

SB-1-10

MODE 法に基づく 3 次元波源探査法について

On 3-D Wave Arrival Estimation Based on the MODE Method

山田 寛喜

Hiroyoshi Yamada

中澤 達也

Tatsuya Nakazawa

山口 芳雄

Yoshio Yamaguchi

新潟大学工学部

Faculty of Engineering, Niigata University

まえがき

Superresolution 法による高分解能波源推定は一次元到來方向のみならず、仰角、方位角および伝播遅延時間の 3 次元へと拡張され、伝播に関する多くの情報が得られるようになってきている [1,2]。現在、用いられている手法の多くは MUSIC 法、ESPRIT 法に基づくものが多いが、MUSIC 法では計算負荷、ESPRIT 法では推定結果のペアリングが問題となり、また両手法とも相関の高い信号の検出が困難である。一方、MODE 法（あるいは Root-WSF）[2,3] は、計算負荷も比較的軽く、相関の高い信号の推定も可能である [4]。この手法も 3 次元と拡張可能である。本稿では、3-D MODE 法について概説し、その推定精度に関して報告する。

問題の定式化

d 個の平面波が $L_x \times L_y$ 素子の等間隔矩形アレーに入射しているものとする。観測周波数は f_1, f_2, \dots, f_{L_f} の等間隔な L_f 点とする。このとき、比帶域が十分に小さければ、 (x_m, y_l, f_i) で観測される信号は次のようにモデル化される。

$$\begin{aligned} r(g_l^{(1)}, g_m^{(2)}, f_i) &= \sum_{k=1}^d s_k e^{-j2\pi f_i t_k} e^{j2\pi(g_l^{(1)} \mu_k^{(1)} + g_m^{(2)} \mu_k^{(2)})} \\ &\quad + n(g_l^{(1)}, g_m^{(2)}, f_i) \end{aligned} \quad (1a)$$

$$\mu_k^{(1)} = \sin \theta_k \cos \phi_k, \quad \mu_k^{(2)} = \sin \theta_k \sin \phi_k \quad (1a)$$

$$g_l^{(1)} = \frac{f_1 x_l}{c}, \quad g_m^{(2)} = \frac{f_1 y_m}{c} \quad (1b)$$

ここで、 s_k, θ_k, ϕ_k および t_k は、それぞれ k 番目の入射波の複素振幅、仰角、方位角、伝播遅延時間である。 $n(\cdot)$ は平均ゼロ、分散 σ_N^2 の雑音である。

受信された $L_x \times L_y \times L_f$ 点のデータは、次のようにベクトル・行列表示できる。

$$\mathbf{r} = \mathbf{A}\mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (2a)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= [r(g_1^{(1)}, g_1^{(2)}, f_1), \dots, r(g_1^{(1)}, g_1^{(2)}, f_{L_f}), \\ &\quad r(g_1^{(1)}, g_2^{(2)}, f_1), \dots, r(g_1^{(1)}, g_2^{(2)}, f_{L_f}), \dots, \\ &\quad r(g_{L_x}^{(1)}, g_{L_y}^{(2)}, f_1), \dots, r(g_{L_x}^{(1)}, g_{L_y}^{(2)}, f_{L_f})]^T \end{aligned} \quad (2b)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= [\mathbf{a}(\mu_1^{(1)}) \otimes \mathbf{a}(\mu_d^{(2)}) \otimes \mathbf{a}(t_1), \\ &\quad |mbox \dots, \mathbf{a}(\mu_d^{(1)}) \otimes \mathbf{a}(\mu_d^{(2)}) \otimes \mathbf{a}(t_d)|] \end{aligned} \quad (2c)$$

$$\mathbf{a}(\mu_k^{(1)}) = [e^{j2\pi g_1^{(1)} \mu_k^{(1)}}, \dots, e^{j2\pi g_{L_x}^{(1)} \mu_k^{(1)}}]^T \quad (2d)$$

$$\mathbf{a}(\mu_k^{(2)}) = [e^{j2\pi g_1^{(2)} \mu_k^{(2)}}, \dots, e^{j2\pi g_{L_y}^{(2)} \mu_k^{(2)}}]^T \quad (2e)$$

$$\mathbf{a}(t_k) = [e^{-j2\pi f_1 t_k}, \dots, e^{-j2\pi f_{L_f} t_k}]^T \quad (2f)$$

$$\mathbf{s} = [s_1, s_2, \dots, s_d]^T \quad (2g)$$

ここで T, \otimes はそれぞれ転置、Kronecker 積を表す。MODE 法では、他の多くの Superresolution 法と同様に次式で定義されるデータ相関行列の固有値・固有ベクトルを用いて入射信号のパラメータの推定を行う。

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{rr}^H] = \mathbf{ASA}^H + \sigma_N^2 \mathbf{I} \quad (3)$$

ここで、 H は複素共役転置、 $E[\cdot]$ はアンサンブル平均である。

3-D MODE 法

3-D MODE 法では以下の関係式を満たす多項式の係数を得られた固有値、固有ベクトルから決定する。

$$X(e^{-j2\pi \Delta f t_k}) = 0 \quad (4)$$

$$Y(e^{-j2\pi \Delta f t_k}) = e^{j2\pi \Delta g^{(2)} \mu_k^{(2)}} \quad (5)$$

$$Z(e^{-j2\pi \Delta f t_k}) = e^{j2\pi \Delta g^{(1)} \mu_k^{(1)}} \quad (6)$$

これらの多項式の係数は次のように定義されているものとする。

$$X(\gamma) = x_0 \gamma^d + x_1 \gamma^{d-1} + \dots + x_d \quad (7a)$$

$$Y(\gamma) = y_0 \gamma^{d-1} + y_1 \gamma^{d-2} + \dots + y_{d-1} \quad (7b)$$

$$Z(\gamma) = z_0 \gamma^{d-1} + z_1 \gamma^{d-2} + \dots + z_{d-1} \quad (7c)$$

MODE 法では、上記の多項式が得られた後、式 (4) から入射波の伝播遅延時間が、その得られた伝播遅延時間を式 (5), (6) に代入することにより、その波の到来方向が推定できる。すなわち、3-D ESPRIT 法において生じる根（固有値）のペアリング問題は生じない。

MODE 法では、以下の尤度関数を最小とするベクトル $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$ から多項式の係数を決定する。

$$F_w(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) = \|\mathbf{W}^{1/2} (\mathbf{B}^H \mathbf{E}_S)(\Lambda_S - \sigma^2 \mathbf{I})\|^2 \quad (8)$$

ここで、 $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$ はそれぞれ伝播遅延時間、仰角、方位角に関する根を有する特性多項式の係数ベクトルである。 \mathbf{E}_S は信号部分空間、 Λ_S は、信号固有値を対角要素とする行列、 σ^2 は雑音電力である。また、 $\mathbf{W} = (\mathbf{B}^H \mathbf{B})^{-1}$ であり、 \mathbf{B} は特性多項式ベクトルからなる行列 $\mathbf{X}, \mathbf{Z}, \mathbf{Y}$ を用いて、以下のように表される。

$$\mathbf{B}^H = \left[\begin{array}{c} \mathbf{I}_{L_x} \otimes \mathbf{I}_{L_y} \otimes \mathbf{X} \\ \hline \mathbf{I}_{L_x} \otimes ([\mathbf{I}_{L_y-1} | 0] \otimes \mathbf{Y} - [0 | \mathbf{I}_{L_y-1}] \otimes \hat{\mathbf{I}}) \\ \hline ([\mathbf{I}_{L_x-1} | 0] \otimes \mathbf{I}_{L_y}) \otimes \mathbf{Z} - ([0 | \mathbf{I}_{L_x-1}] \otimes \mathbf{I}_{L_y}) \otimes \hat{\mathbf{I}} \end{array} \right] \quad (9)$$

ここで、 \mathbf{I}_{L_j} はランク L_j の単位行列、 $\hat{\mathbf{I}}$ は $d-1$ 列のゼロベクトルを右に付加した $(L_f - d + 1) \times L_f$ 単位行列で

2001 年電子情報通信学会通信ソサイエティ大会

ある。また、行列 $\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z}$ は以下の形式で定義される多項式の係数行列である。

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} v^T & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & v^T \end{bmatrix}, \mathbf{V} = \mathbf{X}, \mathbf{Y} \text{ or } \mathbf{Z} \quad (10)$$

$$v = \begin{cases} [v_d, v_{d-1}, \dots, v_0]^T, & v = x \\ [v_{d-1}, v_{d-2}, \dots, v_0]^T, & v = y \text{ or } z \end{cases} \quad (11)$$

式(9)を変形すると最終的に $F_w(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) = \|\mathbf{H}[\mathbf{x}^T, \mathbf{y}^T, \mathbf{z}^T]^T\|^2$ の形式の方程式を得ることが出来る。従って、多項式の係数は方程式の解として直接導出可能である。

ここでは、入射波が異なる伝播遅延時間と有しているものとして定式化した。同じ伝播遅延時間を有している波が存在している場合には、到來方向を先に推定し、それを利用して伝播遅延時間を推定するという形で定式化することも可能である。それら 2 つの推定手順で得られた結果をマージすることにより、伝播遅延時間、あるいは、到來方向が同じ波が存在した場合においても全ての波を分離検出することが可能である。

シミュレーション結果

3×3 矩形平面アレーにおいて等電力のコヒーレント 2 波が $(5\text{ns}, 30^\circ, 50^\circ), (8\text{ns}, 40^\circ, 50^\circ)$ から入射するものとする。周波数データは $2.43 \sim 2.465\text{GHz}$ 間の 8 点得られているものとする。図 1(a), (b) に 3-D MODE 法による推定結果を示す。同図より MODE 法においては、コヒーレントな 2 波が正確に分離推定されていることが分かる。図 2 は 3-D MUSIC 法とのコヒーレント 2 波の推定誤差(試行回数 100)を比較した結果である。入射波パラメータは SNR20dB の等電力 2 波で、それぞれ $(5\text{ns}, 20^\circ, 40^\circ), (10\text{ns}, 40^\circ, 60^\circ)$ とし、MUSIC 法では 2 つのサブアレーによる SSP を施している。同図から分かるように MODE 法においてはスナップショットの増加に伴い CRLB に従つたりニアな誤差減少傾向を示している。一方、MUSIC 法では、特性が信号相関に依存し、その劣化は少スナップショット時ほど大きいため、スナップショット数 10 以下では著しく精度が劣化していることが分かる。30 スナップショット以降において、MUSIC 法の誤差が MODE 法に比べバイアスしているのは、サブアレー化による実効データ長の現象の影響である。

むすび

本稿では、3-D MODE 法を提案した。計算機シミュレーションにより、本手法は高相関信号や少スナップショット時の 3 次元推定に効果的な手法であることを明らかにした。

謝辞

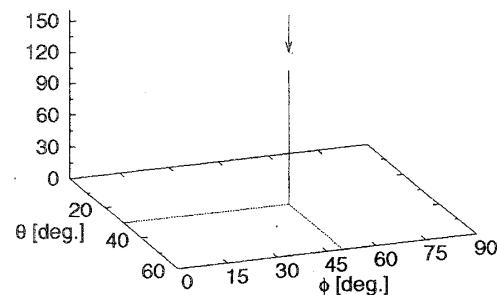
本研究の一部は文部科学省科学研究費補助金奨励研究(A)により行われている。

文献

- [1] L.C.Godara, Proc. IEEE, vol.85, no.8, pp.1195-1245, Aug.1997.
- [2] H.Krim and M.Viberg, IEEE Signal Processing Magazine, pp.67-94, July 1996.
- [3] P.Stoica, IEE Proc., Pt.F, pp.19-26, Feb. 1990.

[4] N.Itaba, H.Yamada, and Y.Yamaguchi, 1998 Korea-Japan AP/EMC/EMT Joint Conference (KJJC-AP / EMC/EMT'98), Pusan, Korea, Sept. 3-5, 1998.

Magnitude [dB]

(a) #1 Signal($t=5$ ns)

Magnitude [dB]

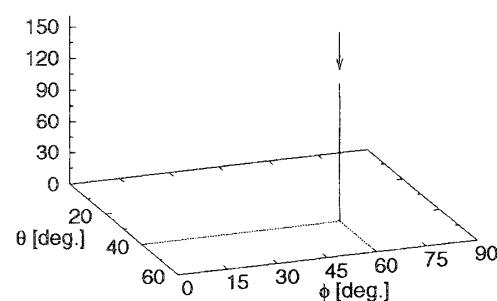
(b) #2 Signal ($t=8$ ns)

図 1. 3-D MODE 法による波源推定結果。

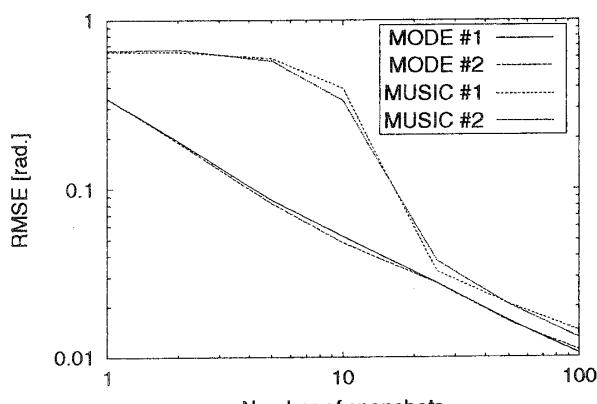


図 2. MODE 法と MUSIC 法の波源推定誤差。