191 量子化されたウェーブレット変換からの凸射影復元

清水俊仁　中静　真　菊池久和　石井郁夫　牧野秀夫

新潟大学工学部

1. はじめに

信号に対して過剰な信号表現となる離散2進ウェーブレット変換では、ウェーブレット零交叉表現[1]、ウェーブレット極大値表現[2]等、不等間隔の標本化によって信号を表現できることが知られている。これらの表現をウェーブレット変換に対する拘束条件とし凸空間を定義することによって、凸射影復元法[3]を用いることができ、原信号のウェーブレット変換を復元することができる。

一般にディジタル信号処理では、ウェーブレット変換は量子化されて表現される。この量子化されたウェーブレット変換もまた、ウェーブレット変換に対する拘束条件として凸空間を定義できる。

そこで本報告では、量子化された過剰ウェーブレット変換から凸空間、射影方法を定義し、これによる凸射影復元法を画像に適用する。また、その量子化された過剰ウェーブレット変換の符号化も試みる。

2. 量子化されたウェーブレット変換からの凸射影復元

スケール2^iに離散化した過剰ウェーブレット変換W_{ij}を、しきい値T_kと代表値L_kにより量子化する。ここでiはスケールインデックス、jはシフト、kはしきい値と代表値のインデックスを示す非負整数である。また、しきい値T_kと代表値L_kは、

$$T_k < L_k < T_{k+1} \qquad (1)$$

なる関係を持つ。量子化されたウェーブレット変換をQ_{ij}と定義すると、

$$T_k \leq W_{ij} < T_{k+1} \qquad (2)$$

を満たすW_{ij}は、

$$Q_{ij} = L_k \qquad (3)$$

と量子化される。

量子化されたウェーブレット変換からの凸射影復元[3][4]は、以下の2つの関数空間

Γ_{ij} ： しきい値系列T_k、代表値系列L_kにより量子化されるとQ_{ij}に一致する関数の空間。すなわち、

$$Q_{ij} = L_k \qquad (4)$$

であるなら、

$$T_k \leq \Gamma_{ij} < T_{k+1} \qquad (5)$$

を満たす。

V_{ij} ： 任意の信号のウェーブレット変換の空間。

の間で以下の2つの射影

P_Γ ： 関数空間VからΓへの非拡大射影。しきい値系列T_k、代表値系列L_kによる量子化後の値がQ_{ij}と一致しないウェーブレット変換に対して、しきい値を代入し、量子化後の値をQ_{ij}と一致させる。

P_V ： 関数空間ΓからVへの直交射影。ウェーブレット逆変換、順変換。

を初期関数から交互に繰り返すことにより、原信号のウェーブレット変換に近付きながら共通集合の1要素に収束する[3]。これをウェーブレット逆変換することで、原信号を近似することができる。

3. 画像符号化への適用

離散直交ウェーブレット変換の符号化方式であるEZW[5]を用いる。EZWは、ウェーブレット係数のスケール間相関を利用した階層的符号化方式で、係数を零、正の値、負の値の3値に量子化したウェーブレット変換に適用される。

低域通過成分を除くと、あるスケールの係数は、1段階粗いスケールの1つの係数と対応し、1段階細かいスケールの4係数に対応する。量子化後のあるスケールの係数が、それ自身零で、それより細かい全てのスケールの対応する全係数が零である場合、zerotreeと呼ばれる。また、それ自身零で、それより細かい全てのスケールの対応する全係数のうち、少なくとも1つはzerotreeでない場合、isolated zeroと呼ばれる。さらに、zerotreeが最も粗いスケールの係数である場合、または、それより粗い全てのスケールの対応する係数がzerotreeでない場合、そのzerotreeはzerotree rootと呼ばれる。

この定義により係数を次の4つの場合に分け、それぞれに符号を割り当てる。最も粗いスケールから順に係数を走査し、それより粗い全てのスケールにおいて、対応する係数がzerotreeでない限り符号化する。

1) zerotree root
2) isolated zero
3) 正の量子化代表値
4) 負の量子化代表値

過剰系である離散2進ウェーブレット変換に対しては、その係数の総数が通常の離散直交ウェーブレット変

換の4倍になるように、スケールNにおいて$1/N^2$の量に間引いた後、符号化する。なお、低域通過成分は整数値に量子化し$1/(2^3)^2$に間引いた後、各値8ビットで符号化する。本シミュレーションでは、基本ウェーブレット関数に、2次スプライン関数[2]を用い、3オクターブの帯域でウェーブレット変換を行う。また、低域通過成分を除いた係数の量子化では、係数は絶対値の等しい正負2つのしきい値によって分けられた各区間毎に、その平均値に丸められる。したがって、3値に量子化される。

画像の復元は、復号し得られた係数を射影の拘束条件として用い、2章で示した射影の繰り返しにより行われる。初期関数には、復号し得られた係数を線形補間したものを用いる。

図1に示す画像を原画像とする。量子化時のしきい値を±96,±64,±32の3組に設定したときの、射影の繰り返しによる再構成精度の向上を図1に示す。どの組に設定しても、射影を繰り返すことによって再現精度は向上していき、100回の繰り返しの後では初期関数からの再構成と比較して、p-pSNRで約2～4dBの向上が見られる（図4）。このうち、しきい値を±64に設定した場合の、射影1回からの再構成画像（量子化し逆変換）と、射影100回からの再構成画像はp-pSNRでそれぞれ23.98dB（図2）、27.15dB（図3）となる。視覚的にも射影の繰り返しによって再構成精度が向上しているのがわかる。また、このときのEZW符号は104848bitで、これに低域通過成分符号32×32×8bitを加えた全体のビットレートは1.599bit/pixelになる。さらに、EZW符号に対してランレングス符号化を適用した場合、エントロピーは59753bitで、全体でのビットレートは1.037bit/pixelになる。

4. まとめ

量子化され、間引かれた過剰ウェーブレット変換からの、凸射影復元法による画像復元が可能であることを示し、これを用いたEZWによる画像圧縮符号化を試みた。過剰ウェーブレット変換を用いているために、直交ウェーブレット変換の量子化で現れるような歪みが生じていない。量子化時のしきい値を変化させることで、保存するエッジや、情報量、再構成精度などを選択できるため、符号化への応用が期待できる。今後の課題としては、効率のよい符号化方法の確立、初期関数の補間方法の改善、収束スピードの向上などが挙げられる。

参考文献

[1] S. Mallat, "Zero-crossings of a wavelet transform," *IEEE Trans. on Inform. Theory*, 37, 4, pp. 1019-1033, July 1991.

[2] S. Mallat and S. Zhong, "Characterization of signals from multiscale edges," *IEEE Trans. on Patt. Anal. Machine Intell.*, 14, 7, pp. 710-732, July 1992.

[3] D. Youla and H. Webb, "Image restoration by the method of convex projections," *IEEE Trans. on Med. Imaging*, 1, 2, pp. 81-101, Oct. 1982.

[4] 中静 真, 清水俊仁, 菊池久和, 石井郁夫, 牧野秀夫, "ウェーブレット変換のしきい値交叉からの信号復元," 第7回回路とシステム軽井沢ワークショップ, pp. 169-174, 1994年4月.

[5] Jerome M. Shapiro, "Embedded image coding using zerotree of wavelet coefficients," *IEEE Trans. Signal Processing*, 41, 12, pp. 3445-3462, Dec. 1993.

図1. 原画像
(256×256pixels, 256階調)

図2. 射影1回からの再構成
(23.98dB, 1.599bit/pixel)

図3. 射影100回からの再構成
(27.15dB, 1.599bit/pixel)

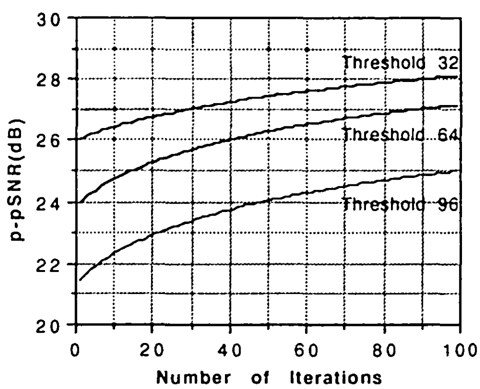

図4. 射影の繰り返しによる再構成精度の向上