

学 鹿 野 和 則 (新潟大工)  
学 佐 伯 暢 人 (新潟大工)  
正 原 利 昭 (新潟大工)

学 金 沢 宏 (新潟大工)  
正 高 野 英 資 (新潟大工)

1. 結 言

直動形振動面を有する油圧駆動系に発生するスティック・スリップ(付着・すべり)については理論的にも実験的にもかなりの検討が行われているが、系のもつ各種因子の複雑さから、その検討はまだ十分とは言えないようである。松崎<sup>(1)</sup>らはこれらについて四方弁の特性、可動部分の摩擦特性、作動油の圧縮率及び油圧回路の各部寸法をもとに理論解析し、モデルテーブルを用いて得られる実験との比較を行っている。本報では油圧駆動系に於て可動部分の摩擦特性を相対速度の3次関数並びに直線と双曲線との合成関数で与えられる場合についてリミットサイクルやその諸特性を検討したので、それらの結果について報告する。

2. 油圧駆動系の基礎式と摩擦特性

図1は、四方弁を使用した直動形油圧駆動系のモデル図で図2、3は可動部分の摩擦特性をそれぞれ相対速度の3次関数並びに直線と双曲線との合成関数で近似した様子を示す。可動部分の質量を  $m$ 、テーブルの速度を  $v$  ビストンの有効断面積を  $A_p$ 、四方弁出口の圧力差並びに流量をそれぞれ  $P_m$ 、 $q_m$ 、シリンダ及び配管の容量変化並びに作動油の圧縮性によって定まる係数を  $c$  とすると、可動部分の運動方程式と圧縮性を考慮した作動油の連続の式は式(1)、(2)のようにならされる。またスプール変位を  $X$  とすると、四方弁の特性から  $X$ 、 $P_m$  の小さい範囲では式(3)が成り立つ。ここで  $k_x = \partial q_m / \partial X$ 、 $k_p = -\partial q_m / \partial P_m$  である。

$$m \cdot dv/dt + f_N(v) = A_p \cdot P_m \quad (1)$$

$$q_m(X, P_m) = A_p \cdot v + c \cdot dP_m/dt \quad (2)$$

$$q_m(X, P_m) = k_x \cdot X - k_p \cdot P_m \quad (3)$$

次に簡単のために  $\tau = A_p \cdot t / \sqrt{m \cdot c}$ 、 $u = v/V$ 、 $w = P_m / \sqrt{m/c} \cdot V$  なら

どにおいて無次元化を行うと次の諸式が得られる。

$$du/d\tau = w - F_N(u) \quad (4)$$

$$dw/d\tau = k_p - Q_m(w) - u \quad (5)$$

$$Q_m(w) = q_m(X, P_m) / (k_p \cdot \sqrt{m/c} \cdot V) = 1/K + \phi_d \cdot w \quad (6)$$

ここで(5)式は(2)式と(3)式を等置して得られるもので

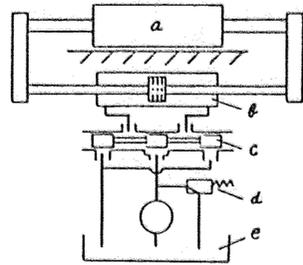
$$K = \sqrt{m/c} \cdot V / (k_x \cdot X_0 / k_p - F_d / A_p) \quad (7)$$

とおいてある。また、摩擦特性についても無次元化した形で示すと次式のようなになる。

i) 三次関数  $F_N(u) = \phi_d u + |u| + A_1 \cdot u \cdot (1 - u^2/3)$  (8)

ii) 合成関数  $F_N(u) = A \cdot u + B \cdot u / |u| + D / (u + C \cdot u / |u|)$  (9)

尚、以上の諸式において  $F_s$  は最大静止摩擦力、 $F_d$  は  $v > 0$  のときの運動摩擦力であり、 $v = V$  のとき、摩擦力は、極小値をもつものとする。 $A_1$  は3次関数における  $v = 0$  のときの摩擦特性の傾きを、 $A$  は合成関数における  $v$  の無限遠方での摩擦特性の傾きである。また  $k_p = \sqrt{m/c} \cdot k_p / A_p$ 、 $\phi_d = F_d / A_p / \sqrt{m/c}$ 、 $\phi_s = F_s / A_p / \sqrt{m/c}$  とおく。



a : Table b : Actuator cylinder  
c : Servo valve d : Relief valve  
e : Oil tank

図 1

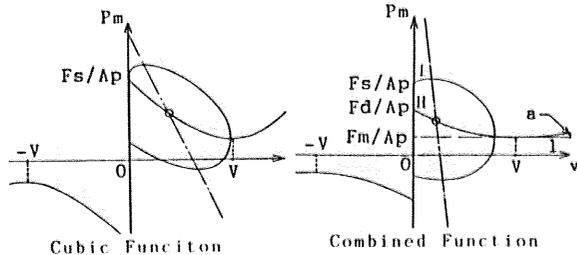


図 2

図 3

表 1

| Existence of limit cycle | Segment I-IV is a portion of the trajectory of closed limit cycle | $V_{min} = 0$ | Type (a) | Cubic & Combined |
|--------------------------|---|---------------|----------|------------------|
| Existence                | Segment I-IV is inside or outside the trajectory of limit cycle   | $V_{min} < 0$ | Type (B) |                  |
|                          |   | $V_{min} > 0$ | Type (y) |                  |
|                          |   |               | Type (d) | Cubic            |
|                          |   |               | Type (c) | Combined         |
| Nonexistence             |   |               |          |                  |

表 2

|                         |         |              |  |
|-------------------------|---------|--------------|--|
| $(Q-R)^2 \cdot 4PS > 0$ | PS-QR=0 | Nodal Point  | $\begin{cases} Q-R < 0 \text{ Stable} \\ Q-R > 0 \text{ Unstable} \end{cases}$ |
|                         | PS-QR=0 | Saddle Point |  |
| $(Q-R)^2 \cdot 4PS < 0$ | Q-R=0   | Vortex Point | $\begin{cases} Q-R < 0 \text{ Stable} \\ Q-R > 0 \text{ Unstable} \end{cases}$ |
|                         | Q-R=0   | Saddle Point |  |
| $(Q-R)^2 \cdot 4PS = 0$ |         | Nodal Point  | $\begin{cases} Q-R < 0 \text{ Stable} \\ Q-R > 0 \text{ Unstable} \end{cases}$ |

以上、式(4)～(6)をルンゲ・クッタ法を用いて解析する。

### 3. リミットサイクルの種類と形状

さて、定常振動解は、すべりと付着の両運動を交互に繰り返すものと、すべり運動のみからなるものに大きく分けられる。これらは  $v$ - $P_m$  平面で閉じた解曲線となり、リミットサイクルと呼ばれている。図2, 3はこれらの一例で、閉曲線のリミットサイクルの軌道が有する速度の最小値によって表1の様な様々な解を分類することができる。

### 4. 特異点の種類と分類

特異点 ( $u_s, w_s$ ) はテーブルの運動を一般に特性づけるものであって、スティック・スリップ現象を論ずるには大変重要である。H 特異点が安定かどうかは次のようにして調べられる。式(4), (5)を辺々割ると、

$$dw/du = (w - F_H(u)) / (kp \cdot Q_m(w) - u) \quad (10)$$

特異点近傍の解の性質を調べるために、 $u = u_1 + u_s, w = w_1 + w_s$  とおき、これを(10)式に代入して  $u_1, w_1$  に関する高次の項を省略すると(11)式が得られる。

$$dw_1/du_1 = (P \cdot u_1 + Q \cdot w_1) / (R \cdot u_1 + S \cdot w_1) \quad (11)$$

(11)式における係数 P, Q, R, S は次の様に与えられる。

i) 三次関数  $P = -1, Q = -kp, R = A_1 \cdot (u_s^2 - 1), S = 1$  (12)

ii) 合成関数  $P = -1, Q = -kp, R = -A + D / (u_s^2 + C), S = 1$  (13)

表2は(12), (13)式から得られた特異点の分類表で、図4はこれらの特異点が生ずる範囲を図示したものである。

### 5. リミットサイクルの成立範囲

さて、表1で示した各種リミットサイクルは、いかなる条件のもとで発生するのであろうか。ここで  $N$  を次の様に定義する。

$$N = (w_I - w_{IV}) / (w_H - w_{AO})$$

上式の分母は、摩擦特性がH点を通り  $v \rightarrow 0$  のときに示す接線の傾きを傾斜とする一本の直線で与えられる場合にH点を出発する解曲線が十分大きい  $F_d$  のもとで再び  $v = 0$  となる点Aと点Hとの間の圧力差に相当するものである。図5は表1で示した各種リミットサイクルが  $K$  を一定とした平面に於て、どの様な範囲で発生するかを図示したものである。

### 6. スプール変位とリミットサイクル

摩擦特性を与えた場合にスプール変位  $X_0$  を変化させたときの定常振動解がどのように形状を変えるかは、 $K$ - $N$  線図から知ることができる。図6は、その一例で  $K$  の増加に対し、発生するリミットサイクルは  $N/K =$  一定の直線上を座標原点の方へ移動しながらその形状を変えていく。図7, 8はスプール変位を変えたときの無次元振幅などについて示した例である。上から順に、無次元変位  $Y$ 、周期  $T$ 、速度振幅  $A_u$ 、圧力振幅  $A_w$  を表す。図中で示した実線は安定なリミットサイクル (S. L. C.), 破線は不安定なリミットサイクル (U. L. C.) を示している。

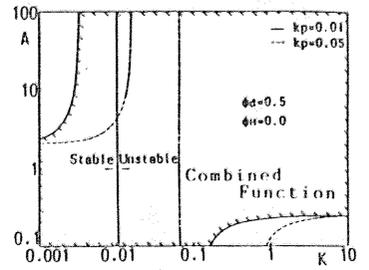


図4

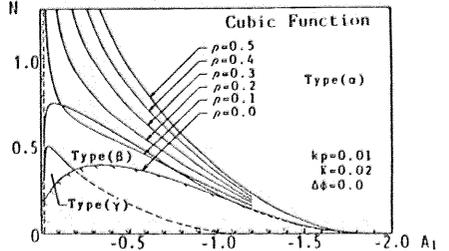


図5

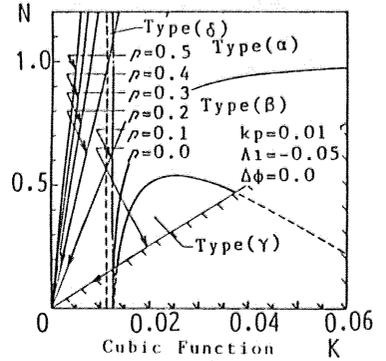


図6

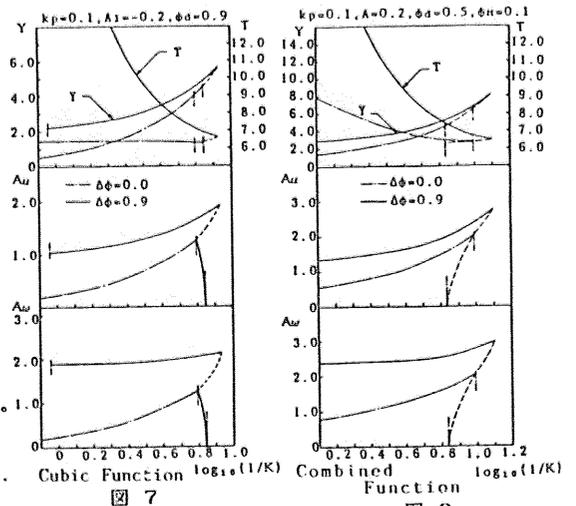


図7

図8

(参考文献) (1) 松崎・橋本, 機論, 28-197 (昭37-10), 1394