

# 算数科の研究

高橋喜一郎・佐藤 満



## キーワード

統合的に考える 比較教材 イメージモデル

## 主張

算数科では、「しくみやきまりを見出し統合的に考える子ども」を求める。比較し関係づける学びを生むための比較教材を取り入れることにより、子どもは、関心・意欲を高めながら新たな問題に挑戦し、問題を解決しようとする。また、問題を解決する過程で、イメージモデル（低学年は操作活動も含む）を手がかりとし、しくみやきまりの共通性を見出しながら、いくつかの概念を統合的にとらえ直していく。

このように、比較教材とイメージモデルを取り入れながら学習を展開していくことで、確かな意味理解にまで高める学びを具現し、生きて働く力をはぐくむことをねらった。

# I しくみやきまりを見出し統合的に考える算数科

## 1. 算数科で求める子ども

### 求める子ども

しくみやきまりを見出し統合的に考える子ども

### 〈意欲・態度〉

獲得した知識・技能・見方を新たな問題場面に生かそうとする

### 〈中核となる学力〉

数量・図形についての数学的な見方・考え方

算数科では、「しくみやきまりを見出し統合的に考える子ども」を求める。これは、これまで獲得された既習の内容と本習の内容を共通するしくみやきまりを確かにとらえ、それをもとに、概念を統合的な視点から整理し直したり、包摂関係でとらえ直したり、数理の意味を拡張したりしていこうとする子どもでもある。

近年実施された全国学力調査やPISAの国際調査結果から算数教育の現状を見ると、既習事項を問題解決の場面で活用することの弱さと、日常生活や他教科など、様々な場面においても活用することの弱さが指摘されている。このような現状を踏まえ、学習指導要領が改訂された。ここでは、スパイラルな教育課程や体系的に考える学習が改めて強調された。このことから、既習の学習内容や生活場면을授業の中に積極的に関係づけていくことが必要であると考えられる。

そこで、第2次研究 第2年次では、「比較し関係づける学び」に着目した。既習と本習を比較し関係づけることにより再体系化された新たな概念が見出されることが考えられる。そのためには、既習のない初出の学習では、しくみやきまりを見出す確かな意味理解を図ることを大切にする。

比較し関係づける学びを具現するため、イメージモデルと比較教材を取り入れた授業を行う。イメージモデルとは、その子がとらえた問題のしくみを絵や図・数直線など、図的に表したもの（低学年では、教具の操作も含む）であり、話し合いの場では、仲間とのコミュニケーションを図るためのツールとなるものである。比較教材とは、その単元の内容に対して非典型的な内容や既習の内容を含んだ教材である。足場となる知識・技能を獲得した場面で、比較教材を取り入れることにより、子どもはイメージモデルを使いながらしくみやきまりを見出し、既習と本習を関係づけていく。このような比較し関係づける学びの具現により、しくみやきまりに対する見方を更新し、数学的概念が再構成され、しくみやきまりを見出し統合的に考える子どもの姿を目指す。

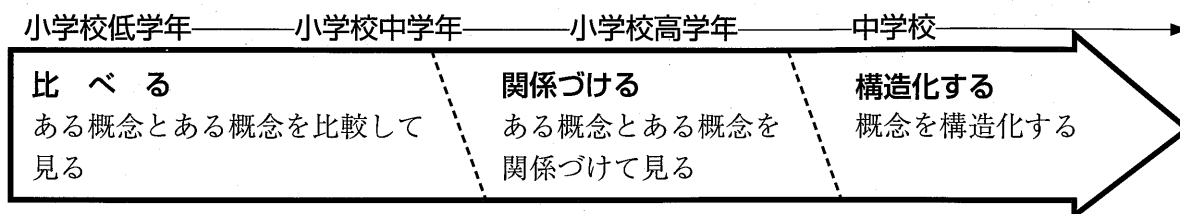
## 2. カリキュラム改善の視点

### (1) 再体系化を図る授業

第1次研究で作成された小・中の内容関連表をもとに、複数の単元の中に共通する見方・考え方を位置づけた資質・能力系統表を作成する。このことにより、これまで別々のものとしてとらえていた概念を統合的な視点から整理し直したり、包摂関係でとらえ直したり、数理の意味を拡張したりしていこうとする再体系化を図る授業が展開できると考える。

### (2) カリキュラムの段階性

「比べる」、「関係づける」、「構造化する」という3つの段階性を設定し、それぞれの発達段階に応じた見方・考え方の大枠を示していくことにした。このことにより、小・中学校の9年間を見通しながら系統的な思考力の育成を図ることができると考える。



### 3. 授業改善の方策

〈求める算数科の学びを具現するための学習過程〉

〈追求の足場をつくる過程〉

「面白そう。やってみたい。」 〈場面や活動との魅力ある出会い〉

「あれ？これはどうなっているんだろう。」

〈生活経験や既習事項との重なりや不整合〉

既習との重なりを確認したり不整合を解消したりする問い (◎)

「〇〇ができたよ。」

〈問いの解決と足場の獲得〉

「この方法を使って他の問題もやってみたい。」

〈新たな問題への期待と意欲の高まり〉

〈納得のいくわかりを生む過程〉

「今まで学習してきたことを使って考えてみたけど、この問題はうまく解けないな。」 〈既習事項との不整合〉

足場や既習事項との不整合を解消するための問い (◎)

「なるほど、こういうしくみやきまりがあるんだ。」 〈確かな意味理解〉

「全部これで説明がつくよ。」

〈再体系化〉

**【更新】** しくみやきまりに対する見方

**【再構成】** 数学的概念

〈納得のいくわかりができたよさを自覚する過程〉

「見つけたきまりやしくみを使って身の回りの問題を解決してみよう。」

「こんな問題も解けるかな。」 〈身の周りや未習に活用する意欲の高まり〉

「〇〇ガイドブックをつくらう。」 〈まとめへの意欲の高まり〉

きまりやしくみを活用したりまとめたりする問い (◎)

「学習したことで身の回りの問題を解決することができた。算数って便利だな。」 〈算数のよさの実感〉

「ガイドブックに〇〇の学習のポイントをわかりやすくまとめることができた。」 〈新しい概念としてまとめる〉

〈教師の働きかけ〉

○既習との重なりや不整合について話し合う活動の組織

○既習事項をもとに自分の考えをかく場の設定

○一人一人の考えをもとにしくみについて話し合う活動の組織

○比較教材によって起こる既習事項との不整合を明らかにするための話し合う活動の組織

○これまで学習してきたことや身につけているイメージモデルをもとにノートに自分の考えを書く場の設定

○一人一人の考えをもとにしくみやきまりについて話し合う活動の組織

○きまりやしくみをもとに身の回りや未習の問題を解いたり、本などにまとめたりする場の設定

### 4. 評価法

#### (1) コンセプトマップの作成

単元前後で関連する言葉をつないでいくコンセプトマップを作成する。そこで、ラベル同士のつなぎ方やつなぐ言葉の比較を行い、「学習内容のとらえ直し」を測定する。

#### (2) パフォーマンステストの実施

単元後に単元と生活場面や未習の内容を関係づけたパフォーマンステストを実施する。そこで、活用の状態を見取り、思考法の定着を測定する。

#### (3) 本などの制作活動の実施

単元で学習してきたことを本・ガイドブック・新聞・〇〇マップなどの作品としてまとめる。そこで、作成した問題やまとめの記述から、思考法や理解の定着状況を測定する。

## Ⅱ－１ 実践の概要

### 第1学年

### 「ひき算ワールドを探検しよう」

#### 1. しくみやきまりを見出し新たな知識としてとらえ直す学び

ひき算には「求残」と「求差」があり、この意味の違う2つのものが同じひき算の式で表すことができることを知るために、「求残」と「求差」のしくみやきまりの共通性を見出しながら、同じひき算としてとらえていく子どもを目指す。

これまでのひき算の学習では、「のこりは」「ちがいは」といったキーワードによって、「求残」と「求差」の違いをとらえる指導が多く行われてきた。キーワードによる指導は、子どもにとってわかりやすいものではあるが、ひき算の場面の違いは見出せても、「求残」と「求差」の意味の違いまで正しく理解されないという問題があった。

そこで、本単元では、ひき算の「求残」に対して「求差」を比較教材とし、ブロック操作や絵をイメージモデルとしながら問題を解決し、ひき算の確かな意味理解を図っていく。

具体的には、「求残」「求差」の学習で、ひき算の式の表し方を身につけ、「求差」のブロック操作と式の関係を考える場を設定する。子どもは、「式とブロックの動かし方が合わない。」という問題意識から、「求差」の式の意味やブロックの動かし方について考えていく。そして、「求残」と「求差」のしくみやきまりが見出されたところで、この2つのひき算の異同について考えていく。このことにより、ひき算のしくみやきまりに対する見方を、「ひき算はあるものからあるものを取り去る」から「ひき算の式にある数は全て同じ種類のもの」に更新する。そして、「求残」と「求差」のしくみやきまりを関係づけ、ひき算の式の意味を「求残と求差は、ブロックの動かし方や言葉は違うが、どちらも同類のものを引いているから同じひき算の式で表すことができる」と再構成する。

この学びを通して、「求残」と「求差」式の中の数値は全て同じ種類のものが扱われているから、どちらも同じひき算の式で求めることができるという、ひき算の確かな意味理解を図る姿を期待する。

#### 2. 単元の構想

##### (1) 単元の目標

求差や求残におけるひき算の意味を理解し、問題・式・ブロック操作（絵）の3つのものが関係をもちながらひき算の問題を正しい式で表すことができる。

##### (2) 追求の構想（全7時間）

###### 1次 ユーホーワールド・忍者ワールドを探検しよう（4時間）

・「求残」「求差」の問題で、問題・式・色紙を使ったブロック操作（絵）を考える活動により、ひきざんのブロックの動かし方や式の表し方を理解する。

◎ ひき算のブロックの動かし方と式を考えよう

###### 2次 2つのワールドの違いを見つけよう（4時間）

・「求差」の問題で式にある数は何を示しているのかを考える活動により、問題・式・ブロック操作（絵）を関係づけながら問題を解決していく。また、「求残」と「求差」のブロック操作の違いを比較することによりひき算のきまりやしくみを見出す。

◎ 「 $7 - 5 = 2$ 」の5は赤忍者か青忍者か

###### 3次 ひき算ブックをつくろう（2時間）

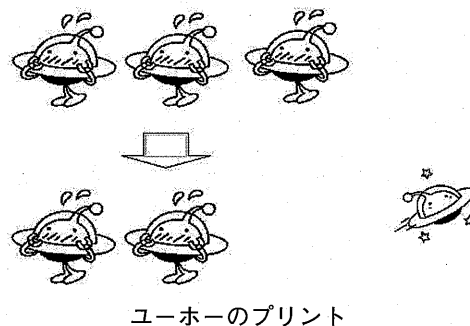
・ひき算の本をつくる活動により、ひき算の学習を活用するよさを実感する。

◎ 勉強したことがわかるひき算の本をつくろう

### 3. 授業の実際

#### (1) ユーホーワールド（求残）を探索しよう！

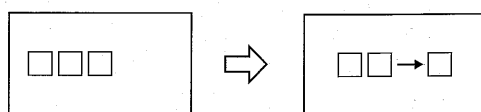
「あれ、何の形かな？」「かわいいユーホーだな。」  
プリントにかかれた絵に興味を示してきた子どもたち。  
前单元「たし算」で、絵をもとに問題づくりを経験している子どもたちは、「ひき算」でも問題づくりに取り組みたいと意欲を高めてきた。



ユーホーのプリント

ユーホーが3だいいます。ユーホーが1だいとんでいきました。  
のこりはなんだいでしょうか。

みんなで考えた問題をブロックを使いながら考える香織さん。



香織さんのブロック操作



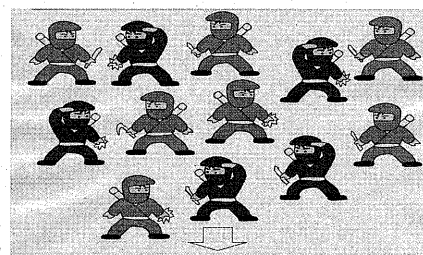
最初は3台で  
1台飛んでい  
ったから答えは2  
台だ。

香織さんは、物事をじっくりと考え、論理的に考える子である。他県から長岡に移ったばかりということもあり、慣れない環境で小学校生活のスタートを迎え、まだ自分らしさがうまく発揮されていない子である。本单元では、ブロック操作を工夫しながらひき算の意味をとらえ、自分の見出した考えに自信をもちながら、仲間の前で堂々と発表する姿を期待した。

香織さんは、ひき算（求残）の式やブロック操作を考えることで、「あるものからあるものをひくこと」というひき算（求残）の意味を理解し、「 $3 - 1 = 2$ 」というひき算の式で表すことができるようになった。「3は最初のユーホーだよ。」「1は飛んでいったユーホーだよ。」「2は残りのユーホーだよ。」それぞれの数の表しているものを見出していく子どもたち。式の中の「3, 1, 2」は、どれもユーホーのことを表していることを理解した。

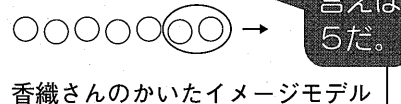
#### (2) 今度は忍者ワールド（求差）に挑戦だ！

「今度は何の絵？ あっ！忍者だ。」問題づくりとブロック操作から、「求残」の式の表し方や意味を理解した子どもたち。「求差」でも問題づくりに取り組みたいと意欲を高めてきた。



忍者のプリント

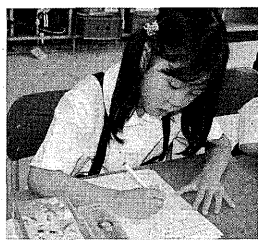
あかにんじゃが7にんいます。あおにんじゃが5にんいます。あかにんじゃとあおにんじゃのちがいはなんにんでしょうか。



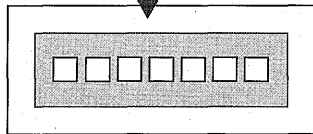
香織さんのかいたイメージモデル

答えは  
5だ。

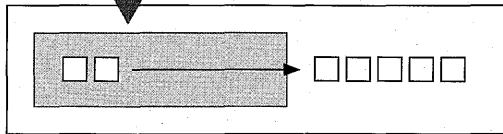
イメージモデルを使って答えを求めた子どもたち。プリントの答えの欄に「5にん」と書いた香織さん。絵をかく欄に○をかきながらイメージモデルで表した。ここで、香織さんと同様に、問題がうまくとらえられずに、答えを5としていた子が多数いたことから、色紙の上にもとの数を置き、ひいた数を色紙の外に出して考えるブロック操作を取り入れた。このような色紙をブロック操作を取り入れることで、それぞれの数が視覚的にとらえやすくなる考えたのである。



7から5を取ればいいな。



ピンクの紙の上はブロック2個だから答えは2だ。5は間違いだった。

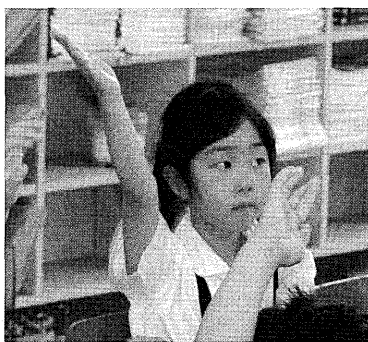


式についての全体での話し合いで、ブロックを5個取って、「答えが2人になる。」と黒板で説明した香織さん。他の子たちもブロックで5を取る操作をしながら答えを求めることができた。追求の足場となる、「求残・求差の式の表し方」を理解した子どもたちである。

### (3) 「5」は赤忍者？青忍者？

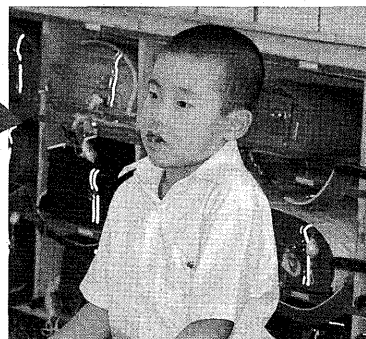
「求差」の式の意味をさらに深くとらえるため、求差の学習と同様に、式の中の「7, 5, 2」は、何を表しているのかを考える場を設定した。

「2は違いの赤忍者。7は最初の赤忍者。」ここまでは、簡単に見出すことができた。しかし、5については、青忍者と赤忍者の2つの意見に分かれた。



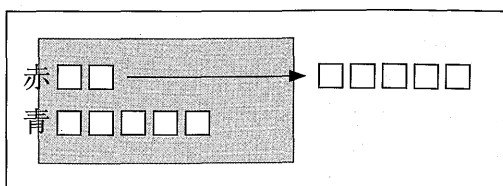
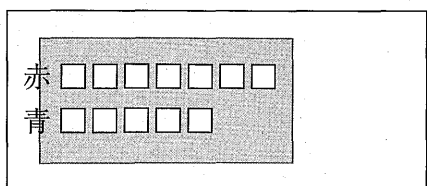
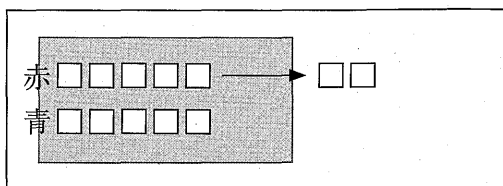
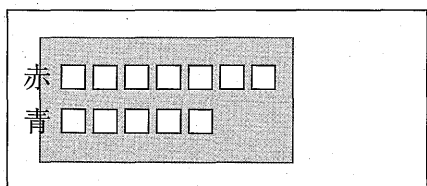
問題にかいてあるから、5は青忍者だと思います。

ぼくは、5は赤忍者だと思います。わけは、7と2が赤忍者だから、5も赤忍者だと思うからです。



5は青忍者だと思うけど、違うのかな。どっちなのかよくわからなくなった。

久也さんの、「5は赤忍者。」という発言の後、多くの子が首を傾げたり、近くの子と話し合ったりし始めた。そこで、教師が、「赤忍者？青忍者？どっち？」と聞くと、「よくわからない。」と言う香織さん。他の子も、赤忍者か青忍者かをうまく判断できない様子が見られた。そこで、「◎5は赤忍者か青忍者か」という学習課題を設定した。





香織さんは、色紙の上にブロックを並べ、そのブロックを動かしながら、5は赤忍者か青忍者かを考えた。香織さんは、赤忍者のブロックを2個取ったり、5個とったりしてみるが、答えが2にならない。その後、首を傾げたり、ブロック適当に動かす姿が見られた。

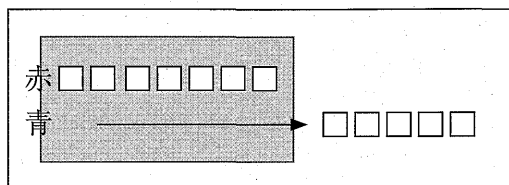


答えが2にならない。  
おかしいな…

予想では、「5は青忍者」と考えながらも、取ったブロックは2だったり、赤忍者のブロックを取ったりしている香織さん。この様子から、香織さんは、正しい式や答えは見出せたが、問題・式・答え・ブロック操作の関連性にまで目が向いていない状況にあるととらえた。

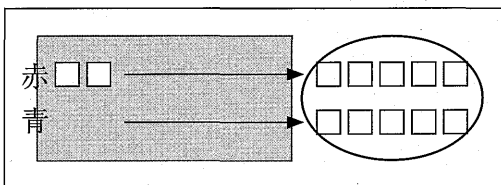
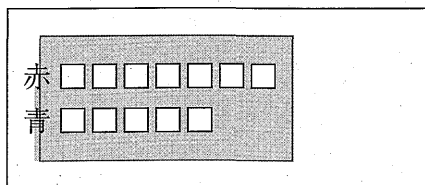
そこで、求差の式の意味をとらえるため、一番多い答えの「5は青忍者」を仮の答えとしてブロック操作の動かし方を考える場を設定した。

香織さんは、問題に合ったブロックの置き方として、色紙の上に赤忍者としてブロック7個、青忍者としてその下にブロック5個を置いた。そして、5が青忍者の場合のブロックの動かし方を考えた。



答えが7になる。  
5は青忍者じゃない  
みたい。

青忍者のブロックを動かしても答えが2ではなく7になる。2回ブロックを動かして考えるが、答えが2にならない香織さん。「5は青忍者。」と言っていた子も、「あれっ？」とつぶやきながらブロックを動かし続け、楓さんは、「先生。2にならないよ。」とつぶやいた。5は赤忍者か青忍者かをはっきりさせるためには、まず答えが2になるブロック操作を見つけないといけなくと考える子どもたち。そこで、教師は、「答えが2になるブロックの動かし方は？」と投げかけた。



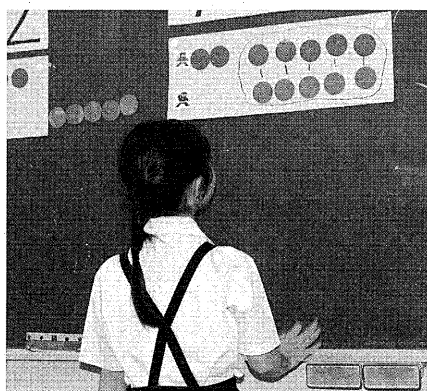
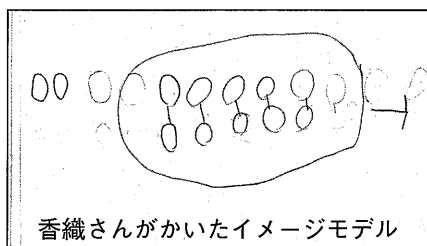
答えが2になった。この動かした10個のブロックを5個  
に変身させれば、5は赤忍者か青忍者かわかりそう。

香織さんは、10個のブロックを5個にする方法がわかれば、5は赤忍者か青忍者かがはっきりしそうだという見通しをもち、さらにブロックで考えた。しかし、ブロックを10個並べてじっと見たり、触ったりするが、5にする方法を見出すことができない。そこで、周りの子とかかわりがもてるように、香織さんの近くで、「先生。手をつなげればいいんだよ。」と話しかけた志穂さんに、「どうしてそうなるの。」と問い返した。志穂さんが教師に話している様子をじっと見ている香織さん。「手をつながせる。」という言葉から、解決の手がかりを見出した。

先生。  
手をつながせ  
ると2になる  
よ。



先生、わかった。手をつながせると  
10個じゃなくて5個になるよ。



5を説明する香織さん

「手をつながせると10個じゃなくて5になる。」赤と青のブロックを線を結びながら、教師に説明する香織さん。その後の全体での話し合いでも、勢いよく手を挙げ、小走りで黒板に向かい、赤と青のブロックを1対1で指でつながせ、「手をつながせる」と言って5を説明した香織さん。5を赤忍者と青忍者が重なったものであるととらえることができた。これは、ひき算のしくみやきまりに対する見方を、「ひき算はあるものからあるものを取り去る」から「ひき算は同じ種類のものを取り去る」に更新した姿である。そして、「求残」と「求差」を関係づけ、ひき算の式のとらえを「求残と求差は、ブロックの動かし方や言葉は違うが、どちらも同じ種類のものをひいているから同じひき算の式で表すことができる」へと再構成されたと考えられる。

自ら前に出てきて、「手をつながせると…」と、はっきり

りした言葉で話し始め、ブロックを使いながら5を説明する香織さん。自分の考えに自信を持ち、仲間の前で堂々と発表する姿は、香織さんの成長した姿だと評価することができる。

「次はこねこワールドだ。たくさん問題ができそう。」その後のひき算ブックづくりで、求残や求差の問題をつくった子どもたち。学習のまとめで、「ひき算の問題がつくれて楽しかった。難しいところもあったけど、ユーホーや忍者が出てきて楽しかった。手もたくさん挙げてよかった。」と振り返る香織さん。ひき算の理解を深め、ひき算の学習の楽しさを自覚した姿である。

#### 4. 単元を振り返って

- 「求残」と「求差」のブロックの動かし方の異同を比較し、検討したことにより、「求残」と「求差」のしくみやきまりが見出され、ひき算のきまりやしくみを見出すことができた。
- 「求残」「求差」の式の意味をブロック操作や絵のようなイメージモデルを使いながら考えた。このことにより、問題解決の過程が視覚的にとらえられ、問題・式・答え・ブロック操作の4つの関係がつながりをもちながら、ひき算の確かな意味理解を図ることができた。
- 本単元では、低学年ということもあり、ブロック操作を主なイメージモデルと位置づけた。今後は、具体物の操作に加え、絵図などの抽象化された操作活動も取り入れながら、確かな意味理解にまで高めていきたい。

(佐藤 満)



## Ⅱ—2 実践の概要

第5学年

「2つのタイプのわり算の意味をはっきりさせよう」

### 1. イメージモデルによる説明により、わり算の意味をとらえ直す学び

わり算には2種類の意味があることをイメージモデルを使って明確にし、「包含除」と「倍を求めるわり算」とを関係づけて、「〇個分」を「〇倍」ととらえ直す子どもを目指す。

子どもが小数倍を理解することは難しい。その理由は、これまで包含除を「基準となるもののいくつぶんを求める計算」、倍を求めるわり算を「…倍（整数倍）を求める計算」とそれぞれ指導しており、違ったものととらえさせていること、割合の見方を意識的に教えていないことが考えられる。

そこで、本単元では、イメージモデルを説明の根拠として、問題を等分除と包含除に分類する活動を軸に展開する。答えが小数倍になる問題を分類する際、どちらのタイプになるか迷うことが予想される。イメージモデルで表し、しくみを比較・検討することにより、「基にするもののいくつぶん」であり「基にするものの何倍」とも見るができるようにする。

これらの活動や展開を通して、包含除のあまりの表し方に対する見方を更新し、包含除の意味を再構成する姿を求めたのである。

### 2. 単元の構想

#### (1) 単元の目標

わり算の意味は、基準量を求める計算と全体は基準の何倍かを求める計算の2種類があることを理解し、問題の構造を基に立式することができる。

#### (2) 追求の構想（全10時間）

##### — 1次（2時間） —

◎問題文がどちらのタイプのわり算になるか明らかにしよう。

##### — 2次（3時間） —

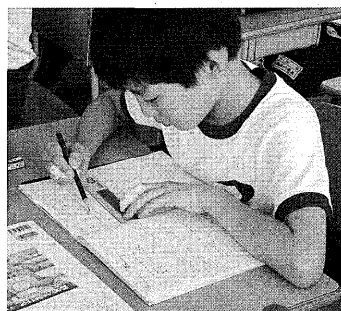
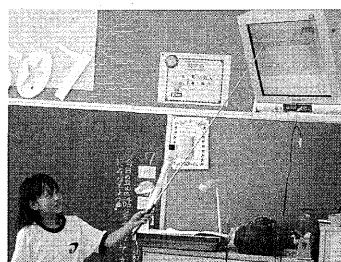
◎小数÷整数は、どちらのわり算になるのか明らかにしよう。

##### — 3次（3時間） —

◎リボンの倍問題はAタイプかBタイプかイメージモデルを使って明らかにしよう。

##### — 4次（2時間） —

◎2つのタイプのわり算の違いをまとめよう。



### 3. 授業の実際

#### (1) わり算はAタイプとBタイプに分けられるんだ

これまでのわり算の学習を全員で振り返り、わかっていることを出し合うことから学習をスタートさせた。下のように等分除タイプと包含除タイプの2種類があることが発表された。

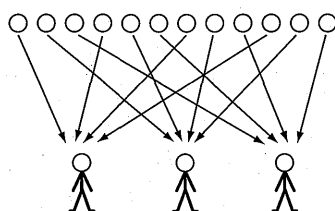
##### Aタイプ〈等分除〉

A 12枚のクッキーがあります。3人で同じずつ分けると一人何個もらえるでしょう。

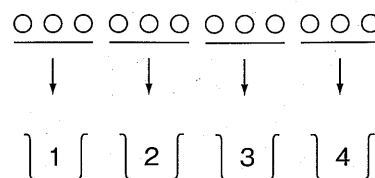
##### Bタイプ〈包含除〉

B 12枚のクッキーがあります。1袋に3個ずつ入れて配ると何人に分けられるでしょう。

冬子さんは、「同じ式だけど少し違う。」とノートに書き、下記のようなイメージモデルをかいて、違いをはっきりさせた。



Aタイプ



Bタイプ

冬子さんは、既習の学習内容を大事にしていていねいに追求を進める子どもである。自分なりの発見を楽しみ、自分で方法をつくり出す価値を感じてほしいと願った。

下のような問題文を配り、「問題文をタイプAとタイプBに分けられるかな？」と投げかけた。

ア 18mのなわ跳び用のなわがあります。6人で同じ長さに分けると一人分は何mになるでしょう。

イ 42個のくりがあります。5人の子どもに同じ数ずつわけます。一人分は何個になって何個余るでしょう。

ウ 23個のみかんがあります。4個ずつ袋に入れると何袋できるでしょう。

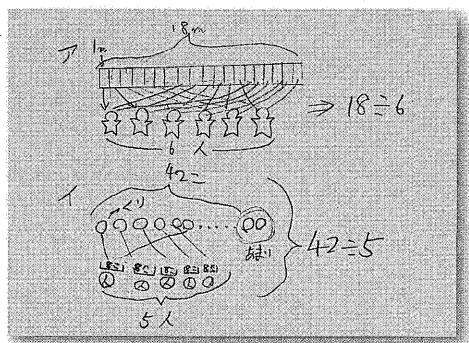
エ ジュースが14ℓあります。1本4ℓのびんに分けると何本できるでしょう。

オ ジュースが14ℓあります。4人で分けると一人何ℓもらえるでしょう。

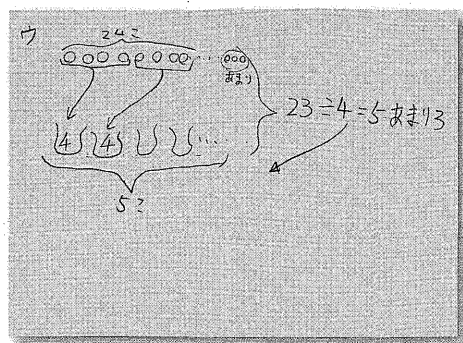
カ 色紙が93枚あります。一人に4枚ずつ分けると、何人に分けられるでしょう。

キ 72cmの赤いリボンと24cmの白いリボンがあります。赤いリボンは白いリボンの何倍でしょう。

冬子さんは、すぐに下記のようなイメージモデルをかき、タイプ分けをしていた。

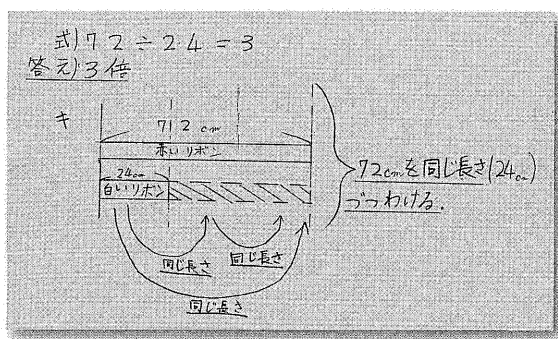
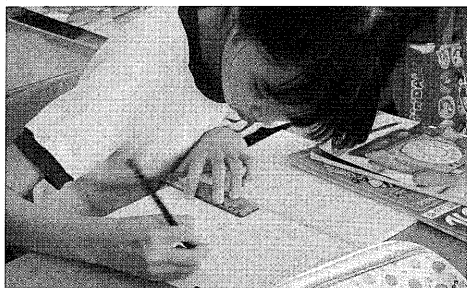


Aタイプ



Bタイプ

しかし、倍を求める問題であるキの問題文はAタイプなのかBタイプなのか迷っている子どもが多かった。冬子さんは、下記のようなイメージモデルをかき、「同じ長さずつ」を基にBタイプであると判断した。



ノートには、今日の授業で、AタイプBタイプの区別がうまくできるようになりました。小数を使ったわり算などでも、タイプがあるのかなと思いました。」と記述した。

わり算のしくみを自分なりのイメージモデルで表すことを足場としてつくり、小数が入ったわり算のタイプ分けにも目を向けてきている冬子さんである。

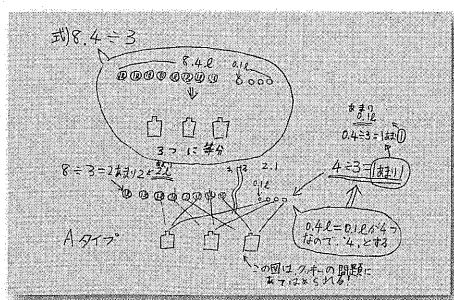
## (2) 倍を求める問題は、どちらのタイプなのかな？

次のような問題文を提示すると、子どもたちは「簡単だよ。」「小数が入っても同じだ。」と自信満々である。

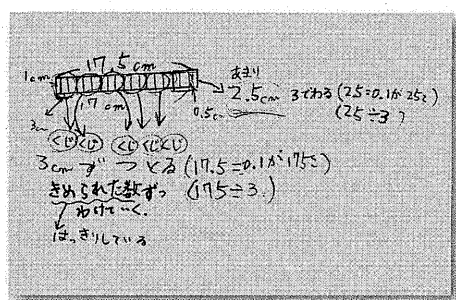
8.4ℓの麦茶を3本のボトルに等分したいと思います。一本には何ℓ入るでしょう。

17.5cmのテープを3cmずつ切ってくじをつくります。3cmのくじは何枚できて何cmあまるでしょう。

冬子さんは、ノートにそれぞれのイメージモデルをかき、タイプ分けすることができた。

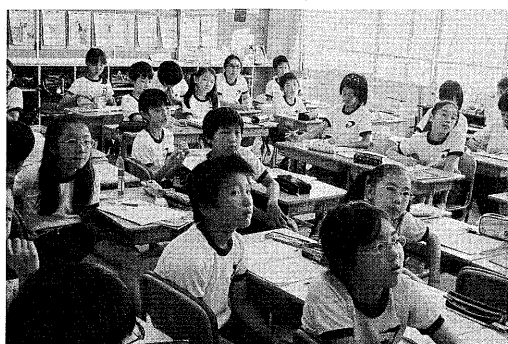


Aタイプ



Bタイプ

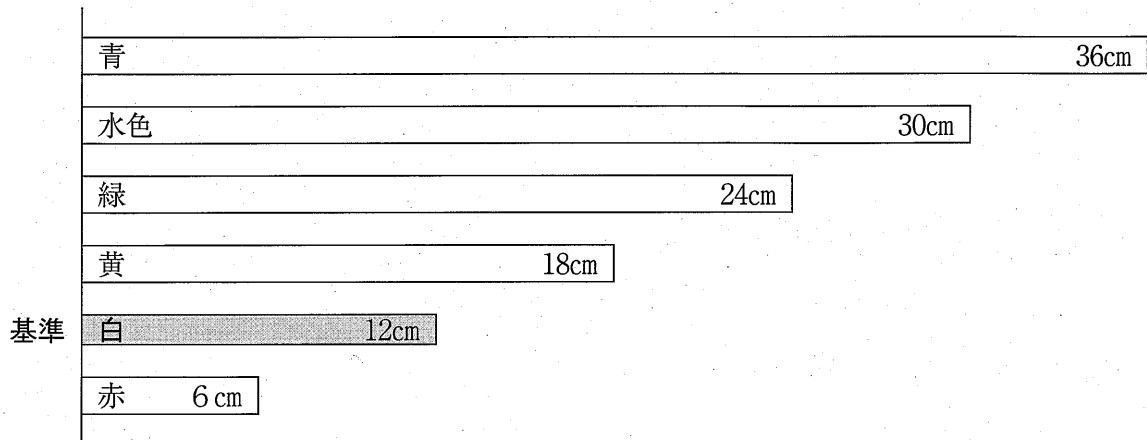
「この学習のはじめに、整数のわり算のイメージモデルをつくる学習をしたとき、AタイプかBタイプか判断しにくい問題があったよね。」と教師が投げかけると、「赤いリボンと白いリボンの問題が難しかった。」と理紗子さん。続いて、



綾子さんが「72cmの赤いリボンと24cmの白いリボンがあります。赤いリボンは白いリボンの何倍でしょう。」と、その時の問題文を読み上げてくれた。

教師が「そういうタイプの問題はBタイプだったよね。小数のこのような問題もBタイプなのかな。」と問い、基準が12cmで、比べる長さが36cm、30cm、

24cm, 18cm, 6cmのテープ図を板書した。「それぞれのテープの長さは、白いテープの長さの何倍か。」の問題はAタイプかBタイプか考えていくことにした。

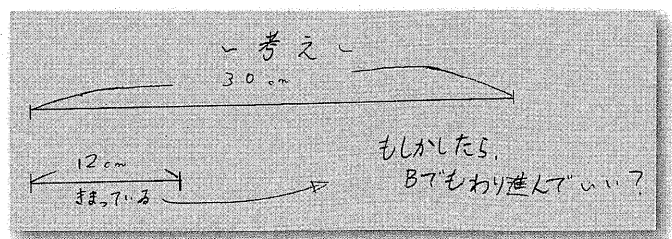


修太さんの「できるのもあるし難しいのもある。」という発言から、「青は $36 \div 12 = 3$ だ。」「緑も簡単だ。 $24 \div 12 = 2$ 倍だ。」と解決できそうな式と答えを発言してくる子どもたち。教師が、「難しそうなものある?」ときくと、良夫さんが、「基準の12cmと24cmは簡単だけど、12cmと30cmは難しそう。」と発言した。教師が「30cmの水色のリボン、12cmの白いリボンの何倍かな。」と問うと、「え?」「あれ?」という声。「式はどうなりそうですか」と問い直すと、浩太さんが、「 $30 \div 12$ 」と答え、「いいと思います」と声があがった。

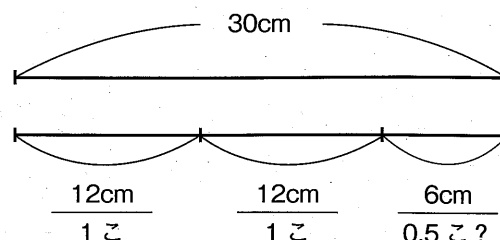
計算して答えを求めると、冬子さんは、筆算で計算をして「2.5倍」とかいた。発表し合うと、「問題は12cmがいくつあるか、何倍かだから、Bタイプだと思うけど、計算をするとわり進んで2.5倍になるから、計算ではAタイプかなあ。でもイメージモデルはBタイプになりそう。」と修太さんが悩みを述べてきた。これを受けて、「◎リボンの倍問題はAタイプかBタイプかイメージモデルを使って明らかにしよう。」と追求問題を設定した。

(3) 倍の問題はBタイプだ。12cmを1と考えると6cmは0.5だ。

冬子さんはノートに右のようにかいた。はっきりしなくて悩んでいる状況を見とり、悩みを出し合うところから解決方法を探り、自分なりのわかりに向かうように支援することにした。



悩んでいる人の中から舞さんに発表してもらうことにした。舞さんは、下のようなイメージモデルを黒板にかき、「30cmの中に12cmがいくつあるか考えて、2つあるけど、3つめがうまく説明できない。」と話した。

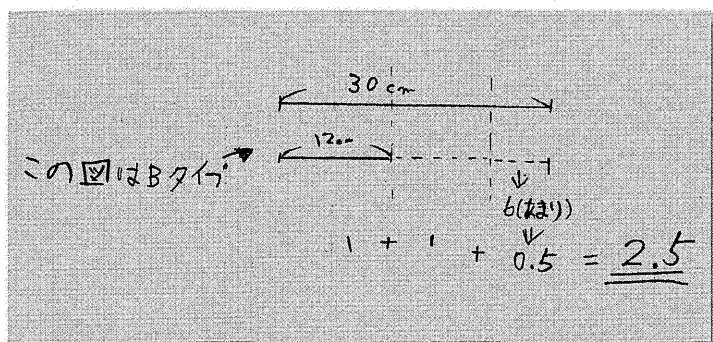


舞さんの発言を頷きながら聞いている冬子さんに、「冬子さんはどこがおかしいと思っているの。」と問うと、次のように述べてきた。



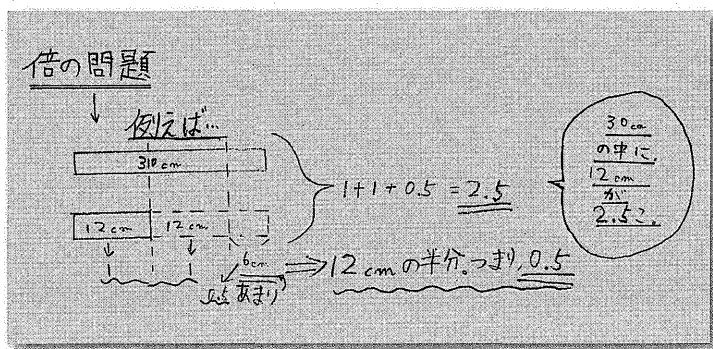
「『あれっ』て思ったのは…12cm 2回と6cm 1回たすと30cmになりますよね。それで、30cmが2.5なので、2.5の0.5をどう考えればいいかなあと…。

その後、もう一度自力解決の時間をとった。その中で、冬子さんは、右のように考えてきた。これは、あまり部分の表し方に対する見方を、「あまった量そのもので表す」から「基準とする量を1としたときのあまった量の大きさで表す」に更新した姿である。



その後、AタイプとBタイプのわり算についてそれぞれまとめた際、Bタイプについて右のようにまとめた。

これは、タイプBのわり算（包含除）の意味を「全体（の数量）は基準（となる数量）の何倍かを求める計算」と再構成した姿である。



## 実践を振り返って

実践を通して、次のことが見えてきた。

- 「追求の足場をつくる過程」で、問題のしくみを自分なりのイメージモデルに表す活動は有効である。その後の「納得のいくわかりを生む過程」で、そのイメージモデルを活用しながらわり算の意味を明確にしていくことができたからである。
- 包含除の意味の再構成を図るためには、包含除のあまりの表し方に対する見方の更新が有効であった。
- イメージモデルを使って等分除と包含除のどちらのタイプか分類する活動は、それぞれの問題のしくみを明確にする上で有効である。
- 本単元は、先の単元である「小数のわり算」で「 $a \div b$ は $b$ を1と見たときの $a$ の大きさを求める演算である」という割合の考えにつながるものである。そのためには、「○個分」を「○倍」という見方に拡張する必要がある。

(高橋喜一郎)



### Ⅲ 成果と課題

#### 比較し関係づける学びを具現するための比較教材とイメージモデルの有効性

1年実践においては、「求残」と「求差」を比較することで、ひき算の意味を追求していった。その過程で、イメージモデルを使ったことで、解決の道筋が視覚的に表出され、「求残」と「求差」のブロックの動かし方の違いから、それぞれのしくみやきまりを見出すことができた。また、「求残」と「求差」の式にある数が表しているものを考えたことで、共通点である「同じ種類のものから同じ種類のものをひくという見方」を見出すことができた。このような学習によって、ひき算のしくみやきまりに対する見方を更新し、ひき算の意味を再構成することができた。

5年生実践においては、わり算の問題をイメージモデルでしくみを表すことで等分除か包含除かを明らかにしていった。倍を求める問題はイメージモデルに表し、あまり部分に対する見方を、「あまった量そのもので表す」から「基準とする量を1としたときのあまった量の大きさ」と更新した。この見方をもとに、包含除の意味を、「わり算は全体の基準の何倍かを求める計算」と再構成することができた。

#### 系統的な思考力の育成を図るためのカリキュラムの整理

小・中学校の9年間を見通しながら「比べる」、「関係づける」、「構造化する」という3つの段階性を設定し、それぞれの発達段階に応じた見方・考え方の大枠を示すことができた。今後は、この3つの段階性を大枠とし、単元相互の関連性がさらに深まるための手立てを、「イメージモデル」「比較教材」を中核に据えながら見出し、カリキュラムの中に位置づけていくことが必要である。

#### <主な参考文献>

- |           |      |                      |        |
|-----------|------|----------------------|--------|
| 片桐 重男     | 2004 | 「数学的な考え方の具体化と指導」     | 明治図書   |
| 小島 宏      | 2008 | 「算数科の思考力・表現力・活用力」    | 文溪堂    |
| 杉山 吉茂編    | 1997 | 「少なく教えて多くを学ぶ算数指導」    | 明治図書   |
| 全国算数授業研究会 | 2008 | 「算数授業研究その不易と流行」      | 東洋館出版社 |
| 長崎栄三・滝井章編 | 2007 | 「算数の力 数学的な考え方を乗り越えて」 | 東洋館出版社 |