

ビタビ識別器を用いた高速データ通信系に対する 規準搬送波位相誤差の影響

小川 恭孝* 仙石 正和** 松本 正*

(昭和 53 年 3 月 31 日受理)

The Effects of the Reference Carrier Phase Error on a High-Speed Data Communication System Employing a Viterbi Detector

Yasutaka OGAWA Masakazu SENGOKU Tadashi MATSUMOTO

(Received March 31, 1978)

Abstract

A Viterbi detector for high-speed data transmission over a voice-band telephone channel is receiving an increasing amount of attention recently. On the other hand amplitude modulation and coherent detection are employed in a high-speed data communication system for the purpose of using a frequency band efficiently. This paper describes the effects of the reference carrier phase error on the high-speed data communication system employing the Viterbi detector. First the relation between the phase error and the effective signal-to-noise ratio (an evaluation function of the system) is derived. Secondly further analysis is performed regarding a SSB-AM (single-sideband amplitude modulation) system. Numerical results indicate that the performance of the data communication system is degraded substantially due to the reference carrier phase error. And it was also shown that the allowable phase error in a SSB-AM system with data rates of 12,000 bits/s is about 2 degrees.

1. ま え が き

ビタビ識別器¹⁾を用いることにより、狭帯域な伝送路を通して高速なデジタル通信が可能になる。そのため、既存の音声帯域電話回線を伝送媒体として、伝送速度が 10,000 bps を超えるデータ通信系を構成する際に、ビタビ識別器を採用することが検討されており、多方面からの研究が行われている^{1)~6)}。

一方、音声帯域電話回線は直流分を通過させない帯域伝送路であるが故に、データ通信には搬送波伝送方式が用いられる。そして、高速な伝送系では、周波数帯域を有効に利用するため、主として振幅変調 (DSB, SSB, VSB, QAM) が行われ、受信側での同期検波によって基底帯域信号が復元される。このとき、受信側においては、搬送波と同一の周波数、及び、位相を持った同期検波用規準搬送波 (以後、規準搬送波と略す) を発生させなければならない。しかし、時に

* 電子工学科 電波伝送工学講座

** 現在は新潟大学 工学部 情報工学科

は、基準搬送波の周波数、又は、位相に誤差が生ずる可能性がある。特に、受信信号の搬送波にジッタが存在している場合には、規準搬送波の位相に誤差が現れることが充分考えられる。そのため、ビタビ識別器を用いた高速データ通信系に対する規準搬送波位相誤差（以後、誤解の恐れが無い限り、位相誤差と略す）の影響を考察し、その許容範囲を求めることは重要である。この問題については、これまでに、Falconer と Magee により、QAM 伝送系に関して、簡単な考察と計算機シミュレーションが行われたにすぎず^{4),5)}、詳しい検討がなされていなかった。本論文では、位相誤差と実効 SN 比¹⁾ の関係を求めることにより、上述の問題に関して、より詳細で、且つ、一般的な考察を行っている。

次に、本論文の概要を述べる。まず、第 2 章では、必要となる記号の定義、及び、仮定について述べ、実際の伝送系を考察の容易な等価基底帯域伝送系に変換している。第 3 章では、位相誤差と実効 SN 比の関係式を導出している。次に、第 4 章では、SSB 伝送系に対する位相誤差の影響をより詳しく論じている。第 5 章では、数値計算結果を明らかにし、それらについて考察を行っている。第 6 章では、本論文で得られた結論が述べられている。

2. 伝送系のモデル化と諸記号の定義

本章では、まず、次章以降で必要になる記号、及び、仮定について述べ、次に、理論展開を容易にするため、実際の伝送系を等価基底帯域伝送系に変換する。

第 1 章で述べた通り、高速のデータ通信系では、通常、変調には振幅変調、検波には同期検波が用いられる。そこで、本論文においても変復調には、上記の方式が用いられていると仮定する。このような伝送系を図-1 のようにモデル化する。図-1 に用いられている諸記号を以下のよう

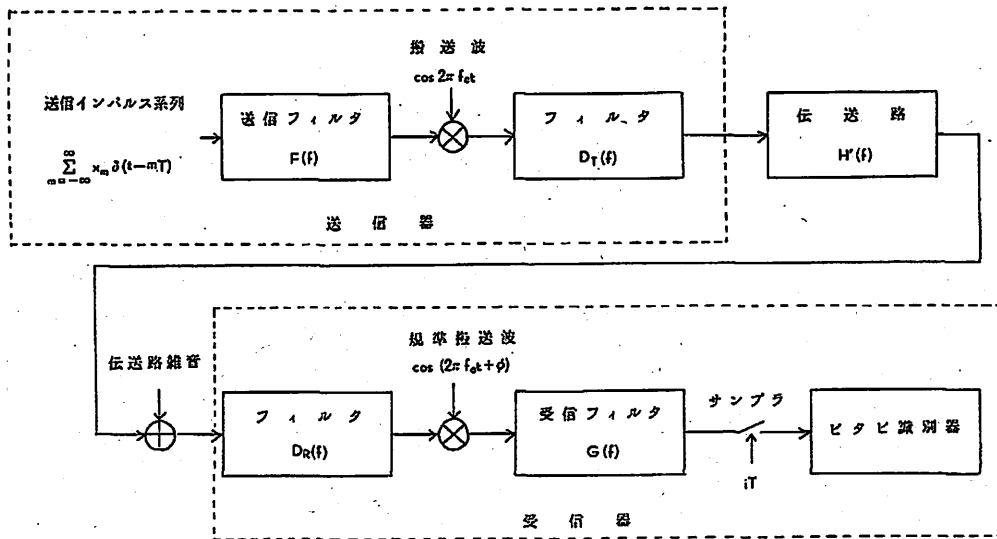


図-1 搬送波伝送系モデル

- f_c : 搬送波周波数
- ϕ : 規準搬送波位相
- T : 送信符号間隔
- x_m : 時刻 mT において送信される符号

送信側では、 x_m により作られたインパルス系列 $\sum_{m=-\infty}^{\infty} x_m \delta(t-mT)$ が送信フィルタ

を通して、変調装置に送られていると考える。ここで、 $\delta(\cdot)$ はデルタ関数を表わす。各 x_m は $(1-M)/2, (3-M)/2, \dots, (M-1)/2$ の異なる M 個の値を等確率で取り、 x_m から成る系列は定常確率過程であると仮定する。更に、 x_m の分散を σ_x^2 と表わす。すなわち、

$$\begin{aligned} \sigma_x^2 &\triangleq E\{x_m^2\} \\ &= (M^2-1)/12 \end{aligned} \tag{1}$$

但し、 $E\{\cdot\}$ はアンサンブル平均を表わす。 σ_x^2 で正規化された、 x_m の自己相関関数を γ_i と表わす。すなわち、

$$\gamma_i \triangleq E\{x_0 x_i\} / \sigma_x^2 \tag{2}$$

$F(f)$: 送信波形を定めるフィルタの周波数特性

$$F(f) = 0 \quad |f| > f_c \tag{3}$$

が成立するものと仮定する。

$H'(f)$: 伝送路の周波数特性

$G(f)$: 受信フィルタの周波数特性

$$G(f) = 0 \quad |f| > f_c \tag{4}$$

が成立するものと仮定する。

$D_T(f)$: 伝送方式を決定するフィルタの周波数特性

たとえば、DSB 伝送方式のときには、

$$D_T(f) = \begin{cases} 1 & |f| \leq 2f_c \\ 0 & |f| > 2f_c \end{cases} \tag{5}$$

SSB 伝送方式の場合には (下側帯波を伝送するものと仮定する)、

$$D_T(f) = \begin{cases} 1 & |f| \leq f_c \\ 0 & |f| > f_c \end{cases} \tag{6}$$

が成立している。

$D_R(f)$: 帯域制限フィルタの周波数特性

図-1 に示した実際の搬送波伝送系は、次式で定義される $H(f, \phi)$ を用いることにより、等価的に図-2 の基底帯域伝送系に変換することが可能である⁷⁾。後者の伝送系を等価基底帯域伝送系と呼ぶことにする。

$$H(f, \phi) \triangleq \frac{1}{4} \left\{ D_T(f-f_c) D_R(f-f_c) H'(f-f_c) e^{j\phi} + D_T(f+f_c) D_R(f+f_c) H'(f+f_c) e^{-j\phi} \right\} \tag{7}$$

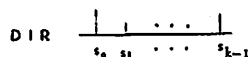
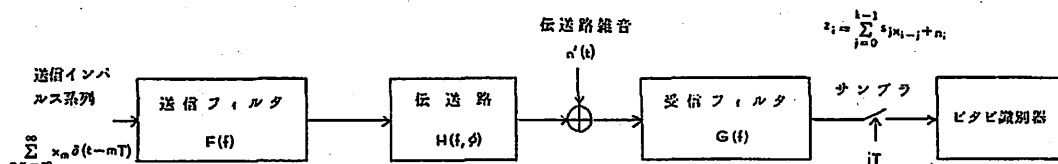


図-2 等価基底帯域伝送系モデル

搬送波伝送系よりも基底帯域伝送系の方が取扱いが容易である。そこで、以下における理論展開は、特にことわりが無い限り、後者に関するものである。等価基底帯域伝送系について、更に、以下の記号の定義と仮定を行う。

ビタビ識別器は、送信フィルタ $(F(f))$ から受信フィルタ $(G(f))$ までのインパルス応答が $s(t)$ であるとみなして符号の判定を行う。ここで、 $s(t)$ のフーリエ変換を $S(f)$ と表わす。 $s(t)$ の時刻 iT におけるサンプル値を s_i と表わす。 s_i について、

$$s_i = 0 \quad i < 0, \text{ 又は, } i \geq K \quad (8)$$

を仮定し、 $\{s_0, s_1, \dots, s_{K-1}\}$ なる K 個の系列を DIR (Desired Impulse Response) と呼ぶことにする²⁾。そして、 K を DIR の長さと呼ぶ。

等価基底帯域伝送系における伝送路雑音を $n'(t)$ と表わし、アンサンブル平均が 0、両側パワー・スペクトルが $N_0 N(f)/2$ なる定常確率過程であるとする。 $(N_0, N(f))$ はともに実数である) 更に、 $n'(t)$ は送信符号 x_m と統計的に独立であると仮定する。又、時刻 iT でサンプルされたビタビ識別器入力信号値を z_i と表わす。これらの記号を用いて、ビタビ識別器入力雑音成分 n_i を式 (9) で定義する。 n_i は後に示す通り、アンサンブル平均が 0 の定常確率過程である。そして、その分散を σ_n^2 と表わすことにする。

$$n_i \triangleq z_i - \sum_{j=0}^{K-1} s_j x_{i-j} \quad (9)$$

$$\sigma_n^2 = E\{n_i^2\} \quad (10)$$

一方、ビタビ識別器のシンボル誤り率 P_e は、近似的に式 (11) で与えられる¹⁾。

$$P_e \approx K_e \cdot Q(d_{\min}/2\sigma_n) \quad (11)$$

但し、

$$Q(x) \triangleq \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} du \quad (12)$$

d_{\min} はビタビ識別器入力における信号点間の最小距離であり、DIR と各シンボルの取りうるレベル数 M によってのみ計算される^{1), 3)}。又、 K_e は d_{\min} を与える誤り事象と M によって定まる定数である。

次に、実効 SN 比 ESN を式 (13) で定義する。

$$ESN \triangleq \sigma_s^2 \cdot d_{\min}^2 / \sigma_n^2 \quad (13)$$

式 (11)~(13) から分かるように、 σ_s^2 が等しい伝送系においては、実効 SN 比が大きいく程、誤り率が小さな値を取る。そこで、伝送特性の評価関数には上記の実効 SN 比を用いることにする。

3. 規準搬送波の位相誤差と実効 SN 比の関係

本章では、規準搬送波の位相誤差と実効 SN 比の関係式を導出する。まず初めに、ビタビ識別器入力雑音成分の分散 σ_n^2 が次式で表わされることを証明する。

$$\sigma_n^2 = \frac{\sigma_s^2}{T} \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} \Gamma(f) \left[|F(f)H(f, \phi)G(f)|_{eq}^2 - |S(f)|_{eq}^2 \right] df + \frac{N_0}{2} \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} [|G(f)|^2 N(f)]_{eq} df \quad (14)$$

但し、 $\Gamma(f)$ は次式で定義されている。

$$\Gamma(f) \triangleq \sum_{m=-\infty}^{\infty} \gamma_m e^{j2\pi f m T} \quad (15)$$

T_m は m について偶関数だから、 $\Gamma(f)$ は実数である。一方、 $[X(f)]_{eq}$ は $X(f)$ の等価ナイキスト特性、すなわち、 $[X(f)]_{eq}$ のフーリエ逆変換を T 秒毎にサンプルした値が $X(f)$ のそれに等しく、且つ、周波数帯域がナイキスト帯域 ($-1/2T \sim 1/2T$) に制限されたものを表わす。 $[X(f)]_{eq}$ に関して式 (16) が成立⁷⁾。

$$[X(f)]_{eq} = \begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X\left(f + \frac{n}{T}\right) & |f| \leq 1/2T \\ 0 & |f| > 1/2T \end{cases} \quad (16)$$

又、 $[S(f)]_{eq}$ は DIR の等価ナイキスト周波数特性であり、次式で与えられる。

$$[S(f)]_{eq} = \begin{cases} T \sum_{n=0}^{K-1} s_n e^{-j2\pi n T f} & |f| \leq 1/2T \\ 0 & |f| > 1/2T \end{cases} \quad (17)$$

以下に式 (14) の証明を行う。ビタビ識別器入力雑音成分 n_i は次の二つの成分より成っている。その一つは、伝送系 $(F(f)H(f, \phi)G(f))$ のインパルス応答をサンプル時刻 iT で標本化して得られる系列が完全には DIR に等しくないために生ずる残留誤差成分である。これを $n_i^{(1)}$ と表わす。もう一つは、伝送路雑音 $n'(t)$ が受信フィルタ $G(f)$ を通過してビタビ識別器に加わる成分である。これを $n_i^{(2)}$ と表わす。このとき、

$$n_i = n_i^{(1)} + n_i^{(2)} \quad (18)$$

が成立する。 $x_m, n'(t)$ がアンサンブル平均 0 の定常確率過程であること、及び、両者が統計的に独立であることを仮定しているから、 $n_i^{(1)}, n_i^{(2)}$ もアンサンブル平均 0 の定常確率過程である。その結果、 n_i はアンサンブル平均が 0 の定常確率過程である。更に、 $n_i^{(1)}, n_i^{(2)}$ は互いに直交している。

次に、式 (18) を式 (10) に代入し、 $n_i^{(1)}, n_i^{(2)}$ に関する上述の性質を用いると次式が得られる。

$$\sigma_n^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 \quad (19)$$

但し、

$$\sigma_1^2 \triangleq E \left\{ n_0^{(1)2} \right\} \quad (20)$$

$$\sigma_2^2 \triangleq E \left\{ n_0^{(2)2} \right\} \quad (21)$$

まず、 σ_1^2 の計算を行う。送信フィルタ入力がインパルス系列であること、及び、先に述べた $n_i^{(1)}$ の定義より、式 (22) が成立する。

$$n_0^{(1)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x_m \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} \left\{ [F(f)H(f, \phi)G(f)]_{eq} - [S(f)]_{eq} \right\} e^{-j2\pi f m T} df \quad (22)$$

式 (22) を式 (20) に代入し変形する。

$$\begin{aligned} \sigma_1^2 &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} E \left\{ x_m x_n \right\} \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} \left\{ [F(f_1)H(f_1, \phi)G(f_1)]_{eq} - [S(f_1)]_{eq} \right\} \\ &\quad \times \left\{ [F(f_2)H(f_2, \phi)G(f_2)]_{eq} - [S(f_2)]_{eq} \right\} e^{-j2\pi(mf_1 + nf_2)T} df_1 df_2 \end{aligned} \quad (23)$$

式 (2) を用いて式 (23) を計算する。

$$\begin{aligned} \sigma_1^2 = & \sigma_x^2 \sum_{l=-\infty}^{\infty} r_l \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} \left\{ \left[F(f_1) H(f_1, \phi) G(f_1) \right]_{eq} - \left[S(f_1) \right]_{eq} \right\} \left\{ \left[F(f_2) H(f_2, \phi) G(f_2) \right]_{eq} \right. \\ & \left. - \left[S(f_2) \right]_{eq} \right\} e^{j2\pi f_1 l T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi (f_1 + f_2) m T} df_1 df_2 \end{aligned} \quad (24)$$

更に、インパルス系列に関して、

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi f k T} = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T}\right) \quad (25)$$

が成立することより、式(26)が得られる。

$$\begin{aligned} \sigma_1^2 = & \frac{\sigma_x^2}{T} \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} \left(\sum_{l=-\infty}^{\infty} r_l e^{j2\pi f_1 l T} \right) \left\{ \left[F(f_1) H(f_1, \phi) G(f_1) \right]_{eq} - \left[S(f_1) \right]_{eq} \right\} \\ & \times \left\{ \left[F(f_2) H(f_2, \phi) G(f_2) \right]_{eq} - \left[S(f_2) \right]_{eq} \right\} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(f_1 + f_2 - \frac{n}{T}\right) df_1 df_2 \end{aligned} \quad (26)$$

式(26)を f_1 について積分し、式(15)を用いる。

$$\sigma_1^2 = \frac{\sigma_x^2}{T} \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} \Gamma(f) \left| \left[F(f) H(f, \phi) G(f) \right]_{eq} - \left[S(f) \right]_{eq} \right|^2 df \quad (27)$$

次に、 σ_2^2 の計算を行う。伝送路雑音 $n'(t)$ の両側パワー・スペクトルは $N_0 N(f)/2$ であるから、式(28)が得られる。

$$\begin{aligned} \sigma_2^2 = & \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |G(f')|^2 N(f') df' \\ = & \frac{N_0}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\frac{1}{2T} + \frac{n}{T}}^{\frac{1}{2T} + \frac{n}{T}} |G(f')|^2 N(f') df' \end{aligned} \quad (28)$$

式(28)において、 $f=f'-n/T$ なる変数変換を行い、式(16)の関係を用いると式(29)が求められる。

$$\sigma_2^2 = \frac{N_0}{2} \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} \left[|G(f)|^2 N(f) \right]_{eq} df \quad (29)$$

式(27)、(29)を式(19)に代入することにより、式(14)が導かれる。

一方、 σ_n^2 を最小にする最適受信フィルタ特性は式(30)で与えられる⁹⁾。

$$G(f) = \frac{F(f)^* H(f, \phi)^*}{N(f)} \times \frac{T \Gamma(f) \sum_{n=0}^{K-1} s_n e^{-j2\pi f n T}}{\Gamma(f) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{|F(f+n/T) H(f+n/T, \phi)|^2}{N(f+n/T)} + \frac{N_0 T}{2\sigma_n^2}} \quad (30)$$

搬送波伝送系の同期検波器入力(図-1, 受信器内のフィルタ $D_R(f)$ 出力)における搬送波位相を ψ とする。今、規準搬送波の位相が ψ から $(\psi + \Delta\psi)$ に変位したとする。この位相変動は基底帯域伝送系では、等価的に伝送路特性が $H(f, \psi)$ から $H(f, \psi + \Delta\psi)$ に変化したものとみなされる。このとき、もし、受信フィルタ $G(f)$ が $H(f, \psi + \Delta\psi)$ なる伝送路に対して最適化されているならば(つまり、受信フィルタが式(30)の $H(f, \phi)$ の部分に $H(f, \psi + \Delta\psi)$ を代入して得られる特性に調整されているならば)、規準搬送波の位相誤差の影響を受信フィルタによって吸収することが可能である。しかし、受信フィルタを最適化するには時間遅れを伴うため、すみやかに変動

する位相誤差に対し、受信フィルタを忠実に追従させることは困難である。そして、このような時間的に速い変動を示す位相誤差が実際の伝送系に存在し、特性を劣化させる要因となる。そこで、以後の理論展開では、受信フィルタ特性は位相誤差に対して最適化されていないものと考えられる。以上より、規準搬送波位相誤差の影響を次のように要約することが可能である。

- (1) 等価基底帯域伝送系における伝送路の周波数特性が $H(f, \psi)$ から $H(f, \psi + \Delta\psi)$ に変動した。
- (2) 受信フィルタは、伝送路の周波数特性が $H(f, \psi)$ であるとみなして最適化されている（つまり、受信フィルタ特性 $G(f)$ は、式 (30) の $H(f, \psi)$ の部分に $H(f, \psi)$ を代入することにより与えられる）。

規準搬送波に $\Delta\psi$ の位相誤差が生じているときの、ビタビ識別器入力雑音成分の分散を $\sigma_n(\Delta\psi)^2$ と表わす。式 (14) より

$$\begin{aligned} \sigma_n(\Delta\psi)^2 = & \frac{\sigma_z^2}{T} \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} \Gamma(f) \left[|F(f) H(f, \psi + \Delta\psi) G(f)|_{eq}^2 - |S(f)|_{eq}^2 \right] df \\ & + \frac{N_0}{2} \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} |G(f)|^2 N(f)_{eq} df \end{aligned} \quad (31)$$

但し、 $G(f)$ は次式により与えられる。

$$G(f) = \frac{F(f)^* H(f, \psi)^*}{N(f)} \times \frac{T \Gamma(f) \sum_{n=0}^{K-1} s_n e^{-j2\pi f n T}}{\Gamma(f) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{|F(f+n/T) H(f+n/T, \psi)|^2}{N(f+n/T)} + \frac{N_0 T}{2\sigma_z^2}} \quad (32)$$

一方、式 (13) における d_{\min} は、先に述べた通り、DIR と M のみによって定まり、伝送路特性には依存しない。そのため、 d_{\min} は位相誤差に無関係である。次に、規準搬送波に $\Delta\psi$ の位相誤差が存在するときの実効 SN 比を $ESN(\Delta\psi)$ と表わす。式 (13) より、

$$ESN(\Delta\psi) = \sigma_z^2 \frac{d_{\min}^2}{\sigma_n(\Delta\psi)^2} \quad (33)$$

以上によって、規準搬送波位相誤差と実効 SN 比の関係式が導出された。

4. SSB 伝送系に対する規準搬送波位相誤差の影響

前章では、ビタビ識別器を含むデータ通信系に対する、規準搬送波位相誤差の影響に関して一般的な検討を行った。一方、SSB 伝送方式は振幅変調の中でも、周波数帯域を有効に用いる効率的な伝送方法である。そこで、本章では、SSB 伝送系における位相誤差の影響について、より詳しい解析を行う。

SSB 伝送系においては、式 (6) が成立しているから、これを式 (7) に適用することにより式 (34) が得られる。

$$H(f, \psi) = \begin{cases} \frac{1}{4} H'(f-f_c) D_R(f-f_c) e^{j\psi} & 0 \leq f \leq f_c \\ \frac{1}{4} H'(f+f_c) D_R(f+f_c) e^{-j\psi} & -f_c \leq f < 0 \\ 0 & |f| > f_c \end{cases} \quad (34)$$

同様に、

$$H(f, \psi + \Delta\psi) = \begin{cases} \frac{1}{4} H'(f-f_c) D_R(f-f_c) e^{j(\psi+\Delta\psi)} & 0 \leq f \leq f_c \\ \frac{1}{4} H'(f+f_c) D_R(f+f_c) e^{-j(\psi+\Delta\psi)} & -f_c \leq f < 0 \\ 0 & |f| > f_c \end{cases} \quad (35)$$

式(34), (35)より,

$$H(f, \psi + \Delta\psi) = \begin{cases} H(f, \psi) e^{j\Delta\psi} & 0 \leq f \\ H(f, \psi) e^{-j\Delta\psi} & f < 0 \end{cases} \quad (36)$$

SSB 伝送系では, 送信波形の周波数帯域は, 通常, ナイキスト帯域に制限されている(次章の数値計算で用いられている送信波形もこの性質を満たしている)。そこで, 本章でもこの条件が成立しているものと考え, 以下の理論を展開する。すなわち, 式(37)が成立つものとする。

$$F(f) = 0 \quad |f| > 1/2T \quad (37)$$

式(31), (36), (37)より

$$\sigma_n(\Delta\psi)^2 = \frac{2\sigma_z^2}{T} \int_0^{1/2T} \Gamma(f) |F(f) H(f, \psi) G(f) e^{j\Delta\psi} - [S(f)]_{eq}|^2 df + N_0 \int_0^{1/2T} [|G(f)|^2 N(f)]_{eq} df \quad (38)$$

式(32)を式(38)に代入する。

$$\sigma_n(\Delta\psi)^2 = \int_0^{1/2T} I(f, \Delta\psi) df \quad (39)$$

但し,

$$I(f, \Delta\psi) \triangleq \frac{\left\{ \frac{2\sigma_z^2}{T} \Gamma(f) \left| \Gamma(f) |F(f) H(f, \psi)|^2 (1 - e^{j\Delta\psi}) + \frac{N_0 N(f) T}{2\sigma_z^2} \right|^2 + N_0 N(f) \Gamma(f)^2 |F(f) H(f, \psi)|^2 \right\} \left| [S(f)]_{eq} \right|^2}{\left\{ \Gamma(f) |F(f) H(f, \psi)|^2 + \frac{N_0 N(f) T}{2\sigma_z^2} \right\}^2} \quad (40)$$

通常, 位相誤差は微小であるから, 式(41)を仮定することができる。

$$|\Delta\psi| \ll \pi/2 \quad (41)$$

このとき, 式(42)が成立する。

$$e^{j\Delta\psi} \approx 1 + j\Delta\psi \quad (42)$$

式(42)を式(40)に適用する。

$$I(f, \Delta\psi) \approx \frac{\Gamma(f) N_0 N(f) \left| [S(f)]_{eq} \right|^2}{\Gamma(f) |F(f) H(f, \psi)|^2 + \frac{N_0 N(f) T}{2\sigma_z^2}} + \frac{\frac{2\sigma_z^2}{T} \Gamma(f)^3 |F(f) H(f, \psi)|^4 \cdot \left| [S(f)]_{eq} \right|^2 (\Delta\psi)^2}{\left\{ \Gamma(f) |F(f) H(f, \psi)|^2 + \frac{N_0 N(f) T}{2\sigma_z^2} \right\}^2} \quad (43)$$

式(43)を式(39)に代入すると以下の式が得られる。

$$\sigma_n(\Delta\psi)^2 \approx \sigma_a^2 + \sigma_b^2 \quad (44)$$

但し,

$$\sigma_n^2 \triangleq N_0 \int_0^{\frac{1}{2T}} \frac{N(f) \Gamma(f) \left| \left[S(f) \right]_{eq} \right|^2}{\Gamma(f) |F(f) H(f, \psi)|^2 + \frac{N_0 N(f) T}{2\sigma_x^2}} df \quad (45)$$

$$\sigma_b^2 \triangleq (\Delta\psi)^2 \frac{2\sigma_x^2}{T} \int_0^{\frac{1}{2T}} \frac{\Gamma(f)^3 |F(f) H(f, \psi)|^4 \cdot \left| \left[S(f) \right]_{eq} \right|^2}{\left\{ \Gamma(f) |F(f) H(f, \psi)|^2 + \frac{N_0 N(f) T}{2\sigma_x^2} \right\}^2} df \quad (46)$$

式(45)で与えられる σ_n^2 は、位相誤差が無い場合のビタビ識別器入力雑音成分の分散である。又、式(46)より明らかなように、位相誤差に基づく雑音成分の分散は $\Delta\psi$ の自乗に比例する。そのため、 $\Delta\psi$ が極く小さな値を取るときには問題にならないが、この値が大きくなるにつれて、急激な悪影響を及ぼすようになる。

5. 数値計算

本章では、規準搬送波位相誤差に関して行った数値計算の結果を明らかにする。まず、計算に用いた伝送系のパラメータを以下に示す。

- ・変調方式 SSB 振幅変調 (下側帯波伝送)
- ・検波 同期検波
- ・搬送波周波数 (f_c) 3,300 Hz
- ・ボー・レート 6,000 Baud
- ・1シンボルの取りうるレベル数 (M) 4
- ・伝送速度 12,000 bps
- ・送信波形 クラス4のパーシャル・レスポンス方式⁷⁾のインパルス応答波形, すなわち,

$$F(f) = \begin{cases} 2jT \sin 2\pi fT & |f| \leq 1/2T \\ 0 & |f| > 1/2T \end{cases} \quad (47)$$

次に、伝送系に関して以下の仮定を置く。

- ・送信符号系列は白色である。すなわち,

$$r_l = \begin{cases} 1 & l = 0 \\ 0 & l \neq 0 \end{cases} \quad (48)$$

- ・伝送路雑音は白色である。すなわち,

$$N(f) = 1 \quad (49)$$

数値計算に用いた伝送路特性 $H'(f)$ を図-3, 4に示す。両者とも音声帯域電話回線の特性であり、それぞれの伝送路を伝送路1, 伝送路2と呼ぶことにする。伝送路1は、ほぼ平均的な特性と思われるが、伝送路2は高域の振幅特性がかなり悪い伝送路である。更に、受信器内の帯域制限フィルタは式(50)を満たしているものとする。

$$D_R(f) = 1 \quad (50)$$

又、伝送路雑音のパワー・スペクトルは次のように定められている。位相誤差の無い等価基底帯域伝送系において、ナイキスト帯域内の雑音電力に対する、伝送路内の信号電力の比が30 dBとなるように、 $N_0/2$ の値が決定されている。すなわち、式(51)が成立している。

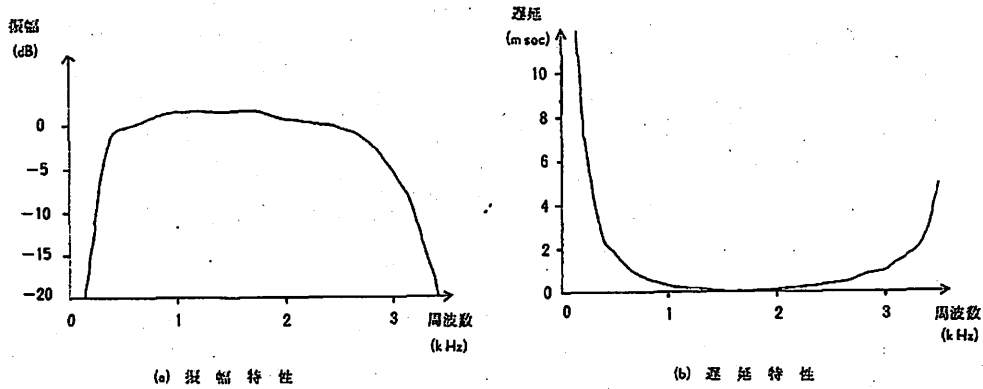


図-3 伝送路1の振幅・遅延特性

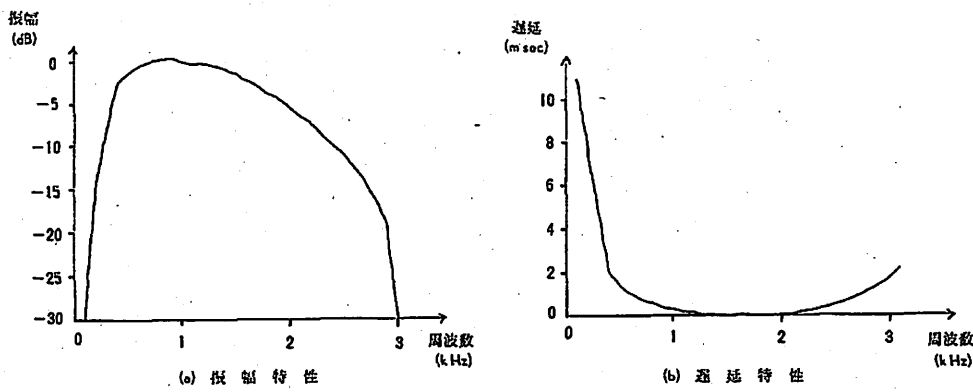


図-4 伝送路2の振幅・遅延特性

$$\frac{\frac{\sigma_n^2}{T} \int_{-\infty}^{\infty} |F(f)H(f, \psi)|^2 df}{\frac{N_0}{2T}} = 10^3 \tag{51}$$

一方、DIR の長さは 3、及び、4 に定められている。又、DIR は位相誤差が無い場合に実効 SN 比を最大にする系列が選ばれている⁹⁾。この系列を表-1 に示す。

表-1 数値計算に用いた DIR

DIR の長さ (K)	伝送路1の DIR	伝送路2の DIR
3	{1, 0, -1}	{1, 0, -1}
4	{1, -1, -1, 1}	{1.0148, -0.9850, -0.9850, 1.0148}

図-5~8 に位相誤差 $\Delta\psi$ と実効 SN 比 $ESN(\Delta\psi)$ の関係、及び、 $\Delta\psi$ と σ_b^2/σ_a^2 の関係を示した。 σ_a^2 は式 (43) で定義されている。又、 σ_b^2 は位相誤差が存在することにより生ずる雑音成分の分散であり、次式で定義されている。(式 (46) で与えられる σ_b^2 は σ_b^2 の近似値である)

$$\sigma_b^2 \triangleq \sigma_n(\Delta\psi)^2 - \sigma_a^2 \tag{52}$$

尚、 $\sigma_n(\Delta\psi)^2$ は厳密式である式 (39)、(40) を用いて計算した。

図-5~8 より位相誤差の影響はかなり大きく、 $\Delta\psi$ が増大するにつれて急速に特性が悪化することが分かる。特に、位相誤差が無い場合に良好な実効 SN 比が得られる系ほど、位相誤差による劣化は著しい。又、 σ_b^2/σ_a^2 のグラフが放物線とみなされる所から、 $\Delta\psi$ が比較的小さな範囲で

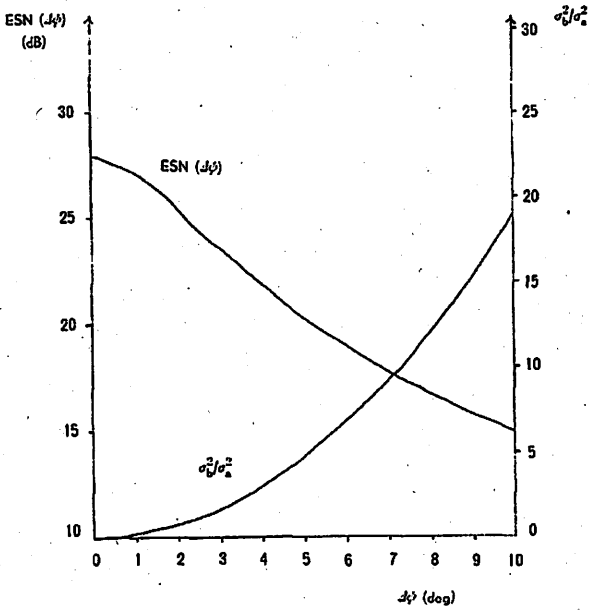


図-5 規準搬送波位相誤差による特性の劣化 (1)
伝送路 1, K=3, DIR {1, 0, -1}

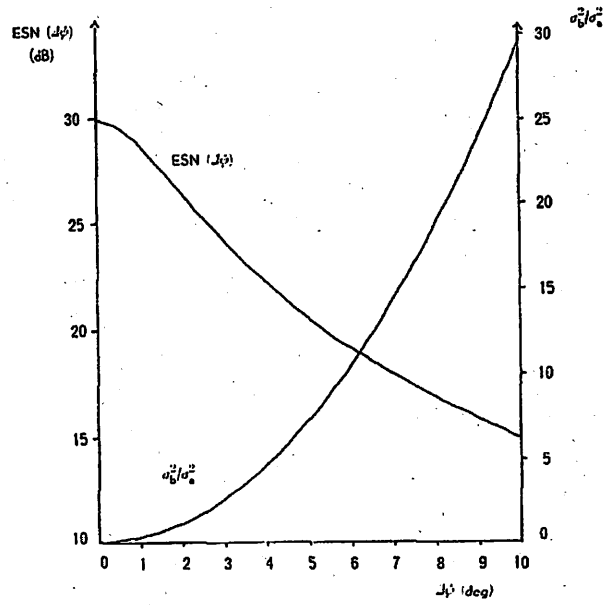


図-6 規準搬送波位相誤差による特性の劣化 (2)
伝送路 1, K=4, DIR {1, -1, -1, 1}

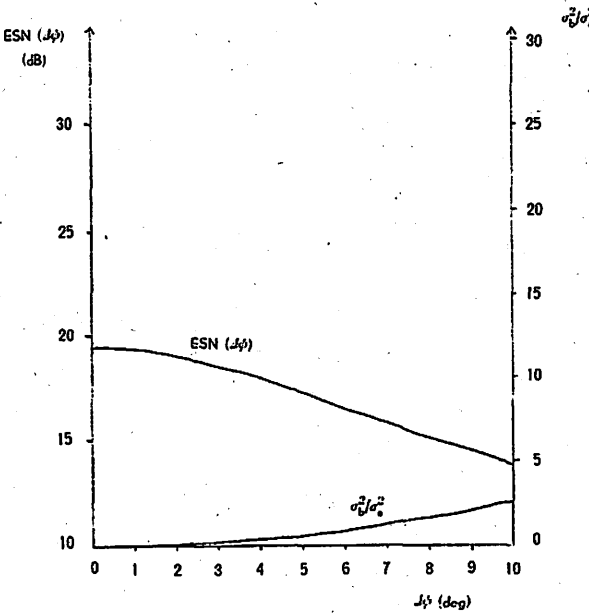


図-7 規準搬送波位相誤差による特性の劣化 (3)
伝送路 2, K=3, DIR {1, 0, -1}

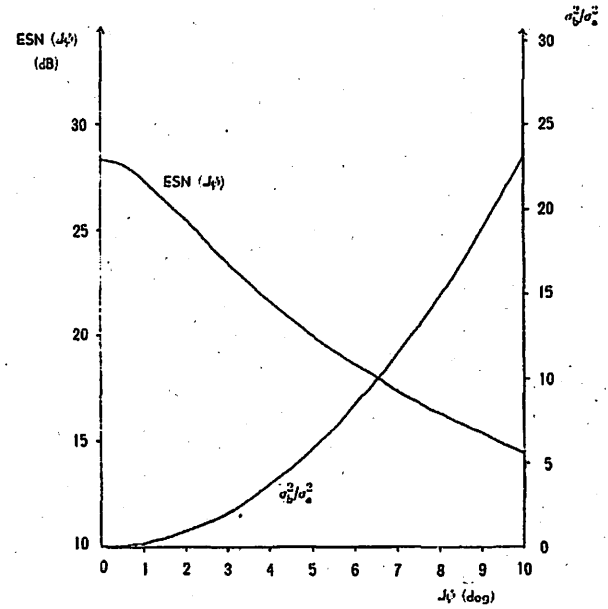


図-8 規準搬送波位相誤差による特性の劣化 (4)
伝送路 2, K=4, DIR {1.0148, -0.9850, -0.9850, 1.0148}

は、位相誤差による雑音成分の分散は $J\psi$ の自乗に比例することが確認された。更に、これらの図から、ビタビ識別器を用いた、伝送速度が1万数千 bps 程度のSSB伝送系においては、良好な実効SN比を得るために許容される位相誤差範囲はおよそ2 degであると結論することができる。

6. あとがき

本論文では、ビタビ識別器を含む高速データ通信系に対する規準搬送波位相誤差の影響を考察した。まず、位相誤差の影響を等価基底帯域伝送系の伝送路特性の変動と受信フィルタの最適特性からの変位に換算できることを明らかにし、位相誤差と実効 SN 比の関係式を導いた。更に、数値計算を行った結果、位相誤差により伝送系は著しい特性の劣化を受け、伝送速度が1万数千 bps 程度の SSB 伝送系では、許容される誤差範囲は 2 deg 程度であることが分かった。このことから、規準搬送波を発生する回路⁸⁾には、十分精密な装置を用いなければならないと結論される。

尚、数値計算には、北海道大学大型計算機センター FACOM 230-75 を利用したことを付記する。

参 考 文 献

- 1) G. D. Forney, Jr.: IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. IT-18 (1972), No. 3, p. 363.
- 2) D. D. Falconer and F. R. Magee, Jr.: Bell. Syst. tech. J., Vol. 52 (1973), No. 9, p. 1541.
- 3) S. A. Fredricsson: IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. IT-20 (1974), No. 4, p. 479.
- 4) D. D. Falconer and F. R. Magee, Jr.: IEEE Trans. Commun., Vol. COM-24 (1976), No. 10, p. 1130.
- 5) D. D. Falconer and F. R. Magee, Jr.: IEEE Trans. Commun., Vol. COM-24 (1976), No. 11, p. 1238.
- 6) 小川, 仙石, 松本: 電子通信学会技術研究報告 通信方式, CS-77-122 (1977), p. 97.
- 7) R. W. Lucky, J. Salz and E. J. Weldon, Jr.: Principles of Data Communication (1968), McGraw-Hill.
- 8) W. R. Bennet and J. R. Davy: Data Transmission (1965), McGraw-Hill.
- 9) 小川, 仙石, 松本: ビタビ識別器を含む受信系の最適化, 電子通信学会論文誌 (B) 投稿中.