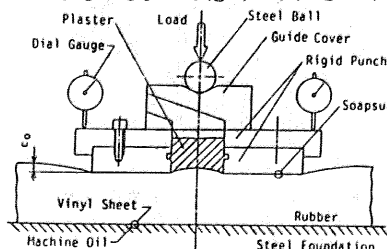


図1 実験装置の概要

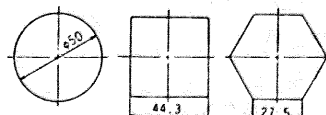


図2 パンチ孔部の形状

置として使用する万能材料試験機のベッド上に置き、その表面をガイドカバーを介して剛体パンチを押し付ける。そしてパンチ上面に設置した円形のダイヤルゲージの目盛を読むことにより、パンチの傾きがほぼ無視し得る程度であることを確認しながら一定の押し付け量 $\varepsilon_0$ を与えた。同時に、ガイドカバー上部に鉛球を介して負荷することによって曲げ荷重の影響を軽減した。また、摩擦の影響を小さくするために、厚板下面には極めて薄いビニールシートを介し、更に、それと剛体床の間にマシン油を用いるとともにパンチ接触面には液体洗剤を塗布した。パンチの孔部に石膏を注入し約一時間放置した後、凝固した石膏とパンチを一体で剝離し、パンチ上面を基準面として工場顕微鏡(Nihon製)を用いて石膏表面の変形を測定した。

パンチの孔部形状を図2に示す。パンチはすべて軟鋼製で、パンチの接触部面積が等しくなるように製作した。これらのパンチを押し付けた場合の押し付け力 $P$ はいずれもほぼ一定となり、平均接触圧力もほぼ一定であることが予想される。また、パンチの上下両端面の平行度は $1/100\text{mm}$ 以下に製作した。これは、変位を測定する際、パンチの上端面を基準にして測定を行うことおよび押し込む際の曲げ荷重の除去を考慮したためである。なお、ゴム板表面から石膏を剝離する場合石膏が脱落しないようにパンチの孔部側面に浅い溝を切ってパンチと石膏型を完全に一体化した。

合成ゴム板に円孔付パンチを押し込んだ場合、変位 $\varepsilon_0$ は3mmまで荷重 $P$ と比例関係にあり、この範囲内では合成ゴム板は弾性変形し、弾性厚板とみなせるけれども念のため本研究では測定器の精度なども考慮して $\varepsilon_0 = 2\text{mm}$ とした。 $P$ と $\varepsilon_0$ の関係を図4に示す。

## 3. 実験結果および考察

図3は円孔付パンチによる表面変位の半径方向分布

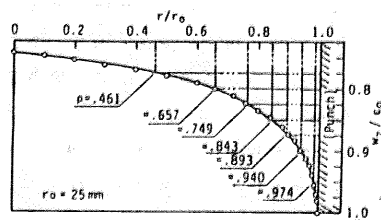


図3 円形孔付パンチによる変位分布

を示したものである。表面変位は軸対称となり、 $w_0/\epsilon_0 = 1.0, 0.95, 0.90, 0.875, 0.85, 0.825, 0.80, 0.775$  に対する等変位線はそれぞれ半径  $r/r_0 = 1.0, 0.974, 0.940, 0.893, 0.843, 0.749, 0.657, 0.461$  の同心円となる。当然ながら、円孔付パンチの場合、半径  $r_0$  の円孔縁およびその外側で  $w_0/\epsilon_0 = 1$  であり、他の形状孔付パンチの場合も同様に孔縁を含むその外側では  $w_0/\epsilon_0 = 1$  である。一般に、任意形状孔を有する平面底パンチを押し付ける場合、孔部の  $w_0$  は位置に關係して変化する。他方、孔部以外の変位は常に  $w_0/\epsilon_0 = 1$  で一定であり、この部分を単位円外部に写像した写像面を考えこも、いずれの対応する位置の変位も  $w_0/\epsilon_0 = 1$  であることを示している。そして、この写像面の単位円外部を円孔付パンチの接触部と見なしても、少なくとも孔部以外の変形  $w_0/\epsilon_0$  については厳密な対応關係が成立することになる。従って、孔部における表面変形も同様な対応性が存在する可能性は十分にあると考えられる。円孔付パンチの孔部領域と多角形孔付パンチの孔部領域を対応させるために、シュワルツ・クリストフェルの等角写像を適用することができる。

図5の様に、 $z$  平面上の多角形の頂点  $A_1, A_2, \dots, A_n$  に対応する単位円上の点をそれぞれ  $a_1, a_2, \dots, a_n$  とし、 $z$  平面上の  $n$  多角形の内部領域を  $z$  平面の単位円内部に写像する写像関数  $z = w(\zeta)$  は次式で与えられる。

$$z = w(\zeta) = C \left[ \zeta + e_1/\zeta + e_2/\zeta^2 + e_3/\zeta^3 + \dots \right] \quad (1)$$

ここで、 $C$  と  $e_i$  は孔部の形状により定まる定数である。

図6の曲線は正方形孔付パンチによる変位分布から一定変位量  $w_0/\epsilon_0 = 0.95, 0.90, 0.875, 0.85, 0.825, 0.80$  に対応する点を結んだ曲線、すなわち等変位線である。また、パンチの境界は  $w_0/\epsilon_0 = 1.0$  の等変位線とみることが出来る。つまり、円形孔付パンチにおける  $w_0/\epsilon_0 = 1.0$  の等変位線、すなわち  $P = 1$  の円周上の点に対応する  $z$  平面上の曲線は、正方形孔付パンチの境界に写像される。さらに、円形孔付パンチにおける  $w_0/\epsilon_0 = 0.95$  に対応する等変位線は  $P = 0.974$  の円であり、式(1)にこの  $P$  を代入し  $\theta$  を  $0 \sim 2\pi$  まで変化させて、これに対応する  $z = x + iy$  を求めれば、図6の  $w_0/\epsilon_0 = 0.95$  に対する破線を導く。以下同様にして計算すれば、図4の破線を導く。正六角形孔を有するパンチについて同様にして得た等変位線を図7に示す。曲線と破線は図6のそれと同じである。

これらの結果から、いずれの場合においても頂点方向付近で両者に多少の差がみられる。これは、摩擦の影響が+分除されこいないこと、および角の影響を受けることによるものと考えられる。しかしながら、

いずれの場合にも両者の対応關係が成立していることがわかる。このことを数学的に証明するのは困難であるが、任意のパンチについて同様な対応關係が成立していることになる。したがって、半径1の円形孔付パンチによる表面変位が  $w_0 = f(r)$  で表わされるならば同一断面積を有する多角形孔付パンチによる表面変位も点  $z + iy = w(Pe^{i\theta})$  では、ほぼ  $w_0 = f(r)|_{r=P}$  で表わされることになる。

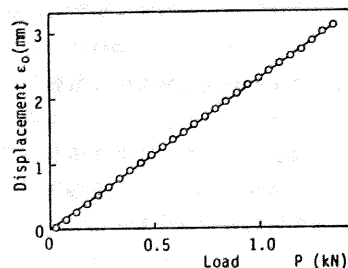


図4 弾性厚板の荷重-変位線図

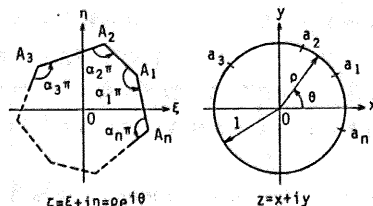


図5 シュワルツ・クリストフェルの等角写像

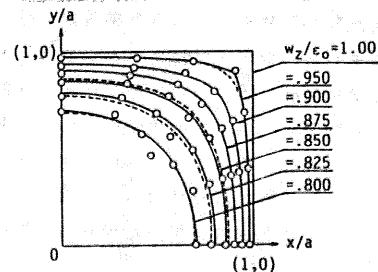


図6 正方形孔付パンチによる等変位線

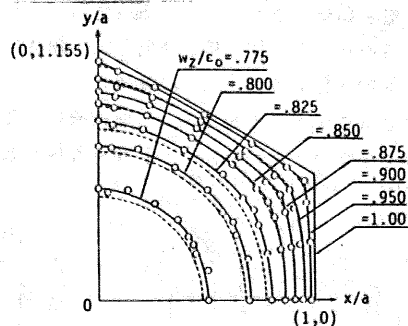


図7 正六角形孔付パンチによる等変位線

文 献

- (1) 原・ほか4名, 機論, 44-379Q (昭53-3), 832.