

図形感覚の育成を視点とした図形指導に関する研究

新潟大学大学院教育学研究科
教科教育専攻 数学教育専修
鈴木 一 弥

はじめに

算数科で啓発していく感覚には, 数についての感覚, 量についての感覚, 図形についての感覚(数感覚, 量感覚, 図形感覚)がある。これらを低学年の指導を始まりとして身につけることの大切さが指摘されている(中原等 1999)。

また, 図形感覚は, 感覚を用いる「経験」によって育成され(川崎 2001), 図形指導において, 子どもたちを「感覚がはたらく場に出会わせる」ことで育成される(松尾 2004)と指摘されている。実践研究においても, 感覚をはたらかせる場面を設定した多くの実践がなされている(全国算数授業研究会 2000, 師 2005 等)。それらは, 工夫された教材教具を用いた大変興味深い実践である。また, 実際にはそれら多くの実践は, 単元の学習指導とは異なった特別の時間や, 単元の学習のまとめとして行われている。しかし, 普段の図形指導での図形概念を形成していく過程においても, 感覚的側面の果たす役割は大きいと考えられる(川崎 2003)。ものの形をどのようにとらえるか, 図をどのように見るかといった図形認識過程においても, 図形感覚は大きく関与していると考えられるのである。

そこで本研究は, 普段の図形指導において, どのように図形感覚が関与するのか, そして図形感覚を育成するために, どのような指導が考えられるのかを明らかにすることを目的とする。そのためにまず, 小学校における図形感覚の意味を明らかにし, 図形指導における図形感覚の特徴をとらえる。そして, 授業観察を通して, 実際にはたらいっている感覚や感覚がはたらく場面について分析し, 問題点を明らかにすることで, 図形感覚の育成を目指した授業構成における示唆を得る。

第1章 図形感覚

1 図形感覚の意味

現象学では, ものの有り様をそのままとらえることと, その意味までも視野に入れることは「知覚直観」と「本質直観」により区別されている(竹田 1988)。川崎(2001)は, この区別は, 図形感覚の意味を考える上で有効と考えている。また, 河本等(1999)の指摘をふまえ, 図形感覚には「外的感覚」と「内的感覚」があるととらえている。

(1) 外的感覚と内的感覚

外的感覚は, 外的な対象そのものをとらえ, それがどのような図形であることを認識することである。川崎(2001)は, それが対象の具体的実体か理念的意味かという観点により, 「知覚直観」, 「本質直観」の2つの側面からとらえられるとしている。内的感覚は「感覚様相」以外の感覚であり, 想像力や評定力, 記憶力などが含まれるとしている。そして,

川寄(2001)は, 内的感覚は, 外的感覚により与えられた情報を判定したりそれらを組み合わせたりするはたらきをもっているもので, よさの追求と美しさの感得という観点で, 「価値判断」と「情意的感性」の2つの側面からとらえられるとしている。

(2) 知覚直観と本質直観

川寄(2003)は, 知覚直観を次のように説明している。「知覚直観」とは具体的に実在している事物のありのままをとらえる心的操作である。図形感覚における知覚直観は, 図形の「形」「大きさ」「位置」などの空間的要素に関する知覚である。これは具体的に存在する対象(ものや図)を視覚により空間的, 同時的にとらえることである。(p.82)

また, 本質直観については次のように説明している。「本質直観」とは事物そのものではなく, その事物が何を意味しているのかを考え, 概念や形相, 理念など「意味本質」をとらえる心的操作である。…図形感覚においては具体的なものや図から普遍的, 一般的な特徴を見て取ることで図形の本質がとらえられるときに本質直観がはたらいっていると言える。…また本質直観は時間経過に伴う継時的な感覚であり, 言語的な側面も持つ。(p.82)

つまり, 知覚直観は「ありのままをとらえる心的操作」, 本質直観は「意味本質をとらえる心的操作」なのである。例えば自分が今現に見ているこの「机」は事実としての「机」である。これは, 知覚直観による事物のありのままをとらえた心的操作である。そして我々は, 無意識のうちに「机とは何か」という問いに答える形で意味本質をとらえていく。それは, 今までの経験や学習を想起することによって「机」がもっている意味本質をとらえるのである。したがって, 意味本質をとらえる心的操作である本質直観は, それまでの経験や学習を想起することによってはたらくといえる。

(3) 価値判断と情意的感性

外的感覚の本質直観により, 多様な意味本質をとらえることができる。そして, その多様な情報の中から, 最も目的にあった情報を判定する感覚が価値判断である。つまり, 外的感覚により気付いた図形情報の「よさ」を判定し, よい情報を選択する際に価値判断がはたらく。

また, 情意的感性について川寄(2001)は, 対称性の美しさや安定さを感じることや, タイルなどの敷き詰められた図形の配列の規則性に対して美しさや落ち着きを感じること(p.97)と説明している。対称性が我々に与える印象はまとまりと安定であり, 対称形の中に秩序や調和を見出し, 快く感じるのである(日本図学会 1998)。つまり, 外的感覚により対称性, 規則性をとらえることによって, その図形や配列の「美しさ」を感じる時に情意的感性がはたらく。

2 図形感覚の知覚的機能

川寄(2001)は, 図形感覚には主観性, 無意識性, 関心性, 単純性, 知覚性の5つの特質があることを指摘している。その中でも特に知覚性は, 図形感覚が数感覚や量感覚とは異なる感覚であることを決定づける重要な特質であるとしている。そして, 図形感覚の知覚性を特徴づける機能を「図形感覚の知覚的機能」として, 次のような機能を平面の認識, 空間の認識の際に分けてあげている。

平面における知覚的機能

A : 「部分・全体」にかかわるもの

- a) ゲシュタルト : 図形を見るにまず, 図形の形態や構造を全体としてとらえること。
- b) 図と地 : 優先的に知覚される部分と意識からそれやすい部分があること。

B : 「合成・分解」にかかわるもの

- c) 知覚的構成 : 図形を知覚的に構成したり, いくつかの図形を組み合わせること。
- d) 知覚的変換 : 合同変換や相似変換を知覚的に行うこと。

空間における知覚的機能

- e) 恒常性 : 見る条件が変化しても図形の性質は意識では常に一定であろうとすること。
- f) 奥行き知覚 : 目に映る像は平面的であるが, 奥行きを伴ったものに知覚される。

3 豊かな図形感覚と鋭い図形感覚

小学校では「豊かな図形感覚」を, 中学校では「鋭い図形感覚」を図形指導により育成することがねらわれている。

川寄(2001)は, 「豊かな図形感覚」とは, 対象に対する知覚直観や本質直観の多様性を意味し, それらの量的側面を表した言葉であるとしている。同じ図を見てもその中に多様な図形を浮かび上がらせることができたり, 図形の本質をとらえることで多くの性質を導くことができたりすることが「豊かな図形感覚」であると考え。ここで, 本質直観は一回それを行えば終結してしまうような絶対的な性格はもたない。(山口 1999, p115)ものであるとされている。本質をとらえるためには, まず事実的なものから離れきってしまうことが必要であり, それには「自由変更」という操作である想像意識の自由な活動が必要になる(新田 1992)のである。つまり, 本質直観を多様にはたらかせるためには, 「自由変更」の操作が必要になる。

また, 川寄(2001)は, 「鋭い図形感覚」とは, 価値判断において最も適切な図形の見方を判定し, 選択できるという図形感覚の質的側面を表す言葉であるとしている。そして, 図形感覚の質的側面とは, 様々な見方の中で最も目的に適する見方が選択できることであり, そのような場合は図形感覚の質が高いと言えるとしている。つまり, 「鋭い図形感覚」とは, 様々な見方の中で最も目的に適する見方を選択することができる質の高い価値判断がはたらくことであると考え。

第2章 小学校で身に付けさせたい図形感覚

1 小学校における図形感覚をもっている姿

小学校学習指導要領解説算数編では, 図形についての感覚をもつとは, 例えば次のようなことができることであるとして, 次の4点が挙げられている。(文部省 1999, pp.52-53)

- (a) ものの形を認めたり, その特徴をとらえたりすることができる。
- (b) 身の回りにある幾何模様などの図形的な美しさに気付くことができる。
- (c) 図形を構成したり, 分解したりする見通しをもつことができる。
- (d) 図形を多様な観点からみることができる。

前章の図形感覚の意味に当てはめて考えると, (a)の視点は図形感覚の「外的感覚」に関する記述であり, (b)の視点は, 「内的感覚」の「情意的感性」に関する記述である。(c)の視点は, 知覚的機能の1つである「知覚的構成」, (d)の視点は, 「図形感覚の豊かさ」に関する記述である。ここで, 機能に関する側面で指摘されていない点がある。しかし, 「知覚的構成」以外の機能に関しては, ものの形を認める際には「ゲシュタルト」等が機能し, その特徴をとらえるには「図と地」等が機能し, 多様な観点からみるためには「知覚的変換」等も機能するなど, 図形感覚をはたらかせる際には何らかの知覚的機能が必要であると考えられる。

また, 松尾(2004)は, 感覚(sense)の「物事の価値を認めたり, 理解したりすること」という意味に着目し, これこそが, 数や量, 図形などのよさを感じ得ることに他ならないとしている。つまり, 図形感覚は図形のよさの感得と密接な関係があると指摘しているのである。そして, 上記の小学校学習指導要領解説における図形感覚をもつ姿から, 小学校において図形感覚をもっている状態とは, 次の4つのことができる状態であるにとらえている。(松尾 2004, p.6)

- 図形をもとにももの形を認めることができること
- 図形の特徴をとらえることができること
- 図形のよさが分かるようになること
- 図形的な美しさを感じることに

2 小学校における図形感覚の特徴

松尾(2004)が示した から までの図形感覚をもっている状態について, 川崎(2001)が示した図形感覚の意味から考察し, 小学校における図形感覚の特徴を明らかにする。

まず, 「もの形を認めることができること」は, 具体的に実在している事物の「形」, 「大きさ」, 「位置」の空間的要素に関して, ありのままをとらえることであると考えられる。つまり, 「知覚直観」がはたらくことで, の状態になるととらえられる。

「図形の特徴をとらえることができること」は, 対象の本質をとらえ, 理念的な意味の認識ができたことであると考えられることから, 「本質直観」がはたらくことで, の状態になるととらえられる。

の「図形のよさが分かるようになること」は, 対象となる図形がもつ本質, 特徴の中から, それぞれの価値の判定を行うことで, 認識できると考える。つまり, 外的感覚による情報の判定を行う「価値判断」がはたらくことで の状態になると考える。

の「図形の美しさを感じることに」の状態になるには「情意的感性」がはたらく。

これらから, 小学校における図形感覚の特徴を図1のようにまとめることができる。ここで, 図形感覚をはたらかせるためには, 様々な知覚的機能を用いることが必要になる。

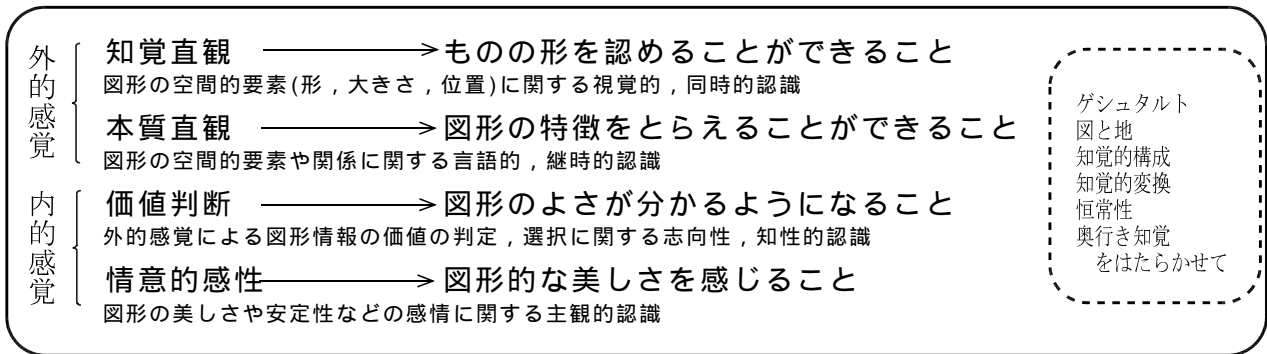


図1 小学校における図形感覚の特徴

3 小学校における「価値判断」

小学校では「豊かな図形感覚」を, 中学校では「鋭い図形感覚」の育成がねらわれており, 「鋭い図形感覚」とは, 質の高い価値判断を表していると考えられることから, 小学校学習指導要領解説においては, 価値判断の側面の指摘がなされていない。しかし, 松尾(2004)は, 図形感覚と図形のよさの感得は密接な関係があると指摘している。図形を多様な観点からみることができれば, 図形に関する価値を認めたり理解したりすることができると考えているからである。つまり, 小学校段階において本質直観が多様にはたらくようになれば, 価値判断の感覚もはたらかせる経験のある程度与えることができると考えられる。そして, それは豊かな図形感覚から鋭い図形感覚へと変容するための準備段階であるととらえられる。

第3章 図形指導ではたらく図形感覚の特徴

小学校における図形感覚の特徴から, 図形指導の際にはたらく図形感覚について考察する。まず, 図形概念の形成に関する先行研究から, 概念を形成していく過程を整理する。次に, 図形概念の認識過程ではたらく図形感覚の特徴を明らかにしていく。

1 図形概念の形成に関する先行研究

(1) 図形概念の二面性

人間はある概念に対して, 言語による記述をもっている一方で, 言語では表せないようなイメージをもっている。認知過程において, それらの間で相互変換が可能なような表象システムがあると考えられる説を多重コード説といい, 特に, 言語的な特性をもつ言語的コードと, 視覚的な特性をもつイメージコードの二つを重要とする立場を二重コード説という(増井 1990)。二重コード説は心的表象を言語的表象とイメージ的表象に分けて考える二分法であるが, 図形概念の形成に関する研究では, イメージ(イメージ的表象)と言語による記述(言語的表象)に着目し, 統合的にとらえたものが多くある。

Vinner(1991)は, イメージ及び言語による記述をそれぞれ, 概念イメージ, 概念定義という言葉で表し, 概念をこれら二つの側面からとらえている。図形概念に関して, 松尾(2000)は, 概念イメージを「人間が心の中で, ある概念に対してもつピクチャーのこと」,

概念定義を「概念イメージの記述」としている。また, 概念イメージはあらゆる経験を通して新しい刺激を受け, 変化していくものであり, 概念定義もまた概念イメージと影響し合い, 変化していくものであるととらえている。そして, 概念イメージや概念定義が普遍的な概念に近づいていくとき, 概念が形成されて, 理想的な姿に近づいていくとしている。

(2) 図形概念の二面性と理解との関連

松尾(2000)は, 図形に関する諸概念の関係についての理解の状態を概念イメージと概念定義の2つの側面からとらえている。概念イメージの側面からは, 状態 1, 2, 3, 4 の4つに分類され, 概念定義の側面は状態 a, b, c, d, e の5つに分類している。そして, 概念イメージ, 概念定義の両側面からとらえられた状態の組み合わせにより, 理解の状態を詳細にとらえている。

川崎(2000)は, 「イメージ的表象と言語的表象それぞれの何をどの程度意識するか」という点に着目し, 図形概念の理解の様相モデルを提案している。

2 図形概念の認識過程

(1) 小学校における指導

川崎(2005)は, 理解の様相モデルに基づいた「図形概念の指導モデル」の中では, 理解の様相モデルでの様相 から様相 (イメージ的表象) までが, 小学校における指導の範疇であると示している(図2)。

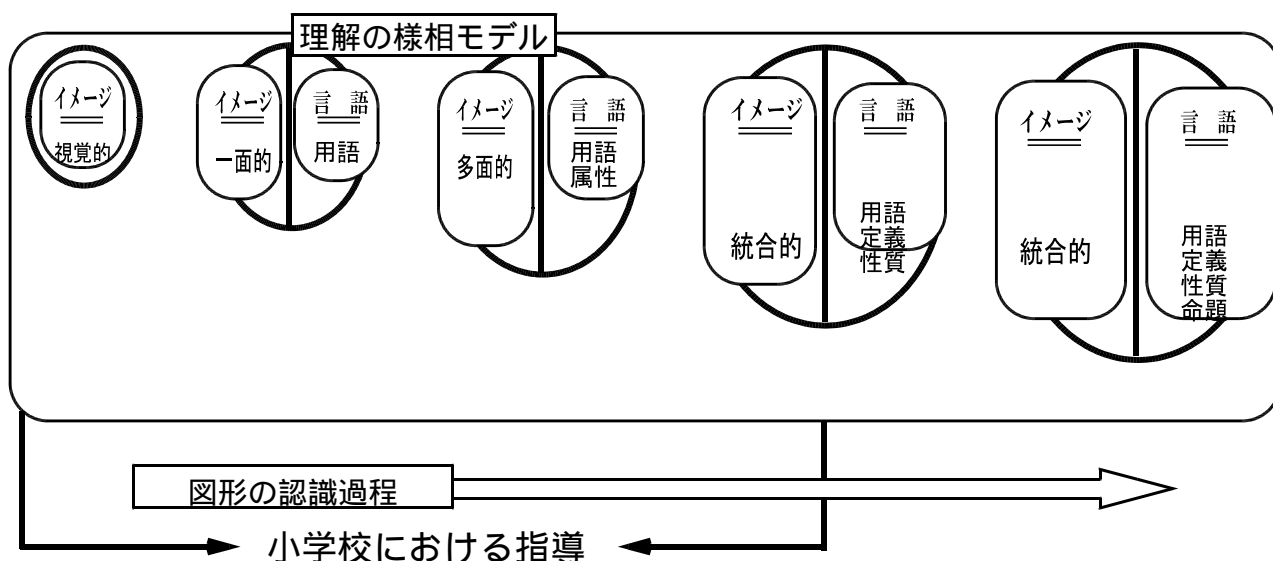


図2 理解の様相モデル内の小学校における指導

つまり, 小学校における図形の認識過程では, イメージ的表象の側面では視覚的 一面的 多面的 統合的にとらえられるような指導が重要であり, 言語的表象の側面では, 用語, 属性をとらえられるようにすることが重要であると考えられる。

(2) イメージ的表象の側面における図形感覚

川寄(1992)は, 概念イメージの構成要素として「視覚イメージ」「様々な属性」「個人的概念定義」の3つを挙げ, 概念イメージを構成するまでの過程を次のように示している。

図形概念の形成過程において, 図形はまず直観的・全体的にとらえられる。そして, その図形に対する視覚イメージが形成される。次に, 分析的・部分的に図形がとらえられるようになると, 図形に付随して知覚される様々な属性を, 視覚イメージに付け加えることになる。このようにして視覚イメージと様々な属性により, 図形の「概念イメージ(Concept Image)」が形成される (p.162)。この過程においてはたらく図形感覚を考察すると, まず直観的・全体的にとらえる際には知覚直観がはたらく。次に分析的・部分的にとらえる際には個人的概念定義を想起した本質直観がはたらく, 様々な属性を導き出す。個人的概念定義とは, 概念イメージを構成する際の印象や経験の集まりであるにとらえる。普遍的な概念定義を数学的概念定義とし, それを学習する経験によって個人の中ではそのままの形で記憶されるとは限らず, 徐々に個人的概念定義へと変容するととらえられている。つまり, 本質直観がはたらく際に想起する今までの経験や学習が, 個人的概念定義にあたるととらえる。そして, 概念イメージを構成するまでの過程においてはたらく図形感覚は, 図3のように示すことができる。

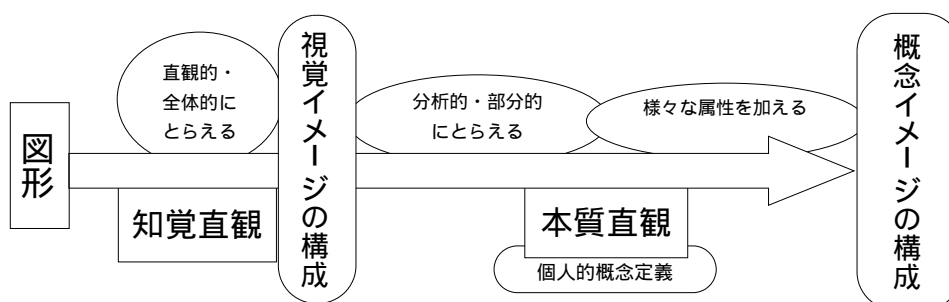


図3 概念イメージの構成における図形感覚

(3) 言語的表象の側面における図形感覚

概念イメージを構成する際にはたらく本質直観には言語的側面もある。本質直観がはたらくことによって, 例えば「長方形ならば～」と, 様々な属性を述べるようになる。概念定義は「イメージの記述」であるにとらえ, 本質直観の言語的側面がそれにあたると考える。

小学校での図形指導では, 本質直観を多様にはたらかせることによる「豊かな図形感覚」の育成を目指していることから, イメージ的表象の側面における本質直観が多様にはたらくようになれば, 言語的表象の側面も変容すると考える。

(4) 小学校での図形概念の認識過程における図形感覚

川寄(2005)は, 図2における様相, , のイメージ的表象をそれぞれ, 視覚的イメージ, 一面的イメージ, 多面的イメージ, 統合的イメージとしている。また, イメージ構成過程には, 図の見方に関連して, 感覚的識別, 意識的注視, 多面的見方, 動的見方

の 4 つの認識段階があることを指摘している。

視覚的イメージは，対象を直観的・全体的にとらえたもので，図形感覚の外的感覚である知覚直観のみがはたらいていると考える。一面的イメージは，対象となる図形を意識的に注視した本質直観がはたらいて構成された概念イメージであると考えられる。また，様相では，図形概念は図形の典型的なイメージにより認識され，言語として用語は用いられるが，図形の認識にはイメージの影響が強いとされている。多面的イメージは，図形を分析的・部分的にとらえる本質直観がはたらいている。ここでは，意識的に注視していた一面から，自由変更の操作により観点を変更することで本質直観が多様にはたらき，概念イメージを構成していると考えられる。また，言語的表象については，図形の属性を構成要素により言語的に述べられるようになることとされている。しかし，川崎(1992)が指摘しているように，まだ視覚的イメージの影響が強い表現をすることもある。統合的イメージは，自由変更の操作の中で，主に知覚的変換の機能を用いて図形を動的に変化させることによる本質直観がはたらいて構成された概念イメージであると考えられる。これら，図形概念の認識過程においてはたらく図形感覚と，イメージ構成過程における図の見方に関連した認識段階を表 2 のようにまとめることができる。

表 2 図形概念の認識過程においてはたらく図形感覚

	イメージ	はたらく図形感覚	図の見方に関連した認識段階
様相	視覚的イメージ	知覚直観のみ	感覚像，直観像としての見方
様相	一面的イメージ	知覚直観，本質直観	意識的に注視した一面的見方
様相	多面的イメージ	知覚直観，本質直観	観点の変更による多面的見方
様相	統合的イメージ	知覚直観，本質直観	知覚的変換による動的見方

上記から，小学校において「豊かな図形感覚」を育成するためには，本質直観で自由変更の操作を通して観点の変更が行えるようにすることと，知覚的変換の機能を用いることができるようにすることの 2 点が重要であるととらえる。

第 3 章 図形感覚の育成を視点においた図形指導への示唆

図形指導での図形概念の認識過程において，「豊かな図形感覚」を育成するには多様な本質直観をはたらかせることができるようにすることが重要であるととらえた。そして，多様な本質直観をはたらかせるためには，自由変更の操作による観点の変更，知覚的変換の機能が重要であるととらえた。そこで，普段の授業において，これらの本質直観がどのようにはたらいているかを考察することで，その特徴，問題点を明らかにし，今後の図形指導への示唆を得ることを目的として，授業観察を行った。

調査は，平成 17 年 11 月 10 日から 11 月 28 日にかけて新潟市内の公立小学校における第 3 学年の単元「形」の学習について実施した。指導の全時間をビデオで記録し，子ども

たちの発言や記述を通して, 図形概念の認識過程にかかわる図形感覚について分析した。

1 授業の概要

(1) 単元の流れ

全 8 時間で行われたこの図形指導では, 「辺」「頂点」「直角」「長方形」「正方形」「直角三角形」の概念を形成していく。実際の指導では, 各時間次のような流れで行われた。

- 第 1 時 三角形のじんとりゲームで構成要素に着目させた「辺」や「角」の定義付け。
- 第 2 時 角に着目させ, 「直角」の定義付けを行い, 身の回りからの直角探し。
- 第 3 時 直角に着目させた四角形の仲間分けによる「長方形」の定義付け。
- 第 4 時 具体的な操作活動を通して「長方形」の性質の獲得。
- 第 5 時 「長方形」と「正方形」の仲間分けによる正方形の定義付け。
- 第 6 時 直角に着目させた三角形の仲間分けによる「直角三角形」の定義付け。
- 第 7 時 「長方形」「正方形」「直角三角形」の作図。
- 第 8 時 仲間分けや作図。

(2) 第 5 時における指導

単元の指導の中で, 第 5 時まで, 「辺」「頂点」「直角」「長方形」の概念を形成していた。第 5 時では, これらについての個人的概念定義を想起した本質直観を多様にはたらかせ, 「正方形」の定義を獲得する姿が見られた。そこで, 本研究では, 第 5 時を対象に分析を行った。指導の流れは次のようであった。

長方形の定義の確認

あいうえおの 5 つの図形 (長方形) の提示による比較

直角に着目する観点変更

あとえ, いくつかの相違点を探究

正方形の定義の獲得

おの図形についての考察

正方形の概念の活用

(3) 第 5 時における図形感覚

本時において, 子どもたちがはたらかせると考えられる図形感覚を表 4 のようにとらえ, 本質直観に焦点を当てて分析を行った。

表 4 はたらくと考えられる図形感覚

知覚直観 < 直観的・全体的 >	
形, 大きさ, 位置についてとらえる。	
例	横に長い形 ダイヤのような形 小さい形 斜めになっている ましかくのような形
本質直観 < 分析的・部分的 >	
A 辺に着目する感覚	a. 向かい合う辺の長さが同じであることをとらえる。 b. 隣り合う辺の長さが違うことをとらえる。
B かどに着目する感覚	a. 4 つのかどがみな直角であることをとらえる。

b. 位置に関係なく直角をとらえる。

について

授業者の「長方形って、かどがどんな四角形だった?」という問いに対して, A 児は「かどが 4 つある」, B 児は「かどが全部直角になっている」と答えた。そして, 子どもたちに長方形の数学的概念定義を確認させた。ここで授業者は, 本時において子どもたちが「かどが 4 つとも直角」という個人的概念定義を想起した本質直観をはたらかせることを期待していたと思われる。この感覚が, 本時におけるはたらいて欲しい本質直観だからである。個人的概念定義を想起した本質直観は主観的なものであるため個人差がある。ここでの活動はその個人差をできるだけなくするための手だてとしてとらえられる。

について

授業者は次の 5 つの図形を順に提示し, 子どもたちに長方形かどうかを判断させた。

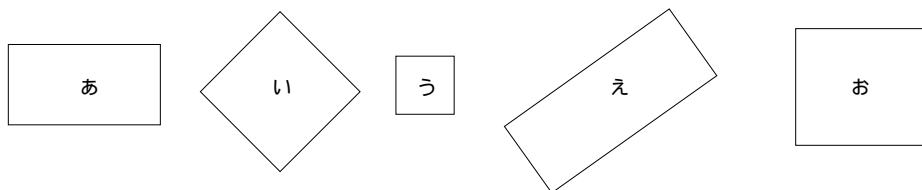


図 3 で提示された図

- 5044 T それでは, 長方形をみんなに教えたので, これから出す形を長方形かそうでないか教えてください。手を挙げる必要はありません。
- 5045 T まず, あ
- 5046 全員 長方形
- 5047 T よし, じゃあ, こっち。こっちは長方形ではない。(黒板に貼る)
- 5048 T では, これは長方形ですか。(い)
- 5049 C 違う。
- 5050 C 長方形ではないです。
- 5051 T では, この形は長方形ですか。(う)
- 5052 C 違う。
- 5053 C 100% 違う。
- 5054 T はい, じゃあ, この形は長方形ですか? (え)
- 5055 C 長方形。
- 5056 C です。
- 5057 T みんなが言っているからこっちははろうかな。最後, 5 つ目です。この形は長方形ですか? (お)
- 5058 C 長方形じゃない。
- 5059 C 長方形
- 5060 C じゃない。
- 5061 C 長方形。
- 5062 C じゃない。
- 5063 T なんか, あ, い, う, えに比べて声がバラバラですね。
- 5064 C 長方形だよ。
- 5065 C 違うよ。

ここで多くの子どもが, いやうを長方形ではないと判断し, おについては長方形であるかどうかで迷っていた。

について

における子どもたちは, 視覚的イメージの影響が大きいまま概念イメージを構成していたため, 授業者は下記のような支援を行うことで子どもたちの観点を変更させた。そして, B - a の本質直観をはたらかせるために 5 つの図形のかどを調べる活動を取り入れた。

- 5075 T もう1回聞くな。長方形のかどはみんな。
5076 C 直角
5077 T 直角だったね。じゃあ確かめてみよう。誰に確かめてもらおうかな。
5086 C 児 あれっ, わかった, 全部長方形だよ。
5087 D 児 どうして?
5088 C 児 全部直角だから。
5089 T どうして, 長方形じゃないって言っている人は言っているの?
5090 E 児 形で,
5091 D 児 ダイヤだから
5092 C 児 形で決めてるんじゃない?

すると, C 児はいやうを形は違うけど, かどが全部直角だから, いやうも長方形だと判断するようになった。つまり, 本質直観 B - a がはたらき概念イメージを構成したととらえられる。また, D 児はC 児とのかかわりを通して B - a がはたらいた。

について

C 児のように, 授業者の支援がきっかけで観点を変更し, B - a の本質直観をはたらかせて概念イメージを構成し, 判断が変わった子どもが多く, 教室全体から, 「全部長方形だよ」という声が聞こえるようになった。そこで, 授業者は, なぜはじめにいやうを長方形でないと判断したのか, その理由を考える活動を取り入れ, あとえ, いとうの相違点について話し合わせた。しかし, ここでは B - a をはたらかせて「全部長方形だよ」と概念イメージを構成した子どもと, 観点の変更を行っても「いとうは長方形ではない」と考えている子どもの両方がいた。

下記は, いとうが長方形ではないという考えをもっていた G 児が, H 児にその理由を説明しているところである。G 児は, 多様な本質直観をはたらかせて, その理由付けを考えていた。結果的には, あとえ, いとうの相違点について考えているのであるが, あくまでも, 長方形ではない, という考えで相違点を探している。

- 5133 G 児 直角が何でも4つあれば長方形だっていったよね。でも本当は, 直角が4つあって, 向かい合っている辺の長さが同じやつ(ふで箱を示しながら)
5134 H 児 うん。
5135 G 児 それでね, これは(正方形の紙を手を持ちながら)向かい合っている。辺は, …あれっ?
5136 H 児 同じだね。じゃあ, やっぱり長方形かな。
5137 G 児 う~ん。(考え込んで)わかった! 隣り合っている長さが違うんだ! わかった! わかった!

G 児はまず, ふで箱を手がかりとして観点の変更を行うことで, A - a の本質直観をはたらかせて比較してみた。しかし, いとうにも当てはまってしまうことから, 再び, G 児自身がノートを切り取って作った正方形の用紙を手がかりに観点の変更を行い, A - b の「隣り合っている辺に着目する」本質直観をはたらかせていた。

について

において, 気が付いた相違点をノートに記入し, 〇 で発表し合った。そこでは, 「ななめにおるとぴったり合う (隣り合う辺の長さの関係)」「隣り合う辺の長さと同じになっている」などの記入が見られた。しかし, 「長方形はながしかくだから」の記入も見られた。

について

次に, 〇の図形について, 全員でもう一度長方形かどうかを考えた。そして, 子どもたちは正方形の概念を活用し, 「隣り合う辺」に着目する本質直観をはたらかせていた。

について

授業では, 正方形の定義付けを行ったあと, 様々な四角形の中から正方形を仲間分けする活動が行われた。

この場面では, 各自が仲間分けの活動に取り組み, 結果について話し合う時間を設定することはなかった。実際には, ほとんどの子どもが正しく正方形を認識できていたのであるが, 3名が斜めにおかれた正方形を認識できていなかった。この3名の子どもは, 「隣り合う辺の長さの関係に着目する」ことができていたとしても, 「大きさ, 位置に関係なく正方形をとらえる」ことができていなかったと思われる。

2 考察

(1) 授業者による準備

第5時の 〇 では, 授業者は子どもたちが長方形の数学的概念定義を確認する活動を取り入れた。これは, 授業者が, この時間で子どもたちにはたらかせて欲しいと考えている本質直観を子どもにはたらかせるための手だてであったと考える。高野(1987)は, 役に立つアイデアを思いつくには, アイデアを思いつく前の準備段階が問題で, 十分な下準備を怠ると, 見当はずれのところを思いがめぐるとしている。つまり, 本質直観をはたらかせて概念イメージを構成させるためには, 授業者による準備が必要であると考えられる。しかし, 実際には第5時の活動 〇において授業者がはたらかせて欲しいと考えていた本質直観がはたらかず, 子どもたちの概念イメージは視覚的イメージの影響が強いものであった。その理由として, この手だてが言葉だけによるものであったことが考えられる。三角定規の直角で, 長方形のかどを調べる活動を取り入れることで, 子どもたちに図形の構成要素に着目させることができたと思われる。

(2) 様相 〇 から様相 〇 への移行

第5時における活動 〇でのクラスの子どもたちの多くは, 提示された図の視覚的な「形」の特徴をとらえて概念イメージを構成していたと考える。これは活動 〇における授業者の「5089 T どうして, 長方形じゃないって言っている人は言っているの?」の問いに対して C 児や D 児などが「5090 E 児 形で」「5091 D 児 ダイヤだから」「5092 C 児 形で決めてるんじゃない?」などと観点を変更する前の自分自身をふり返って答えていたことからとらえられる。ここでの子どもたちは, 言語的表象の側面では長方形という用語を用い

ることができ, イメージ的表象の側面では, 視覚的イメージの影響が強いことから, 様相の状態にいたものにとらえる。活動において, 授業者は, 再度長方形の数学的概念定義を想起させ, それぞれの図のかどを調べる活動を取り入れた。すると, C 児をはじめとする多数の子どもは図 4 - b のような流れで概念イメージを構成していた。これは, 授業者の支援によって本質直観 B - a もはたらかせたことによる多面的イメージである。つまり, C 児は様相の状態に移行したものと考えられる。また D 児は, C 児からの説明により, C 児と同じような流れで概念イメージを構成していた。つまり, C 児は授業者からの指示がきっかけで様相の移行が行われ, D 児は友だち (C 児) とのかかわりがきっかけとなり, 様相の移行が行われたと考えられる。したがって, 様相からへの移行には, 授業者からの支援や友だちとのかかわりをきっかけとして, 観点の変更を行うことが必要であるととらえることができる。

(3) 様相の状態内での変容

G 児は C 児とは異なり, 教師からの支援によっても, 「いとうは長方形ではない」と考えていた。これは, 教師の支援によって本質直観 B - a をはたかせていたが, それによって構成された概念イメージが C 児とは異なり, まだ視覚的イメージの影響が強いためであると考えられる。つまり, G 児は様相の状態にいたと思われるが, まだ視覚的イメージの影響が強い概念イメージを構成していたと考えられる。しかし G 児は「いとうは長方形ではない」ということを論理的に明らかにするという目的意識をもって, 自ら観点の変更を行っていた。はじめに, ふで箱を手がかりに本質直観 A - a をはたらかせたが, 正方形にも当てはまることから, 「5137 G 児 う~ん。」と考え込んでいた。次に, 自ら作成した正方形の用紙を手がかりに本質直観 A - b をはたらかせた。つまり, 図 4 - c のような流れで多様な本質直観をはたらかせていたととらえられる。G 児が観点の変更を行うことができたのは, いとうが長方形ではない理由を明らかにするという目的意識をもっていたことと, 「ふで箱」や「正方形の用紙」を手がかりとして, それら进行操作することが要因であったと思われる。前田(1979)は, 操作は, 一つのねらいをもって行われなければならないとしている。そして, 子どもに目的意識をもたせなければならないことを指摘している(前田 1961)。感覚がはたらく場面には操作活動が有効で, 目的意識をもって操作活動を行わせることで, 観点を変更することができ, 多様な本質直観がはたらくものと考えられる。

しかし, 活動における発表では「隣り合う辺の長さが違う」ことに気付いた児童が多かったが, 「長方形はながしかくだから」という記述もあった。これは, 様相の状態にいたが, まだ視覚的イメージの影響が強く, 図形の属性を構成要素により述べることができている状態である。

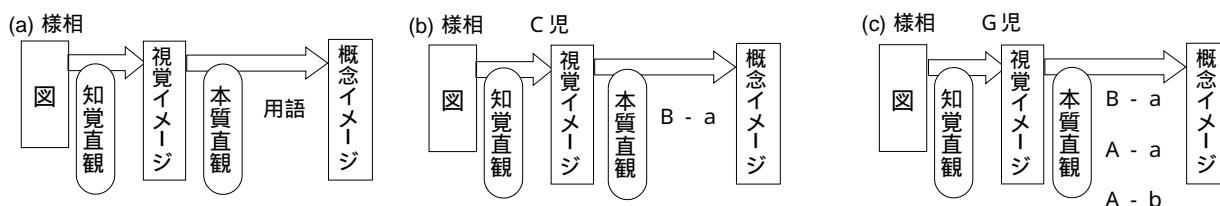


図 4 概念イメージを構成する際の図形感覚

(4) 知覚的変換の機能

活動において, 知覚的変換の機能を用いる場面があったと考える。様々な状態においてある図形の中から, 正方形を弁別する活動で, 不安定な状態の正方形が提示されていたからである。しかし, 実際の場面では授業の後半となり, ほとんど時間を設定することができなかった。そこでは, 正方形の定義を獲得した直後であるため, ほとんどの子どもが様々な位置に置かれている正方形ととらえることができていたが, 3名の子どもが不安定な状態におかれていた図を正方形ととらえることができていなかった。つまり, その3名は知覚的変換の機能が用いられていなかったととらえられる。多様な本質直観がはたらくようになるには, それまでの図形概念の指導が重要である(川崎 2000)ため, 定義を獲得した後の「概念を活用する場面」にもっと多くの時間を設定する必要があると考える。その場面を通して, 正方形の様々な性質を導き, 多様な本質直観がはたらくことができるようにしていくことが重要と考える。そして, 徐々に具体物の操作を通して本質直観をはたらかせていた状態から, 念頭での自由変更の操作において知覚的変換の機能を用いた本質直観をはたらかせることができるようにしていくことが必要であると考えられる。

また, この場面で用いる知覚的変換の機能は, 合同変換(平行移動, 回転移動, 対称移動)によるものである。これらは, ずらしたり, 回したり, 裏返したりする操作による観点の変更であると考えられることから, 本時での子どもたちは, まだ様相 の状態にいるものと思われる。つまり, 様相 における統合的イメージをつくるようになるためには, 相似変換も必要である。しかしながら, 小学校3年生の発達段階を考慮すると, 相似変換を行うことは困難であると思われる。そこで, 授業者が変換の様子を提示するなど, 動的な見方の経験を与えていくことが望ましいと考える。

3 今後の図形指導への示唆

図形感覚を育成するための今後の図形指導における示唆を次のように得る。

(1) 図形指導における導入場面では, 視覚イメージの影響が大きいまま図形認識がされることが多いため, 授業者による個人的概念定義を想起させるための手だてが必要である。そのためには, 授業者が子どもたちに「はたらいて欲しい本質直観」を明確にしておかなければならない。そして, 子どもたちに本質直観をはたらかせるための十分な準備が必要である。

(2) 様相 から様相 への移行には, 観点の変更が必要で, それを促すには, 「授業者から」や「友だちから」などの他者とのかわりかけとなる。また, 様相 の状態内における「子ども自身」による観点の変更は, 具体物による操作を伴わせることが有効である。そして, その操作は子どもに目的意識をもたせて行わせることが重要である。また, 具体物の操作から, 徐々に念頭の操作の経験を与えることによって, 子ども自身が自由変更の操作による本質直観をはたらかせることができるようになる。

(3) 概念を活用する場면을重視し, 図形指導の中で十分な時間を設定することが必要である。この場面では, 具体物を用いた操作ではなく, 知覚的変換の機能を用いる経験を与えることを通して, 図形を動的にとらえることができるようにすることが重要である。

おわりに

普段の図形指導においては, 「多面的な見方による多様な本質直観をはたらかせて多面的イメージを構成すること」と「知覚的変換の機能を用いた動的な見方による多様な本質直観をはたらかせて統合的イメージを構成すること」が図形感覚の育成につながることを指摘した。そして, これらは経験によって育成されるという視点で, 今後の図形指導への示唆を得た。また, 授業者は子どもたちにはたらかせて欲しい本質直観を明確にもつことが重要であること, そのための準備を十分に行う必要性についても指摘した。このような準備には, 教材や教具の工夫も含まれる。多様な本質直観をはたらかせることができ, 多面的・動的な見方でイメージを構成することができるような教材・教具についても今後研究を進めていく。そして, 普段の図形指導において, 図形感覚を育てる授業を構成し, 実践を通して検証を図っていく。

引用・参考文献

- Vinner, S.(1991),The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. In Tall,D.(Ed.),*Advanced mathematical thinking*, pp.65-81: Kluwer .
- 川寄道広(1992), 「図形指導における視覚イメージの影響」, 岩合一男先生退官記念出版会編 『数学教育学の新展開』, 聖文社, pp.160-171 .
- 川寄道広(2000), 「図形概念に関する認知的研究の展望」, 『大分大学教育福祉科学部研究紀要 第 22 巻 第 2 号』, pp.567-578 .
- 川寄道広(2001), 「図形指導における「図形感覚」の意味について」, 『数学教育学研究 第 7 巻』, 全国数学教育学会, pp.93-103 .
- 川寄道広(2003), 「図形感覚の認識に関する教授学的研究」, 『数学教育学研究 第 9 巻』, 全国数学教育学会, pp.81-96 .
- 川寄道広(2005), 「直観的側面に着目した図形指導の研究」, 『第 38 回数学教育論文発表会 論文集』, 日本数学教育学会, pp.379-384 .
- 河本英夫, 佐藤康邦(1999), 『感覚 - 世界の境界線』, 叢書 現象学と解釈学, 白菁社 .
- 高野陽太郎(1987), 『傾いた図形の謎』, 認知科学選書 [第 期] 11, 東京大学出版会
- 竹田青嗣(1998), 『現象学入門』, 日本放送出版協会
- 中原忠男, 小島宏(1999), 『小学校 新学習指導要領 Q & A ~ 解説と展開 ~ 算数編』, 教育出版
- 新田義弘(1992), 『現象学とは何か』, 講談社, pp.81-85 .
- 前田隆一(1961), 『新算数教育講座 第四巻 図形』, 吉野書房
- 前田隆一(1979), 『算数教育論 - 図形指導を中心として - 』, 金子書房
- 増井透(1990), 「表象」, 大島尚編, 『認知科学』, 新曜社, pp.84-87 .
- 松尾七恵(2000), 『算数, 数学における図形指導の改善』, 東洋館出版社
- 松尾七重(2004), 「図形の豊かな感覚をはぐくむ」, 『新しい算数研究』No.406, 東洋館出版社, pp.4-7 .
- 師澄江(2005), 「豊かな図形感覚をもつと予想される児童に対する算数科指導法 ~ 知識を活用できる子を育てるために ~ 」, 第 8 7 回日本数学教育学会 長野大会 発表資料
- 山口一郎(1999), 「感覚位相に衝動する文化差」, 河本英夫 佐藤康邦編, 『感覚 - 世界の境界線』, 叢書 現象学と解釈学, 白菁社, pp.95-118 .
- 全国算数授業研究会(2000), 『これからの図形指導』, 算数授業研究シリーズ , 東洋館出版社
- 日本図学会(1998), 『美の図学』, 森北出版, p.34 .
- 文部省(1999), 『小学校学習指導要領解説算数編』, 東洋館出版社 .