

E9 入射波の相関による 2-D MUSIC 法の推定誤差について

原 六蔵

山田 寛喜

山口 芳雄

新潟大学工学部

1. まえがき

近年、電磁波が様々な機器に利用されるようになってきた。特に、高速無線通信においてはフェージングに影響されない手法が望まれる。その為の一要素として、到来方向・伝搬遅延といった伝搬環境の把握がある。

本研究では、アンテナアレーによる到来方向推定および周波数掃引による遅延時間推定を行っている。また、従来のフーリエ変換に基づいた推定法では近接したパラメータの入射信号の分解能に限界がある。そこで、高分解能な推定を実現するスーパーレゾリューション法の有効性に注目する。しかし、コヒーレントな信号が入射する場合、MUSIC 法、ESPRIT 法などは直接適用できず、空間スムージング法 (Spatial Smoothing Preprocessing: SSP)[1] 等の相関抑圧前処理法の適用が不可欠である。さらに 2 次元問題の場合、全く相関抑圧できない領域が存在し、推定には注意が必要となる。

この研究では、推定法に 2-D MUSIC 法 [2] を用いて、推定誤差の観点から分解能特性を定量的に評価した。まず入射波がコヒーレントでない場合を考え、相関値の変化に対する推定誤差特性をシミュレーションにより評価し、到来角度差および伝搬遅延時間差からなる時空間距離差との対応関係を示した。次に、SSP 法を併用するコヒーレントな場合に関する 2 次元相関抑圧特性を導出し、推定誤差特性と相関抑圧特性との関係を示した。

2. 問題の定式化

時空間の 2 次元問題を等間隔直線アレーで推定する。周波数 $f_i (i = 1, \dots, L_f)$ 、受信アンテナ位置 $x_l (l = 1, 2, \dots, L_a)$ で、 k 番目の到来波の複素振幅、到来方向、遅延時間をそれぞれ s_k, θ_k, t_k とすると、受信データは式 (1) のようになる。 $n_{i,l}$ は受信アンテナ位置 x_l における周波数 f_i での平均 0、分散 σ^2 の雑音成分とする。通常、周波数を掃引するため各周波数における波長で規格化された素子間隔は異なるが、入射波がコヒーレントであるような場合、相関抑圧法を用いるには、これらを一致させる必要がある。ここでは純粋に相関による推定誤差のみを検討するため、受信データは式 (2) の補間による誤差の影響を除き掃引周波数毎に素子間隔が半波長 ($\lambda/2$) であるベクトルで表す。 T は転置である。

$$r_{i,l} = \sum_{k=1}^d s_k e^{-j2\pi f_i (t_k - (x_l/c) \sin \theta_k)} + n_{i,l} \quad (1)$$

$$\Delta y = \Delta x f_1 / c \quad (2)$$

$$r = \sum_{k=1}^d s_k a(\theta_k, t_k) + n = As + n \quad (3)$$

$$r = [r_{1,1}, \dots, r_{L_f,1}, \dots, r_{1,L_a}, \dots, r_{L_f,L_a}]^T \quad (4)$$

$$n = [n_{1,1}, \dots, n_{L_f,1}, \dots, n_{1,L_a}, \dots, n_{L_f,L_a}]^T \quad (5)$$

$$a(\theta_k, t_k) = [e^{-j2\pi f_1 (t_k - (x_1/c) \sin \theta_k)}, \dots, e^{-j2\pi f_{L_f} (t_k - (x_{L_a}/c) \sin \theta_k)}, \dots, e^{-j2\pi f_1 (t_k - (x_{L_a}/c) \sin \theta_k)}, \dots, e^{-j2\pi f_{L_f} (t_k - (x_{L_a}/c) \sin \theta_k)}]^T \quad (6)$$

$$A = [a(\theta_1, t_1), a(\theta_2, t_2), \dots, a(\theta_d, t_d)] \quad (7)$$

$$s = [s_1, s_2, \dots, s_d]^T \quad (8)$$

3. 2-D MUSIC 法

2-D MUSIC 法では相関波に対する前処理として、SSP 法、MSSP 法に基づく相関抑圧処理が用いられる。サブアレー平均の方法にはいくつかの改良手法もみられるが、ここでは最も簡単な相関抑圧を用いる。受信データより M 個のサブアレーを構成すると、 m 番目のベクトルは次式となる。

$$r_m = \sum_{k=1}^d s_k a_m(\theta_k, t_k) + n_m = A_m s + n_m \quad (9)$$

$$r_m = [r_{m,m}, \dots, r_{m+N_f-1,m}, \dots, \dots, r_{m,m+N_a-1}, \dots, r_{m+N_f-1,m+N_a-1}]^T \quad (10)$$

$$n_m = [n_{m,m}, \dots, n_{m+N_f-1,m}, \dots, \dots, n_{m,m+N_a-1}, \dots, n_{m+N_f-1,m+N_a-1}]^T \quad (11)$$

$$N_f = L_f - M + 1, \quad N_a = L_a - M + 1$$

ここで a_m, A_m は、周波数に関して $m \sim m + N_f - 1$ 、空間に関して $m \sim m + N_a - 1$ の要素を用いて作られるサブアレーベクトル/行列である。

SSP 法による相関抑圧では、各 r_m における相関行列をサブアレー全体で平均化を行う。スナップショット処理であるアンサンブル平均を $E[\cdot]$ 、複素共役転置を H とし、一連の前処理を表現すると次式のようになる。

$$R_{SSP} = E\left[\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M r_m r_m^H\right]$$

$$= A_1 S_{SSP} A_1^H + E\left[\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M A_m s_m s_m^H\right]$$

$$+ E\left[\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M n_m s_m^H A_m^H\right] + E\left[\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M n_m n_m^H\right] \quad (12a)$$

$$\approx A_1 S_{SSP} A_1^H + \sigma^2 I \quad (12b)$$

同様にインコヒーレントな 2 波が入射する場合、SSP 法などの処理は不要であり、相関係数は時空間距離に依らず一定 (ρ_c) となる。この場合の信号相関行列 S_c を式 (13) と表し、データ相関行列 R_c は、式 (14) のように表される。なお、* は複素共役である。

$$S_c = \begin{bmatrix} |s_1|^2 & \rho_c s_1 s_2^* \\ \rho_c^* s_1^* s_2 & |s_2|^2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$R_c = AS_c A^H + E[Asn^H] + E[ns^H A^H] + E[nn^H] \quad (14a)$$

$$\approx AS_c A^H + \sigma^2 I \quad (14b)$$

式 (12)、式 (14) においてはスナップショット数が無限大ならば式 (12b) と式 (14b) を得る。スナップショット数が少ない場合は式 (12a)、式 (14a) に基づき分解能特性を評価しなければならない。本稿では、式 (12a) と式 (14a) を用いた特性評価を行う。

2-D MUSIC 法の評価式を式 (15) に示す。 $e_h (h = d + 1, \dots, N^2)$ はデータ相関行列を固有値解析して得られた雑音固有ベクトルである。

$$P_{music}(\theta, t) = \frac{a(\theta, t)^H a(\theta, t)}{N^2} \quad (15)$$

$$\sum_{h=d+1}^N |a(\theta, t)^H e_h|^2$$

$$N^2 = N_f N_a$$

4. 誤差解析シミュレーション

信号#1を(0°, 10ns)に固定し、信号#2を変化させ、式(15)に基づく到来方向、遅延時間推定を行う。また、2波の受信電力は等しいものとし、半波長間隔4素子アレーにおいて、周波数を2.430 GHzから2.480 GHzを11ポイントでサンプリングを行い、SNR 20 dBのガウス雑音を加え、100スナップショットを取得するものとした。この状況における推定を100回(K=100)繰り返し、設定したパラメータ(θ_e, t_e)と推定されたパラメータ(θ_k, t_k)から、次式を用いてRMSEを評価した。

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \{\mu_k\}^2} \quad (16)$$

$$\mu_k = 2\pi(\Delta f|t_k - t_e| + \Delta g|\sin \theta_k - \sin \theta_e|)$$

インコヒーレントな場合(相関係数1未満)では、信号#2の変化に関係なく、相関係数を一定とし、信号パラメータを推定した。図1は無相関(|ρ_c|=0.0)、図2は高相関(|ρ_c|=0.9)時のシミュレーション結果をRMSEで評価したものである。信号#2は到来方向、遅延時間も図の軸の各グリッド位置で推定を行った。誤差は信号#1に近接するほど大きくなる。なお、斜線の領域では2波が分離されなかったため、RMSEは評価していない。到来方向差が負の領域の誤差分布は、信号#1に対して正領域の点対称となる。これらより、RMSEは信号#1との時空間距離が近い程大きくなり、また、相関係数が高くなると信号固有値の分離性が劣化し、RMSEが増大する。

コヒーレントな場合において、SSP法を用いてサブアレー数2で相関抑圧後の推定結果のRMSEが図3である。及び、図4は図3における相関抑圧効果を式(17)より求めた。図3において相関抑圧効果の得られない領域(|ρ_{SSP}(1, 2)|=1)では、2波が分離されない。誤差分布は相関抑圧効果の変化と信号間の時空間距離双方の特徴を含む変化を示す。図3において、|ρ_{SSP}(1, 2)|=0.9の付近では図2の結果と比べてRMSEが増加する。これは実効データ長の減少による影響である。

$$|\rho_{SSP}(i, j)| = \frac{|\sin \pi M \{ \Delta f dt - \Delta g ds \}|}{|M \sin \pi \{ \Delta f dt - \Delta g ds \}|} \quad (17)$$

$$dt = t_i - t_j \quad ds = \sin \theta_i - \sin \theta_j$$

5. まとめ

インコヒーレントな問題では、信号間の時空間距離さえ考慮すれば精度良い推定が可能である。しかし、SSP法などを必要とするコヒーレントな問題では信号間の時空間距離を考慮するだけでなく、実効相関係数が抑圧されるようなパラメータを選ばなければならない。また、実効データ長の減少から推定誤差が増す。故に、相関抑圧前処理を必要としない推定法が望まれる。なお、この研究の一部は文部省科研費による。

参考文献

- [1] T. J. Shan, M. Wax, and T. Kailath, "On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals," *IEEE Trans. Acoust., Speech and Signal Processing*, vol. ASSP-33, no. 4, pp. 806-811, August 1985.
- [2] Y. Ogawa, N. Hamaguchi, K. Ohshima, and K. Itoh, "High-resolution analysis of indoor propagation structure," *IEICE Trans. Commun.* vol. E78-B, no. 11, pp. 1450-1457, November 1995.

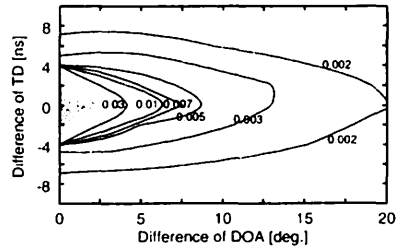


図1. 無相関2波に対するRMSE(|ρ_c|=0.0)

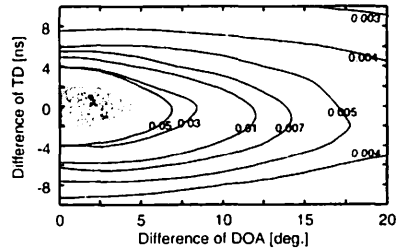


図2. 高相関2波に対するRMSE(|ρ_c|=0.9)

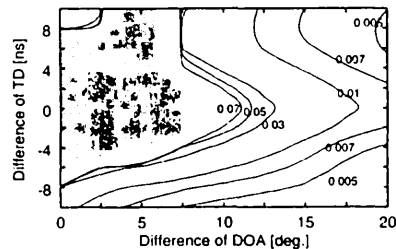


図3. コヒーレント2波に対するRMSE(SSP法適用)

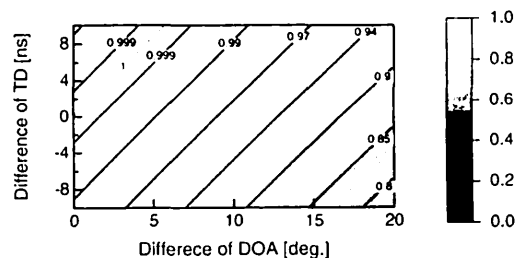


図4. SSP法による実効相関係数(M=2)