E6 EMアルゴリズムを用いた2-D MODE法による電波の到来方向推定

中澤 達也　　山田 寛喜　　山口 芳雄

新潟大学工学部

1. まえがき

各種無線通信技術の目覚ましい発展により，より詳細な電波の伝搬状況の把握の重要性が高まってきている．電波の到来方向に注目した場合，アレーアンテナによる推定が考えられ，ここでは方形アレーアンテナについてとり上げる．

一般に，推定に用いられる方形アレーアンテナの素子間隔は，各軸方向において等間隔であり，より高い推定精度を確保するには，アレー開口面を大きく，かつ素子数を多くすればよい．しかし，現実問題として，可能な限り少ない素子数で，高精度な推定をおこなうことが好ましいのは言うまでもない．したがって，より大きな開口面をもつように素子を配置する，つまり等間隔配置でないアレーアンテナにおいても，良好な推定が可能であれば非常に有効である．これまでに，推定手法として，高分解能性を示すスーパーレゾリューション法が各種提案されているが，前述のアレー配置で，かつコヒーレント波の推定の場合には，直接の適用が困難となる．

本稿では，スーパーレゾリューション法の一手法であり，コヒーレント波に対して直接適用可能な手法でもあるMODE法 [1]に，EMアルゴリズム [2]を併用し (以下EM-MODE法)，到来方向推定について検討する．そして，この手法を適用することにより，良好な推定が可能であることを示す．

2. 問題の定式化

$x-y$ 平面の座標 $x_i(i=1,2,\cdots,L_x)$ 上に，L_{y_i} 個のアンテナ素子が配置された方形アレーアンテナにおいて，単一周波数での測定を考える．そして，d 個の狭帯域信号が入射している場合，座標 $(x_l,y_m)(l=1,2,\cdots,L_x: m=1,2,\cdots,L_{y_{L_x}})$ のアンテナ素子で受信されるデータ $r(x_l,y_m)$ は次式で表される．

$$
\begin{aligned}
r(x_l,y_m) &= r(l,m) \\
&= \sum_{k=1}^{d} s_k e^{j2\pi(\frac{x_l}{\lambda}\sin\theta_k\cos\phi_k+\frac{y_m}{\lambda}\sin\theta_k\sin\phi_k)} \\
&\quad + n(l,m)
\end{aligned}
\tag{1}
$$

ここで，s_k，θ_k，ϕ_k は，それぞれ k 番目の信号の複素振幅，天頂角，方位角を表し，λ は波長である．また，$n(l,m)$ は，平均0，分散 σ^2 の雑音項である．受信データ全体では，以下のベクトル形式で表現される．

$$
\boldsymbol{r}_a = \boldsymbol{A}_a\boldsymbol{s} + \boldsymbol{n}_a \tag{2}
$$

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{r}_a = [&r(1,1),\cdots,r(1,L_{y_1}),r(2,1),\cdots,r(2,L_{y_2}) \\
&,\cdots,r(L_x,L_{y_{L_x}})]^T
\end{aligned}
\tag{3a}
$$

$$
\boldsymbol{s} = [s_1,\cdots,s_d]^T \tag{3b}
$$

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{n}_a = [&n(1,1),\cdots,r(1,L_{y_1}),r(2,1),\cdots,r(2,L_{y_2}) \\
&,\cdots,r(L_x,L_{y_{L_x}})]^T
\end{aligned}
\tag{3c}
$$

ここで，$\boldsymbol{A}_a$ は，θ,ϕ の情報をもつ行列である．また，^{T} は転置を表す．2-D MODE法は，式 (2) の $\boldsymbol{r}$ の相関行列の固有値解析結果を利用する手法である．

3. 2-D MODE法

MODE法は，最尤法に基づいた手法であり，相関行列の固有値解析から得られる固有値，固有ベクトルの情報 (ここでは $\boldsymbol{\Lambda}_s$，$\boldsymbol{E}_s$ とする) を利用して，次式を最小とするパラメータ $(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v})$ を求める．

$$
F(\boldsymbol{u},\boldsymbol{v}) = \|(\boldsymbol{B}^H\boldsymbol{B})^{-\frac{1}{2}}\boldsymbol{B}^H\boldsymbol{E}_s(\boldsymbol{\Lambda}_s-\sigma^2\boldsymbol{I})^{\frac{1}{2}}\|^2 \tag{4}
$$

$$
\boldsymbol{u} = [u_0,u_1,\cdots,u_d]^T \tag{5a}
$$

$$
\boldsymbol{v} = [v_0,v_1,\cdots,v_{d-1}]^T \tag{5b}
$$

ここで，$\boldsymbol{B}$ は，$\boldsymbol{u}$，$\boldsymbol{v}$ の要素から構成される行列であり，$\boldsymbol{I}$ は単位行列を表している．また，^{H} は複素共役転置である．そして，式 (4) から求められる $\boldsymbol{u}$，$\boldsymbol{v}$ の要素を用いて多項式を構成する．

$$
U(z) = u_0z^d + u_1z^{d-1} + \cdots + u_d \tag{6}
$$

$$
V(z) = v_0z^{d-1} + v_1z^{d-2} + \cdots + v_{d-1} \tag{7}
$$

このとき，$\Delta x, \Delta y$ を各軸方向における素子間隔とすると，以下の関係が成立する．

$$
U(e^{j2\pi\frac{\Delta y}{\lambda}\sin\theta_k\sin\phi_k}) = 0 \quad (k=1,2,\cdots,d) \tag{8}
$$

$$
V(e^{j2\pi\frac{\Delta y}{\lambda}\sin\theta_k\sin\phi_k}) = e^{j2\pi\frac{\Delta x}{\lambda}\sin\theta_k\cos\phi_k} \quad (k=1,2,\cdots,d) \tag{9}
$$

つまり，$\boldsymbol{u}$，$\boldsymbol{v}$ の各要素を係数にもつ多項式を構成し，解析を行うことにより，得られる根の位相項から，信号パラメータ (θ,ϕ) が求められることとなる．

4. EMアルゴリズム

EMアルゴリズムは，E-step，M-stepと呼ばれる2つのstepで構成されており，この2つのstepの反復計算により最適解を求める．本稿では，M-stepに2-D MODE法を適用し，到来方向推定手法として取り扱う．EM-MODE法では，EMアルゴリズムを利用することにより，実際に受信されたデータから，素子が省略されている箇所のデータを推定し，解析上，等間隔方形アレーの受信データとして推定を行うことを可能としている．図1に，今回適用するEM-MODE法の推定手順について示す．なお，図中の p は反復回数を表し，初回のE-stepでは0としている．

1.E-step (初回)	初期値 $(\theta^{(0)}, \phi^{(0)})$ を用いて，実際の受信データ r_a から暫定的に等間隔方形アレーのデータ $r_c^{(0)}$ を構成する．
2.M-step	$r_c^{(p)}$ に MODE 法を適用し，$(\theta_k^{(p+1)}, \phi_k^{(p+1)})$ $(k = 1, 2, \cdots, d)$ を推定する．
3.E-step (反復時)	MODE 法の推定結果を利用して，$r_c^{(p+1)}$ を構成する．
4. 収束判定	判定条件を満たさなければ，$p = p + 1$ とし，2. に戻り，処理を継続する．

図 1. EM-MODE 法の処理手順

5. 数値計算

今回想定するアレーアンテナは，x 軸，y 軸方向共に素子間隔が半波長の 3 素子 ×5 素子の等間隔方形アレーアンテナから，内側の 3 つのアンテナ素子を省略した素子配置とする．また，雑音は考慮しないものとし，入射波を $s_1 = s_2 = 1$, $(\theta_1, \phi_1) = (30°, 60°)$, $(\theta_2, \phi_2) = (40°, 80°)$ の 2 波のコヒーレント波とする．解析結果として，比較のため，フーリエ変換に基づいた手法である Beamforming 法の推定結果を図 2 に，EM-MODE 法の推定結果を図 3 に，そして各反復回数における EM-MODE法により推定される角度を $\circ, \diamond$ とし，その変化の様子を図 4 に示す．図 1 より，EM-MODE 法は，初回の計算として初期値が必要であり，ここでは $(\theta^{(0)}, \phi^{(0)}) = (10°, 10°), (15°, 15°)$ として解析をおこなった．なお，図 2, 3 中の '↓' は真値を表し，図 3 の EM-MODE 法の値は，式 (8), (9) から得られる根を $z_k^{(i)} (i = 1, 2 : k = 1, 2, \cdots, d)$, 複素共役を表す記号を・とした場合，次式から求められる値である．

$$Magnitude(k) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}(-10\log_{10}|z_k^{(i)} - 1/z_k^{(i)*}|) \tag{10}$$

図 2 の推定結果から，Beamforming 法では，2 波が近接しているため，分離されておらず，この結果からでは 2 波の入射波の識別は不可能である．したがって，よりアレー開口面を大きくし，素子数も多くしなければ，Beamforming 法での推定は困難であると言える．一方，図 3 の EM-MODE 法の推定結果では，正確に到来方向を推定しており，良好な推定がおこなわれていることがわかる．また，図 4 から，比較的少ない回数で，真値に収束していることが見受けられる．

6. まとめ

本稿では，等間隔に素子が配置されていない方形アレーアンテナを用いた電波の到来方向推定について検討をおこなった．そして，等間隔時に高分解能性を示す 2-D MODE 法を適用するために，EM アルゴリズムを併用し，数値計算において，良好な推定結果が得られることを示した．なお，本研究の一部は，文部省科研費によるものである．

参考文献

[1] M. P. Clark, L. L. Scharf, "Two-dimensional Model Analysis Based on Maximum Likelihood," *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol.42, no.6, pp.1443–1451, June 1994.

[2] A. J. Weiss, A. S. Willsky, and B. C. Levy, "Nonuniform Array Processing Via the Polynomial Approach," *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, vol.AES-25, no.1, pp.48–54, Jan. 1989.

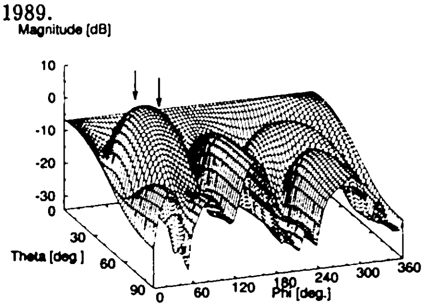

図 2. Beamforming 法による到来方向推定結果

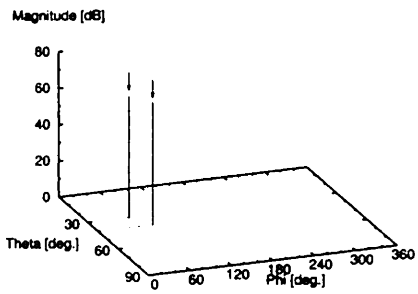

図 3. 2-D EM-MODE 法の推定結果

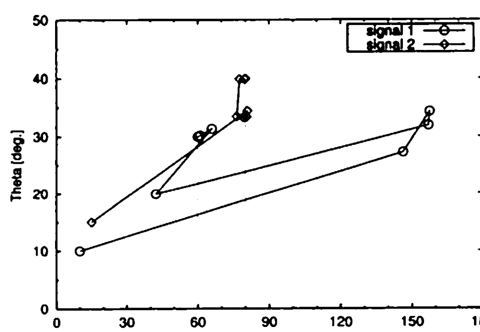

図 4. 各反復時における推定角度とその変化の様子