W17　自然観測係数による非定常信号の解析

木本一美[†]　堀　潤一[‡]　齊藤義明[‡]　木竜　徹[†]
（新潟大学大学院自然科学研究科[†]　新潟大学工学部[‡]）

1 まえがき

生体信号や音声信号は非定常信号であり，従来，これらの信号の表現にはrunning spectrumなどの様々な方法が用いられてきた．その際に，周波数という概念が重要となるが，これはフーリエ解析法の理論により理解されてきた．しかし，フーリエ解析法では過去から未来の情報が必要となり，厳密な意味で合理性に欠けるものであった．

信号の定常・非定常に依存しない解析法として自然観測法がある[1]．自然観測法は過去から現在までの情報により，信号の瞬時における構造を解析するのに適した方法である．また，解析する信号が概周期波形の場合，自然観測フィルタを構成する線形結合係数（自然観測係数）間の関係が明白となることが報告されている[2]．本研究では，非定常信号のある一時刻の様相を概周期波形として表現することを考え，具体的なパラメータの推定法を提案する．概周期波形の周波数成分と振幅成分を表すパラメータは，非定常系の状態推定問題へ適用可能なカルマンフィルタにより推定した各時刻毎の自然観測係数から導出することにする．

2 入力信号のモデル化

実際に与えられる非定常信号の変化する様相をモデル的に明らかにするために，入力信号を

$$f(n) = D_0(n) + \sum_{l=1}^{L} D_l(n)\cos(2\pi\beta_l(n)\,n/f_s + \theta_l(n)) \tag{2.1}$$

なる三角級数で表すことを考える．$\{\beta_l(n)\}$は周波数成分を，$\{D_l(n)\}$は振幅成分を表す．f_sはサンプリング周波数である．$n(=1, 2, \cdots, N)$は離散時間を表す．$\{\beta_l(n)\}$，$\{D_l(n)\}$は時刻nとともに変化するため，時々刻々と性質が変化する非定常信号を表現することができる．

3 パラメータ$\{\beta_l(n)\}$，$\{D_l(n)\}$の導出法

具体的に$f(n)$を式(2.1)でモデル化するためには，$\{\beta_l(n)\}$と$\{D_l(n)\}$を導出しなければならない．そこで，$f(n)$を自然観測フィルタの入力信号とし，$f(n)$を再構成する自然観測係数を求めることによって，$\{\beta_l(n)\}$と$\{D_l(n)\}$を導出することにする．

3.1 自然観測係数の導出

自然観測フィルタは1項の1次低域通過フィルタと，有限項の1次高域通過フィルタの縦続接続からなる（図1）．入力信号$f(n)$は

$$f(n) = \sum_{m=0}^{M} a_m(n)\,b_m(n) + e(n) \tag{3.1}$$

により再構成される．$e(n)$は入力信号と再構成波形の残差であり，$\{b_m(n)\}$は自然観測係数，$\{a_m(n)\}$は観測値系列である．

ここで$n = T$なる時刻の入力信号

$$f(T) = D_0(T) + \sum_{l=1}^{L} D_l(T)\cos(2\pi\beta_l(T)\,T/f_s + \theta_l(T)) \tag{3.2}$$

を考えることにする．式(3.2)の入力信号は

$$f(T) = C_0(T) + \sum_{l=1}^{L}\left(C_l(T)\,e^{i2\pi\beta_l(T)T/f_s} + \overline{C_l}(T)\,e^{-i2\pi\beta_l(T)T/f_s}\right) \tag{3.3}$$

$\overline{\bullet}$ ：・の複素共役

なる形式に書き換えることができる．式(3.3)に対する$2L$項までの観測値系列は

$$a_m(T) = C_0(T) + \sum_{l=1}^{L}\left(C_l(T)\frac{(i\beta_l(T)/f_c)^m}{(1+i\beta_l(T)/f_c)^{m+1}}e^{i2\pi\beta_l(T)T/f_s} + \overline{C_l}(T)\frac{(-i\beta_l(T)/f_c)^m}{(1-i\beta_l(T)/f_c)^{m+1}}e^{-i2\pi\beta_l(T)T/f_s}\right) \tag{3.4}$$

f_c ：自然観測フィルタのカットオフ周波数

となる．入力信号，観測値系列を用いて，状態方程式，観測方程式が

$$b(n+1) = b(n) + w(n) \tag{3.5}$$

$$f(n) = a_m'(n)\,b(n) + e(n) \tag{3.6}$$

・′ ：・の転置

$$b(n) = [b_0(n), \cdots, b_{2L}(n)]'$$

で表されるカルマンフィルタにより自然観測係数を推定する．カルマンフィルタは非定常系の状態推定へ適用でき，与えられた制約条件のもとで平均二乗誤差を最小にするフィルタである．式(3.6)における推定の際に，入力信号$f(T)$が概周期波形であることから，次の条件を考慮する．

「自然観測フィルタの項数が$2L+1$である場合，概周期波形を完全再構成するための必要十分条件は，自然観測係数$\{b_m\}$が

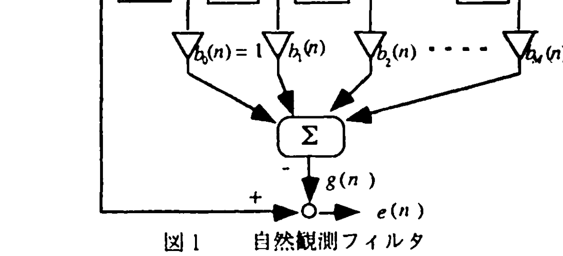

図１　自然観測フィルタ

$$\sum_{r=0}^{2L+2h-1} b_{2L+2h-r}\binom{2h+r}{r} = \binom{2L}{2h+1} \tag{3.7}$$

$$(h = 0,\ 1,\ \cdots,\ L-1)$$

$( )$：二項係数

なるL個の条件式を満足する．[3]

3.2 $\{\beta_\ell(n)\}$の導出

導出された自然観測係数$\{\hat{b}_m(T)\}$より

$$\hat{b}_{2L}(T)\,z^{2L+1} + \sum_{m=1}^{2L}\left\{\hat{b}_{m-1}(T) - \hat{b}_m(T)\right\}z^m + \left\{1-\hat{b}_0(T)\right\} = 0 \tag{3.8}$$

なる$2L+1$次の代数方程式が得られる[3]．各時刻の入力信号が概周期波形であることを考慮すると，式(3.8)の根は

$$\lambda_0(T) = 0,\quad \lambda_\ell(T),\ \overline{\lambda_\ell}(T) \tag{3.9}$$

$$(\ell = 1,\ 2,\ \cdots,\ L)$$

の$2L+1$個となる．

$$\beta_\ell(T) = -i\,f_c\,\frac{\lambda_\ell(T)}{1-\lambda_\ell(T)} \tag{3.10}$$

$$(\ell = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ L)$$

を解くことにより，時刻Tにおける周波数成分$\{\beta_\ell(T)\}$が得られる．

3.3 $\{D_\ell(n)\}$の導出

導出された$\{\beta_\ell(T)\}$を式(3.4)に代入することにより$2L+1$元連立方程式が得られ，その解$\{C_\ell(T)\}$より

$$D_\ell(T) = |2\,C_\ell(T)| \tag{3.11}$$

なる振幅成分$\{D_\ell(T)\}$が得られる．

以上によって，$n = T$なる時刻における$f(T)$の構造を導出することができた．時刻nを変化させてこの過程をN回繰り返せば，式(2.1)の非定常信号の構造を$\{\beta_\ell(n)\}$と$\{D_\ell(n)\}$により解析することができる．

4 シミュレーション

振幅成分(0.5～1.0)及び周波数成分(90～100[Hz])が変化する入力信号を対象に，シミュレーションを行った．入力信号を図2に示す．自然観測フィルタのカットオフ周波数f_cを100Hz，項数Mを2として，カルマンフィルタにより自然観測係数を推定した(図3)．周波数成分$\{\beta_\ell(n)\}$及び振幅成分$\{D_\ell(n)\}$をそれぞれ図4，図5に示す．この結果，各時刻の周波数成分及び振幅成分が推定できた．

5 考察

ある一時刻の正しい自然観測係数を求めることができれば，周波数成分，振幅成分も正しく求めることができる．3章の方法により導出する場合，自然観測係数の推定が重要になると考えられる．カルマンフィルタにより逐次パラメータの推定を行う場合，収束性の問題が生じる．一時刻を概周期波形と仮定することにより，式(3.7)の自然観測係数間の関係式が得られる．この関係を逐次推定アルゴリズムに導入することにより，収束性を改善することができた．

6 まとめ

非定常信号のある一時刻の様相を概周期波形と仮定し，カルマンフィルタにより自然観測係数を逐次推定し，周波数成分，振幅成分の導出を行った．周波数成分，振幅成分が時間とともに変化する入力信号を対象にシミュレーションを行った結果，時間とともに変化する信号の構造を解析することができた．

今後，より複雑な非定常信号や実際の信号へ適用する予定である．

参考文献

[1] 飯島泰蔵：“波形の自然観測に関する基礎理論”，信学論(A)，J74-A，10，pp.951-958(1984-10)

[2] 飯島泰蔵：“概周期波形を受理する自然観測フィルタ”，信学論(A)，J74-A，3，pp.435-441(1991-03)

[3] 飯島泰蔵：“自然観測フィルタによる波形の再構成に関する理論的考察”，信学論(A)，J74-A，3，pp.430-434(1991-03)

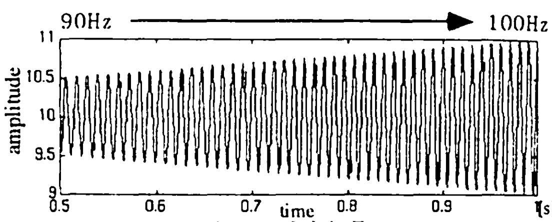

図2　入力信号

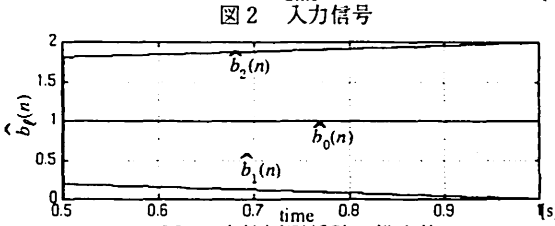

図3　自然観測係数の推定値

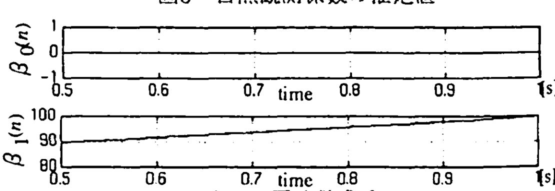

図4　周波数成分

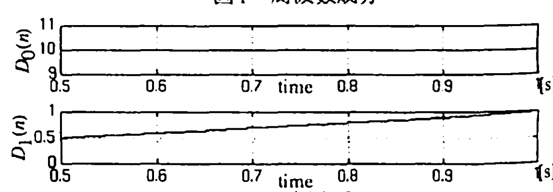

図5　振幅成分