165 自然観測法による実時間生体信号復元

堀 潤一 齊藤義明 木竜 徹
(新潟大学工学部)

1 まえがき

血圧波形や心電図波形などの生体信号は，時間とともに周波数成分などが変化し，定常状態にあるとは限らない．また，そのような生体信号を血圧計や心電計によって計測した場合，観測系の影響によって劣化を受ける．生体信号を使って正確な診断・解析を行うためには，劣化を受けた観測波形から元の波形を復元する必要がある．この問題を克服するため，時間の関数として表される波形の構造を的確に表現する方法として提案された自然観測法に着目した[1],[2]．本報告では，自然観測理論を用いて，非定常波形を実時間で復元する問題を取り扱う．

2 問題

本報告では，関数空間$L_2[0,T]$に属する波形を取り扱う．定義域の0は波形の観測を開始した時刻であり，Tはある有限の時刻を表す．関数空間$L_2[0,T]$に属する複素数値波形$f(t)$の実数値変数tは，時々刻々と変化する現在を示す．$L_2[0,T]$の任意の波形を$f(t)$とし，$L_2[0,T]$から$L_2[0,T]$への有界線形作用素をAとする．

$$a_0(t) = A\,f(t) \tag{1}$$

によって定義される関数$a_0(t)$を観測波形といい，$f(t)$を原波形と呼ぶ．さらに，Aを観測作用素と呼び，正則である場合を考える．ここで，非定常波形$f(t)$を実時間で復元するためには，線形作用素Bがtに依存しないという条件付で評価関数

$$J[B] = |B\ a_0 - f\,|^2 \tag{2}$$

を最小とするBを求める必要がある．

3 方法

3.1 自然観測法

式(1)のAの逆作用素A^{-1}は，ノイマン級数展開によって実現できる．Iを恒等作用素とする．$I\text{-}A$の作用素ノルム$\|I\text{-}A\|$が1より小さいとき，

$$A^{-1} = \sum_{m=0}^{\infty} (I - A)^m \tag{3}$$

が成立する．式(3)にしたがってA^{-1}を実現すれば，$a_0(t)$から$f(t)$を復元できる．今，$a_0(t)$から

$$a_m(t) = (I - A)\,a_{m-1}(t),\ (m = 1, 2, \cdots) \tag{4}$$

によって関数列$\{a_m(t)\}$を逐次導出する．この$\{a_m(t)\}$を基本観測波形群と呼ぶ．このとき式$f(t)$は

$$f(t) = \sum_{m=0}^{\infty} a_m(t) \tag{5}$$

と表すことができる．式(5)において，$\{a_m(t)\}$を基底として，また各基底に対する係数はすべて1として考えると，波形をある関数系で展開しているものと考えることができる．しかし，式(5)による表現では，$\{a_m(t)\}$は$f(t)$に依存して変化するが，係数は$f(t)$に依存していないので，通常のフーリエ級数による方法とは，逆の表現方法となっている．$f(t)$が非定常波形の場合，それに応じて$\{a_m(t)\}$も非定常波形となる．今，式(1)のAとして，

$$\Gamma(s)f(t) = \int_0^t \frac{1}{s} e^{-\tau/s} f(t-\tau)\,d\tau,\ (s>0) \tag{6}$$

を考える．これは自然観測作用素と呼ばれている．$\Gamma(s)$は，1対1写像であることから，逆作用素が存在し，また，$\|I-\Gamma\|<1$である．式(3)の$\Gamma(s)$をフィルタとして考えると，抵抗とコンデンサで構成された1次低域通過フィルタになっている．sはそのフィルタの時定数に相当する．式(6)を用いた式(5)による表現を自然観測法と呼ぶ．

式(6)の場合，過去から現在までの情報を用いて波形を表現しており，未来の情報は必要としない．また，過去の情報は指数関数的に減少しており，減衰の程度はsによって設定している．以上の方法によって，時間の流れの中にある波形をより自然に表現することができる．これが，自然観測法たる名前の由縁である．

3.2 有限項の自然観測法による特定波形の復元

本節では，有限項の自然観測法によって，ある特定の波形群のみを表現することを考える．$L_2[0,T]$に属する波形のうち，

$$f(t) = \sum_{n=0}^{N} c_n e^{\alpha_n t} \tag{7}$$

によって表わされる波形群を考える．ここで，$\{c_n\}$は任意の複素数値で，$\{\alpha_n\}$は固定された複素数値，Nは固定された実数値とする．式(7)で表わされる波形群をH^Nと表わす．H^Nは，$L_2[0,T]$の部分空間である．図1にM項の自然観測法のブロック図を示す．図1の出力波形$f_0(t)$は，

$$f_0(t) = \sum_{m=0}^{M} b_m a_m(t) \tag{8}$$

で表わされる．ここで$\{b_m\}$は線形結合係数である．式(8)においてM=Nと選び，$\{b_m\}$を$f_0(t)$=$f(t)$となる

ように選ぶことによって，式(7)で表される波形を完全に復元できる．$\{b_m\}$は$f(t) \in H^N$に依存せずに決定される．しかし，非定常波形の場合，現在の時刻tに応じて$\{b_m\}$を変える必要がある．

3.3 波形の帯域制限付き復元

本節では，観測作用素が

$$A = \prod_{l=1}^{L} \Gamma(s_l) \tag{9}$$

で表される高次の場合を対象とし，有限項の復元フィルタによって，$L_2[0,T]$に属する任意の波形を復元する問題を取り扱う．ただし，3.2のように完全に原波形を復元するのではなく，周波数帯域の制限された波形を復元する．ここで，$\{s_l\}$は固定された複素数とし，Lを観測作用素の次数と呼ぶことにする．式(9)で表されるAはL次低域通過フィルタに相当し，実際の観測系でしばしばみられるものである．$f(t) \in L_2[0,T]$を式(9)で観測した波形を$a_0(t)$とする．$a_0(t)$の属する空間をH_Lと表すことにする．ところで，

$$P = \Gamma(s)^L \tag{10}$$

と定義される作用素Pを帯域制限作用素と呼ぶ．ただし，sは復元の対象となる波形の周波数帯域の逆数より小さくとる．$f(t)$をPで観測した結果，得られる波形$\hat{f}(t)$を帯域制限波形と名付ける．$\hat{f}(t)$も$a_0(t)$と同じH_Lに属している．$a_0(t)$から式(4)によって$\{a_m(t)\}$を逐次導出し，式(8)を用いて波形を復元できる．原波形$f(t)$そのものを完全に復元するように係数$\{b_m\}$を求めると，$\{b_m\}$は$f(t)$に依存することになる．ところが，復元波形が$\hat{f}(t)$になるように$\{b_m\}$を求めると，$\{b_m\}$は$f(t)$によらず，観測作用素のパラメータ$\{s_l\}$だけによって変化することになる．つまり，空間$L_2[0,T]$に属するどのような波形でも，帯域制限された波形を復元できる．

3.4 高域通過フィルタの復元

心電図信号などの生体信号の場合，高域のみならず低域周波数も帯域制限されている．本節では観測系が

$$A = \prod_{l=1}^{L} \{I - \Gamma(s_l)\} \tag{11}$$

で与えられるような高域通過フィルタの場合について考える．式(11)の観測系で得られる観測波形の復元は，3.3の方法の作用素$I - \Gamma(s)$と$\Gamma(s)$とを入れ替えることによって実現できる．これまで議論してきた波形の観測と復元についてまとめると表1となる．

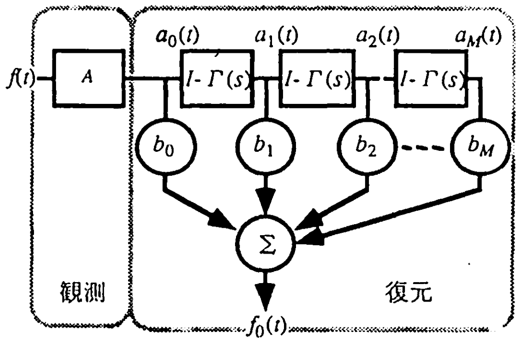

図1　自然観測法

表1　自然観測法による波形復元
(観測作用素が低域通過型の場合)

	任意波形の復元	特定波形の復元	任意波形の帯域制限復元
原波形空間	$L_2[0,T]$	H^N	$L_2[0,T]$
観測作用素A	$\Gamma(s)$	$\Gamma(s)$	$\prod_{l=1}^{L}\Gamma(s_l)$
観測波形空間	H_1	H_1	H_L
項数M	∞	N	L
帯域制限作用素P	I	I	$\Gamma(s)^L$
係数b_m	依存しない	$\{\alpha_n\}$に依存	依存しない
復元波形空間	$L_2[0,T]$	H^N	H_L

4 応用

自然観測法による復元フィルタによって，ホルター心電計の心電図波形の復元およびカテーテル式血圧計で得られる血圧波形の復元を実現した[3],[4]．復元の結果，歪の少ない波形を実時間で得ることができ，臨床診断のための正確な評価指標を得ることができた．

5 むすび

非定常波形を実時間で復元する方法として，自然観測法を取り上げた．その結果，ある特定の空間に属する波形の完全な復元と，任意の波形の帯域制限付復元を実現することができた．本復元フィルタは，特に臨床などの実時間性の要求される場面への応用が期待できる．

文献

[1] 飯島泰蔵: 信学論(A), J67-A, 10, pp. 951-958 (1984).
[2] 飯島泰蔵: 信学論(A), J74-A, 3, pp. 430-434 (1991).
[3] J. Hori, Y. Saitoh, T. Kiryu, T. Asakawa, K. Tamura and T. Iijima: Frontiers Med. Biol. Eng., 2, 2, pp. 134 - 145 (1990).
[4] J. Hori, Y. Saitoh, T. Kiryu and T. Iijima: IEICE Trans. Inf. & Syst., E75-D, 6, pp.909-915 (1992).