新潟大学教育人間科学部数学教室,『数学教育研究』, 第 41 巻, 25-32, 2006.

数量の関係を比例的に推論する活動の構成
－４年「倍の計算」の授業実践を通して－

新潟大学教育人間科学部附属新潟小学校
吉田　亨

１　本研究の目的

高学年の算数において，小数や分数のかけ算・わり算，割合，比など，子どもが意味を理解することが困難とされる学習内容がある。これらの学習内容にかかわって, 杉山(1997), 中村(1999)，高橋(2000)などの研究では，比例的に推論するための道具として二重数直線が有効に用いられる可能性があることが，いくつかの実践を基に報告されている。

しかし一方で，算数の授業において，数直線を十分に使っているとは言い難いという子どもの実態がある。例えば，小数のわり算で数直線を用いた授業を展開しても，数量の関係を数直線に表したり，教科書の数直線を読み取ったりすることができず，何を手掛かりに立式すればよいか分からない子どもがいる。また，問題場面にある数量の関係を，数直線に対応させて表すことができない子どももいる。

上記の子どもの実態は，二重数直線を比例的に推論するための道具として使うことができていないことを示している。つまり，数直線を有効に使うためには，問題場面を理解する過程において，子どもが対応する二量の関係や比例的な関係を見いだすことが必要になると考えることができる。

このような状況の中，布川(2006)は，高学年の橋渡しとなる小学校４年生において，比例的推論の授業を実施し，比例的推論の学習の様相を考察している。そこでは，倍の関係に基づく下位単位の構成過程を，子どもが自分たちの持っている知識により意味付けながら，同時にそれを意識的，意図的に行えるように資する活動を授業に組み込んでいくことを，授業改善の可能性として示唆している。二量の関係を比例的に推論する活動を，授業の中で具現していくことが必要なのである。

以上のことから，第４学年の「倍の計算」において，問題をつくる活動を通して，子どもが倍の関係を意味付けながら，数直線を使って比例的に推論することを意図した授業を構想する。この授業実践を通して，数直線を用いた比例的な推論の様相とその可能性を明らかにすることを本稿の目的とする。

２　授業の構想

単元「倍の計算」において，問題づくりの活動と数量関係をテープ図に表す活動とを繰り返し位置付ける。この二つの活動を意図的に設定し，次のように単元を構成した（全４時間)。

なお，本単元では，二重数直線の前段階として，倍の関係を表す数直線と二つの量を上下に対応させて表したテープ図を用いた。

第１時：カエルの体長ととぶ長さとの関係を「倍」を使って「倍のものさし」に表す。
第２時：リボンの長さと値段との関係をテープ図に表し，リボン４ｍの代金から 20m

の代金を求める。 第３時：１パック 168 円のみかん 12 個の代金を求める問題場面をテープ図に表す。 第４時：１パックのみかんの個数を変えた問題を出し合い，みかんの個数が□倍になると値段も□倍になる関係をテープ図に表し，みかん 12 個の値段を求める。

(1) 問題づくりの活動

単元を通して，問題づくりの活動を位置付ける。

１あたり量が表されていない条件不足の問題を提示し,「もし○○なら」と場面の状況から仮定して考えさせる。例えば，カエルの体長や１パックのみかんの個数を示さずに問題場面を提示する。これにより, 子どもは, ある単位を基にした倍の関係を多様に表現する。

(2) 数量関係を数直線やテープ図に表す活動

本単元では，わり算を使って何倍かを求めたり，かけ算を使って何倍かに当たる大きさを求めたりできるようにすることをねらう。

その中で，一方の量が□倍になると，もう一方の量も□倍になるという関係をテープ図に表す活動を設定する。倍の関係をテープ図に表すことが，二量の関係を比例的に推論することにつながる。

３　研究の実際

(1) 調査の方法と概要

2005 年９月，新潟大学教育人間科学部附属新潟小学校４年生 39 名（男子 19 名，女子 20 名）の学級において，全４時間の授業を実施した。そして，授業全体の様子を VTR で記録し，単元を通して観察した子どもの言動や学習プリント等を分析した。

本学級では，第３学年において，水の量やテープの長さなど，二つの数量を「倍」を使って表す学習をしている。そこでは,「倍のものさし」を使って，もとにする量を１とすると，もう一方の量がいくつ分になるかを測りとる活動を行った。

(2) 授業における子どもの様相

①　倍の関係を数直線に表す（第１時）

１時間目は，カエルの体長と跳んだ長さを「倍」を使って比べる場面を数直線に表す活動を行った。カエルの体長が変わると，跳んだ長さも変わることを「倍のものさし」（数直線）に表させる。これにより，子どもが比例的に推論しながら，何倍かにあたる大きさを求める活動を構成する。

まず，次のように問題を区切って提示し，一文ずつノートに書かせた。

ア　池のほとりにカエルがいました。 イ　このカエルが，２ｍとびました。 ウ　体の長さが５㎝のカエルです。 エ　体長の何倍とんだのでしょうか。

ほとんどの子どもが，200÷５＝40 と求めた。跳んだ長さを２ｍでなく 200 にしたわけ

を聞くと，「２÷５だとわり算ができない」，「２ｍと５㎝だと違う単位で比べられない」，「単位を同じにする」と答えていた。

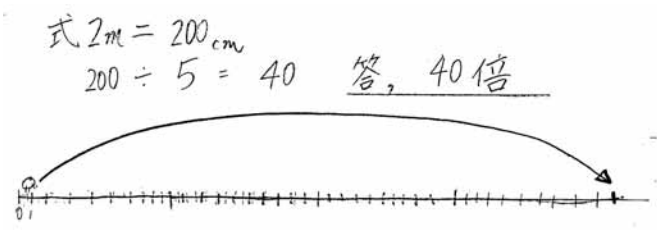


図１

図１は，このときに橋本がかいた図と式である。カエルの絵をかき，数直線に「０」と「１」を表している。そして，数直線を 40 等分する図をかいた。カエルの体長を１としたときに，40 倍になることを表した図である。

なぜわり算の式になるかを問うと，次のような子どもの発言があった。

C1：倍の大きさはかけ算で求めるから，何倍かを求めるときは反対のわり算になる。
C2：何倍かを求めるには，跳んだ長さの２ｍ（200 ㎝）を，カエルの体の大きさ５㎝で区切っていけばいい。だから，わり算になる。

これらの発言を受け，カエルのとんだ長さ２ｍをゴムひもで示し，カエルの体長で累加的に測りとるように示した。操作することで，わり算になる理由について納得している様子であった。200÷５の計算をし，体長の 40 倍の長さを跳ぶことを確かめた。

その後，「体長の 40 倍の長さをとぶカエルがいます。体長が□㎝なら，何m何㎝とべるでしょうか」と問い，□に数値を入れて問題をつくらせた。そして，カエルの体長が５㎝のときの場合を数直線にどう表すかを検討させた。まず，数直線の出発を０とし，直線を引いた。次に，数直線上にカエルの絵をかいて，数直線上に「１」とかいた。その 40 倍を目盛りのかわりに，矢印で表してよいことを教えた。

すると，黒板にかいた数直線に対し，次のような子どもの発言が続いた。

C1：この数直線はおかしい。出発が０だから，０から矢印が出ると思います。
C2：１から矢印を出すと，39 こ分しかなくなる。だから，やっぱり０から出発した方がいい。
C3：でも，０に 40 をかけると０になってしまう。やっぱり１を出発にした方がいい。
C4：カエルの大きさがあるから，１から出発すると思います。
C5：１から矢印を出せば，１倍でもとに戻ると考えればいい。

これらの発言を受けて，１をもとに何倍かの矢印をかくことを確かめた。

最後に，グループで，友達の問題を聞いて数直線と式に表し，答えを求めさせた。このときに，カエルの体長が変わっても，その 40 倍の大きさを同じ矢印の長さで表している子どもがほとんどであった。

それに対し，橋本は，図２のように，カエルの体長が変わったときの 40 倍の大きさを，矢印の長さを変えて表した。また，カエルの体長によって「１」にあたる長さを数直線上に表し，その「１」から倍の矢印をかいている。

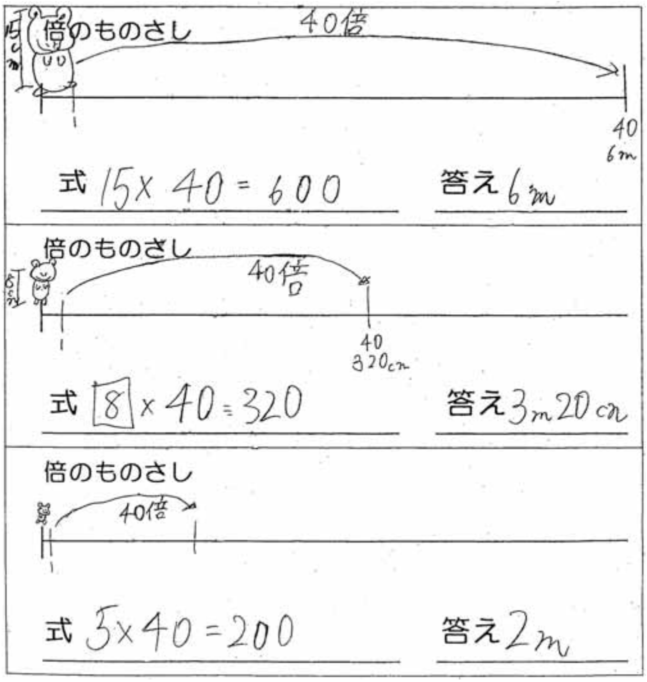


図２

このことから，橋本は，カエルの体長ととんだ長さとの関係から，比例的な関係を見いだしていることが分かる。

②　二量の関係をテープ図に表す（第２，３，４時）

２時間目は, リボンが４mで 72 円の場合と，５mで 72 円の場合に，20mの値段との関係をテープ図に表す活動を行った。これにより，比例的な見方でテープ図を表し，リボン 20mの値段を求めることができるようにすることをねらった。

そこで，次の問題を提示した。

ア	文ぼう具屋に買い物に行きました。
イ	リボンを 20m買います。
ウ	リボン□mのねだんは，72 円です。
エ	リボン 20mの代金は，いくらになるでしょうか。

そして，□が４mのときに,「リボンの長さ」と「値段」の関係をテープ図に表させ，リボン 20mの代金を求めさせた。

この時点で，倍の関係をテープ図で表している子どもは，数名だった。子どもは，次のような二つの考え方を順に説明した。

A：リボン１mの値段は 72÷４で 18 円になる。１mが 18 円だから，20m買うと代金は 18×20 で 360 円になる。
B：20mは４mの５倍だから代金も５倍になる。だから，72×５で 360 円になる。

子どもの説明の後，１mを基にすると代金が 20 倍になり，４mを基にすると代金が５倍になることを，テープ図に倍の矢印を加えて示した。

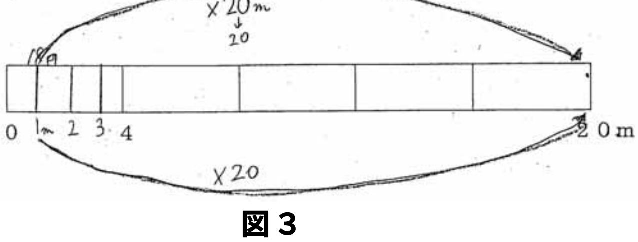


図３

左の図は，このときにかいた橋本のテープ図である。

図３は，４mを４等分して１mあたりのリボンの値段を求め, その 20 倍の関係を表している。Aの考えである。それに対し，図４は, Bの考えを表したテープ図である。ところが，橋本はここで，図３と同様に 20

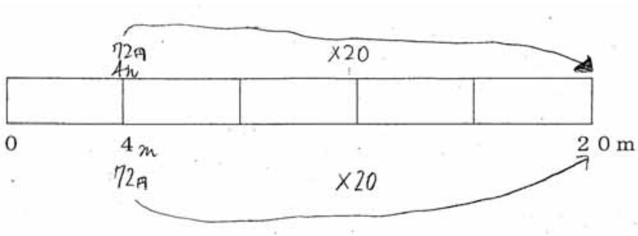


図 4

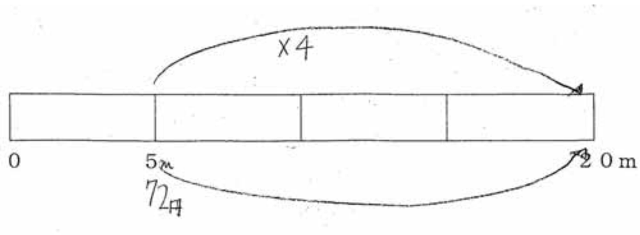


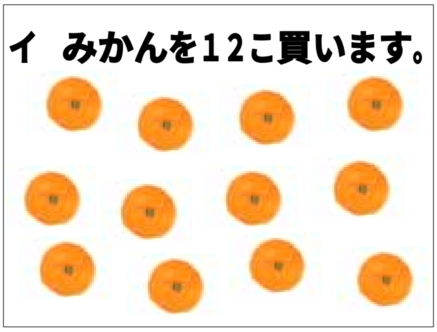
図 5

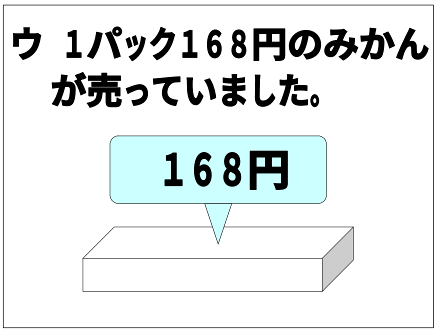
倍と表している。倍の関係を数直線に表すうえで，混乱している様子が見られた。その原因は，１あたり量が見えやすい図３に比べ，図４では１あたり量が見えなくなっていることが推測される。

その後，５m が 72 円の場合を，図５のように表した。５m を１とみて，その４倍にあたる矢印をテープ図に表している。図４では１あたり量が見えなくなっていた橋本が，５m を１とすることで，テープ図の中に比的な関係を見いだしていることが分かる。

３時間目は，１パックのみかんの個数が表されていない条件不足の問題を，次のア，イ，ウ，エの順に場面を区切って提示した。

すると，子どもは，「１パックに何個のみかんが入っているかが分からないと，みかん 12 個の代金は求められない」と答えた。この発言を受け，次のように問うた。





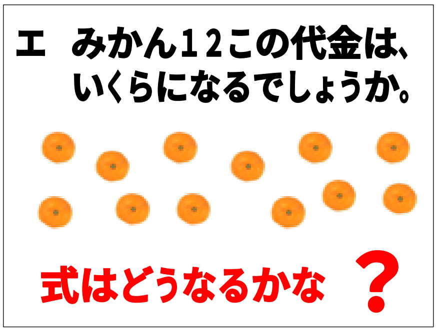
問題文のどこをどう変えればよいでしょうか。
みかん 12 個の代金を求める問題をつくりなさい。

子どもは，「もしも，１パックが□個だとしたら」と考え，次のように発言した。

C1：１パックに４個入りで 168 円なら，12 個の代金はいくらでしょうか。
C2：８個で１パック 168 円です。
C3：半ダースで 168 円のとき，みかん 12 個でいくらでしょうか。
C4：１パック２個で 168 円です。
C5：３個で１パック 168 円です。

このように，子どもは，１パックの個数を多様に表現していた。これらの発言を受け，どの表現も１パックに何個入っているかを表していることや，１パックに何個入っているかで，みかん 12 個の代金も変わることを確かめた。そして，次のように問うた。

もし１パック３個で 168 円だったら，みかん 12 個の代金はいくらになるでしょうか。図と式にかいて求めなさい。



子どもは，前時での学習を基に，次の二通りの考えを発表した。

A：みかん 1 個が 56 円になるから，12 個の代金は，56×12＝672 円になる。

B：12 個は 3 個の 4 倍だから，みかんの代金も 4 倍で，168×４＝672 円になる。

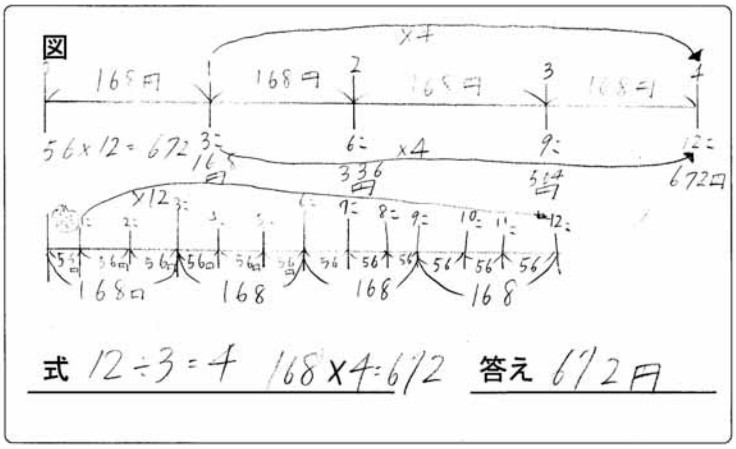


図６

このとき，橋本は，図６の二通りの考えで，みかん 12 個の代金を求めていた。みかん 1 個の値段とみかん 3 個の値段を累加的に測りとっている。みかん 3 個を 1 とみることで，１パック 168 円の 4 倍の値段になることを，12÷３＝４の式から求めた。

このことから，１あたり量を累加的に測りとる活動が，二量の関係を比例的に推論する基になることが分かる。

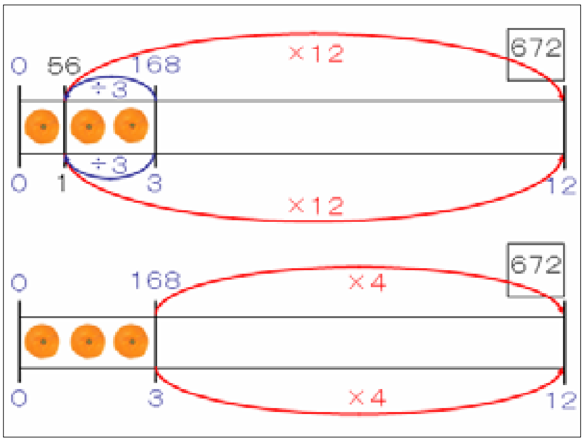


図７

その後，みかんの個数が４倍になると，値段も４倍になる関係を，全員に図７のようなテープ図に表させた。1 個を基にすると 12 倍になり，１パックを基にすると４倍になるという関係をテープ図に表したのである。そして，どちらの考えでも，みかん 12 個の代金は同じになることを確かめた。

この二つの考えをテープ図に表して比べさせると，ほとんどの子どもが１パックの４倍の方が簡単にできると答えていた。その理由は，みかん１個の値段を求めなくてもよいからである。

４時間目には，みかん 12 個の絵を各グループに配り，１パックの個数を変えた問題を順に出し合い，つくった問題を解き合うよう指示した。

１パック何個入りにするかを考えて問題を出し合います。
友達がつくった問題をテープ図と式にかいて解き合いましょう。

子どもは，みかんの絵を示したり，数個ずつに並べたりしながら，個数を変えた問題を順に出し合っていた。

橋本は，みかん６個を並べて，「１パック６個で 168 円だったら，みかん 12 個の代金はいくらでしょうか」と話した。この橋本がつくった問題を受け，グループの友達３名が１パック６個で 168 円の２倍になることをテープ図と式とに表した。

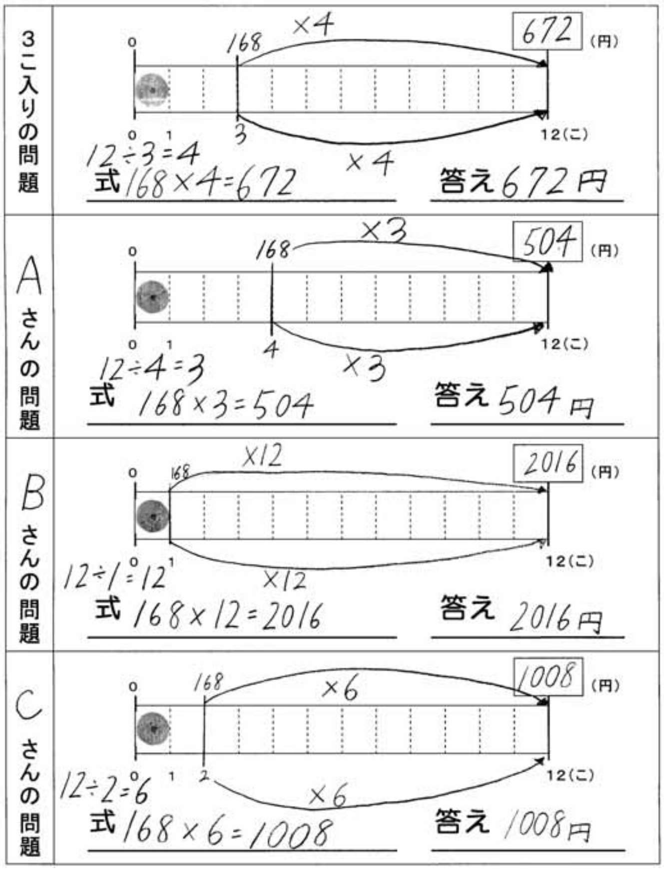


図８

続いて，Ａは１パック４個，Ｂは１パック１個，Ｃは１パック２個の問題を出した。友達がつくった問題に対して，橋本は，図８のように学習カードに記述している。１パック４個，１個，２個のときに，みかんの個数が３倍，12 倍，６倍なれば，12 個の代金も１パックの３倍，12 倍，６倍の関係になることをテープ図に表している。このときに，例えば１パックが５個になると，何倍かが表せないことをグループの友達と話している様子も見られた。

このように，みかんの個数を変えた問題をつくり，解き合う活動を通して，橋本は，友達の問題をテープ図と式に表しながら，それぞれの場合のみかん 12 個の代金を求めることができたのである。

授業後に，橋本は，次の学習感想を書いた。

分かったことは，１パックに入る数が多くなるほど安くなるということです。たとえば，１パックに１こ入り，これは，168×12＝2016 となって高い。

でも，１パック２こ入りになると，パックの中のみかんが×２になるので，ねだんが÷２になります。

このしくみ，おもしろい！

○　×１２＝２０１６
×２ ↓　　↓÷２　↓　ねだんも　÷２
○○ × ６ ＝１００８

橋本の学習感想から，多様に表された式から，式同士にある関係に気付くことができたことが分かる。グループで問題を出し合い，多様な問題に触れることが，橋本のような気付きにつながったと言える。

４　考察

(1) 比例的に推論する子どもの様相

カエルの体長が大きくなればとんだ長さも大きくなると，子どもは問題場面から比例的

な関係を見いだしていた。また，橋本をはじめ多くの子どもが，テープの長さやみかんの個数と値段との関係を対応させて考えていた。

このことから，４年生の子どもにも比例的な見方の素地があることが分かる。このときに，４mを１とみたり，１パック３個を１とみたりすることが，二量の関係を比例的にとらえることにつながっていた。

(2) テープ図や数直線を用いた活動

問題場面から比例的な関係を見いだしていたものの，数直線やテープ図に適切に表すことができた子どもはほとんどいなかった。それに対し，橋本は，カエルの体長ととぶ長さにある関係を数直線に表すことで，二つの数量にある比例的な関係を顕在化することができた。

高学年の橋渡しとなる中学年の段階で，比例的に推論するための道具として，数直線やテープ図を積極的に使っていくことが大切である。二つの数量を比例的に推論する活動とテープ図などに表す活動とを意図的に設定することが，子どもの比例的な見方を育てることになると考える。

【引用・参考文献】

(1) 杉山吉茂(編).(1997).少なく教えて多くを学ぶ算数指導:公理的方法の考えに基づく算数授業の展開.明治図書.

(2) 高橋久誠.(2000).小数の乗法の授業構成に関する考察:比例の考えをもとにして.上越数学教育研究,15,85-94

(3) 坪田耕三（編）.(1988).子どもの問題づくり４・５・６年.国土社.

(4) 中島健三.(1981).算数・数学教育と数学的な考え方.金子書房.

(5) 中野洋二郎.坪田耕三.滝井章（編）.(1999).子どもが問題をつくる.東洋館.

(6) 中村享史.(1999).乗除法の指導における数直線の教育的役割.杉山吉茂先生ご退官記念論文集委員会編.新しい算数・数学教育の実現をめざして.東洋館.87-95.

(7) 布川和彦.(2005).問題解決過程の研究と学習過程の探究:学習過程臨床という視点に向けて.日本数学教育学会誌，87，４，22-34.

(8) 布川和彦.(2006).比例的推論の授業における小学校４年生の学習の様相.上越数学教育研究，21，1-12.