

87 Diffraction Tomographyにおける物体メッシュ分割を用いた再構成法

宮島 淳 山口 芳雄 山田 寛喜 藤本 京平 仙石 正和

新潟大学 工学部

1. まえがき

マイクロ波を使用したTomographyでは、実用化されているX線CTで問題とされている人体に対する書や測定方法の制限等が緩和される。そのためマイクロ波を使用したTomographyの研究が行われている。マイクロ波の波長と対象物体のサイズが近いため波動自身の回折現象によりDiffraction Tomographyと呼ばれている。

フーリエ回折影定理¹⁾を用いた誘電体円柱の再構成では、円柱の半径が5波長以下になると再構成が困難²⁾になる。そこで、誘電体円柱をメッシュ分割³⁾⁴⁾することにより、半径が5波長以下の円柱の再構成問題について考察する。

2. 物体メッシュ分割再構成法

線形・等方性である媒質において、電界 $E_z(x, y)$ は次の波動方程式を満たす。

$$\nabla_z^2 E_z(x, y) + k^2(x, y) E_z(x, y) = -j\omega\mu_0 J_z^i \quad (1)$$

式(1)を積分方程式に直すと

$$E_z(x, y) = E_z^i(x, y) + \int \int_S G(\rho - \rho') \times k_0^2 \delta\epsilon_r E_z(x', y') dx' dy' \quad (2)$$

ここで、 S は物体の断面である。グリーン関数 G は次式のハンケル関数で与えられる。

$$G(\rho - \rho') = -\frac{j}{4} H_0^{(2)}(k_0 |\rho - \rho'|) \quad (3)$$

$$\text{また, } \delta\epsilon_r = \epsilon_r(x, y) - 1 \quad (4)$$

とする。 ϵ_r は比誘電率である。さて、次式に従って物体を格子状にメッシュ分割する。

$$\delta\epsilon_r(x, y) = \sum_{n=1}^N a_n f_n(x, y) \quad x, y \in S \quad (5)$$

ここで、 f_n は2次元の方形パルス関数、 a_n はその位置での $\delta\epsilon_r$ の値である。ここで、式(5)を式(2)に代入すると、

$$E_z^s(x, y, j) = \sum_{i=1}^N a_i \int \int G(\rho_j - \rho) k_0 f_i(x', y') \times E_z^i(x', y') dx' dy' \quad (6)$$

この式(6)を行列で表わす。

$$\begin{aligned} b &= K \cdot a \\ b &= [E_z^s(\rho_1), E_z^s(\rho_2), \dots, E_z^s(\rho_M)]^T \\ a &= [a_1, a_2, \dots, a_N]^T \\ k_{i,j} &= k_0^2 E_z^i(\rho_j) \int \int G(\rho_j - \rho) dx' dy' \end{aligned}$$

M は測定点データ数と入射数の積で表わされる。未知数は a であるが、 K は一般に逆行列が存在するとは限らない。つまり、 a を直接求めることは出来ない。そこで、最小二乗法を用いて a の近似解を求める。

$$|K \cdot a|^2 + \gamma |H \cdot a|^2 = \min \quad (7)$$

γ は正規化パラメータ、 H はSmoothing Matrix⁵⁾⁶⁾ である。式(7)より、

$$[K^* \cdot K + \gamma H^* \cdot H] \cdot a = K^* \cdot b \quad (8)$$

ここで、 K^*, H^* は K, H の複素共役転置行列である。式(8)より、

$$a = [K^* \cdot K + \gamma H^* \cdot H]^{-1} \cdot K^* \cdot b \quad (9)$$

となり、未知数 a の近似解が求められる。それゆえ、物体の再構成が可能であると言える。

3. 解析モデル

解析モデルを図1に示す。

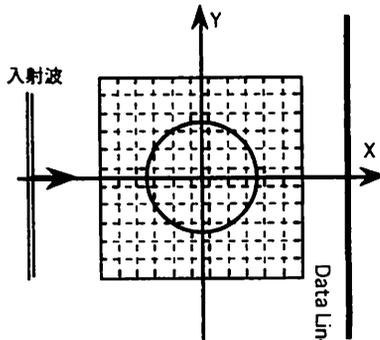


図1 モデル図

モデルの条件

1. 物体は無損失の無損失誘電体円柱
2. 円柱軸方向電界の波長 λ の平面波を入射
3. 入射方向は8方向から入射
4. 図1で示す格子状メッシュ分割(11×11)
5. メッシュサイズ： $\lambda^2/9$
6. 円柱半径： λ
7. 円柱中心 - データライン間距離： 3.5λ
8. $E_z^{(0)}$ はBorn近似を仮定

上記に示した条件下でシミュレーションを行った。

4. シミュレーション結果

シミュレーションに使用した散乱界は厳密解を使用した。図2は計算上での円柱の存在する領域を示している。図3は比誘電率1.01での再構成図である。図4, 5は、それぞれ、比誘電率1.1, 1.2での再構成図である。図3, 4では中心部は再構成できていると考えられ、境界付近での比誘電率が小さめに再構成されている。中心部誤差は3-5%程度で境界部誤差は10%程度に再構成されている。図5については再構成処理する際に、Born近似を使用し $E_z^{(0)}$ を平面波と仮定しているため、比誘電率差の大きい場合には再構成されていないことが確認でき、全体の誤差は約25%程度になっている。

5. あとがき

無限長誘電体円柱にメッシュ分割を施した再構成法によって、半径 5λ 以下の円柱の再構成をおこなった。このメッシュ分割により、フーリエ回折投影定理を用いた再構成法では再構成が困難である半径 5λ 以下の円柱を再構成できることを示した。

今後、この方法を用いた逐次近似法を使用し比誘電率差の大きい物体の再構成について研究する予定である。

参考文献

- [1] M. Slaney, A. Cand L. E. Larsen : " Limitation of Imaging with First-order Diffraction Tomography , " *IEEE Trans. Microwave and Tech.*, vol-MTT-32, no. 8, pp.880-874 (1989)
- [2] 持田 雅久 : " Diffraction Tomography による誘電体円柱のImaging " 平成元年度卒業論文
- [3] Y. M. Wang and W. C. Chew : " An Iterative Solution of Two-Dimensional Electromagnetic Inverse Scattering Problem , " *International Journal of Imaging System and Technology* , vol. 1, pp.100-108 (1989)
- [4] W. C. Chew and Y. M. Wang : " Reconstruction of Two-Dimensional Permittivity Distribution Using the Distorted Born Iterative Method , " *IEEE Trans. Medical Imaging*, vol. 9, no. 2, pp. 218-225 (1990)

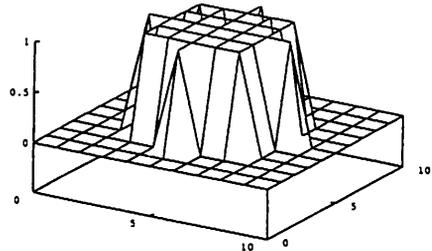


図2 物体存在領域

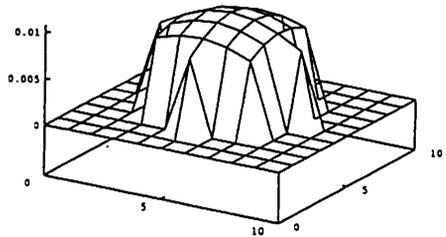


図3 $\epsilon_r = 1.01$ 再構成図

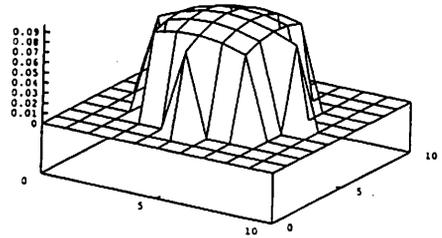


図4 $\epsilon_r = 1.1$ 再構成図

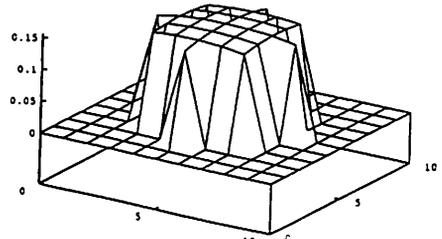


図5 $\epsilon_r = 1.2$ 再構成図