

E5 電波到来方向推定におけるアンテナアレー較正に関する検討

新井隆宏

山田寛喜

山口芳雄

新潟大学工学部

1. まえがき

現在、様々な分野において電波の利用が盛んに行われている。その中でも、センシングや無線通信などにおいては、個々の多重波の到来方向を高精度に分類検出することが重要となってくる。アンテナアレーを用いて電波到来方向推定を行う際に、現実的な問題を考慮すると、すべてのアレー素子の特性が同じであるとは限らず、さらに素子をアレー化したため、素子間相互結合などの影響が及んでくる。このような状況下では到来方向推定誤差が生じる。従って、これらの問題点を検討し、誤差の較正を行う必要性が生じてくる。

本稿では、アンテナアレーによる到来方向推定にスーパーレゾリューション法の一つである MUSIC 法を適用し、上記に述べた誤差状況下においてどのような影響が起こるのかを示し、それを較正するアルゴリズムについて検討を行った。

2. 問題の定式化

2.1 誤差なしモデル

L 個のアレー素子を等間隔に配置したリニアアレーを構成する。各アレー素子位置 x_i に d 波の電波が入射しているとすると、素子 i での受信データは以下の式で表される。

$$r_i = r(x_i) = \sum_{j=1}^d s_j e^{j \frac{2\pi x_i}{\lambda} \sin \theta_j} + n_i \quad (1)$$

ここで s_j は j 番目の入射波の複素振幅、 θ_j は j 番目の入射波の入射角度、 n_i は平均 0、分散 σ^2 の雑音、 d は入射波の個数、 λ は波長を表している。ここで、式(1)を行列で表現すると、以下ようになる。なお、 $X[\dots] = Y \times Z$ という表記は、行列 X が Y 行 Z 列であることを表している。また、 T は転置を表す。

$$r = As + n \quad (2)$$

$$r = [r_1, \dots, r_L]^T : L \times 1 \quad (3)$$

$$s = [s_1, \dots, s_d]^T : d \times 1 \quad (4)$$

$$n = [n_1, \dots, n_L]^T : L \times 1 \quad (5)$$

$$A = [a(\theta_1), \dots, a(\theta_d)] : L \times d \quad (6)$$

$$a(\theta_i) = \left[e^{j \frac{2\pi x_1}{\lambda} \sin \theta_i}, \dots, e^{j \frac{2\pi x_L}{\lambda} \sin \theta_i} \right]^T : L \times 1 \quad (7)$$

2.2 誤差モデル

アレー素子の利得、振幅に入射波の到来方向に依存しない誤差が存在する場合、各アレー素子に受信されるデータは行列を用いて表すと以下の式で表される。

$$r = \Gamma As + n \quad (8)$$

ここで、 Γ は各素子の振幅、位相誤差を表す以下のような $L \times L$ 対角行列である。

$$\Gamma = \text{diag}\{\alpha_1 e^{j\phi_1}, \alpha_2 e^{j\phi_2}, \dots, \alpha_L e^{j\phi_L}\} \quad (9)$$

しかし、実際には、素子間相互結合も考慮しなくてはならない。ここで、素子間相互結合行列を C とすると、受信データは行列表示で以下ようになる。

$$r = C\Gamma As + n \quad (10)$$

素子間相互結合行列 C の (i, j) 要素は i 番目と j 番目の結合量を表し、結合の強さは一般に素子間の距離に反比例するため、リニアアレーにおいて C は対角要素が大きな帯状の Toeplitz 行列となる。

式(10)において C 、 Γ を求めることによりデータの較正が可能となる。

3 誤差較正アルゴリズム[1][2]

初期化

1) $k=0$ とおく2) $\Gamma^{(k)}$ 、 $C^{(k)}$ を設定する。3) 式(10)から、データ相関行列 R を求める。

$$R = E[rr^H] = (C\Gamma A)S(C\Gamma A)^H + \sigma^2 I \quad (11)$$

$$S = E[ss^H] \quad (12)$$

なお、 H は複素共役転置、 I は単位行列を表す。

4) R の固有値解析を行い、雑音固有値に対応する雑音部分空間 $E_N = [e_{d+1}, \dots, e_L]$ を得る。

Step 1

MUSIC 法を適用し、以下の評価式から、到来方向の推定結果 $\theta_i^{(k)}$ を得る。

$$P^{(k)}(\theta) = \frac{(C\Gamma a(\theta))^H (C\Gamma a(\theta))}{(C\Gamma a(\theta))^H E_N E_N^H (C\Gamma a(\theta))} \quad (13)$$

Step 2

1) ここで、 Γ に着目する。

式(2)の固有値解析結果より次式を得る。

$$R = E_S \Lambda_S E_S^H + \sigma^2 E_N E_N^H \quad (14)$$

ここで、 Λ_S は信号固有値を対角成分とする $d \times d$ 行列、 E_S はその固有ベクトルを列とする $L \times d$ 行列である。到来方向推定結果が正確ならば

$$E_S E_S^H \Gamma A = \Gamma A \quad (15)$$

が成立する。すなわち

$$E_S E_S^H \Gamma a(\theta_i) = \Gamma a(\theta_i) \quad (16)$$

の関係が成立している。 $Q_1(i) = \text{diag}\{a(\theta_i)\}$ とすると

$$E_S E_S^H Q_1(i) \delta = Q_1(i) \delta \quad (17)$$

$$Q_1(i)^H E_S E_S^H Q_1(i) \delta = Q_1(i)^H Q_1(i) \delta = I \delta \quad (18)$$

すなわち、式(18)より以下のような関係式が導かれる。

$$(Q_1(i)^H E_S E_S^H Q_1(i)) \delta = \delta \quad (19)$$

上式から次のような固有値問題を構成する。

$$(Q_1(i)^H E_S E_S^H Q_1(i)) \delta = \lambda \delta \quad (20)$$

行列 $Q_1(i)^H E_S E_S^H Q_1(i)$ は d 個の大きさ 1 の固有値を有し、他の固有値の大きさは 0 となる。

よって、以下のように定義された行列 W_2 の最大固有値に対する固有ベクトルが、最も式(18)を満足する解 δ である。

$$W_2 = Q_1(i)^H E_S E_S^H Q_1(i) \quad (21)$$

ただし、 $\delta = [\Gamma_{11}, \dots, \Gamma_{LL}]^T$ であり、以下のような拘束条件を課すものとする。

$$\delta^H \omega = 1 \quad \omega = [1, 0, \dots, 0] \quad (22)$$

2) 推定された δ を対角要素として $\Gamma^{(k+1)}$ を得る。

$$\Gamma^{(k+1)} = \text{diag}\{\delta\} \quad (23)$$

Step 3

1) 次の評価関数を最小化する c を求める。

$$J_{c,2} = \sum_{i=1}^d \tilde{a}(\theta_i) C^{(k)H} E_N E_N^H C^{(k)} \tilde{a}(\theta_i) \\ = c^H \left\{ \sum_{i=1}^d Q_2(i)^H E_N E_N^H Q_2(i) \right\} c \quad (24)$$

$$\tilde{a}(\theta_i) = \Gamma^{(k)} a(\theta_i) \quad (25)$$

$$Q_2(i) = Q_2(\tilde{a}(\theta_i)) \quad (26)$$

ここで、式(25)に関しては後述の Lemma を参照されたい。

最小化時には、 $C_{ii} = 1$ になるような次の拘束条件を課す。

$$W_1^T c = u \quad (27)$$

2) c から $C^{(k+1)}$ を得る。

ただし、 $c_i = C_{ii}$ 、 $i = 1, 2, \dots, N$ である。

以上収束するまで Step1 から Step3 を反復計算する。

[Lemma]

任意の $L \times 1$ 複素ベクトル b に対して、以下のような $L \times L$ 複素対称行列 F が存在する。

$$Fb = Q_2(b)f \quad (28)$$

ただし、 $f_i = F_{ii}$ 、 $i = 1, 2, \dots, N$ である。

$$(N = L/2 + 1: \text{even}, N = L/2 + 1/2: \text{odd})$$

ここで、 $L \times N$ 行列 $Q_2(b)$ は次の 2 つの $L \times N$ 行列の和で与えられるものとする。

$$[V_1]_{pq} = \begin{cases} b_{p+q-1} & , p+q \leq L+1 \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases} \quad (29)$$

$$[V_2]_{pq} = \begin{cases} b_{p-q+1} & , p \geq q \geq 2 \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases} \quad (30)$$

4 シミュレーションおよび考察

前節のアルゴリズムをもとに、シミュレーション

を行った。データに用いた素子数は 5、周波数 1GHz、素子間隔 $\lambda/2$ 、雑音なし、#4 に位相誤差 (360° 度に対する割合)、素子間相互結合行列として、 $c = [1, -0.1, 0.025]$ とした。また電波の入射数はインコヒーレントな 2 波で、それぞれ -20° 、 40° とした。その結果を図 4.1(30%) に示す。初回では位相誤差および素子間相互結合の影響から、ピーク値が低くなり、また真の到来方向角度を推定できていない。そこで反復計算をさせた結果、反復回数ごとにピーク値は伸びてくるが、ほとんど角度変化が見られなかった。そこで、式(21)の拘束条件を、以下のように変更することを提案する。

$$\delta^H \omega = \alpha_1 \quad \omega = [1, 0, \dots, 0] \quad (31)$$

この推定結果を図 4.2(30%) に示す。その結果、反復を重ねるごとにピーク値が大きくなり、また真の到来方向角度に近づいていくことがわかった。

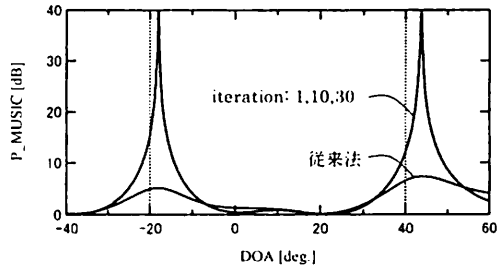


図 4.1 拘束条件(式(22))

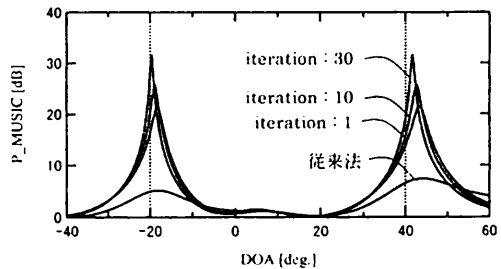


図 4.2 拘束条件(式(31))

5 まとめ

本稿では、位相誤差および素子間相互結合の誤差状況のもとで、推定された到来方向誤差を較正する手法を示し、さらに拘束条件を変更することによって改良された推定手法が有効であることを示した。今後はさらに様々な誤差に対応するようなアルゴリズムの検討などがあげられる。なお、この研究の一部は文部省科研費によるものである。

参考文献

- [1] B. Friedlander and A. J. Weiss, "Direction Finding in the Presence of Mutual Coupling," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol.39, no.3, pp.273-284, Mar. 1991.
- [2] V. C. Soon, L. Tong, Y. F. Huang, and R. Liu, "A Subspace Method for Estimating Sensor Gains and Phases," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol.42, no.4, pp.973-976, Mar. 1994.