

行列累乗根を用いた Khatri-Rao 積拡張アレーによる DOA 推定誤差軽減に関する検討

DOA Estimation Error Reduction of the Khatri-Rao Product Array Using N-th Root of Correlation Matrix

白井 智士
Satoshi SHIRAI

山田 寛喜
Hiroyoshi YAMADA

山口 芳雄
Yoshio YAMAGUCHI

新潟大学大学院自然科学研究科
Graduate School of Science & Technology, Niigata University

1 はじめに

近年、従来のアレー自由度を超える推定を可能にする手法として、Nested Array と Khatri-Rao(KR) 積を用いた拡張アレー処理が提案され、注目を集めている [1]。しかし、相関波が到来した場合、KR 積拡張アレーを用いた到来方向推定に誤差が生じる。そこで筆者らは、行列累乗根を用いた誤差軽減法を提案した [2]。本稿では、 N_r 乗根を用いる際、最適な N_r を推定する手法を検討し、その有効性を示す。

2 受信データモデル

M_r 素子のアレーアンテナに K 波が到来する場合を考える。時刻 t のスナップショットにおける受信信号と受信相関行列は次式で与えられる。

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{k=1}^K \mathbf{a}(\theta_k) s_k(t) + \mathbf{n}(t) = \mathbf{A} \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

$$\mathbf{R}_{xx} = E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)] \quad (2)$$

ここで $s_k(t)$ は k 波目の複素振幅、 $\mathbf{n}(t)$ は付加雑音ベクトル、 \mathbf{a}_k は、 k 波目のモードベクトル、 $E[\cdot]$ は期待値演算、 $[\cdot]^H$ は複素共役転置、 \mathbf{A} はモード行列である。

3 Two-Level Nested Array と Khatri-Rao 積拡張アレー

Two-Level Nested Array (2L-NA)[1] は素子間隔の異なる 2 つの ULA から構成される。2L-NA に KR 積拡張アレー処理を適用し、 $\mathbf{z} = \text{vec}(\mathbf{R}_{xx})$ を新たな受信データとして推定を行うことで、 M_r が偶数の場合、最大で $(M_r^2 - 2)/2 + M_r - 1$ 波までの推定が可能となる。

4 提案手法

受信相関行列の N_r 乗根は次式で表すことができる。

$$\mathbf{R}_{xx}^{\frac{1}{N_r}} = \mathbf{E} \mathbf{\Lambda}^{\frac{1}{N_r}} \mathbf{E}^H \quad (3)$$

ここで $\mathbf{\Lambda}$ は固有値 λ_i を要素とする対角行列であり、 \mathbf{E} は固有ベクトルを列とする行列である。 λ に着目してみれば、累乗根を取ることで、最大固有値と二番目以降の固有値との比が小さくなる。これは信号間の相関を抑制した際の変化に類似している。すなわち、相対的に相関成分(信号相関項)を抑制していると考えられることができる。

5 最適累乗根推定

今回は、状況に応じた最適な N_r を推定する検討を行った。次式より相関を推定し、最適累乗根推定の判定基準とした。

$$\mathbf{S} = (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^+ \mathbf{A}^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{A} (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^+ \quad (4)$$

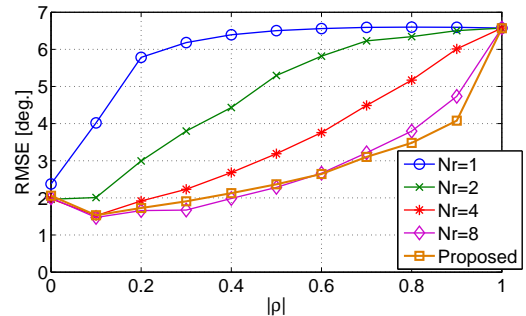


図1 相関係数変化に対する DOA の RMSE

ここで $[\cdot]^+$ は Moore-Penrose 疑似逆行列である。最適 N_r を推定するアルゴリズムを以下に示す。

1. 反復回数を $l = 0$ とし、 $N_r^{(l)} = 1$ とする。
2. KR 拡張 DOA 推定により \mathbf{A} を推定する。
3. $\mathbf{R}_{xx}^{\frac{1}{N_r^{(l)}}}$ の相関係数 $\rho_{ij}^{(l)}$ の平均 $\bar{\rho}^{(l)}$ を計算する。
4. $\mathbf{R}_{xx}^{\frac{1}{N_r^{(l)} + \Delta N_r}}$ の相関係数 $\rho_{ij}^{(l+1)}$ の平均 $\bar{\rho}^{(l+1)}$ を計算する。
5. $\bar{\rho}^{(l)} > \bar{\rho}^{(l+1)}$ ならば $N_r^{(l+1)} \leftarrow N_r^{(l)} + \Delta N_r$, $l \leftarrow l + 1$ とし 4.へ。それ以外ならば $N_r^{(l)}$ を最適値として終了。

6 計算機シミュレーション

6素子 2L-NA に KR 積拡張を適用後、サブアレー素子数 11 の SSP を適用し、MUSIC 法を用いて推定を行った。またパラメータは、SNR 20 [dB]、スナップショット数 1000、RMSE 試行回数 100、到来角度 -57, -49, -34, -21, -14, -2, 10, 23, 36, 50, 60 [deg.] とした。シミュレーション結果を図 1 に示す。同図の“Proposed”が 5 節で提案した手法による結果である。ここでは $\Delta N_r = 0.1$ とした。結果より、状況に適した N_r が選択され、RMSE が改善していることがわかる。

7 まとめ

本稿では、相関波到来時の KR 積拡張アレーにおいて、DOA 推定誤差の改善に関する検討を行った。 N_r 乗根を用いる際、最適な N_r を推定する手法を検討し、その有効性を示した。

謝辞 本研究は科研費(基盤研究(C) 23560442)の助成により行われたものである。

参考文献

- [1] P. Pal, et al., IEEE Trans. Signal Processing, vol.58, no.10, pp.4167-4181, Aug. 2010.
- [2] 白井ほか, 信学技報, Vol.AP2012-34, pp.23-28, July 2012.