

## E1 2-D スーパーレゾリューション法による コヒーレント波分解特性

原 六蔵

山田 寛喜  
新潟大学工学部

山口 芳雄

### 1. まえがき

21世紀になり、電磁波を用いる無線通信に益々の高速情報伝送が望まれる。しかし、高速な通信ほどフェージングの影響を考慮しなくてはならず、その影響を受けない通信手法が必要となる。そのための一要素として、到来方向・伝搬遅延といった伝搬環境の把握がある。

本研究では、アンテナアレーによる到来方向推定および周波数掃引による遅延時間推定を行っている。また、従来のフーリエ変換に基づいた推定法では近接したパラメータの入射信号の分解能に限界がある。そこで、高分解能な推定を実現するスーパーレゾリューション法の有効性に注目する。特に、コヒーレントな信号が入射する場合、MUSIC法、ESPRIT法などは直接適用できず、空間スムージング法(SSP)[1]等の相関抑圧前処理法の適用が不可欠である。しかし、MODE法[2]は相関抑圧前処理を必要とせず、直接適用可能である。

この研究では、推定法に2-D MUSIC法[3]と2-D MODE法を用いて、推定誤差の観点から分解能特性を定量的に比較した。まず、入射波がコヒーレントな場合において、SSP法を併用する2-D MUSIC法の推定誤差特性をシミュレーションにより評価し、相関抑圧特性から生じる問題点を示した。次に、2-D MODE法の推定誤差特性を同様に評価した。2手法の推定誤差特性を比較し、コヒーレント波推定においてMODE法がMUSIC法より優れていることを示した。

### 2. 問題の定式化

時空間の2次元問題を等間隔直線アレーで推定する。周波数  $f_i (i = 1, \dots, L_f)$ 、受信アンテナ位置  $x_l (l = 1, 2, \dots, L_a)$  で、 $k$  番目の到来波の複素振幅、到来方向、遅延時間をそれぞれ  $s_k, \theta_k, t_k$  とすると、受信データは式(1)のようになる。 $n_{i,l}$  は受信アンテナ位置  $x_l$  における周波数  $f_i$  での平均0、分散  $\sigma^2$  の雑音成分とする。通常、周波数を掃引するため各周波数における波長で規格化された素子間隔は異なるが、入射波がコヒーレントであるような場合、相関抑圧法を用いるには、これらを一致させる必要がある。ここでは純粋に相関による推定誤差のみを検討するため、受信データは式(2)の補間による誤差の影響を除き掃引周波数毎に素子間隔が半波長  $(\lambda/2)$  であるベクトルで表す。 $T$  は転置である。

$$r_{i,l} = \sum_{k=1}^d s_k e^{-j2\pi f_i(t_k - (x_l/c) \sin \theta_k)} + n_{i,l} \quad (1)$$

$$\Delta g = \Delta x f_1 / c \quad (2)$$

$$r = \sum_{k=1}^d s_k \mathbf{a}(\theta_k, t_k) + \mathbf{n} = \mathbf{A} \mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (3)$$

$$\mathbf{r} = [r_{1,1}, \dots, r_{L_f,1}, \dots, r_{1,L_a}, \dots, r_{L_f,L_a}]^T \quad (4)$$

$$\mathbf{n} = [n_{1,1}, \dots, n_{L_f,1}, \dots, n_{1,L_a}, \dots, n_{L_f,L_a}]^T \quad (5)$$

$$\mathbf{a}(\theta_k, t_k) = [e^{-j2\pi f_1(t_k - (x_1/c) \sin \theta_k)}, \dots, e^{-j2\pi f_{L_f}(t_k - (x_1/c) \sin \theta_k)}, \dots, e^{-j2\pi f_1(t_k - (x_{L_a}/c) \sin \theta_k)}, \dots, e^{-j2\pi f_{L_f}(t_k - (x_{L_a}/c) \sin \theta_k)}]^T \quad (6)$$

$$\mathbf{A} = \{\mathbf{a}(\theta_1, t_1), \mathbf{a}(\theta_2, t_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_d, t_d)\} \quad (7)$$

$$\mathbf{s} = [s_1, s_2, \dots, s_d]^T \quad (8)$$

### 3. 2-D MUSIC 法

2-D MUSIC法では相関波に対する前処理として、SSP法に基づく相関抑圧処理が用いられる。サブアレー平均の方法にはいくつかの改良手法もみられるが、ここでは最も簡単な相関抑圧を用いる。受信データより  $M$  個のサブアレーを構成すると、 $m$  番目のベクトルは次式となる。

$$r_m = \sum_{k=1}^d s_k \mathbf{a}_m(\theta_k, t_k) + \mathbf{n}_m = \mathbf{A}_m \mathbf{s} + \mathbf{n}_m \quad (9)$$

$$r_m = [r_{m,m}, \dots, r_{m+N_f-1,m}, \dots, r_{m,m+N_a-1}, \dots, r_{m+N_f-1,m+N_a-1}]^T \quad (10)$$

$$\mathbf{n}_m = [n_{m,m}, \dots, n_{m+N_f-1,m}, \dots, n_{m,m+N_a-1}, \dots, n_{m+N_f-1,m+N_a-1}]^T \quad (11)$$

$$N_f = L_f - M + 1, \quad N_a = L_a - M + 1$$

ここで  $\mathbf{a}_m, \mathbf{A}_m$  は、周波数に関して  $m \sim m + N_f - 1$ 、空間に関して  $m \sim m + N_a - 1$  の要素を用いて作られるサブアレーベクトル/行列である。SSP法による相関抑圧では、各  $r_m$  における相関行列をサブアレー全体で平均化を行う。スナップショット処理であるアンサンブル平均を  $E[\cdot]$ 、複素共役転置を  $H$  とし、一連の前処理を表現すると次式のようになる。

$$R_{SSP} = E \left[ \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M r_m r_m^H \right]$$

$$= \mathbf{A}_1 \mathbf{S}_{SSP} \mathbf{A}_1^H + E \left[ \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \mathbf{A}_m \mathbf{s} \mathbf{s}^H \mathbf{A}_m^H \right]$$

$$+ E \left[ \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \mathbf{n}_m \mathbf{s}^H \mathbf{A}_m^H \right] + E \left[ \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \mathbf{n}_m \mathbf{n}_m^H \right] \quad (12a)$$

$$\approx \mathbf{A}_1 \mathbf{S}_{SSP} \mathbf{A}_1^H + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (12b)$$

2-D MUSIC法の評価式を式(13)に示す。 $\mathbf{e}_h (h = d+1, \dots, N^2)$  はデータ相関行列を固有値解析して得られた雑音固有ベクトルである。

$$P_{music}(\theta, t) = \frac{\mathbf{a}(\theta, t)^H \mathbf{a}(\theta, t)}{N^2 \sum_{h=d+1} |\mathbf{a}(\theta, t)^H \mathbf{e}_h|^2} \quad (13)$$

$$N^2 = N_f N_a$$

### 4. 2-D MODE 法

MODE法は、最尤法に基づいた手法であり、相関行列の固有値解析から得られる固有値、固有ベクトルの情報(ここでは  $\mathbf{A}_s, \mathbf{E}_s$  とする)を利用して、次式を最小とするパラメータ  $(\mathbf{u}, \mathbf{v})$  を求める。

$$F(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \|(\mathbf{B}^H \mathbf{B})^{-\frac{1}{2}} \mathbf{B}^H \mathbf{E}_s (\mathbf{A}_s - \sigma^2 \mathbf{I})^{\frac{1}{2}}\|^2 \quad (14)$$

$$\mathbf{u} = [u_0, u_1, \dots, u_d]^T \quad (15a)$$

$$\mathbf{v} = [v_0, v_1, \dots, v_{d-1}]^T \quad (15b)$$

ここで、 $\mathbf{B}$  は、 $\mathbf{u}$ 、 $\mathbf{v}$  の要素から構成される行列であり、 $\mathbf{I}$  は単位行列を表している。また、 $\mathbf{H}$  は複素共役転置である。そして、式(14)から求められる  $\mathbf{u}$ 、 $\mathbf{v}$  の要素を用いて多項式を構成する。

$$U(z) = u_0 z^d + u_1 z^{d-1} + \dots + u_d \quad (16)$$

$$V(z) = v_0 z^{d-1} + v_1 z^{d-2} + \dots + v_{d-1} \quad (17)$$

このとき、以下の関係が成立する。

$$U(e^{-j2\pi\Delta f t_k}) = 0 \quad (k = 1, 2, \dots, d) \quad (18)$$

$$V(e^{-j2\pi\Delta f t_k}) = e^{j2\pi\Delta g \sin \theta_k} \quad (k = 1, 2, \dots, d) \quad (19)$$

つまり、 $\mathbf{u}$ 、 $\mathbf{v}$  の各要素を係数にもつ多項式を構成し、解析を行うことにより、得られる根の位相項から、信号パラメータ  $(\theta, \phi)$  が求められることとなる。

### 5. 誤差解析シミュレーション

信号#1を  $(0^\circ, 10 \text{ ns})$  に固定し、信号#2を変化させ、式(13)に基づく到来方向、遅延時間推定を行う。信号#2は到来方向、遅延時間も図の軸の各グリッド位置上で推定を行った。また、2波は等電力入射のコヒーレント波とし、半波長間隔4素子アレーにおいて、周波数を2.430 GHzから2.480 GHzを11ポイントでサンプリングを行い、SNR 20 dBのガウス雑音を加え、100スナップショットを取得するものとした。この状況における推定を100回 ( $K = 100$ ) 繰り返し、設定したパラメータ  $(\theta_e, t_e)$  と推定されたパラメータ  $(\theta_k, t_k)$  から、次式を用いてRMSEを評価した。

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \{\mu_k\}^2} \quad (20)$$

$$\mu_k = 2\pi(\Delta f |t_k - t_e| + \Delta g |\sin \theta_k - \sin \theta_e|)$$

なお、図中の斜線領域では2波が分離されなかったため、RMSEは評価していない。到来方向差が負の領域の誤差分布は、信号#1に対して正領域の点対称となる。SSP法を用いてサブアレー数2で相関抑圧後の推定結果のRMSEが図1である。及び、図2は図1における相関抑圧効果を式(21)より求めた。図1において相関抑圧効果の得られない領域 ( $|\rho_{SSP}(1, 2)| = 1$ ) では、2波が分離されない。誤差分布は相関抑圧効果の変化と信号間の時空間距離双方の特徴を含む変化を示す。

$$|\rho_{SSP}(i, j)| = \left| \frac{\sin[\pi M \{\Delta f dt - \Delta g ds\}]}{M \sin[\pi \{\Delta f dt - \Delta g ds\}]} \right| \quad (21)$$

$$dt = t_i - t_j \quad ds = \sin \theta_i - \sin \theta_j$$

同様に、MODE法による推定結果のRMSEを図3に示す。推定誤差特性は2波の時空間距離に反比例するのみである。SSP法による相関抑圧効果が十分に得られない場合のMUSIC法と比較すると、MODE法の推定能力は明らかに高精度である。

### 6. まとめ

SSP法などを必要とするコヒーレント波推定でMUSIC法は信号間の時空間距離を考慮するだけでなく、実効相関係数が抑圧されるようなパラメータを選ばなければならない。しかし、相関抑圧処理を必要としないMODE法は、それら問題を考慮せず直接適用可能である。なお、この研究の一部は文部科学省科研費による。

### 参考文献

- [1] T. J. Shan, M. Wax, and T. Kailath, "On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals," *IEEE Trans. Acoust., Speech and Signal Processing*, vol. ASSP-33, no. 4, pp. 806-811, Aug. 1985.
- [2] P. Stoica, and K. C. Sharman, "Novel eigenanalysis method for direction estimation," *IEE Proc.*, vol. 137, Pt. F, no. 1, pp. 19-26, Feb. 1990.
- [3] Y. Ogawa, N. Hamaguchi, K. Ohshima, and K. Itoh, "High-resolution analysis of indoor propagation structure," *IEICE Trans. Commun.*, vol. E78-B, no. 11, pp. 1450-1457, Nov. 1995.

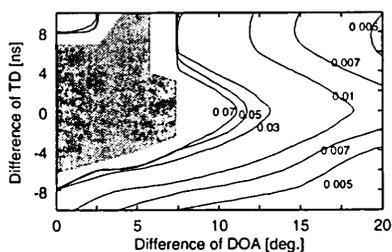


図1. MUSIC法によるRMSE(SSP法適用)

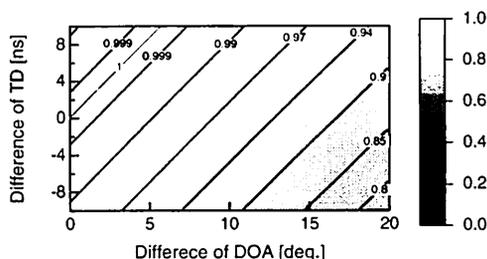


図2. SSP法による実効相関係数 ( $M = 2$ )

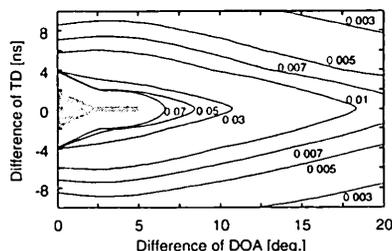


図3. MODE法によるRMSE