

Stability of Controlled Configured Vehicle by 6 D.O.F Acceleration Sensor

○学 大前隆道 (新潟大院)  
学 沖津良史 (新潟大院)

学 菊地一貴 (新潟大院)  
正 三村宣治 (新潟大)

Takamichi OOMAE, Kazutaka KIKUCHI, Yoshifumi OKITSU, Nobuharu MIMURA,  
Niigata University, Ikarashi2-8050, Niigatashi, Niigata

Key Words : 6 DOF Acceleration, Fusion of Multi-Accelerometer, nonholonomic systems

1. はじめに

近年、地上撮影や農薬散布などの分野において航空機、とくにヘリコプタに対する需要が増大している。これは航空機を持つ、地形を考慮しない機動性、目的地にすばやく到達できるという即時性、また、ヘリコプタは空中に静止(ホバーリング)という他の航空機にはない利便性などによります。しかし、ヘリコプタでは、構造上4自由度を制御するため、空間の移動、とりわけホバーリングの操縦が一般的に困難であることが知られている。ここで、ホバーリングしているヘリコプタの外乱における操縦安定性を考える。ヘリコプタを2次元平面で考えると、2入力(推力の方向と大きさ)3出力(並進2方向と回転)系となり、全ての運動自由度を同時に制御することができない。(3次元空間では4入力6出力)。そこで、本研究では、時空間を時分割して用いることにより、少ない入力でより多くの自由度を制御する方法について検討する。

2. 非ホロノミック

ホロノミックな拘束とは、一般化座標  $x \in R^n$  と時間  $t \in R^1$  を変数に持つ  $F(x,t) = 0 \in R^1$  で表す拘束である。上式以外の拘束を持つシステムを非ホロノミックシステムと言う。ここで、拘束条件が独立であれば、拘束条件の数が一般化座標の数より多いことは無いので  $l \leq n$  である。非ホロノミックな拘束は、移動ロボットや宇宙ロボットの運動学的拘束(位置と速度の拘束)、受動関節をロボットの運動学的拘束持つアームの動力的拘束(位置と速度と加速度の拘束)などが代表的である。

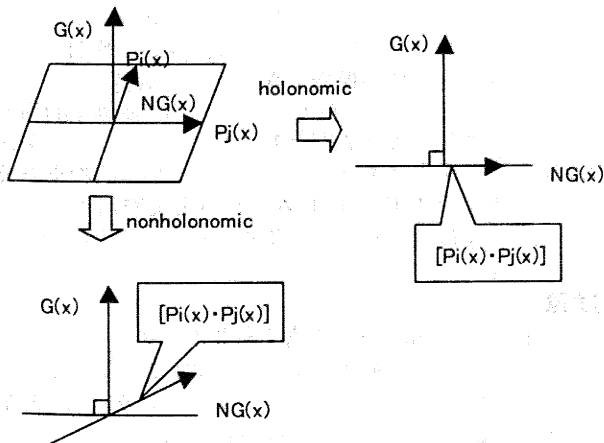


Fig 1. Holonomic and nonholonomic constraint

$$G(x)\dot{x} = 0, G(x) \in R^{l \times n} \quad (1)$$

(1) 式を満たす互いに独立な関数として、 $P_i = P_i(x), (i = 1, \dots, n-1)$  で表す。

ベクトル場  $P_i(x)$  の集合がすべての  $x$  で張る線形空間

$$\text{distribution } \Delta(x) = \text{span}\{P_1(x), \dots, P_{n-1}(x)\} \quad (2)$$

を考え、非ホロノミックな拘束であるための1つの必要条件は、(2)が involutive でないことである。

3. ヘリコプタのモデル

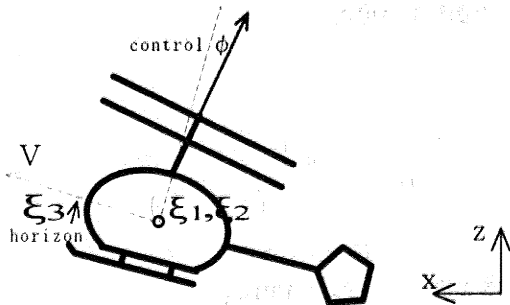


Fig2. Helicopter

図2のようなヘリコプタは、メインロータのトルクを相殺し、また方向制御のモーメントを作るテイルロータを使わず、メインロータを同軸反転ロータとする。この2つのロータを反対方向に回転させてトルクを相殺する。したがって、テイルロータは、不要となる。同軸反転式ロータを使用することにより、駆動系統や、操縦系統が簡単化され、ヘリコプタの高速化が望まれます。また、本研究室で開発されている6軸加速度センサをこのヘリコプタに搭載し、機体の位置・姿勢を計測することができる。

4. ヘリコプタの拘束条件

図2のヘリコプタは、構造的な理由により真横には動くことが出来ない。このことを式で表すと、

$$(\cos \theta, \sin \theta, 0) \cdot V = 0; \theta = \xi_3 \quad (3)$$

ここで  $V = (\dot{x}, \dot{z}, \dot{\theta}) = (V \sin \theta, V \cos \theta, \dot{\theta})$  は、ヘリコプタ全体の速さである。

この(3)式が、拘束条件である。

式(3)を満たす線形独立な  $\dot{x}$  を  $x$  の関数

$P_i(x), (i = 1, 2)$  として表す。  $P_i(x)$  の選び方は一意ではな

いが、2通り得られる。ここでは、

$$P_1(x) = \begin{pmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \\ 0 \end{pmatrix}, P_2(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

と選ぶと、この時の Lie 積は、

$$\begin{aligned} [P_1(x), P_2(x)] &= \frac{\partial P_2}{\partial x}(x) \cdot P_1(x) - \frac{\partial P_1}{\partial x}(x) \cdot P_2(x) \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\cos\theta \\ 0 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

$$G(x) \cdot [P_1, P_2](x) = (\cos\theta \quad \sin\theta \quad 0) \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \\ 0 \end{pmatrix} = 1 \neq 0$$

従って、distribution  $\Delta(x) = \text{span}\{P_1(x), P_2(x)\}$  (5) は involutive でない。従ってヘリコプタの拘束式(3)は非ホロノミックな拘束であると言える。

### 5. ヘリコプタの状態方程式

図2に示されたヘリコプタの運動学的拘束を表すと、

$$\begin{pmatrix} \dot{\xi}_1 \\ \dot{\xi}_2 \\ \dot{\xi}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\xi_3 & 0 \\ \sin\xi_3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V \\ \phi \end{pmatrix} \quad \text{である。}$$

ここで、座標変換  $\begin{cases} x_1 = \xi_1 \\ x_2 = \tan\xi_3 \\ z = \xi_2 \end{cases}$

および、入力変換  $\begin{cases} v_1 = \frac{V_1}{\cos\xi_3} \\ v_2 = \cos^2\xi_3\phi \end{cases}$

より、2入力3状態 chained form

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ J_1(x_2) & J_2(x_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}, \begin{cases} J_1(x_2) = x_2 \\ J_2(x_2) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

### 6. 安定化

入力の数より状態の数のほうが多い対称アフィンシステムは、滑らかな状態フィードバックができないことが分かっている。そこで、Teelの制御則のように  $z$  の挙動を多項式と考える。

2入力3状態

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & x_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \quad (7)$$

の安定化を入力

$$\begin{cases} v_1 = -x_1 - (1, -1)wz^2 \\ v_2 = -x_2 - (0, -1)wz \end{cases} \quad (8)$$

により行う、ここで  $w$  は  $\dot{w} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} w$

この入力を  $w$  の係数と  $z$  の乗数に関して一般化したものを入力とする。

$$v_i = -x_i - K_i w z^i; K_i = (k_{i1}, k_{i2}); i = 1, \dots, m$$

ここで、原点  $(\tilde{x}, z) = (0, 0)$  近傍での  $x_i$  の挙動は時間

$$t \rightarrow \infty \text{ で } x_i = -\prod_i w z^i + O(|z|^{i+1})$$

$$\prod_i = -K_i \Lambda, \Lambda = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}; \dot{w} = S w \quad (9)$$

と記述できる。

ここで、仮定として、

- ・  $J_i(\cdot)$  は解析関数
- ・  $\bar{x} \in R^j (1 \leq j \leq m-1)$  の関数
- ・  $\frac{\partial J_\alpha(\bar{x})}{\partial x_\beta} \Big|_{\bar{x}=0} = b_{\alpha\beta} \neq 0$ ,

と置くと、 $z$  は、

$$\dot{z} = b_{\alpha\beta} (K_\beta \Lambda w) (K_\alpha \Lambda^T w) z^3 + O(|z|^4) \quad (10)$$

また、

$$\dot{x} = -ax^n; x \in R^j; a > 0; n = 2k-1 (k=1, 2, \dots) \quad (11)$$

の解の集合を  $R(1/k)$  とする。

$z$  が  $R(1/2)$  に属するためには、

$$b_{\alpha\beta} (K_\beta \Lambda w) (K_\alpha \Lambda^T w) < 0$$

でなくてはならない。

ここで、 $w = (\sin t, \cos t)^T$  と置く時、

$$K_i = (k_{i1}, k_{i2}) \text{ が } b_{\alpha\beta} K_\beta S K_\alpha > 0$$

を満たせば、 $z$  は  $z=0$  近傍で  $R(1/2)$  に属するため、システムは安定である。

### 7. まとめ

本文では、ヘリコプタモデルが非ホロノミックシステムであることを示した。また、少ない入力(2入力)で多くの自由度(3自由度)を制御する方法について検討し、外乱における操縦安定性の保持できることを確認した。また、今回は、慣性力を考慮に入れなかったため、運動学的拘束であったが、実際は動力的拘束であり、ドリフト項を含むアフィンシステムで表される。従って運動学的拘束を扱うために考案された数学的手法をそのまま適用することができない。今後は、動力的拘束の研究が課題である。

### 参考文献

- 桜山 岳史: m入力m+1状態を有する非ホロノミックCaplyg in systemの安定化、修士論文、名古屋工業大学(1998)
- 三平 満司: 非ホロノミック系のフィードバック制御 計測自動制御学会論文集Vol. 36, No. 6, 396/403(1997)
- 羅 正華: 連続フィードバックによる車輪型移動ロボットの位置制御Vol. 12, No. 7, 1009/1012(1994)
- 加藤、今永: ヘリコプタ入門、東京大学出版会(1985)