

E 6 SRA 校正パラメータ取得における反復推定法の収束特性

原 六蔵

山田 寛喜
新潟大学工学部

山口 芳雄

1. まえがき

近年、アンテナアレーによる電波到来方向推定に関する研究が盛んである。特に MUSIC 法 [1], ESPRIT 法などの高分解能な手法はセンシングのみならず通信への応用が期待される。しかしながら、高分解能な手法であるからこそ推定精度は測定データの劣化にも敏感である。特に測定系(受信アレーシステム)に起因する誤差成分の補正(校正)は重要な問題である。

アンテナをアレー化して測定する場合、測定データを劣化させる要因がいくつか存在する。一つ要因は、各アンテナ素子における受信特性が不均一なことである。特性が完全に一致したアンテナ素子や増幅器を複数用いることは一般に困難である。本稿では、これを素子間利得・位相誤差と呼ぶこととする。もう一つの要因はアンテナ素子間の相互結合である。入射電界によりアンテナ素子上に励起された電流の2次放射が他のアンテナ素子で観測される現象である。これを素子間相互結合誤差と呼ぶこととする。

ここでは、円アレーを用いた到来方向推定を取り上げ、計測システム内に存在する素子間利得・位相誤差と素子間相互結合誤差を既知波源からのデータにより求める手法 [3] を使用する。この推定法は、2つのステップを反復することにより校正パラメータを取得する。本稿では、これらのステップを推定状況により使い分けことを提案する。反復推定を行う際は解への収束特性が問題となるが、適切なステップ構成を行うことにより早期に収束する特性を得ることを実験により示した。

2. 問題の定式化

まず、到来波の方位角を円上に等間隔でアンテナを配置した理想的なアレーで推定することを考える。円アレーの半径を R 、信号周波数を f 、受信アンテナ番号を $l = 1, 2, \dots, L$ 、 k 番目の到来波の複素振幅、到来方向をそれぞれ s_k, θ_k とする。受信データは式 (1) である。

$$r_l = \sum_{k=1}^d s_k e^{j2\pi R \cos\{\theta_k - \frac{2\pi}{L}(l-1)\}} + n_l \quad (1)$$

$$r = \sum_{k=1}^d s_k a(\theta_k) + n = As + n \quad (2)$$

$$r = [r_1, r_2, \dots, r_L]^T \quad (3)$$

$$n = [n_1, n_2, \dots, n_L]^T \quad (4)$$

$$a(\theta_k) = [e^{j2\pi R \cos\{\theta_k\}}, e^{j2\pi R \cos\{\theta_k - \frac{2\pi}{L}\}}, \dots, e^{j2\pi R \cos\{\theta_k - \frac{2\pi}{L}(L-1)\}}]^T \quad (5)$$

$$A = [a(\theta_1), a(\theta_2), \dots, a(\theta_d)] \quad (6)$$

$$s = [s_1, s_2, \dots, s_d]^T \quad (7)$$

n_l は平均 0 分散 σ^2 のガウス雑音、 T は転置である。

理想的な場合、受信データは式 (2) となる。しかし、実システムでは素子間利得・位相誤差と素子間相互結合が存在する。これらの影響は次の行列で表現できる。

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \gamma_1 & & & 0 \\ & \gamma_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \gamma_L \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$C = \begin{bmatrix} c_0 & c_1 & \dots & c_{\xi-1} & c_{\xi} & c_{\xi-1} & \dots & c_1 \\ c_1 & c_0 & & & & & & \\ \vdots & c_1 & c_0 & & & & & \vdots \\ c_{\xi-1} & & & & & & & c_{\xi} \\ c_{\xi} & & \dots & \dots & \dots & \dots & & \\ \vdots & & & & & & & c_0 & c_1 \\ c_1 & & & & c_{\xi} & & & c_1 & c_0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

但し、素子間利得・位相誤差を表す行列 Γ は $\gamma_1 = 1$ とする相対的な行列であり、素子間相互結合を表す行列 C 中の自己相関係数 $c_0 = 1$ である。また、 $\xi = \lfloor L/2 \rfloor$ 。

実際の測定データでは、これらの行列 C, Γ が次式のように影響する。

$$\tilde{r} = \sum_{k=1}^d C \Gamma a(\theta_k) s_k + n. \quad (10)$$

3. 校正手法

測定データ \tilde{r} の雑音固有ベクトル e_j と到来波のモードベクトル $a(\theta)$ には、以下の関係が成立する。

$$e_j^{(m)H} C \Gamma a(\theta_k^{(m)}) = 0 \quad (11)$$

$$(m = 1, \dots, M, k = 1, \dots, d)$$

ここで、 H は複素共役転置である。 M は校正用データセット数である。 $e_j^{(m)}$ は m 番目の校正用データにおける k 番目の既知な到来角度 $\theta_k^{(m)}$ に対する j 番目の雑音固有ベクトルである。本推定法では既知波源の必要数を未知数 (c_i と γ_i) の数へ減少できる。簡単のため、素子数 $L = 4$ の場合の校正手順を示す。他の素子数の場合も同様の手順で校正可能である。

ステップ I

通常、 c_i は $1 = c_0 \gg \{c_1, \dots, c_{\xi}\}$ の関係を持ち、各素子の特性 γ_i はある程度揃っていると仮定する。したがって、初期値としてそれぞれ $\hat{C} = I$ と $\hat{\Gamma} = I$ を用いる。

ステップ II

変数 k と変数 m の全組合せで式 (12) の連立方程式を構成し、最小 2 乗推定で得た $\hat{\gamma}_i$ によって $\hat{\Gamma}$ を更新する。

$$e_j^{(m)H} \hat{C} \begin{bmatrix} a_{k,1}^{(m)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{k,2}^{(m)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{k,3}^{(m)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{k,4}^{(m)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\gamma}_1 \\ \hat{\gamma}_2 \\ \hat{\gamma}_3 \\ \hat{\gamma}_4 \end{bmatrix} = 0, \quad (12)$$

$$(m = 1, \dots, M, k = 1, \dots, d)$$

$$a(\theta_k^{(m)}) = [a_{k,1}^{(m)}, \dots, a_{k,L}^{(m)}]^T$$

ステップC

変数 k と変数 m の全組合せで式 (13) の連立方程式を構成し、最小2乗推定で得た \hat{c}_i によって \hat{C} を更新する。

$$\begin{aligned}
 & e_j^{(m)H} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \hat{\Gamma} a(\theta_k^{(m)}) \hat{c}_0 \\
 & + e_j^{(m)H} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \hat{\Gamma} a(\theta_k^{(m)}) \hat{c}_1 \\
 & + e_j^{(m)H} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{\Gamma} a(\theta_k^{(m)}) \hat{c}_2 \\
 & = 0, \quad (m = 1, \dots, M, \quad k = 1, \dots, d) \quad (13)
 \end{aligned}$$

ステップE

ステップ Γ とステップCの推定を行列 $\hat{\Gamma}$ と \hat{C} の要素が十分に収束するまで繰り返す。

必要条件として、方程式の数は未知数の数より多くなければならない。したがって、式 (14) を満たさなければならない。式 (14) において、左辺は未知数の数、右辺は方程式の数である。この不等式では各校正用データセットにおける入射波数は d であると仮定している。更に、全ての到来方向は異なるものとする。

$$(L-1) + \left\lfloor \frac{L}{2} \right\rfloor \leq d(L-d)M \quad (14)$$

4. 収束特性

収束特性は、ステップEにおいてステップ Γ とステップCのどちらを先に推定するかによって変化する。これは、ステップIにおいて $\hat{C} = I$ と $\hat{\Gamma} = I$ のどちらの近似が良好かに依存する。推定するアンテナ系によって異なる問題ではあるが、良好に近似されるパラメータを固定した推定を先にすれば解への収束が早いことは自明である。

ここでは、地板上にモノポールアンテナを8素子円形に配置した受信アンテナを用いて、実験を行った。測定周波数は2.5 [GHz]、素子間隔は6.0 [cm]である。各データセットのスナップショット数は11である。本手法で校正パラメータを推定すると、ステップ Γ とステップCを入れ替えることにより図1の収束特性が得られた。図中の、実線はステップCを先に推定しており、破線はステップ Γ を先に推定している。本実験では、素子間相互結合に比べて素子間利得・位相誤差が少なかったため、ステップCを先に行うことで早い収束特性が得られた。また、十分に反復推定を行えば、両者の推定値は等しくなる。

図2では、実験で得られた入射角度0, 120 [deg.]のデータセットを用いて校正用パラメータを推定している。反復回数は3回である。これによって得られた校正用パラメータを用いて、入射角度60 [deg.]の測定データを式 (15) のMUSIC法で処理した。ステップCを先に行うことで、より高分解能な推定が可能と確認できた。

$$P_{music}(\theta) = \frac{(C\Gamma a(\theta))^H (C\Gamma a(\theta))}{\sum_{h=d+1}^L |C\Gamma a(\theta)^H e_h|^2} \quad (15)$$

5. まとめ

ステップCとステップ Γ を入れ替えて推定することにより、本反復推定法が早期に解へ収束可能であると示した。よって、本反復推定法は処理時間が限定される場合であっても、使用素子の基本特性を考慮したステップを構成すれば十分に対応し得ることが確認された。

謝辞

本研究で使用した円アレーは阿達透技官の協力によって作成された。ここに深く感謝する。また、本研究の一部は、日本学術振興会科学研究費補助金奨励研究 (A) 13750335 によるものである。

参考文献

- [1] R. O. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," *IEEE Trans. Antennas and Propagat.*, vol.AP-34, no.3, pp.276-280, March 1986.
- [2] 新井, 原, 山田, 山口, "SRAのためのアンテナアレー校正法," *信学技報*, vol. AP2002-28, pp.39-44, May 2002.
- [3] 原, 山田, 山口, "アンテナアレー校正における校正用データセット数の軽減について," *信学技報*, vol. AP2002-40, pp.1-6, July 2002.

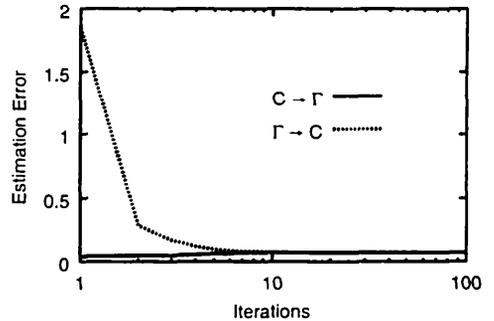


図1. ステップ入れ替えによる収束特性

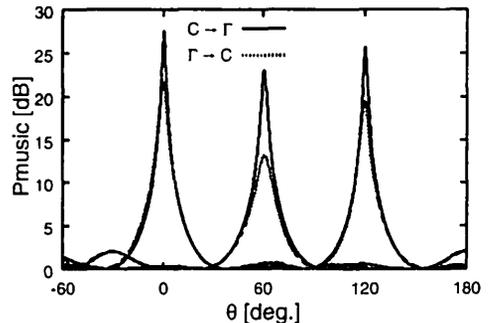


図2. 到来角度推定結果