算数科の研究

髙橋喜一郎・清野　佳子

キーワード

数理の再体系化　本質的な意味理解　イメージモデル

主　張

算数科では，「数量・図形にかかわる体系的な数学的概念を創りあげる子ども」を求める。体系的な数学的概念とは，概念の本質的な意味理解をもとにして関係づけまとめることで形成された概念である。子どもにこのような概念が形成されていると，新たな問題場面に出会ったとき，どの概念と関係しているのかが見えやすく，形式も使いやすい。つまり，生きて働く思考力を支える概念となっている。

初出の内容が多い低・中学年では，習得した概念を場面を拡張して活用することで，本質的な意味理解を図る。高学年では，概念同士を比較し関係づけ，体系的な数学的概念を創りあげる。このように「数理の再体系化」を図る学びを具現し，生きて働く思考力を育てることをねらった。

Ⅰ　数量・図形にかかわる体系的な数学的概念を創りあげる算数科

1．算数科で求める子ども

本研究における算数科では，「数量・図形にかかわる体系的な数学的概念を創りあげる子ども」を求める。体系的な数学的概念とは，本質的な意味理解をもとに，関係づけまとめることで形成された概念である。そのため，新たな問題場面に出会ったとき，それがどの概念と関係しているかが見えやすく，その形式も使いやすい。つまり，生きて働く思考力を支える概念となっている。

算数科では，この求める姿を具現するために，「数理の再体系化」に着目してきた。「数理の再体系化」とは，既習の学習内容を拡張された場面や他の場面で学び直し，わかり直していく学びである。

２年次までは，主に高学年の実践において，既習の学習内容を付加し，本習の学習内容と比較し関係づけることで，より高次の観点からの整理，包摂関係でのとらえ，意味の拡張といった「数理の再体系化」を図ってきた。

この学びを充実させるためには，主に低・中学年の初出の単元において，概念の本質的な意味理解を図ることが大切である。そのためには，イメージモデルの操作を通して基礎的・基本的な内容を習得し，習得した知識・技能を場面を拡張して活用するように学習を展開する。活用を促すことで，知識・技能が主体的に学び直され，本質的な意味理解が図られるのである。

低・中学年において，概念の本質的理解を図り，高学年において概念同士を関係づけ，「数理の再体系化」を図る学びを具現することによって，形成された概念が生きて働く思考力につながることを目指すのである。

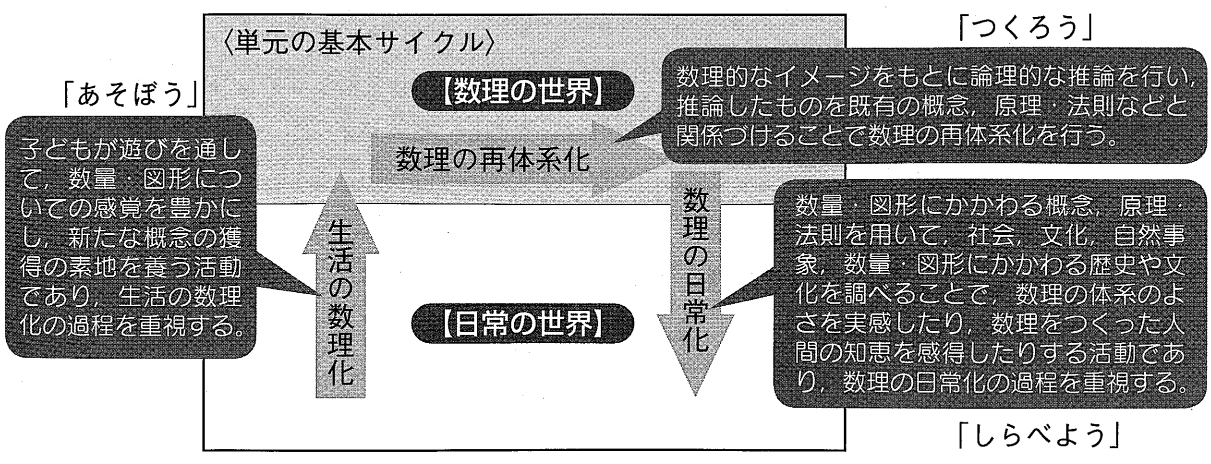
2．「数量・図形にかかわる体系的な数学的概念」を創りあげるカリキュラム改善の視点

(1)　内容の関連づけや内容付加を行った単元展開

従来は異なる単元で扱われる関連の強い２つ以上の内容を一つの単元で扱ったり，既習の内容と新しい学習内容を併せて扱ったり，より一般性の高い内容を付加したりする。また，習得した内容を，拡張した場面で活用することで学び直しを図る。

(2)　「あそぼう」「つくろう」「しらべよう」の３つの活動区分の設定

「生活の数理化」「数理の再体系化」「数理の日常化」のサイクルを大切にし，それぞれの過程に重点をかけて「あそぼう」「つくろう」「しらべよう」の３つの活動区分を設定した。



(3) 再体系化の段階性

① 本質的な数学的概念の形成（初出の単元）

習得した概念を，場面を拡張したり内容を付加したりすることで活用し，主体的に学び直し，概念の本質的な意味理解を行う。

② 体系的な数学的概念の形成

より一般性の高い内容付加と，既習の内容と比較し関係づけることで，数学的概念や原理・法則を統合的な観点から構造的にとらえ直す。

3．「数理を再体系化する学び」をはぐくむ授業改善の方策

感性，科学的な感性，科学的なものの見方・考え方を働かせる学びの学習過程を以下のように構想する。

〈第１の過程〉基礎的・基本的な数学的概念を習得していく過程

数量・図形，場面との出会い

意味，規則性・法則性の追求

「〇〇はこういう意味だ。」「〇〇には，こんなきまりや仕組みがあるんだな。」

新たな数量・図形，場面の持ち出し

「見つけたきまりや仕組みが使えるかな。」
「前に習ったことを使って説明できないかな。」

〈第２の過程〉習得した数学的概念を活用しとらえ直していく過程

「このきまりや仕組みが関係ありそうだ。」
（内容の絞り込み）
「この方法を使えばはっきりしそうだ。」
（方法の絞り込み）
［対比的にみる］［関係づけてみる］［構造的にみる］

本質的な意味理解/共通性/包摂関係/数理の意味の拡張

「〇から見ると同じだな。」「こんな関係があったんだな。」
「〇が特別で△が一般的だな。」「〇という見方もあるんだな。」

〈第３の過程〉とらえ直された数学的概念をまとめる過程

問題づくり，解決　マップ作り　パフォーマンステスト

感性

科学的な感性

科学的なものの見方・考え方

【教師の働きかけ】

〇既習・未習の概念を整理する活動の組織
〇規則性・法則性を明らかにする場の設定

数理の意味に目を向ける力

〇イメージモデルを使って解決する場の設定。

数量・図形について規則性・法則性などの価値を感じ取り，数理的なイメージを生み出す力

〇イメージモデルを使って説明する活動の組織。

数量・図形について，論理的に推論し，推論したものを既有の概念，原理・法則などと関係づける力

〇創りあげた数学的概念をさまざまな範囲に活用したりまとめたりする場

4．評価の方法

〇 数学的概念に関して，単元前と単元後にコンセプトマップを作成する場を設定し，ラベル同士のつなぎ方やつなぐ言葉の比較から，体系化された数学的概念の形成を測定する。

〇 問題場面を変え，イメージモデルを使って関係づけを説明するところから，体系的な数学的概念を導き出した思考方法の定着を測定する。

〇 形成された数学的概念が，他の内容にも使えるかどうかを試すパフォーマンステストを実施する。

Ⅱ—1　実践の概要

第２学年　　「大きな数を上手に数えよう！」

1．「10のまとまり」を作る方法を，数の数え方と足し算の計算の仕方の両方で連続的に活用して関係づける学び

本単元では，十進位取り記数法の概念の本質的な意味理解を図る子どもを求めた。十進位取り記数法の本質的な概念は，「10このまとまりができたときそれを新しい一つのものと置き換えて表す」ということである。

本単元では，「1000までの数」と「足し算の筆算」の２つ学習内容を，「数え方の工夫」という活動により一つの単元として扱う。これにより，数を数える活動で子どもたちが見出してきた「10のまとまりをつくり，それが一つ上の位の１になる」ことが，くり上がりのある足し算においても使われる。即ち，十進位取り記数法の学び直しが図られるのである。

本単元で，子どもたちは，大きい数でも上手に数えられるようになりたいという願いのもと，「２，４，６，８，10作戦」「10まとめ作戦」などの数え方を見出してくる。その過程で，感性を働かせ，「ペアで数えて足し算をするともっと速く数えられそうだ」と意欲を高める。ペアで数えて足し算をする際，繰り上がりをおはじきの操作ではどう説明したらよいかが問題になり，科学的な感性を働かせ,「繰り上がりは十まとめ作戦で説明がつきそうだ」と絞り込んでくる。さらに，科学的なものの見方・考え方を働かせ，「バラのおはじき10こを袋に入れ，１袋として十の位に移すことが繰り上がりだ」と関係づけてくる。

このように，数の数え方と計算の仕方を関係づけて学ぶことで，十進位取り記数法の本質的な意味理解を図ることを期待した。

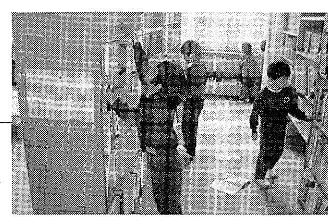
2．単元の構想

(1)　単元の目標

100以上のものの数を工夫して数えたり，その工夫を使って足し算の計算方法をつくり出し説明しようとしたりする中で，数の表し方は，10のまとまりをつくると，それが一つ上の位の「１」になり，10に満たない端数がそれぞれの位の数字として表され，位置によってその単位の大きさを表す数が示されるというきまりであることを理解し，数を表したり２桁＋２桁の足し算の計算をしたりすることができる。

(2)　追求の構想　(13時間)

１次　上手な数え方を考えよう（４時間） ◎大きな数を数えるときはどんな作戦を使うとよいだろうか。
２次　ペアで数え方を上手になろう（６時間） ◎繰り上がりのあるたし算の計算方法はおはじきや図でどのように説明したらいいのだろう。
３次　作戦を使ってみよう（３時間） ◎数の数え方作戦説明書をつくろう。

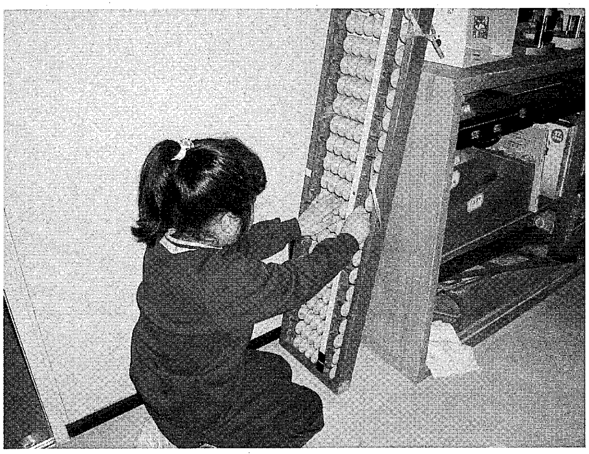


3．授業の実際

(1) 大きな数を数えるとき，二人で数えてたすとはやくできそうだよ。

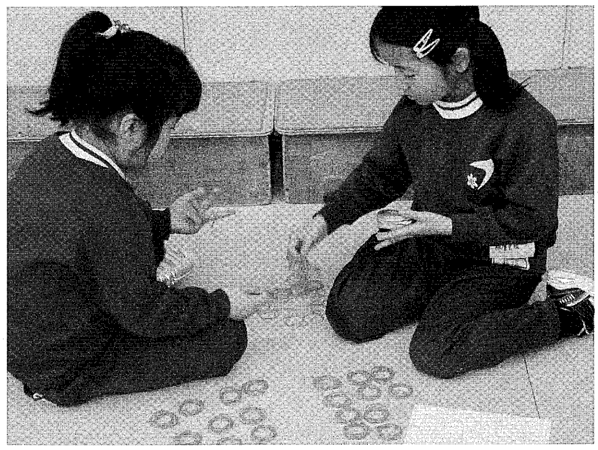
（基礎的・基本的な数学的概念を習得していく第１の過程）

「大きな数を数えるときはどんな作戦を使うとよいだろうか。」と問いをもち，様々なものを実際に数える体験をした子どもたち。紙に書かれている絵などは10ずつ囲むとよいこと，輪ゴム，パターンブロックなど，動かせるものは10ずつまとめるとよいことを見いだしてきた。


そろばんの珠は何個かな？


１パックの爪楊枝の数は何本かな？

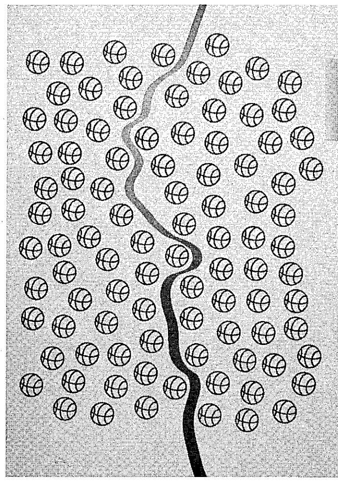

ベンチの板の数は何枚かな？


１箱の輪ゴムの数は何個かな？（仲間と協力して）

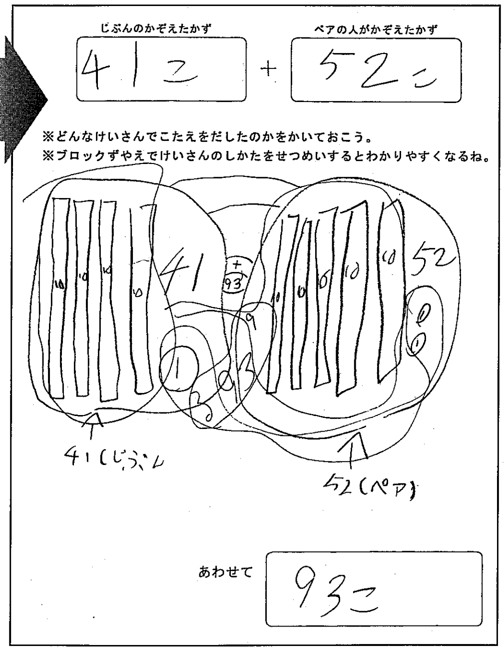
早苗さんは，既習の知識・技能を使い，筋道立てて考えを進めることができる。しかし，既習の知識に頼りがちで，新たに発想したり，経験と結んで考えることができにくい面がある。本単元では，数を数える経験から見いだしてきた十進位取り記数法を使って，足し算の筆算の仕組みを説明する姿を期待した。

数えるときに仲間と一緒に10のまとまりを作っていた早苗さんであった。その方法を採り上げ，「２人で数える方法を使っていた人がいたけど，２人でそれぞれ数えて合わせる方法はどうかな？」と投げかける。「いいねぇ。」と反応する早苗さんに「どうして？」と尋ねると「だってはやくできるもん。」と答えた。そこで，ペアで数える方法を行うことにした。

右のようなたくさんのボールが印刷された紙が２つに切られているものを，ペアでそれぞれ数えて足して数を求める場面を設定した。早苗さんは得意の「十まとめ作戦」で数えていった。早苗さんが数えたボールは41個，ペアが数えたボールは52個。ブロック図を書いて，十の位同士，一の位同士を足して93と答えを求めた。発表の中で，筆算の方法が出された。早苗さんは，「知ってる。」とつぶやきながら，うなずいて聞いていた。



数える対象のボール



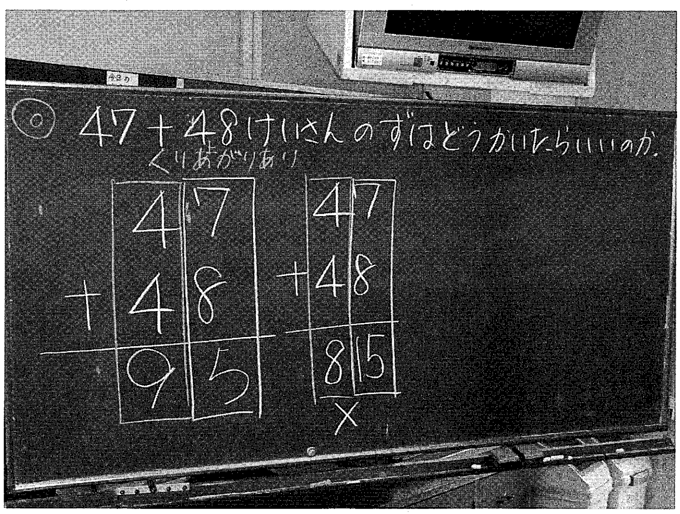
早苗さんのプリント

学習のまとめでは，「ペアでたす方ほうはうまくいきました。ほかのもんだいもはやくできそうです。」と書いた。感性を働かせて，ペアによる足し算のよさを感じ，速く数えることへの可能性を感じてきている姿である。

(2)　あれ？図で説明しようとするとうまく表せない。

（習得した数学的概念を活用しとらえ直していく第２の過程）

新しい図で，再度ボールの数を数えた。「10まとめ作戦」で数えると，早苗さんの数えた分は48こであり，ペアは47個だった。プリントに筆算をし，95と答えを求めている。ここで，教師が黒板（右）のように，「７＋８＝15だね。そして４＋４＝８だね。」と一の位に15を，十の位に８を書き込む。すると，早苗さんは「だめぇ。」と反応する。「本当は，815じゃなくて95になるんだよね。95になる計算の仕方を図で説明できるかな？」と投げかけると，首をかしげながら「表せない。」と自信がない。ノートに，「（右の計算が）なぜだめかというと一のくらいが10よりおおくなっているからです。ずでかんがえるとまちがえずにこたえが出せそうだから，これからずであらわすけんきゅうです。」と書いた。



７＋８＝15で，一の位の答えは15？

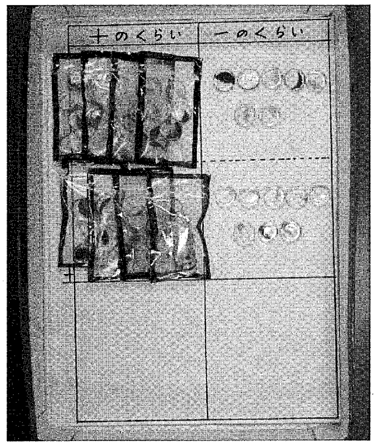
足し算の筆算の繰り上がりを，ブロックの操作ではどう表せばよいだろうかという問いをもった早苗さん。科学的な感性を働かせて，内容を繰り上がりの説明に絞り込み，方法をおはじきとビニール袋を使った操作に絞り込んだ姿であるといえる。

(3) 繰り上がりも「十まとめ作戦」を使えば説明できるんだ。

（習得した数学的概念を活用しとらえ直していく第２の過程）

47＋48の筆算は図でどう説明したらいいだろうかと考えてきている早苗さん。十の位と一の位を意識して,「筆算用位取り箱」（右写真）に，おはじきを並べた。しかし，これをどう操作したらよいか分からず困っていた。

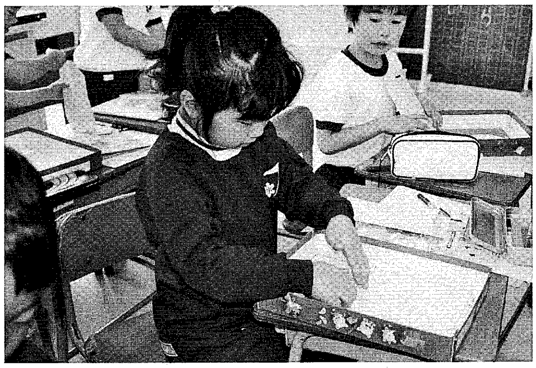
そこで教師が，これがどうやって95になるのかを説明できればいいんだよね。と働きかけた。早苗さんは，「ここがわかんない」と，答えの欄を指さす。教師が，「たすんでしょ。合計を書く欄に足してみたら。」と促すと，一の位十の位をそれぞれ答えの欄に下ろしてきた。



「筆算用位取り箱」

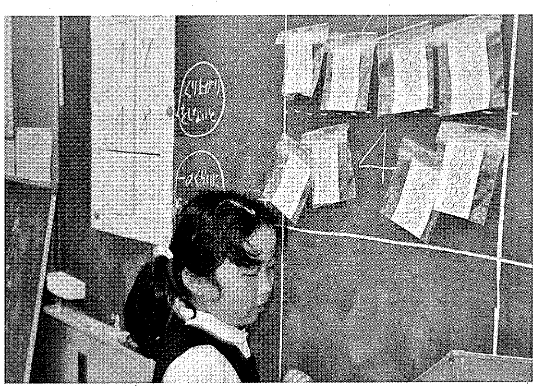
早苗さんは，筆算用位取り箱をじっと見つめている。

教師が「一の位に何個入っているの？」と聞くと「15個」と答える。教師が「それって，黒板に書いてある７＋８＝15のことじゃないの？」と投げかけると，少しして「分かった！」と大きな声をあげた。そしてすぐに，一の位の15個から10個を数えて袋に入れ，十の位に移した。科学的なものの見方･考え方を働かせ,「十まとめ作戦」と「繰り上がり」を関係づけた姿である。


それぞれの位のおはじきを合わせる

一人一人が自分の考えをもてたことを見取り,「47＋48の筆算の方法をおはじきではどう表したらいいか，みんなの前で説明できる人はいますか。」と投げかけた。早苗さんはゆっくりと挙手し，発表した。黒板に，十の位と一の位のおはじきをそれぞれ貼り，一の位を下ろして合わせ，十の位も下ろして合わせた。ここで教師が一旦説明を止め,「早苗さんはここで悩んだんだよね。どう悩んだんだっけ。」と問いを明確にするよう投げかけた。「答えが815になっちゃうから。」と答える早苗さん。「一の位の15このおはじき10こを十の位に移しました。」と,操作しながら説明した。教師が「十の位に入ると，（十の位に移した10個入った袋を指さし）これは何？」と問うと，すぐに,「１」と答えた。「１袋分だ。」「ぼくも早苗さんと同じやり方だったよ。」という反応ににっこりする早苗さん。説明を仲間から分かってもらったことに対して，満足感を感じた早苗さんである。


一の位のおはじき10個を袋に入れる


おはじきで筆算の説明をする

(4) パフォーマンステストによる評価

本単元での学習が，次の学習に生きて働く力に高まっているかを評価するために，未習であるくり下がりのある筆算を，おはじきを使ってどのように解決し，どのように説明することができるかを課題としたパフォーマンステストを行った。

早苗さんは，くり下がりのある筆算の計算の仕方を知っており，34－16の答えを筆算で求めた。おはじきで説明しようとするがすぐにはできない。十の位におはじきが10個入った袋を３袋，一の位にバラのおはじきを４個置く。ここで悩んでいたが，十の位のおはじきを一袋開いて10個取り出し一の位に移した。そこから６個を取り去り，くり下がりの操作を行った。

これは，本単元の追求で得た10のまとまりを生かして足し算の繰り上がりの計算を行うことを，くり下がりのある引き算の計算にも活用した姿であると評価できる。

４．実践を振り返って

今回の実践を通して次のことが見えてきた。

○　早苗さんは，１次の「数を数える工夫」で「十まとめ作戦」を見出し効果的に使っている。２次での足し算の筆算の図による説明においては，一の位のおはじき15この10をまとめて袋に入れ，その袋を十の位に移すという方法で繰り上がりを説明した。これにより，数を数えるときの「十まとめ」と，くり上がりの「十まとめ」が関係づけられて理解されたと言える。つまり，数の仕組みの内容と，計算の内容を合わせた単元を構成したことは，十進位取り記数法の本質的な意味理解につながると言える。

○　本単元では，おはじきとそれを入れるマジックテープ付きのビニール袋，そしてそれを操作する「足し算筆算用位取り箱」をイメージモデルとした。早苗さんは，黒板で説明するときに，一の位の10を繰り上げて，「十の位の『１』だ。」と説明をつけた。10のまとまりを作るとき，ビニール袋に入れて口を閉じることで『１』のまとまりを作ったという意識がもてるイメージモデルであった。ブロック図に移行する前の操作の段階で有効に働くと言える。

○　低学年では，単元ごとの学習内容の意味理解を確かにすることを大切にする。本単元では，「数を上手に数えられるようになりたい」というような素朴な追求意識を大切にした。その追求の中で，数える内容と計算する内容とが関係づけられた。

○　問いの焦点化に向かって，「47＋48＝815じゃないことを言うには，くり上がりの説明ができればいいんだ」と内容を焦点化し，「おはじきとビニール袋で位取り箱を使って説明しよう」と方法の焦点化をする姿がみられた。

（髙橋喜一郎）

Ⅱ－2　実践

第３学年　　「分け方をいろいろな式で表そう」

1．わり算の本質的な意味理解をし，演算決定への自信を高める学び

形式的な計算はできるのに，文章問題への苦手意識や演算決定への不安感をもつ傾向が多くの子どもに見られる。これは，場面構造の把握が弱いままに演算を導入しており，演算の意味理解が曖昧であることが原因であると考える。

本単元では，わり算を含めた分け方が，既習のたし算やひき算，かけ算で表せる場面構造になっていることに注目し，複数の演算で表すことで，包含除，等分除の場面構造の把握を確かにしていく展開を構想した。

具体的には，まず，包含除場面をたし算，ひき算，かけ算で表すことで，等分除場面もたし算，ひき算，かけ算で表せるのかと意欲を高めてくることを期待した。さらに，包含除，等分除をたし算，ひき算，かけ算で表したときの式の項に単位を付け，その並び方を比較するようにする。このことで，包含除と等分除は同じたし算，ひき算の式や単位の並びであっても単位の意味が違うことを見出してくることを期待した。

この学びを通して，式の意味から違いをとらえて場面構造の理解を確かにし，演算決定への自信をもつことが期待できると考えた。

2．単元の構想

(1)　単元の目標

ものを分ける場面を半具体物を操作したり図に表したりし，その場面を立式するために演算を選んで数との対応を検討していく中で，同じ数ずつ分けつくすときがわり算であり，包含除と等分除はたし算，ひき算，かけ算の式から違いが見えてくることを理解し，いろいろな分け方の問題を作って，求める量にあった式に表すことができる。

(2)　追求の構想　（８時間）

１次　新しい計算（４時間）

◎わり算の場面は，「÷」以外を使ってどんな式に表すことができるだろうか。
・「○ずつ」分けるわり算の場面はひき算，わり算で表せるし，「○ずつ」分け終わった様子をたし算，かけ算で表すことができるよ。そして，それぞれの式の単位の並び方にはきまりがあることを見つけたよ。

２次　＋，－，×，÷でいろいろな式に表そう（２時間）

◎12(枚)÷４(人)＝３(枚)は，＋，－，×を使って式に表せるかをはっきりさせよう。
・たし算，ひき算，かけ算で表せたけれど，前のわり算のときとは式の意味が違うよ。
・わり算とかけ算はいつでも単位が２種類だけど，たし算やひき算は１種類だよ。

３次　いろいろな分ける場面を解き合おう（２時間）

◎生活の中で考えられるいろいろな分け方の問題を作ろう。
・分けることはたし算，ひき算で表せて，わり算場面はかけ算でも表せるよ。

3. 授業の実際

(1) 違うわり算場面もいろいろな式に表すことができるかな？

（基礎的・基本的な数学的概念を習得していく第１の過程）

ものを分ける場面がたし算やひき算で表せることや「〇ずつ分ける」包含除場面がわり算，かけ算で表せることを学び，式の項の単位の並び方に目を向けて，以下のようにネーミングしてきた子どもたち。

たし算

４(**枚**)＋４(**枚**)＋４(**枚**)＝12(**枚**)

左辺，右辺が同じ単位→「だんご型」

ひき算

12(**枚**)－４(**枚**)－４(**枚**)－４(**枚**)＝０(**枚**)

左辺，右辺が同じ単位→「だんご型」

かけ算

４(**枚**)×３(**袋**)＝12(**枚**)

３つの項の真ん中だけ違う単位→「サンドイッチ型」

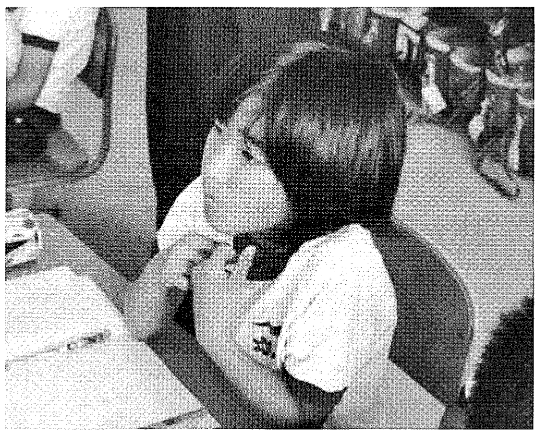
わり算

12(**枚**)÷４(**枚**)＝３(**袋**)

左辺は同じ単位で右辺は違う単位→「ドドレ型」

物事を直観的にとらえ，自分なりの理解で満足してしまう朝子さん。根拠を確かにして論理を展開する姿を期待した。

「わり算のときは，いつもこれらの型の式になるのかな。」と投げかけると，「わり算には，『４人で同じ数ずつ分ける』分け方もあるよ。そのときはどうかな。」「そのわり算でも調べてみよう。」「『ドドレ型』わり算しかやっていないから，別のわり算を見つけて確かめてみたい。」と発言が続いた。「それなら，別のわり算を見つけよう。」と仲間が発言すると，朝子さんは大きくうなずいた。



他にどんなわり算があるのかな。

朝子さんは，ノートに右のように書いた。見つけたきまりが，包含除以外のわり算の場面で言えるのか，他のわり算を探して確かめたいと意欲をもってきている姿である。

次の授業では，他のわり算のときにも，「たし算とひき算はだんご型」「かけ算はサンドイッチ型」「わり算はドドレ型」というきまりになるのかを確かめたい。

そこで，次の場面を提示した。

クッキー12枚を４人で分けます。どんな分け方ができるでしょうか。

「３枚ずつ分けられるよ。」とつぶやく朝子さん。「同じ数ずつ分けているからわり算だ。」「12(枚)÷４(人)＝３(枚)だよね。」「今度は１枚ずつ配る分け方だね。」という発言に続き，「新しいわり算だ。ドドレ型じゃないよ。ドレド型だ。」とつぶやく朝子さん。すると，幸一さんが次のように発言した。

きまりがあてはまらないのでは
と主張する幸一さん

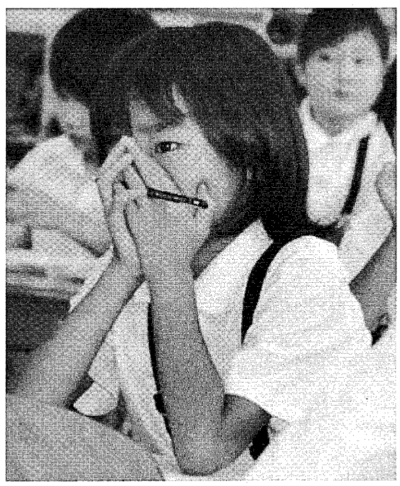
「わり算がドレド型になったから，たし算やひき算も違う型になるかも。」「でも，たし算やひき算はだんご型にならないとおかしいよ。」と予想を発表し合う子どもたち。朝子さんは，「わり算は違う型でもたし算やひき算は同じ型になるはずだ。」と発言した。これは，感性「数理の意味に目を向ける力」を働かせて包含除のときと同じように等分除のときもたし算やひき算，かけ算で表せると類推して，「分けることをいろいろな式で表す」ことを等分除の場面に拡張してきた姿である。

(2) 『4』の単位が『人』ではなくて『枚』と説明できれば，たし算やひき算で表せそう。

（習得した数学的概念を活用していく第2の過程①）

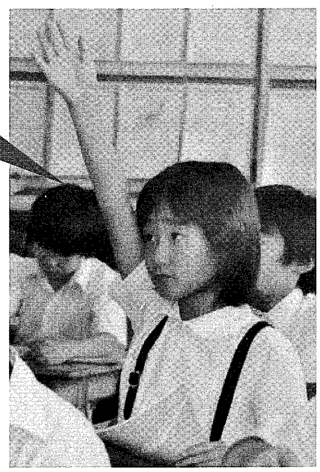
おはじきやブロック，図を使ってたし算やひき算の式を考え始めた子どもたち。朝子さんは，ブロックを動かしながらノートに下の式を書いた。

12(枚)－3(枚)－3(枚)－3(枚)－3(枚)＝0(枚)
3(枚)＋3(枚)＋3(枚)＋3(枚)＝12(枚)



÷以外で表せるのかな？

書き終えると，「これだと12÷3になっちゃう。」とつぶやいた。たし算やひき算はだんご型になるはずだと予想し，式の項の単位が全て『枚』になるように立式した朝子さん。他の子どもたちからも，たし算やひき算で表せるのか疑問の声が大きくなってきた。



続けて正人さんが次のように発言した。

式の意味に目を向ける正人さん

朝子さんは，「前の12÷4のときのように4(枚)＋4(枚)＋4(枚)＝12(枚)と説明できれば，今回の12÷4もたし算で表せると言えるけれど，問題には『4人』とあるからたし算で表せるかわからなくなってきた。」とノートにまとめた。そして，「『人』がたされて『枚』になったり，『枚』から『人』が引かれて『枚』になったりするのはおかしいよね。」と隣の仲間に話して再びブロックを動かし始めた。

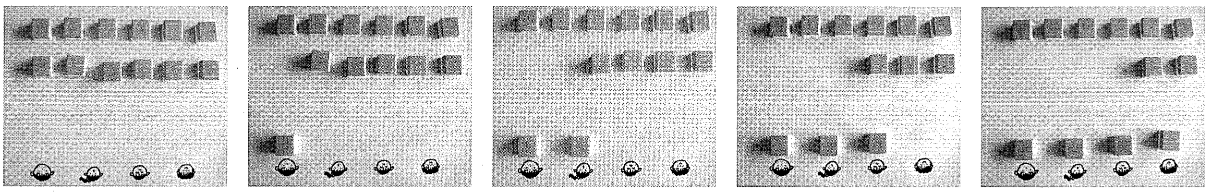
これは，科学的な感性「数量・図形について規則性・法則性などの価値を感じ取り，数理的なイメージを生み出す力」を働かせて，「４＋４＋４＝12」の単位が説明できればたし算で表せると言えると対象を絞り込んできている姿である。また，再びブロックを操作し始めたことは，たし算で表せるかを明らかにするためには，半具体物を操作して単位を説明すればよいと方法を絞り込んでいる姿である。

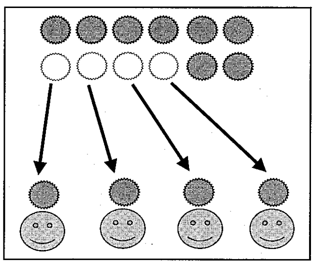
(3) 同じたし算，ひき算の式で表せたけれど単位の意味が違うんだ！

(習得した数学的概念を活用していく第２の過程②)

解決への見通しをもった朝子さんは下の写真のようにおはじきを操作していたが，単位を説明できずにいた。「４＋４＋４＝12」の『４』が見えないのである。

初め　①　②　③　④





４枚を同時に配る

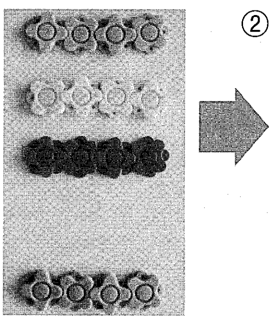
(これを３回繰り返し，12個を分けていた。)

そこで，等分除の分ける操作から単位を見直してほしいと願って，クッキー４枚が同時に４人に配られる様子を左のような動画で提示した。これを見て，朝子さんは「あ～。」と笑顔を浮かべた。『４』の単位が『人』であると思っていた朝子さんが，『４枚』配られるクッキーに目を向けてきた姿である。

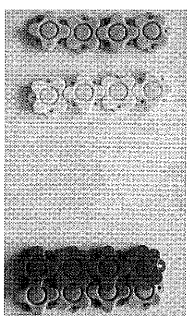
なるほど！説明できそうだよ。

今までブロックを使っていた朝子さんが，連結可能なおはじきを持ち出してきた。青，赤，黄，緑を４枚ずつ取り出し，同じ色同士をつなげると，青のおはじきを人に見立て赤，黄，緑のおはじきをその上に順番に重ね，「４人を１グループと考えてクッキーの４枚セットを配る。」と仲間に説明した。

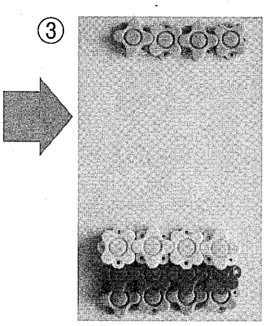
①



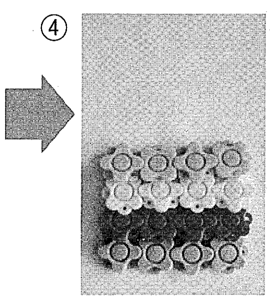
②

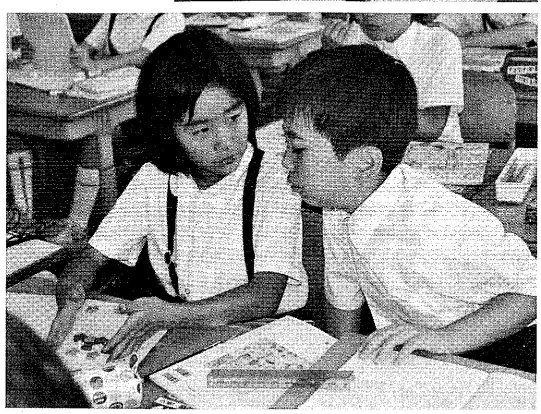


③



④





4枚1セットと考えればいいんだよ。

朝子さんは，次のようにノートにまとめた。

> 『４人で同じ数ずつ分ける』とき，４＋４＋４＝12になる。『4』の単位は『人』ではなく，『４人で４枚』という意味がある。
> わり算には，『ドドレ型』と『ドレド型』のときがあって，たし算やひき算で同じ式に表せる。ドドレ型のときのたし算やひき算の単位は問題からすぐにわかるけれど，ドレド型のたし算やひき算は単位に引っかけがあることがわかった。

これは，科学的なものの見方・考え方「数量・図形について，論理的に推論し，推論したものを既有の概念，原理，法則などと関係づける力」を働かせて，包含除と等分除は同じたし算，ひき算の式や単位の並びであっても単位の意味が違うことを見出した姿である。このことによって，包含除と等分除の違いを，分け方だけでなく，複数の演算で表した式の意味からもとらえることができた。

朝子さんは，包含除では，「クッキーを４枚ずつ配る」ことを「ブロックを４個ずつ動かす」というイメージモデルをもっていた。等分除で，今まで使っていたブロックから，連結して４枚同時に動かせるおはじきに変えてきたことは，「１回４人に配る分をひとかたまりと考える」ことを説明するためのイメージモデルを新たにした姿である。これは，考えの根拠を確かにもち，順序立てて論理を展開する朝子さんの成長した姿と言える。

(4)　**評価（とらえ直された数学的概念をまとめる第３の過程）**

３次で，実生活の中にある分ける場面から問題を作り，仲間と解き合う場を設定した。　まず，朝子さんは，包含除，等分除の問題を３問ずつ作った。解答例には，たし算，ひき算，かけ算，わり算の４本の式を書き，「できた！」と声をあげた。そして，仲間の作った問題を解く場になると，わり算場面を解くときには，たし算，ひき算，かけ算，わり算の式を書いて答えていた。また，わり算でない分ける場面の問題には，たし算やひき算を使って答えていた。

これは，分ける場面がたし算，ひき算で表せることや，わり算の場面はたし算，ひき算に加えてかけ算でも表せることを理解し，場面を見て演算を決める力を高めている姿と言える。

4．単元を振り返って

○３次で仲間の作ったわり算の問題を解き合う際に，たし算，ひき算，かけ算，わり算の４種類の式を作る姿が見られた。包含除，等分除場面をたし算，ひき算，かけ算で表す活動が，わり算の場面構造のより確かな把握をうながすことが見えてきた。

○包含除場面をたし算，ひき算，かけ算で表して，各式の単位の並び方のきまりを取り上げたことで，等分除でも同じようなきまりが言えるのかと場面を拡張して考える姿が見られた。このことから，中学年では，きまり等の規則性を見つけることが新たな場面での追求を進める上で有効であると言える。

○等分除をたし算やひき算で表した項の単位を検討した際に，配ることを同時に行っている場面を提示したところ，「１枚１枚配る」から「４枚で１回分」という見方に変えてきた。このことから，等分除では同時に分けることを提示することで，等分除の「等しく落ちなく分ける」ことが理解できると考える。

（清野　佳子）

Ⅲ　成果と課題

1．カリキュラム改善の視点から

○　これまで高学年実践において，より一般的な内容を付加することで，数理の再体系化を具現してきた。今回，２年実践では，数を数える内容と計算の内容を同一単元で取り扱い，「数を上手に数えたい」という意識のもとで追求を進めることで数理の再体系を図った。３年実践では，包含除と等分除を既習の加法，減法，乗法で表し，それぞれの式の各項の単位の並び方のきまりを比較することで，数理の再体系化を図った。学習内容の本質的な意味理解に向かい有効に働いたと言える。

2．授業改善の視点から

○　第１の過程で習得した基礎的・基本的な知識・技能をもとに，第２の過程で拡張された場で活用しながら本質的な意味理解に迫った。２年実践においては，「10のまとまりを作って数えること」を，計算に拡張された場で「くり上がりは10のまとまりを作ることだ」という意味理解が図られた。３年実践においては，「包含除の構造を加法，減法，乗法からみること」を，等分除の場面に拡張された場で，加法，減法，乗法からみることで，包含除と等分除の意味の違いを明確にすることができた。

○　問いの焦点化の際の，内容の焦点化，方法の焦点化が見えてきた。２年実践では，「47＋48＝815じゃないことを言うには，くり上がりの説明ができればいいんだ」と内容を絞り込み，「おはじきとビニール袋で位取り箱を使って説明しよう」と方法を絞り込んできた姿がみられた。３年実践では，「４＋４＋４＝12の単位を説明すればよい」と内容を絞り込み，「そのためには半具体物を操作して単位を説明すればよい」と方法を絞り込んできた姿が見られた。方法の絞り込みは，イメージモデルを使った説明が有効でありそうである。

<主な参考文献>

文部科学省　2005
「小学校算数・中学校数学・高等学校数学指導資料　PISA2003（数学的リテラシー）及び　TIMSS2003（算数・数学）結果の分析と指導改善の方向」　東洋館出版

岡部　恒治・西村　和雄　2005「子どもの学力を回復する」　数研出版

杉山　吉茂編著　1997「少なく教えて多くを学ぶ算数指導」　明治図書

片桐　重男　1995「数学的な考え方を育てる　乗法・除法の指導」　明治図書

片桐　重男　2004「指導内容の体系化と評価」　明治図書